

# Sprawozdanie

Tomasz Lisowski 197749      Filip Świniarski 197725  
Nikodem Miłuch 197922

27 listopada 2024

## 1 Wstęp

Celem ćwiczenia było wyznaczenie gęstości dwóch wybranych cieczy: denaturatu i słonej wody przy użyciu wagi Mohra oraz piknometr. Ciecz wzorcową w układzie badawczym stanowiła woda destylowana.

### 1.1 Waga Mohra

Waga Mohra to precyzyjne urządzenie służące do wyznaczania gęstości cieczy i małych ciał stałych. Składa się z poziomej belki z podziałką oraz obciążników, które umożliwiają precyzyjne wyważenie. Na belce umieszczone jest szkiełko zanurzeniowe (aerometr), które jest zanurzane w badanej cieczy. Gęstość cieczy wyznacza się na podstawie położenia obciążników, które równoważą siłę wyporu cieczy działającą na zanurzone szkiełko.

### 1.2 Piknometr

Piknometr to precyzyjne naczynie laboratoryjne, w kształcie małej butelki z wąską szyjką, służące do pomiaru gęstości cieczy oraz ciał stałych w formie proszku. Piknometr ma dokładnie określoną objętość, co umożliwia wyznaczenie gęstości poprzez zważenie piknometru wypełnionego badaną substancją, a następnie zważenie go z wodą (dla odniesienia). Dzięki tej metodzie można dokładnie obliczyć gęstość badanej substancji na podstawie różnicy mas.

## 2 Gęstość cieczy mierzona za pomocą Wagi Mohra

### 2.1 Opis doświadczenia

Zbieranie pomiarów przy użyciu wagi Mohra polegało na wyznaczaniu gęstości cieczy poprzez zrównoważenie siły wyporu. Proces wyglądał następująco:

1. Na początku wagę należy ustawić w pozycji równowagi.

2. Do badanego roztworu zanurzano specjalny odważnik zawieszony na końcu belki.
3. Na belce wagi umieszczano obciążniki w odpowiednich punktach podziałki, aby zrównoważyć siłę wyporu działającą na odważnik.
4. Na podstawie położenia obciążników (koników) na podziałce belki wyznaczano wartość odpowiadającą gęstości cieczy.

Cała procedura pozwalała na bezpośrednie odczytanie gęstości badanej cieczy, dzięki zrównoważeniu ciężarów.

## 2.2 Wyprowadzenie wzorów

Po zanurzeniu ciężarka w cieczy wzorcowej o znanej gęstości  $p_w$  (np. w wodzie destylowanej) zacznie na niego działać siła wyporu równa, zgodnie z prawem Archimedes, ciężarowi cieczy wypartej przez ciężarek:

$$F_w = p_w g V \quad (1)$$

gdzie  $V$  - objętość ciężarka,  $g$  - przyspieszenie grawitacyjne. Dla przywrócenia równowagi (po zanurzeniu nurka w cieczy „wzorcowej”) zawieszamy na odpowiednich haczykach wagi o numerach  $p_w$ ,  $q_w$  i  $r_w$  odpowiednie koniki o masach  $m$ ,  $m/10$ ,  $m/100$ . Po przywróceniu równowagi, moment siły wyporu działającej na ciężarek zawieszony na dziesiątym haczyku, a więc w odległości  $L$  od punktu podparcia dźwigni, zostanie zrównoważony sumą momentów sił ciężkości działających na poszczególne koniki, zawieszone w odległościach  $p_w \frac{L}{10}$ ,  $q_w \frac{L}{10}$ ,  $r_w \frac{L}{10}$  od punktu podparcia dźwigni:

$$\rho_w V g = m g \left( \frac{p_w}{10} + \frac{q_w}{10} \frac{1}{10} + \frac{r_w}{10} \frac{1}{100} \right) \quad (2)$$

analogicznie dla pomiarów z badaną cieczą otrzymujemy:

$$\rho V g = m g \left( \frac{p}{10} + \frac{q}{10} \frac{1}{10} + \frac{r}{10} \frac{1}{100} \right) \quad (3)$$

dzieląc równanie (2) przez równanie (3) otrzymujemy wzór na gęstość badanej cieczy:

$$\rho = \rho_w \frac{p + \frac{q}{10} + \frac{r}{100}}{p_w + \frac{q_w}{10} + \frac{r_w}{100}} \quad (4)$$

