

## Rozwiązywanie problemów optymalizacyjnych z użyciem Solver'a

### Ćwiczenie 1

Celem istnienia firmy KRZAK jest maksymalny zysk. Obecnie firma produkuje trzy wyroby, zestawione w tabeli poniżej.

	Liczba sztuk	Zysk jednostkowy	Zysk ogółem
Wyrób A	50	13 zł	650 zł
Wyrób B	210	18 zł	3 780 zł
Wyrób C	40	22 zł	880 zł
Zdolności produkcyjne	300		5 310 zł

Z prostej analizy ekonomicznej wynika, że – z uwagi na zysk jednostkowy – najlepiej byłoby produkować wyłącznie wyrób C. Jednakże, jak to zwykle w życiu bywa, pojawiają się ograniczenia, na przykład:

- pojemność rynku dla wyrobu C wynosi maksymalnie 50 szt.
- firma KRZAK musi wywiązać się z zaległego zamówienia na wyrób A w liczbie 20 szt.
- jedna z zaprzyjaźnionych firm zarezerwowała 100 szt. wyrobu B
- zdolności produkcyjne firmy KRZAK wynoszą dokładnie 300 szt. wszystkich wyrobów łącznie.

*Powstaje pytanie, czy firma działa w sposób optymalny?*

W celu rozwiązania tego dylematu należy:

1. W obszarze A2 : D6 umieścić powyższą tabelę. **Uwaga! Komórki B6 oraz D3:D6 muszą zawierać odpowiednie formuły.**
2. Uruchomić *Dane* → *Solver...*
3. Jako *Ustaw cel* kliknąć D6 (w oknie powinien pojawić się jej adres bezwzględny, tj. \$D\$6). W tym zadaniu chodzi o maksymalizację zysku, więc cel ustawiamy na *Maks*.
4. Jako *Komórki zmieniane* wskazać B3 : B5 (w adresacji bezwzględnej, tj. \$B\$3:\$B\$5).
5. Kliknąć w przycisk *Dodaj* przy oknie *Warunki ograniczające*. Pojawi się kolejne okno dialogowe o nazwie *Dodawanie ograniczenia*. Zgodnie z danymi wypełniamy je według poniższego wzoru:

Warunek	Ograniczenie
Wyrób A	B3>=20
Wyrób B	B4>=100
Wyrób C	B5<=50
Zdolności produkcyjne	B6=300

6. Po dodaniu ostatniego warunku klikamy OK, powracając do okna *Parametry dodatku Solver*. W tym momencie należy wybrać metodę rozwiązywania. W tym wypadku najodpowiedniejsza będzie metoda nieliniowa GRG.
7. Mamy już wprowadzone wszystkie dane. Możemy więc kliknąć *Rozwiż*, aby po chwili ukazało się kolejne okno dialogowe o nazwie *Wyniki dodatku Solver*. Mamy teraz następujące możliwości:
  - a) zachować rozwiązanie, które znalazł dodatek Solver;
  - b) przywrócić pierwotne wartości komórek wejściowych;
  - c) stworzyć dowolny z pojawiających się na liście trzech raportów (najbardziej przydatny jest tutaj raport wyników, lecz gdybyśmy chcieli, aby Solver wygenerował dwa lub trzy raporty, należy zaznaczyć je przytrzymując wciśnięty [Shift]);
  - d) kliknąć przycisk *Zapisz scenariusz...* i zachować dane opracowane przez Solver'a – w celu ich późniejszego wykorzystania.
8. Zaznaczamy opcję *Raport wyników* i klikamy OK.
9. Solver zapisze *Raport wyników* w osobnym arkuszu, który powinien wyglądać następująco (mogą pojawić się drobne różnice w związku z zaokrągleniami – zależy to od wersji Excel'a):

Komórka celu (Maks)

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa
\$D\$6	Razem Zysk ogółem	5 310 zł	5 500 zł

Komórki zmiennych

Komórka	Nazwa	Wartość początkowa	Wartość końcowa	Całkowite
\$B\$3	Produkt A Sztuki	50	20	Ciągle
\$B\$4	Produkt B Sztuki	210	230	Ciągle
\$B\$5	Produkt C Sztuki	40	50	Ciągle

Ograniczenia

Komórka	Nazwa	Wartość komórki	Formuła	Status	Zapaz czasu
\$B\$6	Zdolności produkcyjne Sztuki	300	\$B\$6=300	Wiążące	0
\$B\$3	Produkt A Sztuki	20	\$B\$3>=20	Wiążące	0
\$B\$4	Produkt B Sztuki	230	\$B\$4>=100	Nie wiążące	130
\$B\$5	Produkt C Sztuki	50	\$B\$5<=50	Wiążące	0

Łatwo było w wypadku tak prostego zadania przewidzieć wyniki. Firma KRZAK nie pracuje w sposób zoptymalizowany. Jednakże przy większej liczbie warunków ograniczających łatwo się w nich pogubić. Tymczasem Solver będzie co najwyżej potrzebował nieco więcej czasu na obliczenia, a jeśli warunki ograniczające będą sprzeczne (o co nietrudno), poinformuje o tym użytkownika.

