



RAPPORT DU PROJET PERSONNEL DE RECHERCHE

L'ACOUSTIQUE SOUS-MARINE

UFR Sciences et Techniques
2A Licence Renforcée de Mathématiques
2022-2024



Institut **M**atériaux **M**icroélectronique **N**anosciences **P**rovence

CLAVERIE Timm
ÉTABLISSEMENT : UNIVERSITÉ DE TOULON

Tuteur : B.BORLOZ
Laboratoire : IM2NP

Je tiens au préalable à remercier M Bruno BORLOZ, qui m'a accompagné, conseillé, donné de son temps et qui m'a surtout transmis son expertise dans le domaine de l'acoustique sous-marine ; ainsi que la responsable de projet Dre Gloria FACCANONI pour m'avoir fait confiance.

Table des matières

1	Introduction	3
2	Les Signaux Acoustiques Sous-Marin	4
2.1	Caractérisation des ondes et du milieu	4
2.1.1	Type de propagations	4
2.1.2	Pertes de propagation	5
2.2	Bruits sous-marin	6
3	L'Effet Doppler	7
3.1	Situations en dimension 1	7
3.1.1	Émetteur fixe	7
3.1.2	Émetteur mobile	8
3.2	Aller-retour du signal	8
3.3	Situations en dimension 2	8
3.3.1	Le mouvement circulaire	8
3.3.2	Émetteur mobile	9
4	Étude des ondes acoustiques	10
4.1	Intercorrélation	10
4.1.1	Cas sans effet Doppler	10
4.1.2	Cas avec effet Doppler	12
5	Conclusion	13
6	Annexes	14
7	Bibliographie	30
8	Résumé	31

1 Introduction

Au XIX^e siècle, suite à la découverte des propriétés des ondes électromagnétiques, de nouveaux champs s'ouvrent dans le domaine spatial et de la télécommunication. Cependant, un autre domaine reste inconnu, celui-ci n'est pas explorable avec les ondes électromagnétiques, c'est le milieu sous-marin.

Encouragés par la recherche du Titanic en 1912, les océans ont commencé à être explorés au XX^e siècle avec l'emploi d'ondes acoustiques. Correspondant à 70% de la surface du globe, le milieu marin est très propice à la propagation des ondes sonores.

Le traitement des signaux acoustiques sous-marins est une application du traitement du signal dans un domaine multidisciplinaire que les ingénieurs, les acousticiens, les physiciens, les océanographes et les biologistes marins utilisent dans le cadre de systèmes de télédétection sous-marine afin de résoudre les problèmes des applications réelles, caractérisées par la détection, la classification, la localisation et le suivi des systèmes étudiés.

Sans oublier le milieu militaire marin, où le besoin de *détecter, localiser, mesurer, transmettre* est essentiel.

L'acoustique sous-marine peut être structurée en différentes parties intriquées :

- une première partie introductive caractérisant les propriétés des ondes, du milieu, des sonars,
- une seconde partie abordant les différents effets physiques,
- une dernière partie traitant de l'étude des signaux acoustiques.

La caractérisation des signaux permet de définir, de quantifier, de comprendre des généralités théoriques dans un objectif de clarifier des applications.

Dans le milieu marin, plusieurs effets physiques semblables au milieu aérien existent ; ce rapport se concentrera autour de l'effet Doppler et de ses usages dans les cas pratiques.

L'étude des signaux constitue l'aboutissement des recherches en acoustique sous-marine, liant des méthodes mathématiques et physiques, cette branche de la physique permet d'apporter des réponses concrètes aux différents phénomènes.

Nous allons voir plusieurs des notions abordées ci-dessus dans un cadre de recherche destiné à une meilleure compréhension de l'étude des signaux sous-marins.

2 Les Signaux Acoustiques Sous-Marin

Les problèmes de navigation et de sécurité sont à l'origine du développement de l'acoustique sous-marine. Ils ont suscité la conception de nombreux systèmes dans le but de répondre à 3 enjeux : *détecter et localiser, mesurer, transmettre*. Lors de la Première Guerre Mondiale, les expériences de Paul Langevin et Constantin Chilowski ont ouvert la porte aux techniques modernes de détection sous-marine, notamment avec l'invention du sonar, permettant un bon en avant dans la caractérisation de la propagation des ondes acoustiques. Tout cela a abouti à une nouvelle branche d'étude : la caractérisation des signaux acoustiques.

2.1 Caractérisation des ondes et du milieu

2.1.1 Type de propagations

Réfraction, Diffraction

Dans l'eau, les ondes acoustiques ne se déplacent pas de manière rectiligne en raison de deux phénomènes :

- la réfraction : dans le milieu sous-marin, la densité varie avec la température et la pression, les caractéristiques des milieux changent ce qui dévie les ondes acoustiques de leur trajectoire initiale, qui est rectiligne dans un milieu homogène et isotrope.

Si le milieu marin est séquenté en couches, l'onde est sommée aux lois de Snell-Descartes.

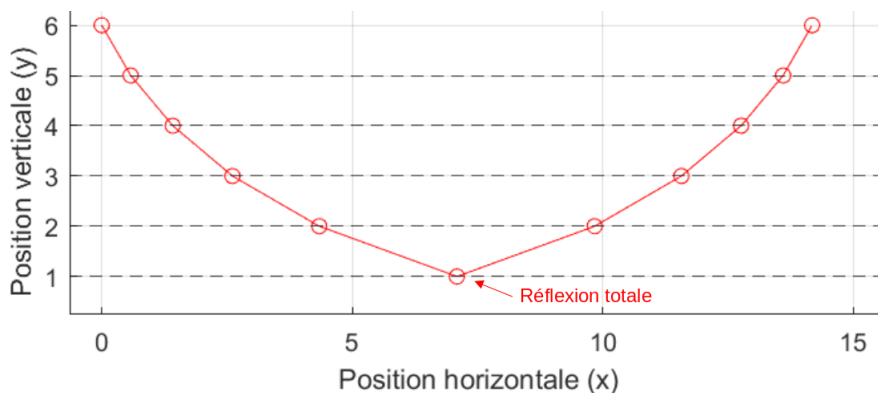


FIGURE 2.1 – Modèle simple de propagation d'un faisceau dans des couches d'eau d'indices différents

- Diffraction : lorsque les ondes acoustiques rencontrent un obstacle, elles se plient ou se courbent autour de celui-ci, ne se propageant donc pas de manière rectiligne.

