

# **Filtr Bessela IV rzędu. Charakterystyki amplitudowo- częstotliwościowe oraz fazowo-częstotliwościowe.**

## **Spis treści**

1. Wstęp teoretyczny .....	3
2. Budowa układu filtra Bessela IV rzędu.....	4
3. Projektowanie filtra w programie Micro-Cap .....	6
4. Zamodelowanie filtra w programie EAGLE .....	8
5. Wyniki przeprowadzonej analizy układu rzeczywistego .....	10
6. Podsumowanie .....	

## 1. Wstęp teoretyczny

Filtry służą do eliminacji niepożądanych składowych widma sygnału. Ze względu na pasmo przepuszczanych częstotliwości filtry dzieli się na:

- górnoprzepustowe,
- dolnoprzepustowe,
- pasmowoprzepustowe,
- pasmowozaporowe,
- wszechprzepustowe.

W poszczególnych kategoriach filtry różnią się co do rzędu oraz kształtu charakterystyki częstotliwościowej w paśmie przepustowym. Podstawową własnością filtru jest eliminacja części widma sygnału, ale wymagane jest również, aby kształt przepuszczanego sygnału był niezniekształcony. Wymagane zatem jest, aby moduł transmitancji widmowej filtru w paśmie przenoszenia był stały tak, aby wszystkie przepuszczane sygnały były tak samo wzmocnione lub osłabione.

Filtry tego samego rodzaju i o takim samym typie charakterystyki częstotliwościowej mogą różnić się rzędem, tzn. stopniem wielomianu opisującego ich charakterystykę częstotliwościową. Rząd filtru wynika przede wszystkim z odstępu pomiędzy częściami częstotliwościowymi pasma przenoszenia i częstotliwościowymi, które filtr powinien wyeliminować. Im ten odstęp jest mniejszy, tym rząd filtru musi być wyższy, gdyż zapewnia to bardziej strome opadanie charakterystyki amplitudowej filtru. Dane do projektowania filtru, takie jak jego rząd i częstotliwości graniczne, uzyskuje się z analizy widm filtrowanego sygnału, a typ filtru i rodzaju jego charakterystyki częstotliwościowej wynikają z zamierzonych zastosowań.

Jeżeli filtr przesunie w fazie podstawową harmoniczną, to aby kształt przebiegu czasowego nie uległ zmianie, trzecia harmoniczna powinna zostać przesunięta o taki sam przedział czasowy. Musi zatem zachodzić związek:

$$\varphi = \tau * \omega = \tau * 2\pi f$$

Charakterystyka fazowa filtru powinna więc być liniową funkcją częstotliwości, a współczynnik  $\tau$ , mający wymiar czasu, nazywany jest „opóźnieniem grupowym filtru”. Jest oczywiste, że moduł charakterystyki widmowej filtru powinien stromo opadać poza przyjętym pasmem przenoszenia filtru, aby jak najlepiej wyeliminować niepożądane składowe widma sygnału. Idealny filtr zatem powinien wykazywać:

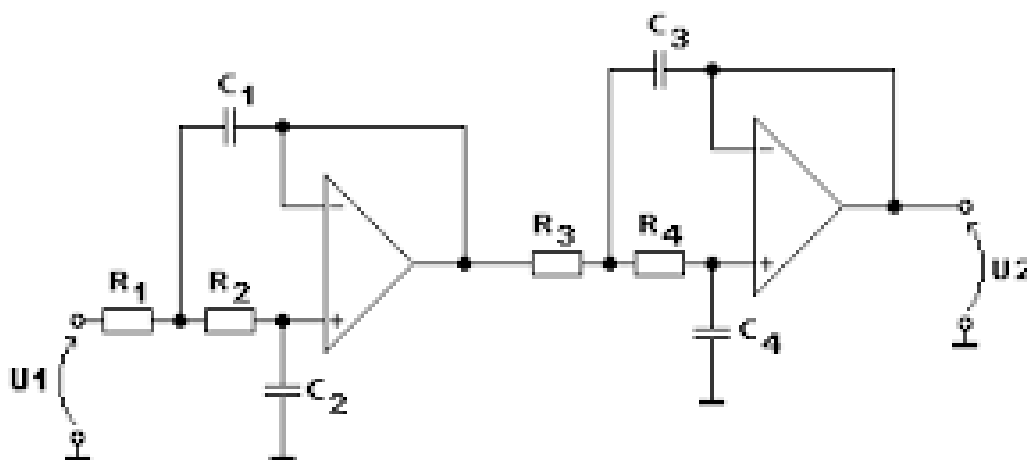
- 1) Płaską charakterystykę amplitudową w paśmie przenoszenia
- 2) Dużą stromość opadania charakterystyki amplitudowej poza pasmem przenoszenia,
- 3) Liniową charakterystyką fazową.

Te trzy postulaty w rzeczywistych układów filtrów nie mogą być spełnione równocześnie. Dlatego też optymalizuje się filtry ze względu tylko na jeden postulat, w wyniku czego powstają filtry o różnych charakterystykach częstotliwościowych:

- filtry typu Butterwortha – o maksymalnie płaskiej charakterystyce amplitudowej,
- filtry typu Czebyszewa – o maksymalnie stromo opadającej charakterystyce amplitudowej,
- filtry typu Bessela

Filtry Bessela wyróżniają się najbardziej płaską charakterystyką opóźnienia grupowego w paśmie przepustowym. Stałość opóźnienia jest wielką zaletą tych filtrów, niespotykaną w jakimkolwiek innym filtrze. Dodatkowo Równocześnie jednak filtr Bessela jest filtrem o najmniejszej selektywności. Podobnie jak filtr Butterwortha i Czebyszewa jest filtrem biegunowym.

## 2. Budowa układu filtru Bessela IV rzędu



**Rys. 1.** Schemat filtru Bessela IV rzędu

Przed zaprojektowanie filtru Bessela IV rzędu, który składa się z dwóch ogniw drugiego rzędu w programie Micro-Cap trzeba było wyznaczyć parametry dla zadanej częstotliwości granicznej, która wynosi 100 Hz.

