**NOTES TOM** :

*PARTIE 1* :

**Diapo 1**

Bonjour à toutes et à tous, aujourd’hui nous allons vous présenter notre sujet qui est intitulé : Calcul Scientifique : EDP et optimisation

Le problème consiste à déterminer la carte des températures dans un four destiné à la cuisson d’une pièce thermoformée (ici un pare-chocs se résout en trois différentes parties, d’abord par une étude physique du problème découlant sur des formules mathématiques qui devront être implémentées en code pour trouver les différentes valeurs qui nous intéressent.

**Diapo 2+3**

Maintenant qu’est ce que le problème que nous traitons ? : la première approche est appelée problème direct.

Les éléments chauffants sont des résistances électriques.

À partir de la valeur et le placement de chaque résistance, on cherche à calculer la température à l'intérieur d’un four (pour lequel son intérieur est isolé du milieu extérieur) (on choisit aussi la température sur certains bords du four, les autres sont isolées).

Écrivons maintenant les différentes équations correspondant à ce problème.

Four de domaine Ω (séparée en Ωa pour l’air et Ωp pour le pare-chocs) et de bord ∂Ω (conditions aux limites évoquées précédemment)

k = conductivité thermique (ka et kp)

f représente la source de chaleur volumique produite par les résistances placées en différents points.

On a alors l’équation de diffusion de la chaleur avec les différentes conditions aux limites.

**Diapo 4**

Ce problème peut être reformulé en formule variationnelle (en utilisant les formules de Green et les conditions aux limites du problème) dans le même cadre que le cours MA102 des espaces de Hilbert où le théorème de Lax-Milgram garantit l’unicité de la solution.

Il est à noter que ce problème est linéaire, d’où l’addition des températures engendrées par chaque résistance pour calculer la température finale

**Diapo 5**

Maintenant que l’on connaît les différentes contraintes physiques sur le système et que l’on a traduit cela en termes de formules mathématiques, il faut savoir de quoi est constitué le four.

Voici en photo à quoi peut ressembler un maillage du four que l’on a ici affiché, c’est un assemblage de triangles.

(Il s’agit en réalité d’une sorte de liste contenant pleins de chiffres

Une fonction de lecture de maillage permet d’en sortir les propriétés intéressantes et intuitives qui nous serviront pour plus tard)

* On a un nombre de points qui correspondent aux sommets des triangles
* On a un nombre de triangles
* Un tableau de référence permettant de trouver l’appartenance d’un triangle à un certain domaine (ici l’air ou le pare-chocs)
* Un tableau des triangles possédant le nombre de triangles colonnes et qui, par ligne, donne les numéros des sommets de ce triangle
* Un numéro de référence pour chaque sommet pour là aussi savoir s’il est sur le bord ou pas par exemple

**NOTES TOM** :

*PARTIE 3* :

**Diapo 13**

Maintenant nous allons passer au problème inverse : précédemment, on plaçait des résistances de valeurs arbitraires à l'endroit que l’on souhaitait, maintenant leurs valeurs sont fixées et égales à une valeur de référence, leur placement est quant à lui toujours arbitraire. La résolution du problème inverse consiste à rechercher la pondération des résistances qui permettrait de s'approcher le plus possible de la température souhaitée pour le pare-chocs avec une configuration de résistances fixée en placement au départ.

**Diapo 14**

La pondération des résistances trouvée déterminera la pondération des températures aussi trouvées pour les résistances pour donner une température finale

Le but va être de minimiser cette fonctionnelle (dire la formule) qui donne le coût en énergie lié à la consommation électrique des résistances

Le facteur ß permet de pondérer l’importance des deux termes dans l’expression de la fonctionnelle

**Diapo 15**

Minimiser J revient à minimiser J sous la forme suivante

**Diapo 16**

On obtient cela par le calcul suivant :

* On développe les températures à l’intérieur de l’intégrale en faisant apparaitre T-Topt et la somme des températures liées à la présence des résistances pour obtenir le résultat voulu
* Et on obtient le coefficient c, le vecteurs b, et la matrice A (bien lire la formule), et l’intégrale sur Ωp c’est la somme sur les triangle appartenant à Ωp

**Diapo 17**

Avec la formule précédente, on prouve que la fonctionnelle J admet un point de minimum unique solution du système A\*alpha=b

On se résout les n problèmes directs restants avec ce système, permettant de calculer les différentes températures à chaque sommet et que l’on sommera ensuite

**Diapo 18+19**

Voici les différentes entrées de cette fonction qui serviront principalement à se repérer dans le maillage afin d’extraire les différentes informations contenues dans ces variables.

Passons maintenant à l’algorithme de construction de la matrice A qui va être sur le même principe que la matrice Kmat de tout à l’heure avec une recherche des triangles qui seront liées au pare-chocs, le calcul d’une matrice locale (basée non pas sur des gradients barycentriques comme dans le problème direct mais seulement les coordonnées barycentriques) en découpant l’intégrale pour les coordonnées de A dans laquelle on fait des opérations similaires à Kmat mais avec cette formule différente.

Il en est exactement de même pour le vecteur b.

**Diapo 20+21+22+23**

Le code prend les mêmes entrées que le problème direct, plus celles dont on a besoin spécifiquement dans ce problème et sur lesquelles l’utilisateur a de l’influence. Il y aura Beta (que l’on va tester à 10^-4), la température des bords du four (300K), souhaitée du pare-chocs (qui sera de 500K dans notre cas), et le nombre de résistance (6) et la résistance de référence (10000Ω).

On construit A et b pour résoudre le système A\*alpha=b (A est bien inversible car définie positive, il s’agissait là aussi d’un exercice)

On trouve alors les coefficients de pondération de chaque résistance et donc d’influence de cette résistance sur la température finale qu’on peut calculer en sommant les coefs de pondérations\*les températures comme si la résistance était seule (on rajoute ici encore une fois que c’est la linéarité de l’espace des solutions qui permet cela)

On calcul aussi des normes qui seront utiles plus tard et on affiche le résultat

**Diapo 24**

On voit des résultats similaires pour les maillages gros et fins à des ordres de précisions différents.

**Diapo 25**

En regardant un peu plus en détails au niveau des températures, on remarque que la température dans la pièce de pare-chocs est de l’ordre de 900K, ce qui est très loin des 500K de Topt, mais c’est normal vu qu’on considère ici uniquement une disposition de résistances que l’on a placé de manière arbitraire, l'algorithme essaie ensuite de trouver les valeurs de résistances qui vont le mieux pour cette entrée.