Propagation transversale et longitudinale

Dans le cadre sous-marin, l'eau de mer dans laquelle se propagent les ondes acoustiques longitudinales n'est pas concerné par les ondes transverses, contrairement au sol constituant le fond des mers.

Principe de réciprocité de propagation

Ce principe décrit une symétrie de la propagation entre une source et un récepteur lorsque leurs positions sont échangées. Cela simplifie grandement l'analyse des systèmes de sonar actif monostatique car les effets de la propagation ne doivent être évalués qu'une seule fois.

2.1.2 Pertes de propagation

Le milieu sous-marin, bien que propice à la propagation des signaux sonores, réduit de manière non-négligeable la puissance des ondes lorsqu'elles se déplacent dans le milieu, on parle alors de perte ou d'affaiblissement de propagation. Les deux pertes d'intensité majeures sont dues à l'effet géométrique de divergence et à l'absorption de l'énergie acoustique.

Perte par divergence géométrique

Le phénomène de perte par divergence géométrique apparaît lorsqu'une onde, émise à puissance constante par une source sonore, se propage dans toutes les directions de l'espace en étalant son énergie sur une surface de plus en plus importante.

$$P_{geom} = 20 \log(R) \quad \text{avec } P_{geom} \text{ en dB et } R \text{ en } m.$$

Perte par amortissement

Le cas précédent considère le milieu comme homogène et la propagation comme multidirectionnelle ; or le milieu marin est hétérogène et dispersif. Une onde qui se propage dans un milieu dispersif comme la mer se déforme car ses longueurs d'onde se déplacent à des vitesses différentes.

Cette atténuation est exprimée à l'aide d'un coefficient d'absorption $\alpha(f)$ qui est exprimé en dB perdu par mètre. Il vient que :

$$P_{amor} = \alpha(f)\hat{d} \quad \text{avec } f \text{ en } Hz \text{ et } \hat{d} \text{ en } m$$

où f est la fréquence du signal émis et d la distance curviligne parcourue par le signal.

L'atténuation dépend aussi de la zone géographique. La formule de Thorp est utilisée en Atlantique et la formule de Leroy en Méditerranée. Par exemple, pour la méditerranée :

$$\alpha(f) = 0,001 + 0,007f^2 + \frac{0,2635f^2}{2,89+f^2}$$

Perte totale

Elle correspond à la somme de la perte géométrique et de la perte par amortissement :

$$P_{tot} = P_{geom} + P_{amor} = 20 \log(R) + \alpha(f)$$

2.2 Bruits sous-marin

Le bruit est un signal dont l'amplitude instantanée n'est pas connue et ne peut être prédit (sauf peut être en moyenne et en énergie). De manière générale, il se superpose à un signal, limitant la transmission de l'information et diminuant les performances de décision (détection, estimation, classification). Il est nuisible à d'autant plus que sa puissance est élevée par rapport à celle du signal d'intérêt. L'important est de retenir qu'il est non-prédictible et nuisible.

Le bruit ambiant

Le bruit ambiant provient du fond de la mer, c'est un bourdonnement qui existe indépendamment de la présence de capteurs et de sources sonores. Il ne peut y avoir aucune action directe sur ce bruit, il faut essayer de le réduire avec par exemple des méthodes statistiques.

Le bruit propre

Le bruit propre est lié à la présence de l'hydrophone et de son support. L'hydrophone est posé au fond de l'eau, suspendu ou tracté, il y a souvent transmission des vibrations. Le bruit propre baisse les performances de son propre système, et ce à toutes les fréquences.

Le bruit rayonné

Il provient des machines tournantes telles que les moteurs, pompes, hélices. Ces masses en rotation entraînent un bruit caractéristique dont les raies spectrales correspondent à la signature de l'objet. Ce sont ces signatures que les « oreilles d'or » essaient de détecter.

Le bruit de réverbération (sonar actif)

Les signaux émis par le sonar induisent des bruits par réverbération. Les signaux sont réfléchis sur la surface, le fond de l'eau, les bancs de poissons, les bulles. Plus il y a de réverbération, plus il y a de bruit nuisible rendant la détection de l'objet très complexe.

TABLE 2.1 – Tableau des principaux bruits sous-marins

Les Bruits	Continues	Intermittentes	Fréquence en (Hz)
Bruit Ambiant	effets hydrostatiques des marées et des vagues	-	$< 1\text{ Hz}$
	turbulences océaniques et courants	-	$1 - 10\text{ Hz}$
	trafic maritime éloigné et activités industrielles	-	$10 - 500\text{ Hz}$
	conditions météo locales (vent) ou éloignées (houle)	-	$100\text{ Hz} - 100\text{ kHz}$
	-	dauphins, baleines	$10\text{ Hz} - 100\text{ kHz}$
	-	crevettes claqueuses et crustacés divers	$1\text{ Hz} - 20\text{ kHz}$
Bruit Rayonné	-	précipitations (pluie)	$100\text{ Hz} - 100\text{ kHz}$
	machines tournantes	-	$10\text{ Hz} - 1000\text{ Hz}$
	cavitation (bruit d'hélice)	-	$100\text{ Hz} - 1000\text{ Hz}$

La difficulté de ces bruits est qu'ils ressemblent fortement au signal utile. Mais, ils peuvent aussi donner des informations utiles : dans le domaine sismique, la détection des échos donne une information sur la distance des nappes sous-terraines.

3 L'Effet Doppler

Christian Doppler, mathématicien et physicien Autrichien est devenu célèbre en 1842 pour avoir découvert le décalage Doppler. Cet effet correspond à la différence de fréquence entre une onde émise par un émetteur et celle reçue par un récepteur.

Cette notion est basée sur l'étude des mouvements, d'un point par exemple, indépendamment des causes qui les produisent. Cet effet faisant intervenir des notions de mécanique et de géométrie a des applications beaucoup plus importantes en acoustique sous-marine qu'avec les ondes électromagnétiques.

L'étude de plusieurs situations va permettre d'assimiler les notions mathématiques de l'effet Doppler. L'ensemble des démonstrations a été réalisé au préalable.

