



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di laurea triennale in Statistica e informatica per l'azienda,
la finanza e l'assicurazione

LABORATORIO STATISTICO INFORMATICO

A.A. 2017/2018

Piani di ammortamento **a tasso variabile**

Bertolini Federico

Bonanno Ezio Alberto

Cavalieri Tommaso

Cesaro Giada

Malalan Sara

Introduzione

Abbiamo sviluppato una funzione in **R** che ci permette di costruire piani di ammortamento a tasso variabile e calcolare il corrispondente tasso interno di rendimento del mutuo. Abbiamo preso in considerazione tre tipi diversi di mutui: a rata costante (per inseguimento), a quote capitali costanti e a quote capitali assegnate.

Il tasso di remunerazione utilizzato per calcolare le rate segue il seguente processo stocastico: $i_{t+\Delta} - i_t = k(\theta - i_t)\Delta + \sigma\sqrt{\Delta}\varepsilon_t$, $t = 0, \Delta, 2\Delta, \dots$

dove $\Delta = \frac{1}{12}$ (un mese), i_0 (tasso iniziale), θ (tasso medio di lungo periodo),

$k > 0$ (velocità di ritorno verso la media) e $\sigma > 0$ (volatilità del tasso di riferimento) sono parametri assegnati. Tale tasso viene resettato periodicamente e il regime di interesse è quello composto.

Abbiamo assunto che la periodicità con cui viene resettato il tasso di remunerazione sia multiplo della frequenza di pagamento; inoltre, se in una certa epoca in cui viene resettato il tasso di remunerazione, esso risulta negativo, viene posto pari a 0.

Codice

```
install.packages("lifecontingencies")  
library(lifecontingencies)
```

Abbiamo importato il pacchetto *lifecontingencies* che contiene classi e metodi per gestire tavole di sopravvivenza, tavole attuariali e funzioni di matematica demografica, finanziaria e attuariale.

```
r.tasso <- function(i0, length){  # length è in anni  
  k = 0.7  
  theta = 0.005  
  sigma = 0.15  
  delta = 1/12  
  
  x <- rnorm(n = length * 12 - 1, mean = 0, sd = 1)  
  
  itdelta <- c(i0, pmax(i0 + k * (theta - i0) * delta + sigma *  
sqrt(delta) * (x), rep(0, length * 12 - 1)))  
  
  return(itdelta)  
}
```

La funzione `r.tasso` ci permette di calcolare i tassi di remunerazione secondo il processo stocastico illustrato in precedenza. I parametri di tale processo sono dati e non possono essere modificati dall'utente; abbiamo fatto questa scelta poiché modificando anche di poco il valore di tali parametri, gli interessi ottenuti risultavano molto alti.

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

Abbiamo dunque preferito assegnare dei valori di default per evitare che l'utente, inserendo parametri inadeguati, potesse calcolare piani sensati dal punto di vista dei calcoli, ma per nulla veritieri dal punto di vista dei tassi effettivamente disponibili sul mercato.

I parametri di questa funzione sono il tasso iniziale corrente, preso come riferimento per calcolare i successivi tramite la legge sopra citata, e la durata (in anni) dell'ammortamento. Verranno così generati (durata)*12 tassi, di modo tale che, per qualsiasi frequenza di reset del tasso (anche mensile) sia disponibile un tasso corrispondente per quell'istante.