## 2.3 Niepewność pomiarowa

Niepewność pomiarową  $u(f)$  wyznaczymy jako niepewność złożoną z położenia każdego ciężarka. Przyjmujemy, że  $\Delta r = \Delta r_w = 0.5$ . Pochodne cząstkowe

poszczególnych położań przyjmą wartość:

$$\frac{\partial f}{\partial p} = \frac{\rho_w}{A} \quad \frac{\partial f}{\partial q} = \frac{\rho_w}{10A} \quad \frac{\partial f}{\partial r} = \frac{\rho_w}{100A} \quad (5)$$

gdzie:

$$A = p_w + \frac{q_w}{10} + \frac{r_w}{100} \quad (6)$$

Dla pomiaru wzorcowego niepewności obliczymy w następujący sposób:

$$u(f) = \sqrt{\left(\frac{\rho_w}{A} \Delta r_w\right)^2 + \left(\frac{\rho_w}{10A} \Delta r_w\right)^2 + \left(\frac{\rho_w}{100A} \Delta r_w\right)^2} \quad (7)$$

gdzie wartość  $A$  wyznaczymy z równania (6), a  $p_w, q_w, r_w$  to wartości dla cieczy wzorcowej.

## 2.4 Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów zebrano w tabeli poniżej. Jeżeli w danej komórce pojawiają się dwie wartości, oznacza to, że do zrównoważenia wagi użyto dwóch ciężarków tego rodzaju. Nie wpływa to na sposób wyznaczania wzorów (4) i (7) a jedynie powoduje uwzględnienie dotakowego wyrazu o odpowiednim współczynniku.

Ciecz	M1	M10	M100
Woda destylowana 1	1,9	2	0
Woda destylowana 2	1,9	0	4
Woda solona	2,9	2	5
Denaturat	8	1	5,4

Tabela 1: Wyniki pomiarów

## 2.5 Wyniki doświadczenia

Ostateczne wyniki pomiarów gęstości cieczy wraz z niepewnościami pomiarowymi zależą od przyjęcia pewnych danych wzorcowych. Dla poniższych pomiarów przyjęto gęstość wody  $\rho_w = 1000 \text{ kg/m}^3$ . Wartości wyznaczono poprzez wzory (4) i (7).

### 2.5.1 Woda destylowana 1 jako ciecz wzorcowa

Dla Wody destylowanej 1 jako cieczy wzorcowej wyniki pomiarów gęstości przyjmują następujące wartości:

### 2.5.2 Woda destylowana 2 jako ciecz wzorcowa

Dla Wody destylowanej 2 jako cieczy wzorcowej wyniki pomiarów gęstości przyjmują następujące wartości:

Ciecz	Gęstość[kg/m <sup>3</sup> ]	Błąd pomiarowy[kg/m <sup>3</sup> ]
Woda solona	1102,9	49,26
Denaturat	802,9	49,26

Tabela 2: Wyniki pomiarów

Ciecz	Gęstość[kg/m <sup>3</sup> ]	Błąd pomiarowy[kg/m <sup>3</sup> ]
Woda solona	1120,5	50,051
Denaturat	825,7	50,051

Tabela 3: Wyniki pomiarów

## 2.6 Wnioski

Pomiary przeprowadzone wagą Mohra wskazały poprawne wartości gęstości denaturatu i solonej wody. Duży błąd pomiarowy (w przypadku denaturatu wynoszący więcej niż 5%) wynika z wad mechanicznych wagi udostępnionej w czasie laboratorium.

