
欧几里德算法

1.欧几里德算法的思想：

欧几里德算法的思想基于辗转相除法的原理,辗转相除法是欧几里德算法的核心思想,欧几里德算法说白了其实就是辗转相除法的计算机算法的实现而已。

下面我们先说说辗转相除法,辗转相除法的内容:如果用 $\gcd(a,b)$ 来表示 a 和 b 的最大公约数,那么根据辗转相除法的原理,有 $\gcd(a,b)=\gcd(b,a \bmod (b))$,其中 $\bmod()$ 表示模运算,并且不妨让 $a>b$,这样便于模运算。

2.辗转相除法的正确性 $\gcd(a,b)=\gcd(b,a \bmod (b))$ 的证明：

第一步:令 c 为 a 和 b 的最大公约数,数学符号表示为 $c=\gcd(a,b)$.因为任何两个实数的最大公约数 c 一定是存在的,也就是说必然存在两个数 k_1,k_2 使得 $a=k_1.c, b=k_2.c$

第二步: $a \bmod (b)$ 等价于存在整数 r,k_3 使得余数 $r=a - k_3.b$.

$$\text{即 } r = a - k_3.b$$

$$= k_1.c - k_3.k_2.c$$

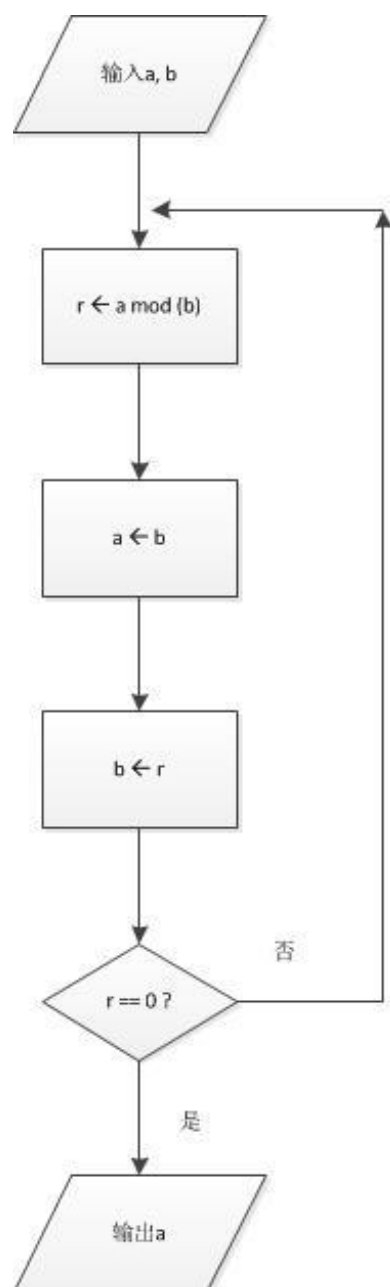
$$= (k_1 - k_3.k_2).c$$

显然, a 和 b 的余数 r 是最大公因数 c 的倍数。

3.欧几里德算法的优点：

通过模运算的余数是最大公约数之间存在的整数倍的关系，来给比较大的数字进行降维，方便手算；同时，也避免了在可行区间内进行全局的最大公约数的判断测试，只需要选取其余数进行相应的计算就可以直接得到最大公约数，大大提高了运算效率。

4.欧几里德算法流程图：



5.欧几里德算法的 C 语言实现：

```
//功能：利用欧几里德算法，求整数 a，b 的最大公约数
//参数：整数 a，b
//返回：a,b 的最大公约数
int gcd(int a, int b){
    if(a < b){ //保证 a 大于等于 b，便于 a%b 的运算
        int temp;
        temp = a;
        a = b;
        b = temp;
    }
    while(a % b){ //如果余数不为 0，就一直进行辗转相除
        int r = a % b; //r 为 a 和 b 的余数，即 r = a mod(b);
        a = b;
        b = r;
        r = a % b;
    }
    return b;
}

//测试函数
#include
int main(){
    printf << gcd(4,12) << endl;
}
```