3.1 Situations en dimension 1

3.1.1 Émetteur fixe

On étudie le cas d'un émetteur fixe en O et d'une cible $C(t)$ animée d'un mouvement rectiligne uniforme sur l'axe Ox . La cible a une vitesse \vec{v} . On émet un ping infiniment court à $t = 0$ dont la célérité dans le milieu est c , puis un second ping est émis à $t = T$. On pose $t_{e2} = t_{e1} + T$ et $t_{r2} = t_{r1} + T'$, les dates d'émission et de réception.



FIGURE 3.1 – Émetteur fixe

Il vient que $T' = T + \frac{OC(t_{r2}) - OC(t_{r1})}{c}$. La célérité est $c = 1500m.s^{-1}$ pour une onde sonore dans l'eau, $c = 340m.s^{-1}$ pour une onde sonore dans l'air, d'où : $v \ll c$, $\frac{v}{c} \ll 1$. En utilisant la formule du développement limité à l'ordre 1 au voisinage de 0, il vient que :

$$T' = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} T \implies T' \sim (1 + \frac{v}{c}) T$$

On appellera $\delta = \frac{v}{c}$ le coefficient Doppler. Si le signal émis est de fréquence f_0 sur l'intervalle $[0, T]$. On peut alors trouver la fréquence f'_0 perçue par la cible.

$$f'_0 = (1 - \delta) f_0$$

δ est < 0 ou ≥ 0 . Pour $v > 0$ la cible s'éloigne de O , $T' > T$ et $f'_0 < f_0$, il y a une augmentation de la durée du signal due à une dilatation du signal émis. Inversement pour

$v < 0 : T' < T$ et $f'_0 > f_0$ il y a une diminution de la période impliquant une compression du signal. C'est typiquement le phénomène acoustique observé lorsque le moteur d'un bateau émet un signal sonore à une fréquence f_0 et que l'on perçoit dans l'eau des sons à une fréquence différente selon que le bateau s'éloigne ou se rapproche.

3.1.2 Émetteur mobile

On se place dans le même contexte que précédemment, hormis que l'émetteur se déplace à vitesse constante \vec{u} dans la direction Ox . Comment cela modifie nos calculs ?

On a : $u, v \ll c$ d'où $\frac{u}{c}, \frac{v}{c} \ll 1$. En utilisant la formule du développement limité, il vient que :

$$T' = \frac{1 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{v}{c}} \implies T' \sim (1 + \frac{v - u}{c})T$$

Dans le cas pratique, il faut calculer $\delta = \frac{v-u}{c}$. On aura $\delta = 0$ si $v = u$, c'est-à-dire si la distance relative émetteur-récepteur est invariante. L'effet Doppler est bien dû à la variation de la distance relative entre l'émetteur et le récepteur.

3.2 Aller-retour du signal

Dans le cas d'un radar actif, le radar émet un signal et le reçoit ensuite lorsque celui-ci a rebondi sur une cible quelconque. Il peut alors faire une analyse cinématique de la cible. Le but de cette situation est de voir l'impact d'un aller-retour sur le Décalage Doppler et donc de savoir comment sont modifiés nos calculs.

Lors de l'étude de [3.1.2], on trouve que $T' = \frac{1 - \frac{u}{c}}{1 - \frac{v}{c}}T$. Or \vec{u} et \vec{v} sont constants, on peut retrouver de manière analogue à T' et T la propriété liant T'' et T' . Il vient alors que :

$$T'' \sim (1 + 2\frac{v - u}{c})T$$

Pour $\delta = \frac{v-u}{c}$, $\Delta T = 2\delta T$, le décalage de la période lorsque le signal fait un aller-retour est donc égal à deux fois le coefficient Doppler. En effet, à l'aller l'onde subit une variation de sa période, puis est réfléchi par la cible, et varie de nouveau lors du chemin retour.

Par ailleurs, à partir de la formule de ci-dessus, on a : $v = u + \frac{f_0 - f''_0}{f''_0} \frac{c}{2}$

On en déduit qu'une utilité de l'effet Doppler est de pouvoir mesurer la vitesse de cibles relativement au milieu environnant à partir de la mesure du décalage de fréquence des échos.

3.3 Situations en dimension 2

3.3.1 Le mouvement circulaire

Si l'émetteur est fixe et la cible se déplace sur un cercle de rayon R constant, on aura $OC(t_{r1}) = OC(t_{r2})$, ce qui implique que $T' = T$. À travers cette expérience, on remarque que

quelque soit le mouvement décrit par l'émetteur et le récepteur, s'il n'y a pas de variation de la distance au cours du temps, il n'y a pas d'effet Doppler. Une autre propriété du mouvement circulaire est que $\vec{v} \perp \vec{OC}$ mais est-ce que cela a un lien avec l'Effet Doppler ?

3.3.2 Émetteur mobile

Cette situation est plus compliquée car plus générale. On se place dans un espace de dimension 2. $O(t)$ est un émetteur qui se déplace à la vitesse \vec{v} , et $M(t)$ est la cible qui se déplace à la vitesse \vec{v}' . Les pings sont émis à t_{e1} et t_{e2} , ils sont reçus à t_{r1} et t_{r2} .

Ici, on suppose la période entre le temps de la 1^{re} et de la 2^{de} émission très courte, de ce fait on a : $t_{e2} - t_{e1} = dt$ et $t_{r2} - t_{r1} = dt'$, tel que $dt, dt' \ll 1$. Le fait que dt et dt' soient infiniment petits permet de supposer que les vitesses \vec{v} et \vec{v}' sont de direction et de norme constante. On introduit le vecteur unitaire de \vec{OM} , noté $\vec{u} = \frac{\vec{OM}}{\|\vec{OM}\|}$.