## 3 Gęstość cieczy mierzona za pomocą piknometru

### 3.1 Opis doświadczenia

Wyznaczanie gęstości cieczy odbywa się w następujący sposób:

1. Wyznaczamy masę piknometru pustego,  $m_1$
2. Wyznaczamy masę piknometru napełnionego cieczą wzorcową,  $m_2$ ;
3. Wyznaczamy masę piknometru napełnionego badaną cieczą,  $m_3$ ;

### 3.2 Wyprowadzenie wzorów

Wiedząc, że masę cieczy wzorcowej w piknometrze o objętości  $V$  możemy wyliczyć jako:

$$m_w = m_2 - m_1 = \rho_w V \quad (8)$$

masa badanej cieczy wyniesie:

$$m_c = m_3 - m_1 = \rho V \quad (9)$$

Dzieląc równanie (8) przez równanie (9) otrzymujemy wzór na gęstość badanej cieczy:

$$\rho = \frac{m_3 - m_1}{m_2 - m_1} \rho_w \quad (10)$$

### 3.3 Niepewność pomiarowa

Niepewność pomiarową  $w(f)$  wyznaczymy jako niepewność złożoną z pomiaru masy piknometru zawierającego ciecze różnego rodzaju. Przyjmujemy, że  $\Delta r = 0.001$  (gdyż taką dokładność posiadała waga laboratoryjna). Pochodne cząstkowe funkcji (10) względem  $m_1, m_2, m_3$  wynoszą:

$$\frac{\partial \rho}{\partial m_1} = \rho_w \cdot \frac{m_3 - m_2}{(m_2 - m_1)^2} = A \quad (11)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial m_2} = \rho_w \cdot \frac{-(m_3 - m_1)}{(m_2 - m_1)^2} = B \quad (12)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial m_3} = \rho_w \cdot \frac{1}{m_2 - m_1} = C \quad (13)$$

Ostatecznie niepewność pomiarowa dana jest wzorem:

$$w(f) = \sqrt{(A\Delta r)^2 + (B\Delta r)^2 + (C\Delta r)^2} \quad (14)$$

### 3.4 Wyniki pomiarów

Wyniki pomiarów mas wagą laboratoryjną przedstawiono w Tabeli 4:

Lp.	Woda destylowana	Denaturat	Woda słona
1	79.435	69.718	85.489
2	79.468	69.742	85.508
3	79.456	69.739	85.514
4	79.409	69.740	85.519
5	79.443	69.733	85.498

Tabela 4: Wyniki pomiarów cieczy w gramach

Wyniki pomiaru piknometru przedstawiono w Tabeli 5:

Lp.	Piknometr
1	28.509
2	28.468
3	28.501
4	28.509
5	28.504

Tabela 5: Wyniki pomiaru piknometru w gramach

### 3.5 Wyniki doświadczenia

Po zestawieniu danych pomiarowych z Tabel (4) i (5) razem z wzorami (10) i (14). Podobnie jak w pierwszej części, za bazową gęstość wody destylowanej przyjęto  $1000 \text{ kg/m}^3$

Lp.	Denaturat	Błąd
1	809.194	25.536
2	809.294	25.500
3	809.302	25.552
4	810.040	25.555
5	809.380	25.532

Tabela 6: Wyniki pomiarów gęstości wraz z niepewnościami pomiarowymi wyrażonymi w  $kg/m^3$

Lp.	Woda solona	Błąd
1	1118.878	29.567
2	1118.431	29.520
3	1118.889	29.543
4	1120.039	29.591
5	1118.868	29.554

Tabela 7: Wyniki pomiarów gęstości wraz z niepewnościami pomiarowymi wyrażonymi w  $kg/m^3$

### 3.6 Wnioski

Pomiary wykonane za pomocą wagi laboratoryjnej są znacznie bardziej dokładne niż wykonane za pomocą wagi Mohra. Ostateczny wynik gęstości dla poszczególnych cieczy (po wykluczeniu błędów grubych) to:

$$\rho_d = 809,364 \pm 25,429 kg/m^3 \quad (15)$$

dla gęstości denaturatu i:

$$\rho_w = 1118,614 \pm 29,552 kg/m^3 \quad (16)$$

Rozbieżność wyników względem innych pomiarów gęstości wykonywanych w warunkach laboratoryjnych może brać się z wad mechanicznych udostępnionego sprzętu oraz z niedokładności osoby wykonującej pomiar.