$K(s)$  jest transmitancją filtru Bessela dla filtra czwartego rzędu. Do wyznaczania transmitancji posłużą nam współczynniki wcześniej odczytane z odpowiednich tabel. W naszym przypadku wynoszą one dla pierwszego ogniwa  $a_1 = 1,3397$  i  $b_1 = 0,4889$ , a dla drugiego ogniwa  $a_2 = 0,7743$  i  $b_2 = 0,3890$ . Dodatkowo zakładamy, że wartości rezystancji  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  wynoszą 1. Układając odpowiednie równanie obliczamy wartości kondensatorów:

$$K(s) = \frac{1}{(s^2 * 0,4889 + s * 1,3397 + 1) * (s^2 * 0,389 + s * 0,7743 + 1)}$$

$$K_1(s) = \frac{1}{s^2 C_1 C_2 R_1 R_2 + s C_2 (R_1 + R_2) + 1}$$

$$K_2(s) = \frac{1}{s^2 C_3 C_4 R_3 R_4 + s C_4 (R_3 + R_4) + 1}$$

$$K_C(s) = K_1(s) * K_2(s)$$

$$C_1 C_2 R_1 R_2 = 0,4889$$

$$C_2 (R_1 + R_2) = 1,3397$$

$$C_1 = 0,73 C_2 = 0,67$$

$$C_3 C_4 R_3 R_4 = 0,389$$

$$C_4 (R_3 + R_4) = 0,7743$$

$$C_3 = 1,005 C_4 = 0,387$$

Przeprowadzamy denormalizację częstotliwościową, mamy  $1 \frac{rad}{s}$ , a chcemy mieć  $2\pi 100$ :

$$C_{1a} = \frac{C_1}{2\pi 100} C_{2a} = \frac{C_2}{2\pi 100} C_{3a} = \frac{C_3}{2\pi 100} C_{4a} = \frac{C_4}{2\pi 100}$$

$$C_{1a} = 1,16 * 10^{-3} C_{2a} = 1,07 * 10^{-3} C_{3a} = 1,60 * 10^{-3} C_{4a} = 6,16 * 10^{-4}$$

Przeprowadzamy denormalizację rezystancyjną:

$$R_1 = 10^4 \Omega R_2 = 10^4 \Omega R_3 = 10^4 \Omega R_4 = 10^4 \Omega$$

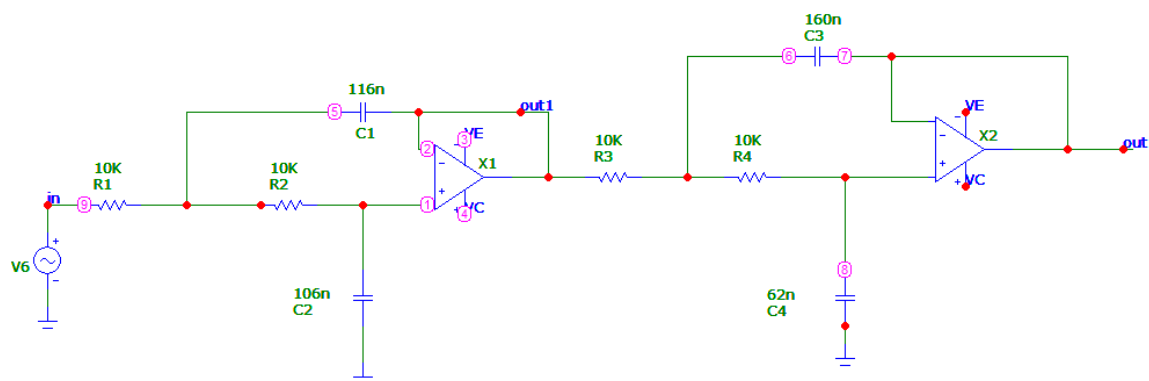
$$C_1 = \frac{C_{1a}}{10^4} C_2 = \frac{C_{2a}}{10^4} C_3 = \frac{C_{3a}}{10^4} C_4 = \frac{C_{4a}}{10^4}$$

$$C_1 = 116 * 10^{-9} F C_2 = 107 * 10^{-9} F C_3 = 160 * 10^{-9} F C_4 = 62 * 10^{-9} F$$

Obliczone wartości kondensatorów są wartościami idealnymi. W przypadku realizacji praktycznej będziemy starać się użyć kondensatorów o wartościach jak najbardziej zbliżonych do idealnych.