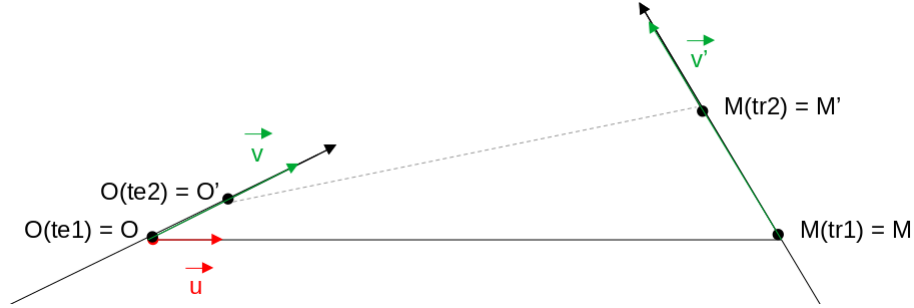


FIGURE 3.2 – Emetteur mobile

$(dt)^2$, $(dt')^2$, $dt dt'$ sont des infiniments petits d'ordre 2, donc ils sont négligeable devant dt et dt' . En utilisant, un DL en 0 à l'ordre 1, on détermine dt' en fonction de dt :

$$dt' = \frac{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c}}{1 - \frac{\vec{v}' \cdot \vec{u}}{c}} dt \implies dt' \sim \left(1 + \frac{(\vec{v}' - \vec{v}) \cdot \vec{u}}{c}\right) dt$$

On appelle vitesse radiale, les vitesses : $\vec{v} \cdot \vec{u}$ et $\vec{v}' \cdot \vec{u}$. La vitesse radiale correspond à la vitesse d'un objet mesurée dans une direction, c'est donc une projection qui est donnée sur l'espace par le produit scalaire. Si $\vec{v} = \vec{v}'$, il n'y a pas d'effet Doppler. Si $\vec{u} \perp \vec{v}$ et $\vec{u} \perp \vec{v}'$, il y a une vitesse radiale nulle et une variation de la distance entre O et M nulle et donc pas d'effet Doppler. C'est donc bien la variation de distance entre O et M qui est responsable de l'effet Doppler.

Dans le cadre de l'acoustique sous-marine, sur un bateau, dont la vitesse de déplacement est connue, équipé d'un sonar actif, on pourrait isoler la vitesse v radiale d'une cible grâce aux équations de l'effet Doppler. Mais comment estimer ce retard Doppler ?

4 Étude des ondes acoustiques

L'étude des ondes acoustiques passent par le traitement du signal : on peut l'analyser, le détecter, le mesurer, le filtrer, le synthétiser, le coder, le stocker, ... En reprenant les notions des précédents chapitres, on abordera plusieurs situations utilisant les mathématiques pour les modèles et les preuves, la physique pour la modélisation des lois naturelles et les applications et l'informatique pour la mise en pratique.

4.1 Intercorrélation

Soit $\underline{u}, \underline{v} \in \mathbf{R}^{n \times 1}$ tel que \underline{u} et \underline{v} sont unitaires. D'après l'inégalité de Cauchy-Schwarz, on a que $|\langle \underline{u}, \underline{v} \rangle| \leq \|\underline{u}\| \cdot \|\underline{v}\| = 1$. Le produit scalaire est maximal lorsqu'il y a égalité de \underline{u} et \underline{v} , et donc lorsque les vecteurs sont colinéaires. Le produit scalaire est un outil de ressemblance de 2 vecteurs.

$$\langle \underline{u}, \underline{v} \rangle = \begin{cases} 0 & \text{si } \underline{u} \perp \underline{v}, \\ 1 & \text{si } \underline{u} = \underline{v}. \end{cases}$$

Soit $e(t)$ le signal émis pendant une durée T avec $0 \leq t \leq T$.

Soit $r(t')$ le signal reçu avec $\tau \leq t' \leq \tau + T'$ ($T' = T$ si pas d'effet Doppler), où l'intervalle de temps $[0, \tau]$ correspond à la distance parcourue par le signal avant d'être reçu, on peut aussi écrire : $r(t' - \tau) = r(t)$.

4.1.1 Cas sans effet Doppler

Question 1 : Comment mesurer la ressemblance de 2 signaux $e(t)$ et $r(t)$?

On échantillonne les signaux. On choisit un intervalle Δt assez petit et l'on découpe la durée T en N points, tel que $T = N\Delta t$. On a alors une liste segmentée par Δt : $e(t) \rightarrow \{e_n\}_{0 \leq n \leq N-1}$ et $r(t) \rightarrow \{r_n\}_{0 \leq n \leq N-1}$. Ces listes sont respectivement assimilables à des vecteurs \underline{e} et \underline{r} .

On peut alors comparer les 2 signaux avec la méthode des rectangles pour l'approximation d'une intégrale :

$$\langle \underline{e}, \underline{r} \rangle \simeq \int_0^T e(t)r(t)dt$$

Question 2 : Comment estimer τ ?

Voici les signaux qui ont été émis et reçus par le sonar actif :

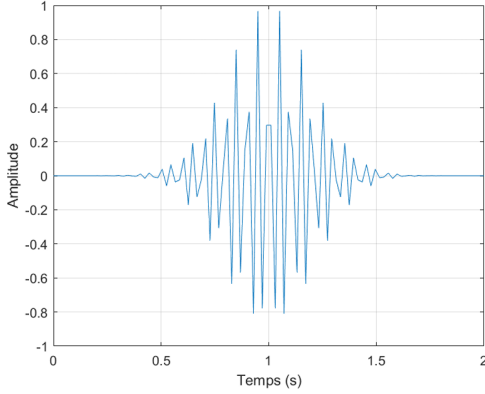


FIGURE 4.1 – Signal émis

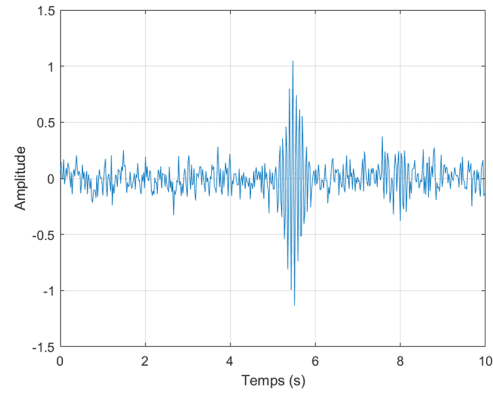


FIGURE 4.2 – Signal reçu

Similairement à la question précédente, on échantillonne $e(t)$ et $r(t)$ pour avoir des vecteurs \underline{e} et \underline{r} . Pour pouvoir comparer, $r(t)$ à $e(t)$ on réalise un produit scalaire « glissant », i.e. on fixe un t_0 du signal reçu et on réalise le produit scalaire entre $e(t)_{[0,T]}$ et $r(t)_{[t_0, t_0+T]}$. Avec les vecteurs \underline{e} et \underline{r} , on a que :

$$f(t_0) = \langle \underline{e}, \underline{r}_{[t_0, t_0+T]} \rangle \simeq \int_{t_0}^{t_0+T} r(t)e(t-t_0)dt$$

On a $e(t-t_0)$ car comme dit à la question 1, t du signal émis doit varier sur $[0, T]$. On effectue l'intercorrélation de e et r .