Per cominciare abbiamo scelto di costruire tre diverse funzioni per calcolare i 3 diversi tipi di ammortamento richiesti. Riportiamo le funzioni con relativa spiegazione sotto.

```
# freq è espressa in 12esimi, es. rate mensili -> 1/12
```

```
ammortamento.r <- function(capitale, durata, freq, interesse){
```

```
  nrate <- durata / freq
```

```
  ik = ((1 + interesse) ^ freq) - 1
```

```
# si converte il tasso annuo in tasso equivalente in basa
```

```
# alla frequenza di pagamento scelta
```

```
  rate <- c(0, rep((capitale / annuity (interesse, durata, 0, 1 /  
freq)) * freq, nrate))
```

```
# la funzione annuity calcola il valore attuale di una rendita  
# unitaria pagata 1/freq volte all'anno per un numero di anni pari  
# a durata. Per costruzione annuity restituisce il pagamento  
# totale nell'anno, ragione per cui moltiplichiamo questo totale  
# per freq, che corrisponde a dividere per il numero di rate  
# pagate nell'anno.
```

```
# inizializzo i vettori
```

```
deb.res <- c(capitale, rep(0, nrate - 1))
```

```
qint <- rep(0, nrate)
```

```
qcap <- rep(0, nrate)
```

```
for (i in 1 : nrate + 1){
```

```
  qint[i] <- deb.res[i - 1] * ik
```

```
  qcap[i] <- rate[i] - qint[i]
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
    capitale <- capitale - qcap[i]
    deb.res[i] <- capitale
  }
  deb.res[(nrata) + 1] <- 0
  qcap[nrata + 1] <- deb.res[nrata]
  rate[nrata + 1] <- qcap[nrata + 1] + qint[nrata + 1]

  pianoamm <- data.frame(j = 0 : nrata, Rj = rate, Ij = qint, Cj =
qcap, Qj = deb.res)
  return(pianoamm)
}
```

La funzione `ammortamento.r` ci permette di calcolare un piano di ammortamento a rata costante.

Basandoci sulla condizione di chiusura finanziaria dell'operazione (secondo cui il valore attuale di tutte le rate future deve coincidere con il debito iniziale da ammortizzare) calcoliamo la rata con la formula $R_j = \frac{Capitale}{a_{n*k|i_k}}$ dove Capitale è il valore

del debito iniziale, n è la durata del piano di ammortamento, k è il numero di rate pagate nell'anno ed i_k è il tasso equivalente in base alla frequenza di pagamento.

Le quote interessi sono calcolate con la formula $I_j = Q_{j-1} * i_k$, dove Q_{j-1} , è il debito residuo all'epoca $j-1$.

Le quote capitale sono calcolate come differenza tra le rate e le quote interessi.

Il debito residuo viene aggiornato di periodo in periodo sottraendovi la quota capitale del periodo di riferimento.

Al fine di rispettare la condizione di chiusura elementare, abbiamo posto la quota capitale dell'ultimo periodo pari al debito residuo del periodo precedente. L'output finale è un dataframe.

```
ammortamento.k <- function(capitale, durata, freq, interesse){
  nrata <- durata / freq
  ik = ((1 + interesse) ^ freq) - 1
  qcap <- c(0, rep((capitale / nrata), round(nrata)))

# inizializzo i vettori
  deb.res <- c(capitale, rep(0, nrata - 1))
  qint <- rep(0, nrata)
  rate <- rep(0, nrata)

  for (i in 1 : nrata + 1){
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
deb.res[i] <- deb.res[i - 1] - qcap[i]
qint[i] <- deb.res[i - 1] * ik
rate[i] <- qint[i] + qcap[i]
}
pianoamm <- data.frame(j = 0 : (nrate), Rj = rate, Ij = qint, Cj
= qcap, Qj = deb.res)
return(pianoamm)
}
```

La funzione **ammortamento.k** ci permette di calcolare un piano di ammortamento a quota capitale costante.

Le quote capitali vengono calcolate con la seguente formula $C_j = \frac{\text{Capitale}}{n \cdot k}$, dove Capitale è il valore del debito iniziale, n è la durata del piano di ammortamento e k è il numero di rate pagate all'anno.

Il debito residuo e le quote interessi vengono calcolate con le medesime formule dell'ammortamento a rata costante, mentre le rate vengono calcolate come somma delle quote capitale e delle quote interessi.

```
ammortamento.c <- function(capitale, durata, freq, interesse,
qcap.date){
  nrate <- durata / freq
  ik = ((1 + interesse) ^ freq) - 1
  qcap <- qcap.date

  # inizializzo i vettori
  deb.res <- c(capitale, rep(0, nrate - 1))
  qint <- rep(0, nrate)
  rate <- rep(0, nrate)

  for (i in 1 : nrate + 1){
    deb.res[i] <- deb.res[i - 1] - qcap[i]
    qint[i] <- deb.res[i - 1] * ik
    rate[i] <- qint[i] + qcap[i]
  }
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
pianoamm <- data.frame(j = 0 : nrate, Rj = rate, Ij = qint, Cj =  
qcap, Qj = deb.res)  
  return(pianoamm)  
}
```

La funzione `ammortamento.c` ci permette di calcolare un piano di ammortamento a quota capitale assegnata.

