

Dijkstra 最短路径编程实验

Dijkstra 算法

1. 定义概览

Dijkstra(迪杰斯特拉)算法是典型的单源最短路径算法,用于计算一个节点到其他所有节点的最短路径。主要特点是以起始点为中心向外层层扩展,直到扩展到终点为止。Dijkstra 算法是很有代表性的最短路径算法,在很多专业课程中都作为基本内容有详细的介绍,如数据结构,图论,运筹学等等。注意该算法要求图中不存在负权边。

问题描述: 在无向图 $G=(V,E)$ 中, 假设每条边 $E[i]$ 的长度为 $w[i]$, 找到由顶点 V_0 到其余各点的最短路径。(单源最短路径)

2. 算法描述

1) 算法思想: 设 $G=(V,E)$ 是一个带权有向图, 把图中顶点集合 V 分成两组, 第一组为已求出最短路径的顶点集合 (用 S 表示, 初始时 S 中只有一个源点, 以后每求得一条最短路径, 就将加入到集合 S 中, 直到全部顶点都加入到 S 中, 算法就结束了), 第二组为其余未确定最短路径的顶点集合 (用 U 表示), 按最短路径长度的递增次序依次把第二组的顶点加入 S 中。在加入的过程中, 总保持从源点 v 到 S 中各顶点的最短路径长度不大于从源点 v 到 U 中任何顶点的最短路径长度。此外, 每个顶点对应一个距离, S 中的顶点的距离就是从 v 到此顶点的最短路径长度, U 中的顶点的距离, 是从 v 到此顶点只包括 S 中的顶点为中间顶点的当前最短路径长度。

2) 算法步骤:

- a. 初始时, S 只包含源点, 即 $S = \{v\}$, v 的距离为 0。 U 包含除 v 外的其他顶点, 即: $U = \{\text{其余顶点}\}$, 若 v 与 U 中顶点 u 有边, 则 $\langle u, v \rangle$ 正常有权值, 若 u 不是 v 的出边邻接点, 则 $\langle u, v \rangle$ 权值为 ∞ 。
- b. 从 U 中选取一个距离 v 最小的顶点 k , 把 k 加入 S 中 (该选定的距离就是 v 到 k 的最短路径长度)。
- c. 以 k 为新考虑的中间点, 修改 U 中各顶点的距离; 若从源点 v 到顶点 u 的距离 (经过顶点 k) 比原来距离 (不经过顶点 k) 短, 则修改顶点 u 的距离值, 修改后的距离值的顶点 k 的距离加上边上的权。
- d. 重复步骤 b 和 c 直到所有顶点都包含在 S 中。

执行动画过程如下图