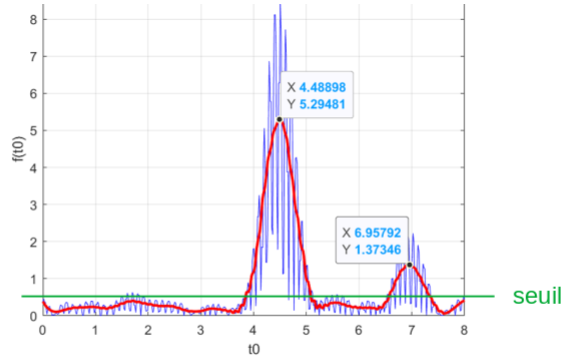


FIGURE 4.3 – Graphique du produit scalaire glissant (en rouge)

On fixe un seuil de détection, un signal est déclaré s'il est supérieur au seuil. À $\tau = 4.48$, on a l'intervalle $[\tau, \tau + T]$ où la ressemblance avec le signal émis est maximale. On remarque qu'à $\tau' = 6.95$, on a $[\tau', \tau' + T]$ où la ressemblance est diminuée en amplitude. Cela signifie que dans le signal reçu, on a 2 fois le motif du signal émis. Le 1^{er} correspond à la réception du trajet direct du signal émis, le 2nd correspond à une réverbération. En effet il est identique au premier mais a perdu en intensité car il a parcouru une plus grande distance.

On vient d'estimer la date de réception. On en déduit la distance $\hat{d} = \frac{c\hat{\tau}}{2}$ avec c la célérité du milieu, \hat{d} la distance curviligne et $\frac{1}{2}$ car l'onde réalise un aller-retour.

4.1.2 Cas avec effet Doppler

On a un signal $e(t)$ émis de période T et de fréquence f_0 . On a un signal reçu où on distingue un unique motif semblable à celui de $e(t)$ sur un intervalle $[\tau, \tau + T']$ tel que les durées T et T' sont différentes.

Question 3 : Quelle est la distance parcourue par le signal avant d'être reçu ? Quelle est la vitesse radiale de la cible ?

L'idée est de modifier le signal émis de plein de façons différentes, en le dilatant ou le compressant. On réalise des copies Doppler de $e(t)$. On obtient des signaux de longueurs différentes, leurs tailles dépendent du coefficient Doppler. A partir du signal le plus long, je rajoute des « zéros » aux autres signaux pour qu'ils aient tous la même durée.

Dans mon exemple, j'ai 5 copies Doppler, on va alors avoir : $T_1 > T_2 \rightarrow f_1 < f_0 \rightarrow \delta_1 > 0$, $T_2 > T \rightarrow f_2 < f_0 \rightarrow \delta_2 > 0$, $T_3 = T \rightarrow f_3 = f_0 \rightarrow \delta_3 = 0$, $T_4 < T \rightarrow f_4 > f_0 \rightarrow \delta_4 < 0$, $T_5 < T_4 \rightarrow f_5 > f_0 \rightarrow \delta_5 < 0$. ($|\delta| \ll 1$)

On échantillonne les $e_i(t)$ en \underline{e}_i . Comme dans la question précédente, on réalise le produit scalaire, on a alors 5 graphiques donnés par : $f_i(t_0) = \langle \underline{e}_i, \underline{r}_{[t_0, t_0 + T_1]} \rangle$. On se positionne par rapport à la période la plus grande donc T_1 . On obtient alors :

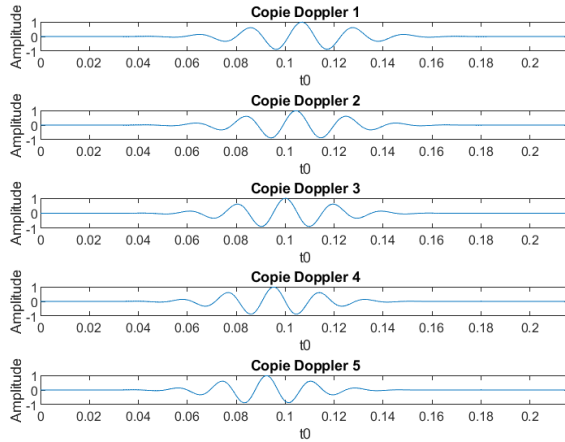


FIGURE 4.1 – Copies Doppler

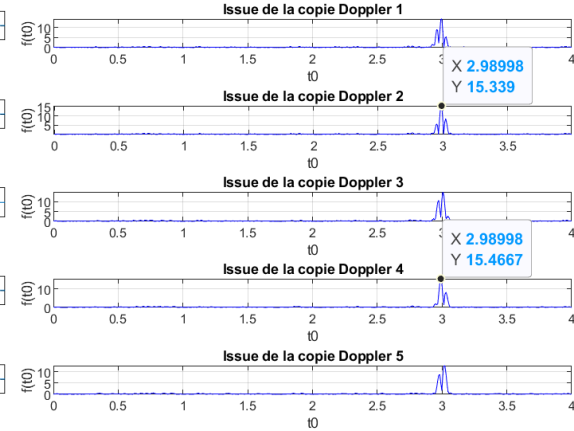


FIGURE 4.2 – Produits scalaires

La valeur maximale du produit scalaire est atteinte pour la copie Doppler n°4. La date $t_0 = 15.4667$ correspond au temps $\hat{\tau}$ tel que où le signal est reçu sur $[\tau, \tau + T_4]$.

On peut approximer la distance la plus courte entre l'émetteur et le récepteur $\hat{d} = \frac{c\hat{\tau}}{2}$. On connaît aussi δ_4 qui vaut 2δ (voir [sect3.2]). On a que $\delta_4 = 2\frac{\hat{v}_r}{c}$ d'où :

$$\hat{v}_r = \frac{\delta_4 c}{2}$$

On peut alors déterminer la vitesse radiale à laquelle se déplace l'objet ayant émis le signal. En augmentant le nombre de copies Doppler, on améliore la précision de l'estimation de \hat{v}_r .