Per evitare di dover inserire un vettore (quello delle quote capitali) di lunghezza troppo elevata nel caso di un numero di rate ampio, abbiamo deciso di utilizzare, nel seguito, come quote capitale assegnate le quote capitale risultanti da un ammortamento a rata costante con interesse fisso pari a i_0 (inserito dall'utente come parametro della funzione).

Una volta calcolate tali quote capitale, le formule di calcolo del piano di ammortamento sono le stesse utilizzate per i piani di ammortamento a quota capitale costante.

```
amm.var <- function(capitale, durata, freq, i0, freq.reset, tipo,  
print = TRUE){ #freq.reset funziona come freq  
  
# essendo la funzione amm.var costruita per gli ammortamenti a  
# tasso variabile, la durata dev'essere strettamente maggiore di  
# freq.reset perché altrimenti risulterebbe essere un ammortamento  
# a tasso fisso  
  
# la freq reset sarà multiplo di freq, eventualmente possono anche  
# coincidere  
  
  d <- durata  
  
# ci serve salvare la durata iniziale, prima che essa inizi ad  
# essere decrementata, per poi utilizzarla nel calcolo dei tir  
  
  ncambi <- freq.reset / freq  
  
# indica il numero di rate nel piano ammortamento che vengono  
# calcolate con uno stesso tasso di interesse  
  
  vett.int <- r.tasso(i0, durata)  
  
  x <- ammortamento.r(capitale = capitale, durata = durata, freq =  
freq, interesse = i0)$Cj  
  
# prelevo dal dataframe la colonna contenente le quote capitali,  
# da utilizzare se l'ammortamento e`di tipo 3  
  
  if (tipo == 1){  
    risultato <- ammortamento.r(capitale = capitale, durata =  
durata, freq = freq, interesse = i0)  
  }  
  else if (tipo == 2) {  
    risultato <- ammortamento.k(capitale = capitale, durata =  
durata, freq = freq, interesse = i0)  
  }  
}
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
else if (tipo == 3){
  risultato <- ammortamento.c(capitale = capitale, durata =
durata, freq = freq, interesse = i0, qcap.date = x)
}

amm.finale <- risultato

# queste istruzioni fuori ciclo permettono di realizzare un primo
# dataframe con piano di ammortamento di un certo tipo, costruito
# come se l'interesse restasse fisso per tutta la durata.

amm.finale$int.annuo[1] <- i0

#print(risultato)

for (j in 1 : (ceiling((durata / freq.reset) - 1))){

# ciclo tante volte quante cambia il tasso; è necessario usare
# ceiling perché se è decimale dobbiamo utilizzare l'intero
# successivo per ciclare
# ad esempio durata = 3, freq = 4/12 e freq.reset = 8/12 senza
# ceiling ciclerebbe 3/(8/12) -1 = 3.5 . Si avrebbero dunque
# 3 cambi interesse mentre invece in totale se ne devono
# effettuare 4 (senza contare il primo piano ammortamento che è
# esterno al ciclo)
# (l'ultimo cambio tasso si applica solo per il quadrimestre
# residuo)

  ij <- vett.int[1 + 12 * freq.reset * j] # selezione
l'interesse annuo vigente al momento del cambio tasso

  z <- ncambi * j

  if (tipo == 1){
    risultatoj <- ammortamento.r(capitale = risultato$Qj[ncambi
+ 1], durata = (durata - freq.reset), freq = freq, interesse = ij)
  }
  else if (tipo == 2){

    risultatoj <- ammortamento.k(capitale = risultato$Qj[ncambi
+ 1], durata = (durata - freq.reset), freq = freq, interesse = ij)

  }
  else if (tipo == 3){
    risultatoj <- ammortamento.c(capitale = risultato$Qj[ncambi
+ 1], durata = (durata - freq.reset), freq = freq, interesse = ij,
qcap.date = x[-c(1 : z)])
  }

  risultato <- risultatoj # passo nuovo piano ammortamento da
cui si preleveranno i nuovi debiti residui
  durata <- (durata - freq.reset) # aggiorno la durata del
piano amm "residuo"

# la durata decimale non dà problemi, infatti essa interviene solo
# nel calcolo numero rate nelle varie funzioni di ammortamento
# (durata / freq.reset)
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
amm.finale$Ij[seq(from = ncambi * j + 2, to = ncambi * j + 1 +
min(ncambi, round(durata / freq)), by = 1)] =
  risultatoj$Ij[seq(from = 2, to = min(ncambi, round(durata /
freq)) + 1, by = 1)]

amm.finale$Rj[seq(from = ncambi * j + 2, to = ncambi * j + 1 +
min(ncambi, round(durata / freq)), by = 1)] =
  risultatoj$Rj[seq(from = 2, to = min(ncambi, round(durata /
freq)) + 1, by = 1)]

amm.finale$Qj[seq(from = ncambi * j + 2, to = ncambi * j + 1 +
min(ncambi, round(durata / freq)), by = 1)] =
  risultatoj$Qj[seq(from = 2, to = min(ncambi, round(durata /
freq)) + 1, by = 1)]

amm.finale$Cj[seq(from = ncambi * j + 2, to = ncambi * j + 1 +
min(ncambi, round(durata / freq)), by = 1)] =
  risultatoj$Cj[seq(from = 2, to = min(ncambi, round(durata /
freq)) + 1, by = 1)]

amm.finale$int.annuo[seq(from = ncambi * j + 2, to = ncambi *
j + 1 + min(ncambi, round(durata / freq)), by = 1)] = ij

amm.finale$int.annuo[1] <- "-"

# sovrascrizione delle varie componenti del piano ammortamento
# calcolato ad ogni cambio tasso. Ad ogni ciclo si sostituiscono
# un numero pari a ncambi componenti ad ogni colonna.

# l'utilizzo della funzione min serve a gestire il caso in cui le
# rate residue sono meno del numero ncambi. Per esempio, se
# l'ammortamento e' annuo con rate mensili e reset ogni 5 mesi, si
# ha che ncambi sara' 5, mentre la seconda volta che verra'
# resettato il tasso resteranno da pagare due sole rate, quindi
# nell'ammortamento finale saranno da sovrascrivere le righe in
# posizione 12 e 13 e non da 12 a 16 (le righe 14-15-16 non sono
# definite perche' amm.finale in questo esempio e' un dataframe con
# 13 righe)

}

# l'ampio utilizzo della funzione round e' dovuto alle
# approssimazioni di R. Le operazioni sulle quali abbiamo chiamato
# la funzione round dovrebbero teoricamente restituire un numero
# intero, ma cio' non avviene

flussi <- c(capitale, -amm.finale$Rj[-1])

date <- seq(0, d, by = freq)

VAN <- function(i){
  fs <- (1+i) ^ - date
```


PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
    as.numeric(flussi %*% fs)
  }
  TIR <- uniroot(f = VAN, lower = 0, upper = 1)$root
# la funzione uniroot trova lo zero della funzione VAN
  if (print == TRUE){
    print("Tassi annui generati mensilmente", quote = FALSE)
    print(vett.int)
    print (" ", quote = FALSE)
    print("Piano di ammortamento", quote = FALSE)
    print(amm.finale)
    print (" ", quote = FALSE)
    print("TIR", quote = FALSE)
  }
  return(TIR)
}
```

La funzione `amm.var` è la funzione che, sfruttando le tre differenti funzioni di ammortamento da noi introdotte in precedenza, ci permette di calcolare il piano di ammortamento a tasso variabile desiderato.

I parametri da inserire sono: `capitale`, `durata`, `freq`, `i0`, (che vengono poi passati alle varie funzioni `ammortamento.r`, `ammortamento.k`, `ammortamento.c`) `freq.reset` che indica la periodicità con cui viene resettato il tasso di remunerazione, `tipo` indica quale dei tre metodi utilizzare nel calcolo del piano (1 è l'indice del piano di ammortamento a rata costante, 2 quello del piano a quota capitale costante e 3 quello del piano a quote capitali assegnate). Il parametro `print` (che di default prende valore `TRUE`), è un parametro funzionale che verrà utilizzato, in seguito, nella simulazione con metodo `montecarlo`, dove avremo bisogno solamente del `TIR` e non dell'intero piano di ammortamento.

La funzione crea un vettore di tassi annui generati mensilmente e salva in `amm.finale` il piano di ammortamento calcolato con il tasso iniziale; a quel punto, tramite il ciclo `for`, controlla il numero di volte in cui tale tasso viene resettato e in tali occasioni aggiorna il piano di ammortamento utilizzando il nuovo tasso.

Infine stampa in console tramite la funzione `print` il vettore dei tassi generati e il piano di ammortamento e dà come risultato il tasso interno di rendimento del mutuo.