## Ćwiczenie 2

Tym razem zadanie optymalizacyjne polegać będzie na minimalizacji kosztów. Scenariusz zadania jest następujący. Pewna firma ma sklepy w: Kaliszu, Toruniu, Krakowie, Przemyślu, Szczecinie, Warszawie. Ma też magazyny w: Gdańsku, Poznaniu i Wrocławiu. Z całej Polski składane są zamówienia, które realizowane są przez jeden z magazynów. Muszą być spełnione oczekiwania wszystkich sklepów, przy wykorzystaniu dostępnych stanów magazynowych oraz utrzymaniu kosztów przesyłek na możliwie najniższym poziomie. W Tabeli 1 przedstawiono koszty wysyłki z magazynów do poszczególnych sklepów:

Tabela 1. Koszty wysyłki

	Gdańsk	Poznań	Wrocław
<b>Kalisz</b>	58,00 zł	47,00 zł	108,00 zł
<b>Toruń</b>	87,00 zł	46,00 zł	100,00 zł
<b>Kraków</b>	121,00 zł	30,00 zł	57,00 zł
<b>Przemyśl</b>	149,00 zł	66,00 zł	83,00 zł
<b>Szczecin</b>	62,00 zł	115,00 zł	164,00 zł
<b>Warszawa</b>	128,00 zł	28,00 zł	38,00 zł

Natomiast w Tabeli 2 przedstawiono zamówienia z poszczególnych sklepów, propozycje wysyłek do sklepów z poszczególnych magazynów, a także początkowe stany magazynowe.

Tabela 2. Zamówienia i propozycje wysyłek

Sklep	Zamówienie	Sztuki do wysłania z...			Do wysłania razem
		Gdańska	Poznania	Wrocławia	
<b>Kalisz</b>	150	25	25	25	75
<b>Toruń</b>	225	25	25	25	75
<b>Kraków</b>	100	25	25	25	75
<b>Przemyśl</b>	250	25	25	25	75
<b>Szczecin</b>	120	25	25	25	75
<b>Warszawa</b>	150	25	25	25	75
Razem					
Początkowy stan magazynowy		400	350	500	

Aby pomóc firmie rozwiązać poważny problem optymalizacyjny należy:

1. Umieścić Tabelę 1 w komórkach C2 : F8 (bez nagłówka).
2. Umieścić (bez nagłówka) Tabelę 2 w komórkach B10 : G18, tak aby początkowy stan magazynowy znalazł się w komórkach B20 : F20.
3. Zastosować automatyczne sumowanie w komórkach C18 : G18 dla odpowiednich komórek z zakresu D12 : G17 (czyli wypełnić wiersz *Razem*).
4. Do komórki B21 wprowadzić napis *Zostaje*. Natomiast do komórek D21 : F21 wprowadzić odpowiednie różnice między wierszem 20 a 18.
5. Do komórki G22 wprowadzić napis *Razem*.
6. Do komórki B23 wprowadzić napis *Koszty wysyłki*.
7. Do komórki D23 wprowadzić formułę: =SUMA.ILOCZYNÓW(D3:D8;D12:D17). Następnie zaznaczyć komórkę D23 i przeciągnąć myszką za prawy dolny róg do komórki F23. Formuła ulegnie odpowiedniemu skopiowaniu.
8. Do komórki G23 wprowadzić formułę: =SUMA(D23:F23). W ten sposób zakończyliśmy przygotowanie danych dla Solver'a (komórka G23 powinna przyjąć wartość 37 175,00 zł) i powinniśmy otrzymać widok podobny do poniższego.

	A	B	C	D	E	F	G	H
2				Gdańsk	Poznań	Wrocław		
3			Kalisz	58,00 zł	47,00 zł	108,00 zł		
4			Toruń	87,00 zł	46,00 zł	100,00 zł		
5			Kraków	121,00 zł	30,00 zł	57,00 zł		
6			Przemyśl	149,00 zł	66,00 zł	83,00 zł		
7			Szczecin	62,00 zł	115,00 zł	164,00 zł		
8			Warszawa	128,00 zł	28,00 zł	38,00 zł		
9								
10					Sztuki do wysłania z...			
11		Sklep	Zamówienie	Gdańska	Poznania	Wrocławia	Do wysłania razem	
12		Kalisz	150	25	25	25	75	
13		Toruń	225	25	25	25	75	
14		Kraków	100	25	25	25	75	
15		Przemyśl	250	25	25	25	75	
16		Szczecin	120	25	25	25	75	
17		Warszawa	150	25	25	25	75	
18		Razem	995	150	150	150	450	
19								
20		Początkowy stan magazynowy		400	350	500		
21		Zostaje		250	200	350		
22							Razem:	
23		Koszt wysyłki		15 125,00 zł	8 300,00 zł	13 750,00 zł	37 175,00 zł	

