

ANÁLISIS NUMÉRICO I - 75.12 – 95.04 – 95.13

Curso: Rodríguez - Machiunas

Segundo Cuatrimestre 2022

TRABAJO PRÁCTICO DE MÁQUINA N° 2

Las altura de las mareas se pueden modelar utilizando una sumatoria de componentes armónicas de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$altura = a_0 + \sum_{k=1}^n a_k \cos(\omega_k t + \alpha_k) \quad (1)$$

donde:

a_0 es el nivel medio de referencia

n : número de componentes armónicas consideradas

a_k : amplitud de la componente armónica k-ésima

ω_k : Frecuencia angular de la componente armónica k-ésima

α_k : Fase de la componente armónicas k-ésima

Los parámetros de la ecuación (1) se calculan a partir de la serie temporal de datos de alturas del mar, obtenida por mareógrafos en años anteriores, conocida como marea astronómica o predicha.

Por lo general los responsables de la toma de datos de los mareógrafos son organismos que dependen de los gobiernos. Históricamente realizaban una publicación conocida como “anuario de mareas”, para cada uno de los puertos principales, y en ocasiones también suministraban las últimas constantes armónicas obtenidas en los puertos principales.

Cada puerto principal tiene asociado una tabla de mareas y en ocasiones hay que realizar correcciones debido a la influencia de los factores meteorológicos.

Actualmente parte de la información es de acceso público mediante páginas web, por ejemplo en Argentina el organismo responsable es el Servicio de Hidrografía Naval: <http://www.hidro.gov.ar>.

En Estados Unidos, la Administración Nacional Oceánica y Atmosférica (**N**ational **O**ceanic and **A**tmospheric **A**dministration) permite el acceso público de datos (<https://oceanservice.noaa.gov/>)

En algunos casos se trata de conjuntos de datos abiertos, accesibles al público, y en otros hay distintas políticas de acceso a los datos.

El objetivo de este trabajo es estimar las constantes armónicas que permiten caracterizar las mareas de un puerto del cual se dispone de los siguientes datos: la altura de la marea durante dos años consecutivos, registradas en forma horaria.

Para cumplir adecuadamente el objetivo propuesto, cada grupo elegirá un puerto **diferente**, de los suministrados en el aula virtual del curso (anotando en el foro asociado al TPM2 el puerto elegido), y se deberán realizar los siguientes ítems:

Parte 1

(a) Primero grafique la altura de las mareas utilizando sólo los datos de una semana cualquiera del primer año. Realice una estimación promedio del tiempo entre dos máximos consecutivos y/o dos mínimos consecutivos. *(Acotación: lo habitual es que se observen dos máximos locales, o pleamares, y dos mínimos locales, o bajamares, por día).*

(b) Determine la frecuencia angular más importante (ω_1) utilizando la transformada discreta de Fourier. Podrá utilizar la implementación de la transformada rápida de Fourier (fft) en Octave o Python. Compare con el valor obtenido en el punto anterior. (Utilice datos del primer año)

(c) Utilizando el método de mínimos cuadrados (lineales) obtenga el nivel medio de referencia (a_0) y la amplitud de la componente armónica (a_1) como así también la fase α_1 . Indicar el ECM del ajuste.

Parte 2

(a) Grafique la altura de las mareas utilizando los datos de tres meses cualesquiera del primer año. Realice una estimación promedio del tiempo entre dos máximos consecutivos y/o dos mínimos consecutivos. También analice la variación de los valores de la altura de la máxima de la marea durante el periodo mencionado. Estime cada cuánto tiempo se repiten los valores de la altura de la marea.

(b) Determine las dos frecuencias angulares más importantes (ω_1 y ω_2). Para ello utilice la transformada discreta de Fourier. Relaciónelo con los valores obtenidos en el punto anterior.

(c) Utilizando el método de mínimos cuadrados (lineales) obtenga el nivel medio de referencia (a_0) y la amplitud de las dos primeras componentes armónicas (a_1 y a_2) como así también las dos fases correspondientes, α_1 y α_2 . Indicar el ECM del ajuste.

(d) Realice nuevamente el proceso anterior, tomando 6 meses y agregando una nueva componente armónica. Calcule el ECM del ajuste.

(e) Repita el proceso tres veces más, tomando los datos de todo el año, agregando cada vez una nueva componente armónica, hasta que llegue a 6 frecuencias. En cada caso, calcule el ECM del ajuste.

(f) Interprete, en lo posible¹, el significado de las primeras componentes armónicas y como varía el ECM a medida que se agrega una nueva componente.

Parte 3

(a) Estime (prediga, a partir de la información obtenida estudiando el primer año) la altura de la marea en forma horaria para todo el segundo año, utilizando una sola componente armónica. Compare con el valor de la marea medido. Estime el ECM.

(b) Repita el punto anterior utilizando dos, cuatro y seis componentes armónicas. Estime el ECM en cada caso.

(c) Extraiga conclusiones.

El presente Trabajo Práctico de Máquina deberá realizarse y entregarse de acuerdo a los lineamientos indicados en el Reglamento de TPM y sus Anexos, disponible en el aula virtual del curso. La fecha de entrega del mismo es: en papel, sin anexos, 18/11/2022; completo con códigos, en formato digital, por el campus, antes de las 18:59 hs del 19/11/2022.

¹ Puede consultar la Introducción teórica de este trabajo (en ese caso, agréguelo a la bibliografía): <https://www.ehu.eus/documents/3444171/4484744/151.pdf>