5 Conclusion

Alors que les progrès de la recherche en acoustique sous-marine ont été très conséquents ces 100 dernières années, les difficultés concernant le traitement des signaux restent les mêmes, les pertes dues à la nature du milieu, les bruits ambiants, les réflexions et les trajets non rectilignes, en grande distance, multiples empruntés par les ondes acoustiques viennent toujours complexifier les études. La difficulté de ces bruits étant qu'ils ressemblent fortement au signal utile.

Même s'il existe plusieurs méthodes mathématiques, telles que l'approximation par moindres carrés et l'autocorrélation, pour débruiter et traiter des signaux bruités, certains de ces bruits sont utiles, en sismique la détection des échos donne une information sur la distance des nappes sous-terraines. Ces méthodes de traitement permet de comprendre des effets physiques comme l'effet Doppler.

On peut penser que l'utilité de l'effet Doppler est faible et qu'elle n'est liée qu'aux systèmes de sécurité et de surveillance pour le calcul de la vitesse relative d'un objet. Cependant, cet effet admet plusieurs applications en dynamique des fluides, notamment en courantométrie acoustique avec les courants marins et en détection des turbulences marines avec les présences de vortex.

Toutefois, l'étude de l'effet Doppler en dynamique des fluides passe par les équations d'ondes. En étendant le sujet aux équations d'ondes, il serait intéressant de retrouver un décalage Doppler en animant la source sonore d'une vitesse. Les équations d'ondes servent notamment à prédire la trajectoire. Dans le cas où le signal est mêlé à des réflexions, ce qui rend difficile le discernement des signaux reçus, pouvoir estimer le décalage doppler directement dans les équations d'onde serait très utile pour les simulations.

Tout laisse penser que la prospection pétrolière et gazière sous-marine, ainsi que les tensions militaires navales autour de ces ressources vont encourager au développement de la recherche en acoustique sous-marine.

6 Annexes

● Caractérisation des ondes et du milieu

● Les systèmes sonar

En mai 1918, dans le port de Toulon, le sous-marin *Messidor* était détecté à une distance de 500 m par un nouvel appareil, le sonar. Le mot SONAR provient de l'anglais « *SOund Navigation and Ranging* » (signifiant « navigation sonore et télémétrie »), qui est inspiré de l'acronyme de RADAR (« *RAdio Detection And Ranging* »).

Les systèmes sonar sont utilisés dans des environnements en 3 dimensions qui sont variables dans le temps. On peut alors définir les coordonnées (x, y, z) d'un point de l'espace qui correspondent respectivement à la longitude, la latitude et la profondeur. Dans le cadre d'un sonar fixé sur un bateau, z est nulle à la surface et sa valeur augmente lorsque l'objet gagne en profondeur. Le repère en coordonnées cartésiennes est analogue à un repère en coordonnées cylindriques ; les composantes d'un point seront alors exprimées en fonction de (r, θ, ϕ) , où r désigne la distance sonar-objet et θ, ϕ les angles relatifs à deux repères circulaires orthogonaux.

On distingue les sonars actifs qui émettent et reçoivent un signal et des sonar passifs qui se contentent d'écouter. La plupart des systèmes sonar sont des unités uniques ; il peut y avoir un sonar actif et un sonar passif sur un même système mais ils sont dissociables. Pour ma part, j'utiliserai les appellations anglaises, sonar monostatique (i.e. sonar à géométrie monostatique) et sonar bistatique (i.e. sonar à géométrie bistatique).

Lorsque l'émetteur et le senseur (i.e. récepteur) d'un système sonar sont situées suffisamment proches pour dire qu'ils ont la même localisation (i.e. co-localisation), on parle alors de sonar monostatique. Le son allant jusqu'à l'objet et l'écho qui en résulte se propagent sur la même voie. En utilisant la propriété de la réciprocité de la propagation acoustique, les déplacements d'un signal de A à B sont les mêmes que ceux de B vers A ; les points d'émission et de réception du signal sont les mêmes, ce qui explique que la trajectoire est à géométrie monostatique.

Lorsque l'émetteur et le récepteur d'un système sonar sont chacun suffisamment éloignés pour que la réciprocité des trajectoires acoustiques soit inopérante, on parle de système sonar à géométrie bistatique, les points d'émission et de réception sont différents. En effet, il n'y a pas de co-localisation, il y a 2 objets distincts, le chemin emprunté par le signal jusqu'à la cible et le chemin de l'écho résultant capté par le senseur est différent.

Un autre cas intéressant est lorsqu'il s'agit d'un système multi-noeuds formant un réseau de capteurs multiples espacés d'une certaine distance, on parle alors de système sonar multistatique. Un exemple de système de détection multistatique est le système SLASM (« *Système de Lutte Anti-Sous-Marine* »). Un navire de guerre, de type Anti-Sous-Marin (ASM), émet avec un sonar à géométrie monostatique une onde et transmet le retour des échos à d'autres senseurs (bouée, navire, sous-marin) afin d'avoir une localisation plus précise de la cible, ici le sous-marin adverse.

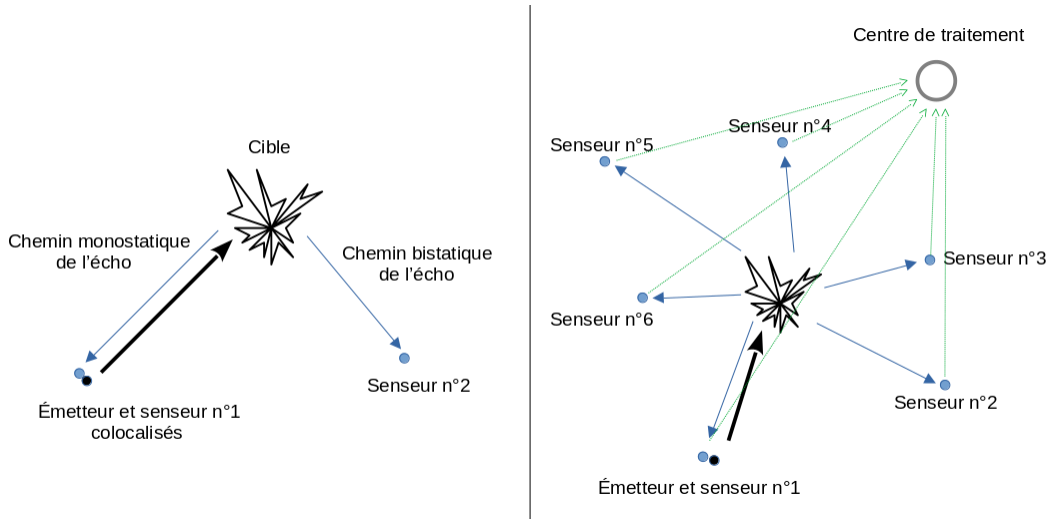


FIGURE 6.1 – Système monostatique et bistatique (à gauche); Système multi-noeuds (à droite)