```
####SIMULAZIONE MONTECARLO####
#Generare distribuzione del TIR di un dato piano di ammortamento
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

```
set.seed(1)

MonteCarlo <- function(nsim, capitale, durata, freq, i0,
freq.reset, tipo){

  tir <- rep(0, nsim)

  for (i in 1:nsim){

    tir[i] <- amm.var(capitale = capitale, durata = durata, freq =
freq, i0 = i0, freq.reset = freq.reset, tipo = tipo, print =
FALSE)

  }

  hist(tir, breaks = 10, main = "Distribuzione TIR", xlab = "TIR",
ylab = "Frequenza", ylim = c(0, nsim / 3))

  MEDIA <- mean(tir)

  SD <- sd(tir)

  MEDIANA <- median(tir)

  M2 <- mean(tir^2)

  print("MEDIA", quote = FALSE)
  print(MEDIA)

  print(" ", quote = FALSE)

  print("DEVIAZIONE STANDARD", quote = FALSE)
  print(SD)

  print(" ", quote = FALSE)

  print("MEDIANA", quote = FALSE)
  print(MEDIANA)

  print(" ", quote = FALSE)

  print("Primo quartile", quote = FALSE)
  quartile1 <- quantile(tir, probs = 0.25)
  print(quartile1)

  print(" ", quote = FALSE)

  print("Terzo quartile", quote = FALSE)
  quartile3 <- quantile(tir, probs = 0.75)
  print(quartile3)

  print(" ", quote = FALSE)

  print("E[X^2]", quote = FALSE)
  print(M2)
}
```

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

La funzione `MonteCarlo` ha gli stessi parametri della funzione `amm.var` con l'aggiunta del parametro `nsim` che indica il numero delle simulazioni da fare.

Essa inserisce in un vettore i TIR risultanti da `nsim` simulazioni del piano di ammortamento calcolato sulla base dei parametri inseriti.

(NB: durante lo svolgimento del ciclo `for` i parametri dell'ammortamento restano fissi, l'unica variazione riguarda il vettore dei tassi generati che cambia ad ogni iterazione del ciclo).

A partire da tale vettore la funzione restituisce alcuni valori sintetici (media, deviazione standard, mediana, primo e terzo quartile e momento secondo) e l'istogramma dei valori del TIR.

Esempi

- 1) `> amm.var(400000, 10, 6/12, 0.02, 12/12, 1)`
- 2) `> amm.var(100000, 3, 2/12, 0.035, 8/12, 2)`
- 3) `> amm.var(250000, 2, 1/12, 0.01, 6/12, 3)`
- 4) `> MonteCarlo(10000, 90000, 5, 4/12, 0.03, 12/12, 2)`

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

1)

