Algorytm Euklidesa

Najmniejsza wspólna wielokrotność NWW dwóch liczb naturalnych *a* i *b*, to najmniejsza z liczb naturalnych, które są podzielne przez *a* i przez *b*. Oznaczana jest jako *NWW(a, b)*.

Największy wspólny dzielnik NWD dwóch liczb naturalnych *a* i *b*, to największa z liczb naturalnych, które są podzielne przez *a* i przez *b*. Oznaczany jest jako *NWD(a, b)*.

Między NWW a NWD zachodzi związek:

$$NWW = \frac{a \cdot b}{NWD(a,b)}$$

NWD można wyznaczyć obliczając wszystkie kolejne dzielniki i wybierając największy, wspólny dla obu liczb. Jest to jednak metoda pracochłonna i w praktyce stosuje się algorytm Euklidesa, który może być zrealizowany na dwa sposoby – pierwszy (szybszy) wykorzystujący dzielenie z resztą, a drugi (wolniejszy) odejmowanie.

Przykład
Zaprojektuj algorytm wyznaczający NWD i wykorzystujący dzielenie z resztą. Zadanie wykonaj w formie listy kroków oraz schematu blokowego. Sporządź specyfikację algorytmu. Sprawdź działanie algorytmu dla $a = 49$ i $b = 84$.

Specyfikacja:
Dane:
a, *b, r* – liczby naturalne większe od zera

Wynik:
$NWD(a,b)$ – liczba naturalna

Lista kroków:

1. Wczytaj dwie liczby naturalne a i b większe od zera.
2. Dopóki $b > 0$, powtarzaj wyznaczanie reszty r z dzielenia całkowitego a przez b, po czym jako nową dzielną a przyjmij liczbę b, a w charakterze nowego dzielnika b przyjmij liczbę r.
3. Wypisz $NWD(a,b)$ jako liczbę a.

Uwaga:
Na schematach blokowych operację uzyskiwania reszty z dzielenia całkowitego oznacza się jako „mod” lub symbolem „%”, czyli $\mathrm{r} := \mathrm{a} \bmod \mathrm{b}$ lub $\mathrm{r} = \mathrm{a} \,\%\, \mathrm{b}$.

Testowanie algorytmu na przykładowych liczbach

a		**b**		**cc**	**r**
49	:	84	=	0	49
84	:	49	=	1	35
49	:	35	=	1	14
35	:	14	=	2	7
14	:	7	=	2	0
7	:	0			**STOP**

Uwaga:
$a = cc \cdot b + r$

Schemat blokowy algorytmu Euklidesa