Sur les situations ci-dessus, les flèches en gras désignent le signal émis par l'émetteur, les flèches en bleu correspondent aux signaux réfléchis par la cible et les flèches en vert à la transmission des données des senseurs. À droite, le chemin du signal émis et celui de l'écho reçu au senseur n°1 sont les mêmes, tandis que celui de l'écho capté par le senseur n°2 est différent, cela illustre parfaitement les notions de chemin monostatique et bistatique. La situation à gauche peut-être assimilée à un système de détection multistatique tel que le système SLASM.

● Caractérisation

Période, Fréquence, Longueur d'onde

La période, notée T , est l'intervalle de temps séparant deux états vibratoires identiques et successifs d'un point du milieu dans lequel l'onde se propage.

La fréquence est le nombre de périodes par unité de temps ce qui correspond à l'inverse de la période : $f = \frac{1}{T}$ où f est la fréquence en Hertz (Hz ou s^{-1}) et T la période en seconde (s).

La longueur d'onde, λ , est la période spatiale, c'est-à-dire la distance parcourue par l'onde pendant une période, d'où $\lambda = c * T = \frac{c}{f}$ avec c la célérité de l'onde.

Puissance, Intensité, Impédance et Pression acoustique

La puissance acoustique est l'énergie délivrée par une source sonore pendant un intervalle de temps donné : $P = \frac{E}{\Delta t}$, avec P la puissance acoustique (W), E l'énergie acoustique (J), et Δt un intervalle de temps (s). Elle dépend uniquement des caractéristiques de la source.

L'intensité acoustique correspond à l'énergie qui traverse chaque seconde une surface perpendiculaire à la direction des ondes sonores. Dans le cas d'une source d'ondes sphériques ou bien une source « ponctuelle », elle est liée à la puissance par la formule : $I = \frac{P}{4\pi r^2}$, avec I l'intensité acoustique ($W.m^{-2}$) et r la distance entre la source et un point (m). Ainsi, l'intensité dépend des caractéristiques de la source par la puissance et également de la distance source-point.

L'impédance acoustique est la résistance au passage du son. Dans le cas d'une onde plane, il est possible d'estimer une valeur de l'impédance.

A partir d'une certaine distance, qui dépend de la longueur d'onde, on peut considérer les ondes comme planes. En effet, dans notre exemple, sur l'intervalle $[-0.5, 0.5]$ de l'axe des ordonnées, à partir d'une distance de 6λ on remarque que l'onde est localement plane.

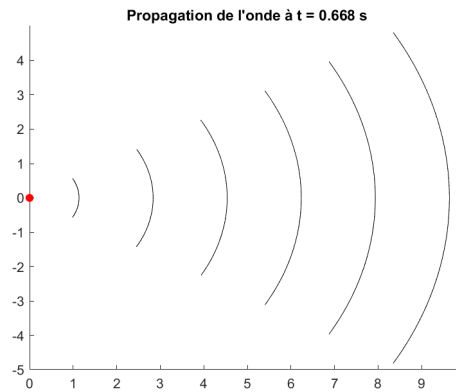


FIGURE 6.2 – Onde localement plane

$Z = \rho c$ où Z est l'impédance acoustique caractéristique du milieu ($kg.m^{-2}.s^{-1}$), ρ la masse volumique du milieu ($kg.m^{-3}$) et c la célérité du son ($m.s^{-1}$). Lors du passage d'un milieu à un autre, l'impédance diffère, modifiant ainsi la vitesse et la trajectoire de l'onde. Plus la différence d'impédance entre les deux milieux est élevée plus une partie importante de l'onde sera réfléchi.

La pression p est une contrainte appliquée à la surface d'un corps : au repos, les molécules sont soumises à la pression atmosphérique ; lorsque le milieu est perturbé, le mouvement des molécules engendre des variations locales de la pression. Pression et intensité acoustique sont liées par la formule : $I = \frac{p^2}{\rho c}$ avec p la pression acoustique en un point (Pa).

Distance Curviligne

Essentielle pour calculer la distance parcourue par une onde, elle remplace le calcul de distance habituel car celui-ci permet de connaître la distance entre 2 points et ne prend pas en compte le chemin suivi par l'onde.

La distance curviligne correspond à la norme d'un arc. On considère par exemple un arc paramétré de classe C^1 , donnée par la fonction :

$$\overrightarrow{OM} = \vec{f}(t) \quad t \in [a, b]$$

Le vecteur déplacement infinitésimal est :

$$d\overrightarrow{OM} = \frac{d\vec{f}}{dt} dt$$

Sa norme est : $ds = \left\| \frac{d\vec{f}}{dt} \right\| dt$, elle correspond à la longueur parcourue pendant l'intervalle de temps dt . Pour calculer la longueur de l'arc, il faut sommer de manière continue (et non discrète) les longueurs élémentaires :

$$L = \int ds = \int_a^b \left\| \frac{d\vec{f}}{dt} \right\| dt$$

• Type et pertes de propagations

Propagation transversale et longitudinale

Les 2 principaux types de propagation des ondes sont les propagations longitudinales, dites de compression, et les propagations transverses, dites de cisaillement. Les ondes longitudinales se propagent de la même manière qu'un ressort comprimé qui se déforme tandis que la propagation des ondes transverses ressemble à la déformation d'une corde (guitare).

Ces 2 sortes de propagation sont caractéristiques des milieux : la propagation des ondes acoustiques dans l'air, dans l'eau, dans un solide est longitudinale, sauf dans les cas particuliers d'un solide très dense ou d'un liquide très visqueux, où la propagation est transversale. Cependant ces modes de propagation dépendront davantage des types d'ondes, de manière générale on admettra que les ondes électromagnétiques sont transversales tandis que les ondes acoustiques sont longitudinales.