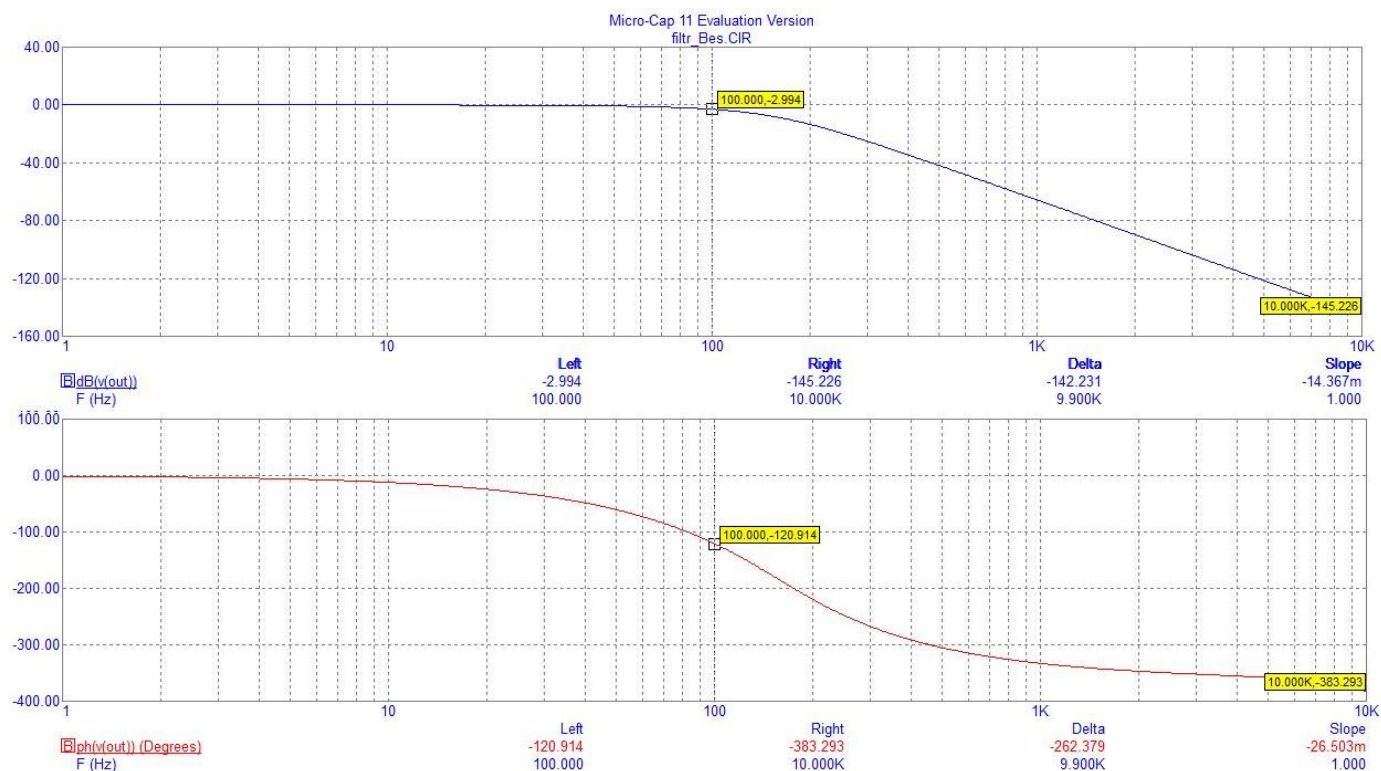
### 3. Projektowanie filtra w programie Micro-Cap

Dla wyliczonych wartości rezystorów oraz kondensatorów będziemy projektować układ w programie Micro-Cap. Nasz układ będzie składał się z czterech rezystorów, czterech kondensatorów oraz dwóch wzmacniaczy LM741a.



Rys. 2. Układ idealny filtra Bessela IV rzędu w programie Micro-Cap

Poniżej zostaną zaprezentowane charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe oraz fazowo-częstotliwościowe dla filtra Bessela IV rzędu uzyskane w programie Micro-Cap.

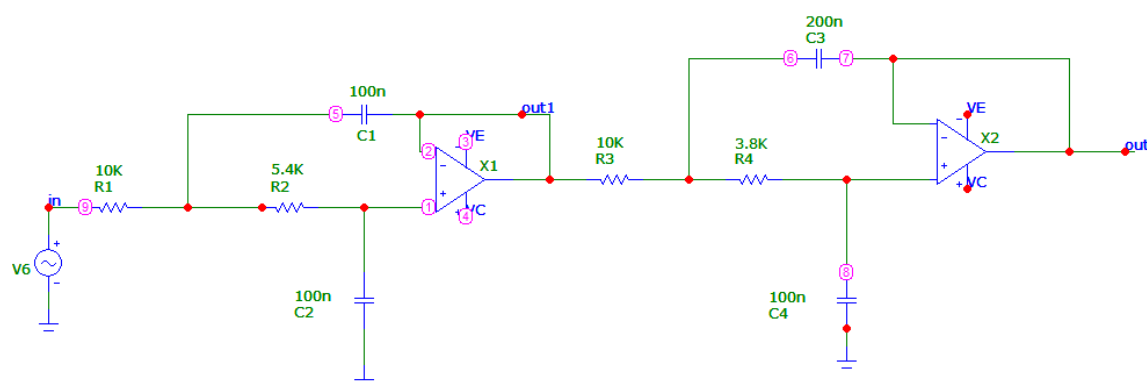


Rys. 3. Charakterystyki dla układu idealnego

Do projektowanie płytki potrzebujemy wartości rzeczywistych parametrów. Z tego powodu wartości kondensatorów oraz rezystorów ulegną zmianie.

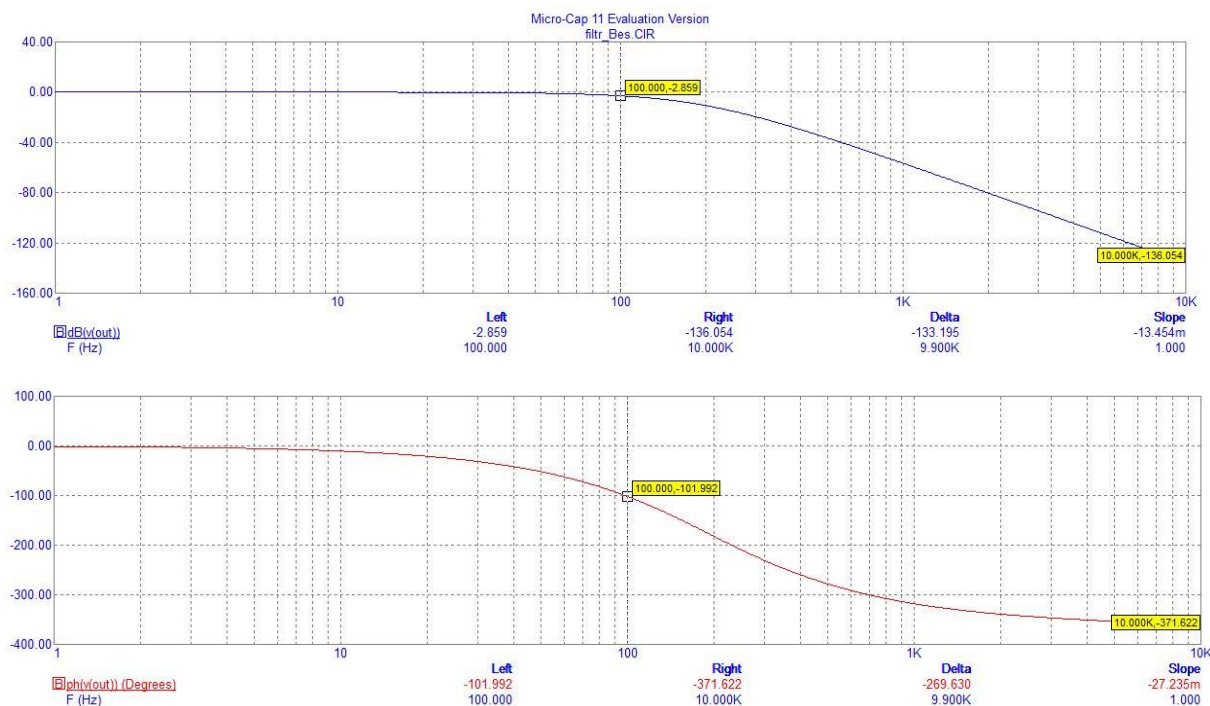
$$R_1 = 10^4 \Omega R_2 = 5,4 * 10^3 \Omega R_3 = 10^4 \Omega R_4 = 3,8 * 10^3 \Omega$$