Tassi annui generati mensilmente

0.0200000000	0.0000000000	0.0504719021	0.0363044469	0.0000000000	0.0006760785	0.0305265276
0.0687129596	0.1096331388	0.0187347307	0.0164980451	0.0000000000	0.0147995646	0.0000000000
0.0767016236	0.0074109295	0.0147864212	0.0000000000	0.0181790874	0.0000000000	0.0489590272
0.0040644375	0.0970177225	0.0471683490	0.0582101443	0.0000000000	0.0135547319	0.0074565634
0.0510288899	0.0128389401	0.0703379614	0.0772223026	0.0000000000	0.0000000000	0.0283425971
0.0057843939	0.0418766622	0.0000000000	0.0000000000	0.0629653637	0.0000000000	0.0660789410
0.0000000000	0.0929596397	0.0000000000	0.0725028369	0.0704885345	0.0000000000	0.0472274504
0.0219156297	0.0733331541	0.0000000000	0.0788473924	0.0193366625	0.0428499121	0.0005023193
0.0640180744	0.0309774434	0.0000000000	0.0251519289	0.0000000000	0.0000000000	0.0181656604
0.0021973714	0.0000000000	0.0500159817	0.0299022212	0.0654312900	0.0000000000	0.0571387907
0.1175515799	0.0484430357	0.0000000000	0.0000000000	0.0704488195	0.0000000000	0.0000000000
0.0000000000	0.0558634163	0.0019268767	0.0547807751	0.0000000000	0.0034072106	0.0000000000
0.0670209663	0.0000000000	0.0526221491	0.0000000000	0.0261782716	0.0425086906	0.0597619335
0.0000000000	0.0132326494	0.0597715114	0.0456672777	0.0000000000	0.0314716092	0.0505521430
0.0000000000	0.0454022474	0.1085667164	0.0412936003	0.0210788042	0.0057236042	0.0172797620
0.0350314277	0.0455034504	0.0000000000	0.0291309994	0.0000000000	0.1105639158	0.0090362452
0.0000000000	0.0671918421	0.0000000000	0.0545742327	0.0650970810	0.0300798144	0.0190183598
0.0000000000						

Piano di ammortamento

j	Rj	Ij	Cj	Qj	int.annuo
0	0.00	0.0000	0.00	400000.00	-
1	22155.08	3980.1975	18174.88	381825.12	0.02
2	22155.08	3799.3485	18355.73	363469.39	0.02
3	21636.46	2679.7161	18956.75	344512.64	0.0147995646415335
4	21636.46	2539.9555	19096.51	325416.13	0.0147995646415335
5	25648.57	9337.3004	16311.27	309104.86	0.0582101442841548
6	25648.57	8869.2743	16779.30	292325.56	0.0582101442841548
7	24269.81	6058.0372	18211.77	274113.79	0.0418766622397073
8	24269.81	5680.6238	18589.18	255524.61	0.0418766622397073
9	24660.85	5964.2808	18696.57	236828.04	0.0472274504368249
10	24660.85	5527.8782	19132.97	217695.06	0.0472274504368249
11	21769.51	0.0000	21769.51	195925.55	0
12	21769.51	0.0000	21769.51	174156.05	0
13	21769.51	0.0000	21769.51	152386.54	0
14	21769.51	0.0000	21769.51	130617.04	0
15	24349.23	4306.0609	20043.16	110573.87	0.067020966348115
16	24349.23	3645.2965	20703.93	89869.94	0.067020966348115
17	23351.29	1403.2210	21948.07	67921.87	0.0314716091795115
18	23351.29	1060.5258	22290.77	45631.11	0.0314716091795115
19	23311.64	659.8687	22651.77	22979.34	0.029130999367708
20	23311.64	332.3028	22979.34	0.00	0.029130999367708

TIR

0.03007753

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

2)

Tassi annui generati mensilmente

0.0350000000 0.0000000000 0.0000000000 0.0000000000 0.0415026034 0.0383400058 0.0931665965
 0.0769020833 0.0953147573 0.0963376904 0.0000000000 0.0686248933 0.0416209859 0.0029610339
 0.0611000042 0.0676985663 0.0546263674 0.0002282098 0.0016166024 0.0667878099 0.0456861360
 0.0602884853 0.0626085544 0.0253356679 0.0004115117 0.0057423588 0.0499410844 0.0000000000
 0.0375041446 0.0326381145 0.0625094090 0.0513142420 0.0692538145 0.0206095544 0.0553279642
 0.0885918230