9. Uruchamiamy Solver'a. Jako komórkę celu wprowadzamy G23 (w adresacji bezwzględnej), którą ustawiamy na *Min*. Jako komórki zmieniane zaznaczamy (w adresacji bezwzględnej) obszar D12 : F17.
10. Wprowadzamy następujące ograniczenia:
  - a) wszystkie zamówienia muszą być zrealizowane. Oznacza to równość komórek zakresu C12 : C17 z komórkami G12 : G17. Ograniczenia te wprowadzamy zaznaczając myszką i wprowadzając znak = między oba obszary;
  - b) komórki zmieniane nie mogą być ujemne (nie można wysłać ujemnej liczby sztuk). Ograniczenie to realizujemy wprowadzając warunek  $\geq 0$  dla komórek z zakresu D12 : F17;
  - c) zapas magazynowy również nie może być ujemny, co realizujemy w podobny sposób, jak w podpunkcie b), lecz dla komórek z zakresu D21 : F21 (wszystko w adresacji bezwzględnej).
11. Solver jest już należycie przygotowany do rozwiązania problemu. Tu również wybieramy metodę nieliniowa GRG. Klikamy przycisk *Rozwiąż* i czekamy na wyniki. Możemy też utworzyć wszystkie trzy raporty.
12. Po rozwiązaniu problemu przez Solver powinniśmy otrzymać podobną do poniższej tabelę końcową:

		Sztuki do wysłania z...			
Sklep	Zamówienie	Gdańska	Poznań	Wrocław	Do wysłania razem
Kalisz	150	150	0	0	150
Toruń	225	0	225	0	225
Kraków	100	0	100	0	100
Przemysł	250	0	25	225	250
Szczecin	120	120	0	0	120
Warszawa	150	0	0	150	150
Razem	995	270	350	375	995
Początkowy stan magazynowy		400	350	500	
Zostaje		130	0	125	
					Razem:
Koszt wysyłki		16 140,00 zł	15 000,00 zł	24 375,00 zł	55 515,00 zł

Aby docenić Solver'a można pokusić się i spróbować rozwiązać przedstawiony problem „ręcznie”. Powodzenia! Można też, oczywiście, opracować odpowiedni algorytm oraz napisać program w dowolnym języku programowania.

### Zadania domowe

Zadania domowe możesz rozwiązać za pomocą Solver'a. W takim wypadku prześlij plik arkusza (XLSX) oraz plik PDF, w którym umieścisz zrzuty ekranowe (ang. *screenshots*) z poszczególnych etapów tworzenia rozwiązania danego zadania. Możesz też – zamiast Solver'a – napisać program w języku C# (C++, Python lub Java), który rozwiązuje ten sam problem. Oczywiście, najmilej widziane będzie rozwiązanie danego zadania na dwa sposoby, tj. za pomocą Solver'a i własnego programu komputerowego.

#### Z3.

Sprawdź, który z prostokątów o danym obwodzie (liczba całkowita) ma największe pole powierzchni.

#### Z4.

75 studentów Akademii Pomorskiej wybiera się na wycieczkę do Krakowa. Słupska firma przewozowa DANA zaoferowała uczelni trzy różne rodzaje pojazdów:

- A – mieszczący 9 studentów, którego koszt wynajmu wynosi 300 zł
- B – mieszczący 18 studentów, którego koszt wynajmu wynosi 550 zł
- C – mieszczący 32 studentów, którego koszt wynajmu wynosi 900 zł

Zadanie optymalizacyjne polega tutaj na znalezieniu takiego rozwiązania, które generuje najniższy koszt przewozu ze Słupska do Krakowa i jednocześnie zapewnia, że łącznie w pojazdach będzie co najwyżej 5 nie zajętych miejsc.

#### Z5.

Pewien zakład otrzymał zamówienie na wykonanie prostopadłościennego zbiornika (całkowicie otwartego od góry) o pojemności  $144 \text{ m}^3$ , którego dno musi być kwadratem wykonanym z materiału wzmocnionego. Żaden z wymiarów zbiornika (czyli krawędzi prostopadłościanu) nie może przekraczać 9 m. Całkowity koszt wykonania zbiornika ustalono w następujący sposób:

- 100 zł za  $1 \text{ m}^2$  dna,
- 75 zł za  $1 \text{ m}^2$  ściany bocznej.

Oblicz wymiary zbiornika, dla których tak ustalony koszt wykonania będzie dla zamawiającego najmniejszy.

Rozwiązania należy przesłać do dnia **31 maja 2023 r.** (do północy).