$$C_1 = 100 * 10^{-9} F C_2 = 100 * 10^{-9} F C_3 = 200 * 10^{-9} F C_4 = 100 * 10^{-9} F$$



**Rys. 4.** Układ rzeczywisty filtru Bessela IV rzędu w programie Micro-Cap

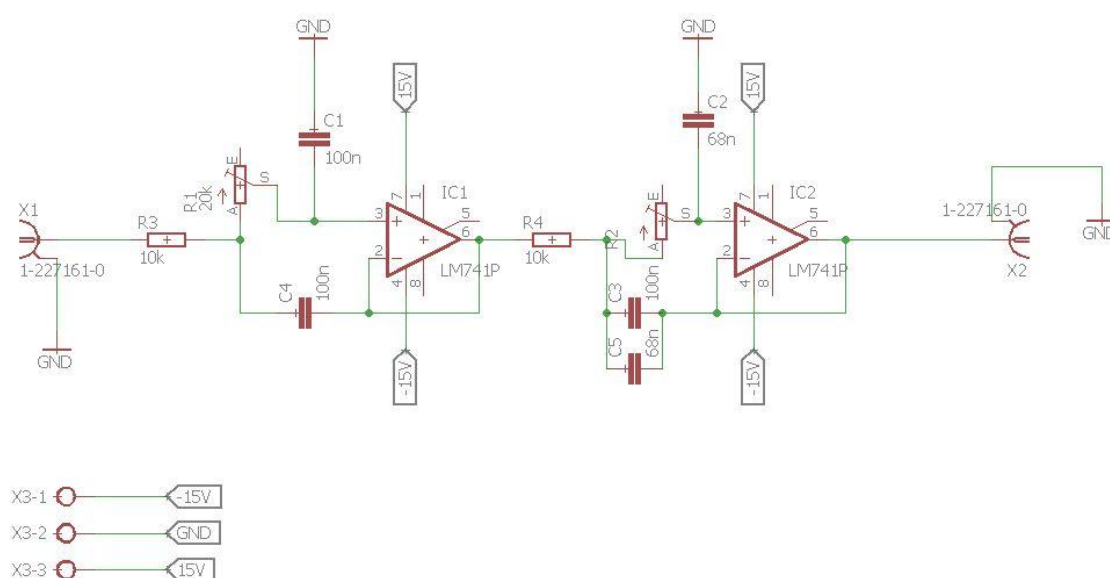
Poniżej zostaną zaprezentowane charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowe oraz fazowo-częstotliwościowe dla filtru Bessela IV rzędu uzyskane w programie Micro-Cup.



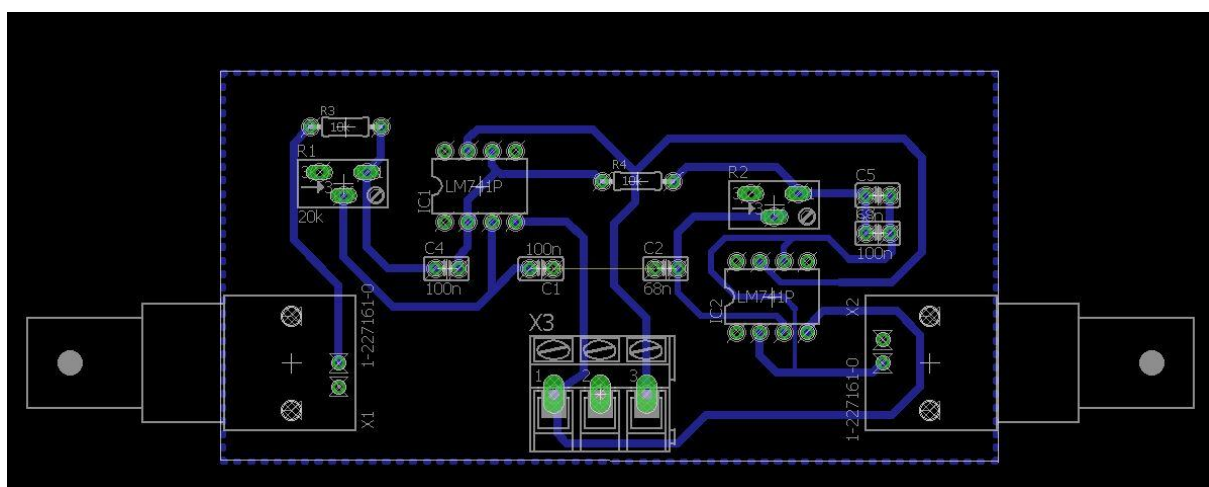
**Rys. 5.** Charakterystyki dla układu rzeczywistego

## 4. Zamodelowanie filtru w programie EAGLE

Po początkowym etapie projektowania struktury układu filtru dolnoprzepustowego, wyznaczeniu wartości nominalnych elementów układu i ponownym przeanalizowaniu charakterystyk amplitudowo- i fazowo-częstotliwościowych modelu filtru, zaakceptowano topologię [Rys.1] . W celu samodzielnego wykonania układu jako płytki PCB (ang. printed circuit board) metodą termotransferu, model końcowego układu [Rys.6] wykonano w programie EAGLE, który umożliwia wydruk obwodu elektronicznego z docelowym rozkładem elementów [Rys.7].

