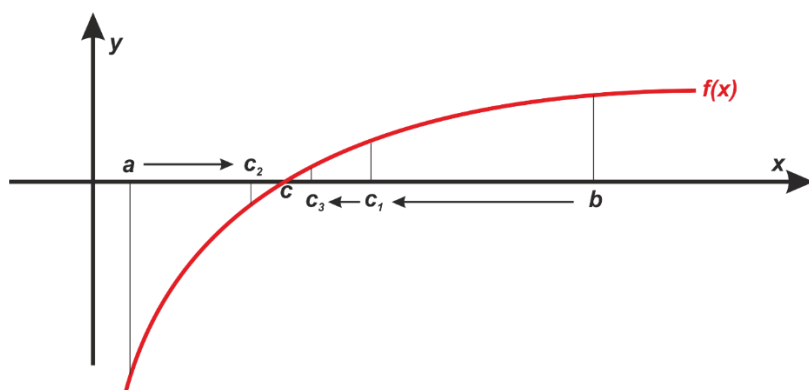


Algorytmy numeryczne – miejsce zerowe metodą bisekcji

Jednym z ciekawszych zagadnień algorytmicznych jest wyszukiwanie przybliżonej wartości miejsca zerowego (miejsc zerowych) funkcji w zadanym przedziale argumentów. Jako pierwszy przedstawiony zostanie **algorytm bisekcji** (połowienia), który będzie działał poprawnie, jeśli funkcja $f(x)$ jest ciągła w tym przedziale oraz istnieją w nim co najmniej dwa takie punkty a i b , w których wartość funkcji ma przeciwne znaki, czyli $f(a) \cdot f(b) < 0$.

Dla przykładu, dana jest funkcja ciągła $f(x)$, której kształt opisano poniższym wykresem. Miejsce zerowe znajduje się dokładnie w punkcie c , czyli $f(c) = 0$.



Jeśli na osi x zostaną wybrane dwa punkty a i b , dla których wartości $f(a)$ i $f(b)$ mają przeciwne znaki, to jest pewne, że między tymi punktami funkcja $f(x)$ ma co najmniej jedno miejsce zerowe, ponieważ w którymś miejscu wykres musi przeciąć oś x .

W celu ustalenia miejsca zerowego należy w pierwszym przybliżeniu podzielić odcinek ab na połowę (punkt c_1). Ponieważ $f(c_1)$ ma znak przeciwny do $f(a)$, to znaczy, że punkt zerowy nadal leży pomiędzy punktami a i c_1 . Należy więc podzielić odcinek ac_1 na połowę (punkt c_2). Tym razem $f(c_2)$ ma znak przeciwny do $f(c_1)$, więc należy podzielić na połowę odcinek c_1c_2 (punkt c_3) itd.

Ponieważ algorytm bisekcji teoretycznie może dać rozwiązanie dopiero w nieskończoności, podział kolejnych odcinków należy zakończyć, gdy miejsce zerowe zostanie znalezione z zadaną przez użytkownika dokładnością, którą najczęściej oznacza się grecką literą ε (epsilon), czyli dokładnie wtedy, gdy odcinek $c_n c_{n-1}$ będzie miał znikomą długość. Najważniejszą czynnością w tego typu zadaniach jest więc właściwe sformułowanie tzw. kryterium stopu (czyli osiągnięcie końca obliczeń).

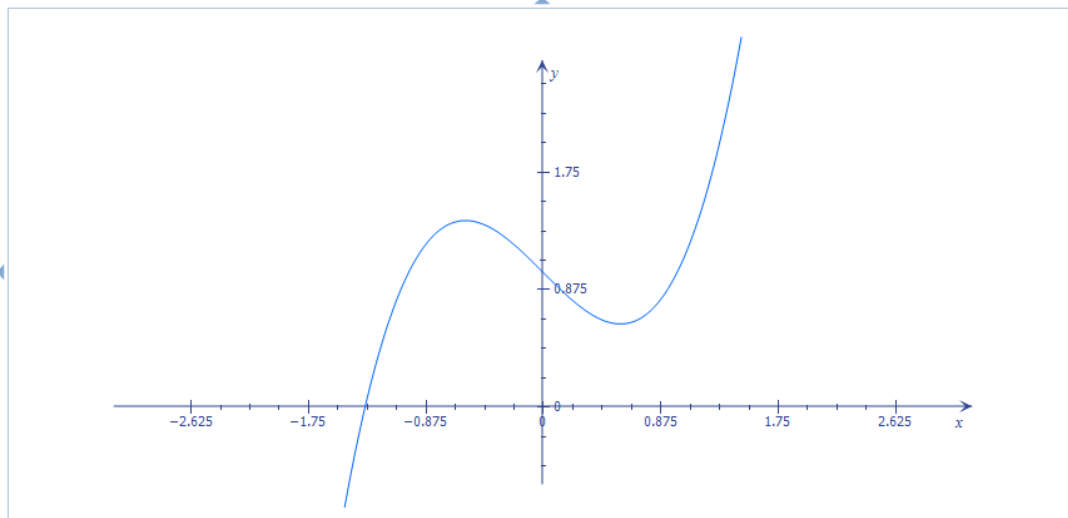
Zadanie 2. (obowiązkowe)

Dana jest funkcja $y = x^3 - x + 1$. Opracuj pseudokod (mile widziany język angielski) i/lub program w Magicznych blokach (albo w SBWINPro – do wyboru) algorytmu wyznaczającego miejsca zerowe tej funkcji metodą bisekcji. Dodatkowo (**nieobowiązkowo**) zakoduj ten algorytm w wybranym języku programowania i/lub rozwiąż opisane zadanie za pomocą arkusza kalkulacyjnego MS Excel.

Uwagi:

1. Rozwiązania wyłącznie w postaci elektronicznej, zawierające odpowiednie pliki, należy przesłać w nieprzekraczalnym terminie do dnia 26 stycznia 2023 r. (do północy) na adres: **ks.master@o2.pl**. W nazwach plików należy umieścić datę otrzymania zadania, czyli w tym wypadku 15.01.2023 oraz swoje nazwisko (ewentualnie imię).
2. Przed wykonaniem tego typu zadania warto naszkicować najpierw wykres funkcji korzystając np. z darmowego programu *Microsoft Mathematics* (ostatnia wersja instalacyjna 4.71), bezpośrednio ze strony internetowej *WolframAlpha* (www.wolframalpha.com) w opcji *Plotting & Graphics*, czy też z podobnego programu graficznego. Dzięki temu możemy zobaczyć, że miejsce zerowe tej funkcji mieści się w przedziale $(-2, -1)$. Poniżej zrzuty ekranowe wykresu zadanej funkcji z obu wymienionych programów.

$$y = x^3 - x + 1$$



plot	$x^3 - x + 1$
------	---------------

Plots