Piano di ammortamento

j	Rj	Ij	Cj	Qj	int.annuo
0	0.000	0.000000	0.000	1.000000e+05	-
1	6130.560	575.003950	5555.556	9.444444e+04	0.035
2	6098.615	543.059286	5555.556	8.888889e+04	0.035
3	6066.670	511.114622	5555.556	8.333333e+04	0.035
4	6034.726	479.169958	5555.556	7.777778e+04	0.035
5	6744.726	1189.170311	5555.556	7.222222e+04	0.0953147573129383
6	6659.785	1104.229575	5555.556	6.666667e+04	0.0953147573129383
7	6574.844	1019.288838	5555.556	6.111111e+04	0.0953147573129383
8	6489.904	934.348102	5555.556	5.555556e+04	0.0953147573129383
9	6050.213	494.657243	5555.556	5.000000e+04	0.0546263673691103
10	6000.747	445.191519	5555.556	4.444444e+04	0.0546263673691103
11	5951.281	395.725794	5555.556	3.888889e+04	0.0546263673691103
12	5901.816	346.260070	5555.556	3.333333e+04	0.0546263673691103
13	5557.841	2.285784	5555.556	2.777778e+04	0.000411511678973624
14	5557.460	1.904820	5555.556	2.222222e+04	0.000411511678973624
15	5557.079	1.523856	5555.556	1.666667e+04	0.000411511678973624
16	5556.698	1.142892	5555.556	1.111111e+04	0.000411511678973624
17	5680.252	124.696440	5555.556	5.555556e+03	0.0692538145415605
18	5617.904	62.348220	5555.556	1.637090e-11	0.0692538145415605

TIR

0.05321388

PIANI DI AMMORTAMENTO A TASSO VARIABILE

3)

Tassi annui generati mensilmente

0.0100000000 0.0000000000 0.0000000000 0.0000000000 0.0311073158 0.0020296982 0.0000000000
 0.0678636204 0.0004167724 0.0019333075 0.0053699470 0.0405676896 0.0065229012 0.0080787259
 0.0000000000 0.0000000000 0.0123133568 0.0000000000 0.0327227936 0.0000000000 0.0229826781
 0.0000000000 0.0000000000 0.0000000000

| Piano di ammortamento

j	Rj	Ij	Cj	Qj	int.annuo
0	0.00	0.00000	0.00	250000.00	-
1	10525.02	207.38453	10317.64	239682.36	0.01
2	10525.02	198.82565	10326.20	229356.16	0.01
3	10525.02	190.25968	10334.76	219021.40	0.01
4	10525.02	181.68660	10343.34	208678.07	0.01
5	10525.02	173.10641	10351.92	198326.15	0.01
6	10525.02	164.51910	10360.50	187965.65	0.01
7	10369.10	0.00000	10369.10	177596.55	0
8	10377.70	0.00000	10377.70	167218.85	0
9	10386.31	0.00000	10386.31	156832.54	0
10	10394.92	0.00000	10394.92	146437.62	0
11	10403.55	0.00000	10403.55	136034.07	0
12	10412.18	0.00000	10412.18	125621.89	0
13	10488.90	68.08163	10420.81	115201.08	0.00652290119395016
14	10491.89	62.43400	10429.46	104771.62	0.00652290119395016
15	10494.89	56.78168	10438.11	94333.51	0.00652290119395016
16	10497.89	51.12468	10446.77	83886.74	0.00652290119395016
17	10500.90	45.46298	10455.44	73431.30	0.00652290119395016
18	10503.91	39.79659	10464.11	62967.19	0.00652290119395016
19	10641.97	169.18256	10472.79	52494.40	0.0327227935750591
20	10622.52	141.04389	10481.48	42012.93	0.0327227935750591
21	10603.05	112.88187	10490.17	31522.76	0.0327227935750591
22	10583.57	84.69650	10498.87	21023.88	0.0327227935750591
23	10564.07	56.48774	10507.58	10516.30	0.0327227935750591
24	10544.55	28.25558	10516.30	0.00	0.0327227935750591

TIR

0.007798624

4)

MEDIA

0.03301691

DEVIAZIONE STANDARD

0.01227519

MEDIANA

0.03180228

Primo quartile (25%)

0.02372907

Terzo quartile (75%)

0.0410697

$E[X^2]$

0.001240782

Distibuzione TIR