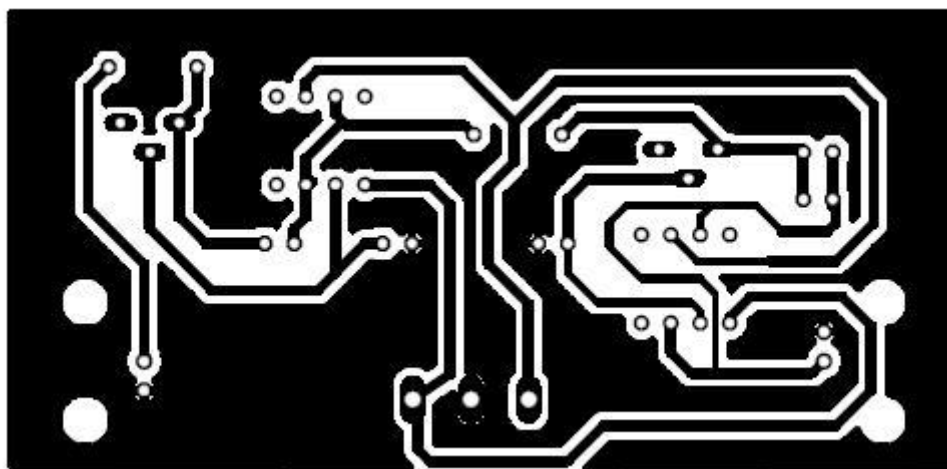


**Rys. 6.** Model układu filtru dolnoprzepustowego typu Bessela IV rzędu



**Rys. 7** Model układu filtru dolnoprzepustowego typu Bessela IV rzędu z docelowym rozkładem jego elementów .

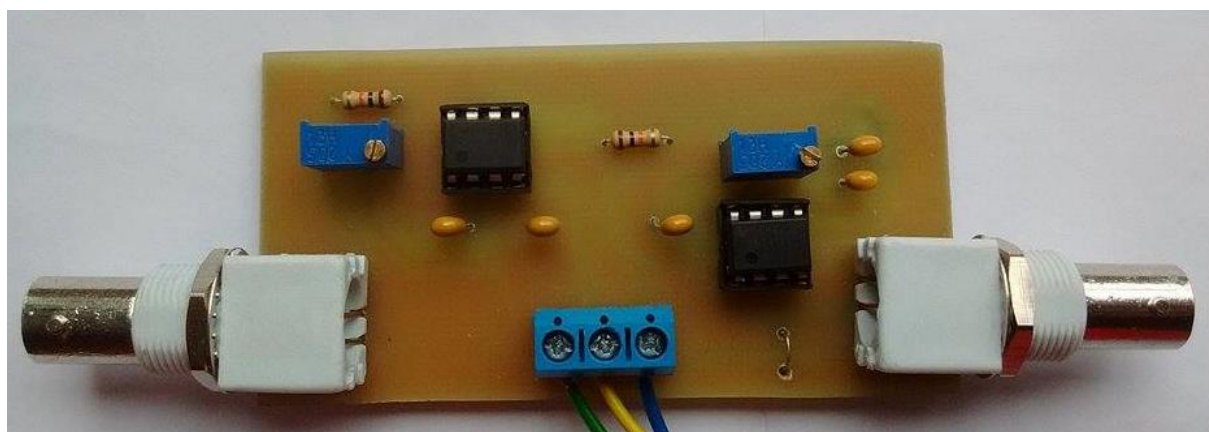
Efektem końcowym pracy z udziałem programu EAGLE jest uzyskanie obwodu drukowanego, przedstawionego na [Rys.8]



**Rys. 8** Obwód drukowany projektowanego filtra dolnoprzepustowego.

Zaprojektowany obwód wydrukowano wykorzystując specjalną drukarkę laserową, w celu jakościowo wysokiej rozdzielczości wydruku. Następnie wykorzystując laminat pokryty warstwą miedzi, wykonano naniesienie obwodu drukowanego metodą termo-transferu, w naszym przypadku wykorzystano żelazko domowe. Kolejnym krokiem po eliminacji papieru kredowego z laminatu i sprawdzeniu poprawności ścieżek obwodu było dokonanie obróbki chemicznej, wykorzystując kwas nadsiarczan-sodowy.

Montowanie elementów układu wykonano metodą montażu przewlekanego (ang. Through-Hole Technology, THT). Po wykonaniu lutowania wszystkich elementów otrzymano układ docelowy filtra dolnoprzepustowego [Rys.9].



**Rys. 9** Docelowy układ rzeczywistego filtra dolnoprzepustowego.



## 5. Wyniki przeprowadzonej analizy układu rzeczywistego

Wykorzystując generator RIGOL , za pomocą którego na wejście układu podano sygnał sinusoidalny o amplitudzie  $U_{we}$  i częstotliwości  $f$  podanych w [Tab.1-2] oraz zasilacz napięcia stałego  $\pm 15V$  do zasilenia elementów aktywnych (wzmacniaczy operacyjnych LM741) wykonano serię pomiarów. W [Tab.1] przedstawiono wyniki pomiarowe, celem których było wyznaczenie charakterystyki amplitudowo-częstotliwościowej filtru.

$f$ [Hz]	$U_{we}$ [V]	$U_{wy}$ [V]	$U_{wy2}$ [V]	$K_u$ [dB]	$K_{u2}$ [dB]
1	1,42	1,42	1,42	0	0
10	1,42	1,42	1,42	0	0
20	1,42	1,41	1,41	-0,061	-0,0614
30	1,42	1,38	1,38	-0,248	-0,248
40	1,42	1,34	1,34	-0,504	-0,504
50	1,42	1,30	1,30	-0,767	-0,767
60	1,42	1,25	1,25	-1,108	-1,108
70	1,42	1,19	1,19	-1,535	-1,535
80	1,42	1,14	1,14	-1,908	-1,908
90	1,42	1,07	1,07	-2,458	-2,458
100	1,42	1,02	1,02	-2,874	-2,874
110	1,42	0,928	0,944	-3,695	-3,546
120	1,42	0,864	0,880	-4,315	-4,156
130	1,42	0,808	0,824	-4,898	-4,727
140	1,42	0,744	0,760	-5,614	-5,429
150	1,42	0,680	0,696	-6,396	-6,194
160	1,42	0,616	0,648	-7,254	-6,814
170	1,42	0,568	0,592	-7,959	-7,599
180	1,42	0,520	0,544	-8,726	-8,334
190	1,42	0,472	0,486	-9,567	-9,313
200	1,42	0,436	0,456	-10,25	-9,866
250	1,42	0,272	0,288	-14,35	-13,86
300	1,42	0,164	0,184	-18,75	-17,75
350	1,42	0,112	0,126	-22,06	-21,04
400	1,42	0,0752	0,0904	-25,52	-23,92
500	1,42	0,0360	0,0504	-31,92	-29,00
600	1,42	0,0196	0,0384	-37,20	-31,36
700	1,42	0,0112	0,0302	-42,06	-33,45
800	1,42	0,0072	0,0224	-45,90	-36,04
900	1,42	0,0048	0,0208	-49,42	-36,68
1000	1,42	0,0032	0,0204	-52,94	-36,85
2000	1,42	0,00056	x	-68,08	x

**Tab.1.** Wyniki pomiarowe zależności amplitudowo-częstotliwościowej filtru.

Min. efektem braku filtracji z użyciem kondensatorów przy wejściu sygnału napięciowego z zasilacza napięcia  $\pm 15V$  jest uwidoczniiony szum przy wysokiej częstotliwości w paśmie zaporowym charakterystyki filtru.

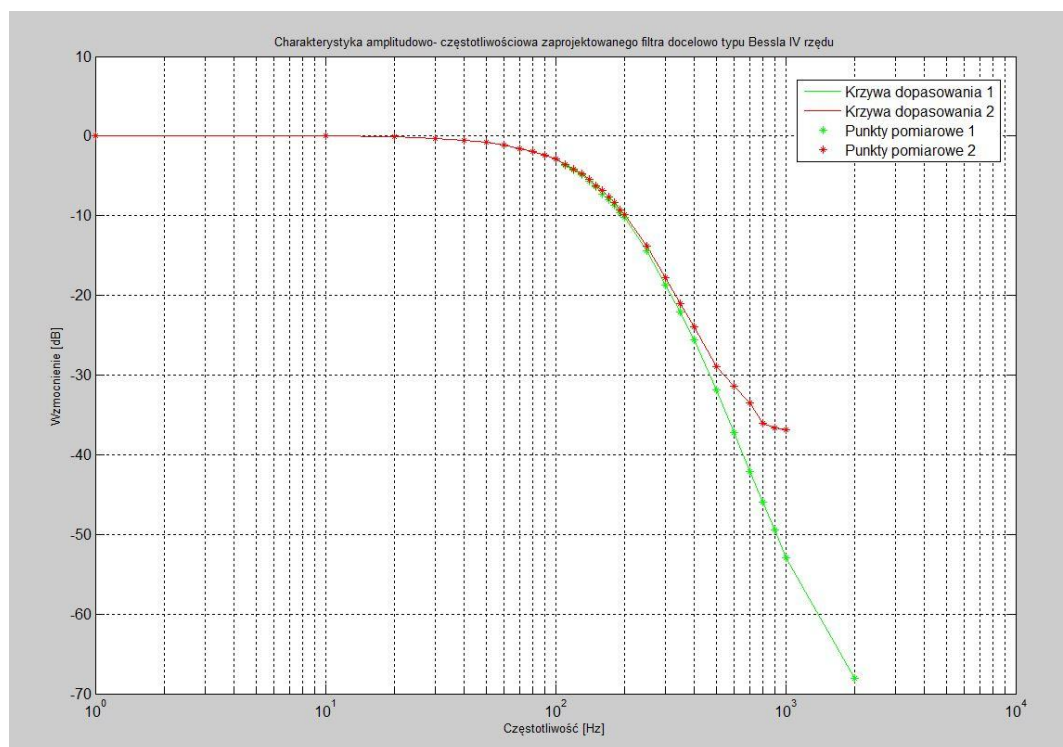
W celu redukcji błędu popełnionego na etapie projektowania układu filtru, wykorzystano możliwość cyfrowej filtracji sygnału którą umożliwia oscyloskop RIGOL. Otrzymane w ten sposób wartości tłumienia względem częstotliwości przedstawia kolumna  $K_{u2}$  w [Tab.1].

Kontynuując badanie właściwości filtru od zmiany częstotliwościowych wykonano serię pomiarów w celu wyznaczenia charakterystyki fazowo-częstotliwościowej, których wynik zaprezentowano w [Tab.2].

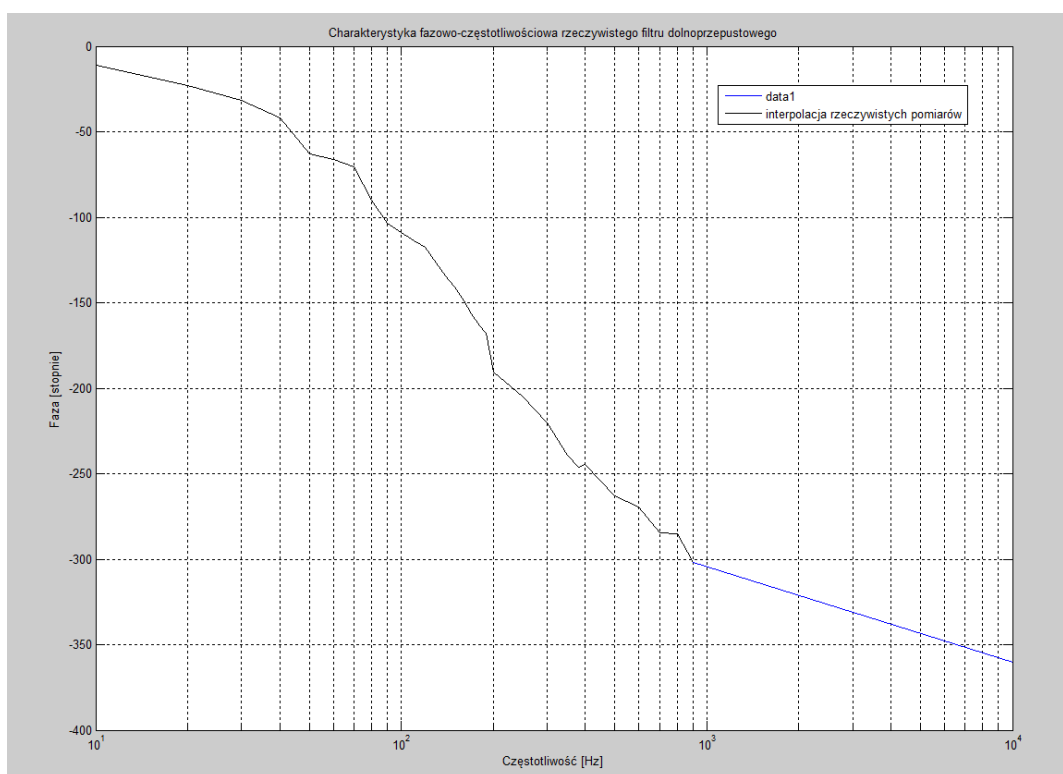
Metoda pomiaru z wykorzystaniem krzywych lissajous				Metoda bezpośredniego odczytu	
$f$ [Hz]	A[mV]	B[mV]	Faza[°]	Czas[ms]	Faza[°]
10	280	1440	-11,20	X	X
20	560	1440	-22,86	X	X
30	760	1440	-31,86	X	X
40	960	1440	-41,80	X	X
50	1280	1440	-62,73	X	X
60	1280	1440	-66,10	X	X
70	1320	1440	-70,54	X	X
80	1400	1440	-90	X	X
90	1400	1440	-103,60	X	X
100	1400	1480	-108,92	X	X
110	1320	1440	-113,56	X	X
120	1240	1400	-117,66	X	X
130	1120	1400	-126,87	X	X
140	1000	1400	-134,42	X	X
150	880	1400	-141,06	X	X
160	720	1400	-149,05	X	X
170	560	1400	-156,42	X	X
180	400	1400	-163,40	X	X
190	300	1400	-167,63	X	X
200	80	1400	-176,72	2,64	-190,08
210	0	1400	-180	x	X
250	600	1400	-205,38	x	X
300	800	1400	-214,85	2,04	-220,32
350	1200	1400	-239,00	x	X
380	1280	1400	-246,10	x	X
400	x	x	X	0,800	-244.80
500	1320	1400	-289,46	0,540	-262.80
600	x	x	x	0,420	-269.24
700	x	x	x	0,300	-284,48
800	x	x	x	0,260	-285,12
900	x	x	x	0,180	-301.68

**Tab.2.** Wyniki pomiarowe zależności amplitudowo-częstotliwościowej filtru.

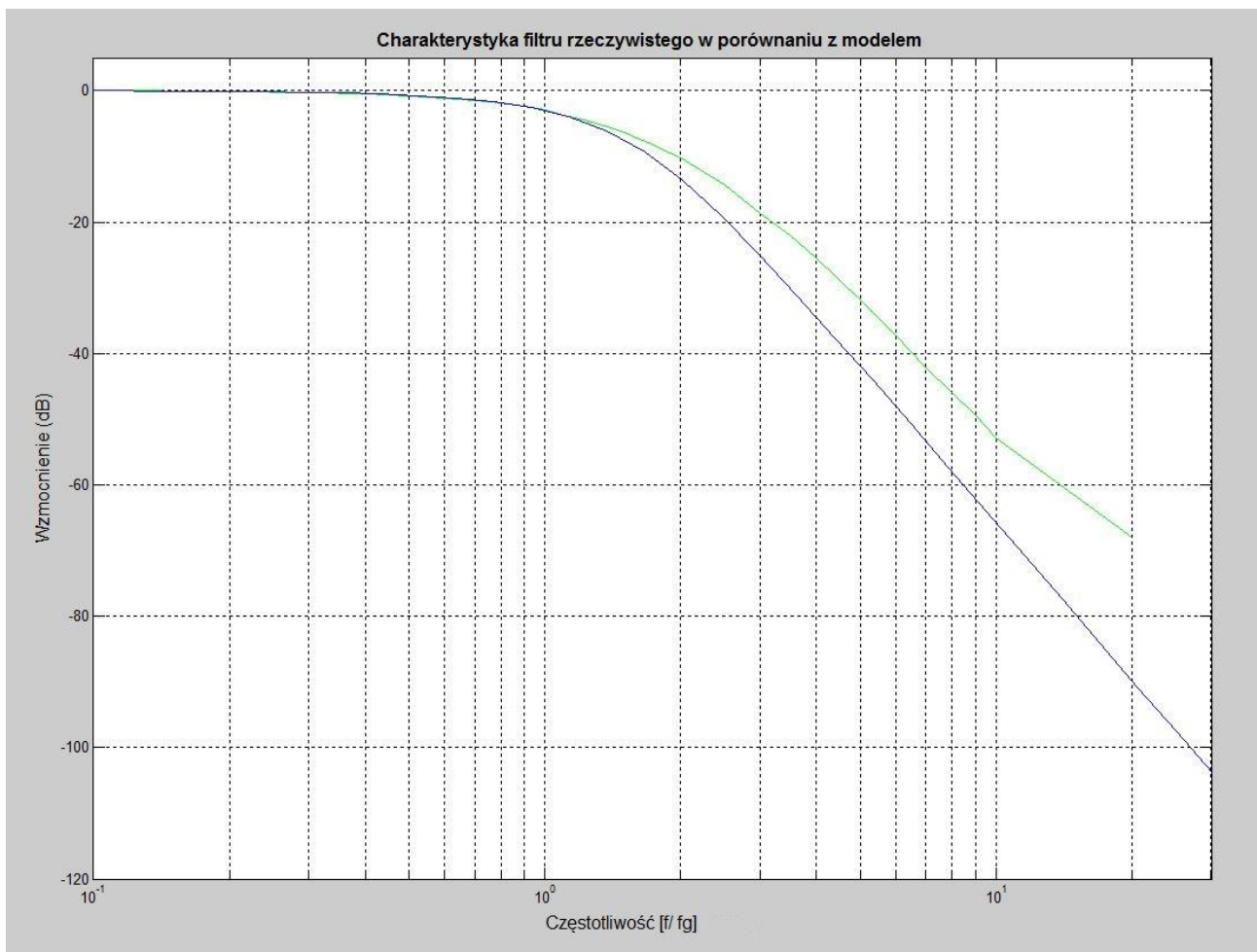
W celu wizualizacji otrzymanych wyników pomiarów wyznaczono w sposób graficzny charakterystyki filtra [Rys.10-11]. Kolorem zielonym zaznaczono wynik pomiaru wraz z użyciem filtracji sygnału (opcje uśredniania) za pomocą oscyloskopu RIGOL.



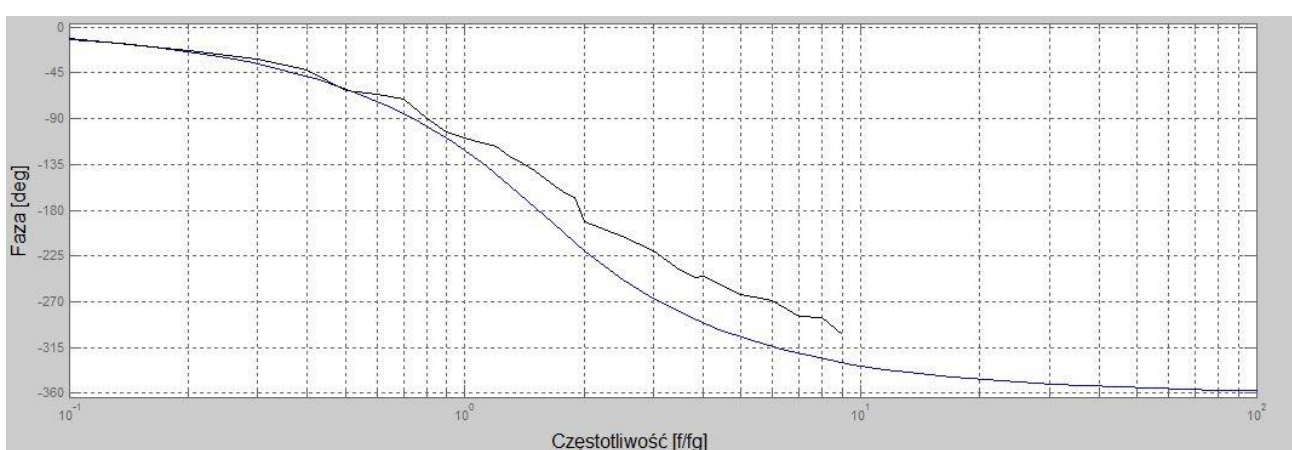
**Rys. 10** Rzeczywista charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa wykonanego filtra .



**Rys. 11** Rzeczywista charakterystyka fazowo-częstotliwościowa wykonanego filtra .



**Rys. 12** Rzeczywista charakterystyka amplitudowo-częstotliwościowa wykonanego filtru (kolor zielony – ukł. rzeczywisty, k. niebieski - model) .



**Rys. 13** Rzeczywista charakterystyka fazowo-częstotliwościowa wykonanego filtru (kolor czarny – ukł. rzeczywisty, k. niebieski - model) .

## 6. Podsumowanie

Zrealizowany układ filtru dolnoprzepustowego, docelowo typu Bessela IV rzędu o częstotliwości granicznej równej  $100 \text{ Hz}$ , nieznacznie odbiega od przyjętego modelu teoretycznego. Badając wykonany filtr uwidoczniono „mniej” stromą charakterystykę amplitudowo – fazową oraz łagodniejsze opadanie charakterystyki fazowo częstotliwościowej. Jednak porównując otrzymane rezultaty z charakterystykami modelu z układu o rzeczywistych wartościach elementów, stwierdzono stosunkowo dużą zbieżność. Wnioskiem jest zatem stwierdzenie, że wpływ na poprawne zaprojektowanie rzeczywistego filtru jest odpowiedni dobór elementów o dobrej jakości. W naszym wypadku w szczególności pojemności. Podczas badania symulacyjnego wykazano, że największy wpływ na poprawność przyjętego modelu mają kondensatory na wyjściach nieodwracających wzmacniaczy operacyjnych. Należy również podkreślić, że wykonany filtr nie spełnia tablicowych norm odnoszących się do parametru przerostu wyrażanego w [%] dotyczącego odpowiedzi impulsowej, który maksymalnie dla filtru Bessela IV rzędu wynosi  $0,84\%$ .