Dans le cadre sous-marin, l'eau de mer dans laquelle se propagent les ondes acoustiques longitudinales n'est pas concernée par les ondes transverses, contrairement au sol constituant le fond des mers. Par contre, une onde L qui percute le sol peut se transformer en onde T dans le sol, s'y propager, et ressortir en onde L plus loin dans l'eau.

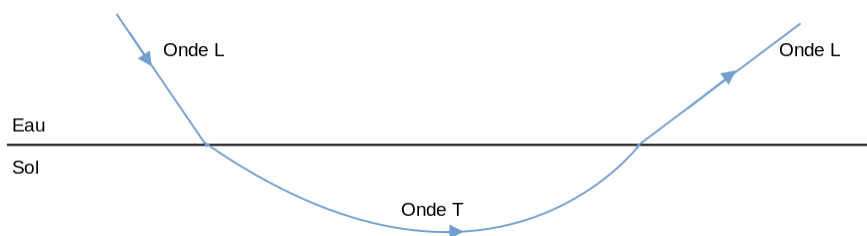


FIGURE 6.3 – Propagation à travers le fond marin

Onde à propagation sphérique

De plus, si les ondes sonores évoluent dans un milieu homogène, isotrope et sans obstacle, alors les ondes d'une source « ponctuelle » se propagent de manière identique dans toutes les directions et sont dites sphériques. Dans la caractérisation des ondes acoustiques, nous utilisons une onde sphérique pour illustrer l'onde plane. Nous remarquons alors que loin de la source, le front d'onde

(ensemble des molécules qui oscillent dans le même état vibratoire) tend à être plane, de sorte que les ondes sonores peuvent être comparées aux ondes planes. A titre de comparaison : la planète Terre est ronde, mais localement plate à l'échelle humaine.

Perte par divergence géométrique

Le phénomène de perte par divergence géométrique apparaît lorsqu'une onde, émise à puissance constante par une source sonore, se propage dans toutes les directions de l'espace en étalant son énergie sur une surface de plus en plus importante. Dans un espace en trois dimension, l'émission de ces ondes est donc sphérique.

Pour bien comprendre ce phénomène, il faut utiliser les formules faisant intervenir le niveau sonore, la puissance, l'intensité et la surface, on exprime alors la perte géométrique :

$$I = \frac{P}{S} \quad , \quad S = 4\pi R^2 \quad , \quad I_1 = \frac{P}{S_1} \quad , \quad I_2 = \frac{P}{S_2} = I_1 \frac{S_1}{S_2} \quad , \quad L_i = 10 \log_{10} \left(\frac{I_i}{I_0} \right) \quad \forall i \in \mathbf{N}$$

où I_0 est le seuil d'audibilité fixé à $10^{-12} W.m^{-2}$.

On note : $I = \frac{I_2}{I_1}$, $R = \frac{R_2}{R_1}$

$$\begin{aligned} L_2 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_0} \right) \\ L_2 &= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \frac{S_1}{S_2} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) + 10 \log \left(\frac{4\pi R_1^2}{4\pi R_2^2} \right) \\ L_2 &= L_1 + 10 \log \left(\left(\frac{R_1}{R_2} \right)^2 \right) = L_1 + 20 \log \left(\frac{1}{R} \right) \\ L_2 &= L_1 - 20 \log(R) \end{aligned}$$

La fonction "log" est strictement croissante, donc si $R_2 > R_1$ alors $20 \log(R) = 20(\log(R_2) - \log(R_1)) > 0$ alors $L_2 < L_1$.

Cela implique que lorsque la distance augmente, le niveau sonore baisse d'où le nom de perte géométrique.

On a donc :

$$\begin{aligned} P_{geom} &= L_1 - L_2 \quad \text{avec } L_1, L_2 \text{ en dB} \\ P_{geom} &= 20 \log(R) \quad \text{d'où } P_{geom} \text{ en dB} \end{aligned}$$

Il semble logique que $R_2 > R_1$, l'onde sonore est forcément animé d'une vitesse, sinon la distance ne varie pas et il n'y a pas d'onde, donc d'après $v = \frac{d}{t}$; à $t_2 > t_1$ il y a obligatoirement $R_2 > R_1$.

● L'Effet Doppler

● Émetteur fixe en dimension 1

$$t_{r1} = t_{e1} + \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r1})}\|}{c} \quad (1)$$

$$t_{r2} = t_{r1} + T' = t_{e2} + \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r2})}\|}{c} = t_{e1} + T + \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r2})}\|}{c} \quad (2)$$

$$(2) - (1) : t_{r2} - t_{r1} = T' = t_{e1} + T + \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r2})}\|}{c} - t_{e1} - \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r1})}\|}{c}$$

$$T' = T + \frac{\overrightarrow{OC(t_{r2})} - \overrightarrow{OC(t_{r1})}}{c}$$

$$\text{Or } \overrightarrow{OC(t_{r2})} = d_0 \vec{i} + \vec{v} t_{r2}, \text{ et } \overrightarrow{OC(t_{r1})} = d_0 \vec{i} + \vec{v} t_{r1}$$

En projetant sur \vec{i} , on obtient :

$$\overrightarrow{OC(t_{r2})} - \overrightarrow{OC(t_{r1})} = v(t_{r2} - t_{r1}) = vT'$$

$$\text{Ainsi } T' = T + \frac{v}{c} T' \iff T'(1 - \frac{v}{c}) = T$$

On a donc

$$T' = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} T$$

, on appellera $\delta = \frac{v}{c}$ le coefficient Doppler. D'où $T \neq T'$.

Or $c = 1500m.s^{-1}$ pour une onde sonore dans l'eau, $c = 340m.s^{-1}$ pour une onde sonore dans l'air et $c = 3.10^8$ pour une onde électromagnétique (exemple : la lumière) dans le vide ou dans l'air. En général, on a donc $v \ll c$

Pour rappel, seulement 2 pings avaient été émis.

On se place maintenant dans le cas où on émet un signal monochromatique de fréquence f_0 pendant un intervalle $[0, T]$. On peut alors trouver la fréquence f'_0 perçue par la cible.

On pose que : $T = n\lambda_0$ et on sait que $f_0 = \frac{c}{\lambda_0}$. λ_0 est la longueur d'onde, elle est définie comme étant la distance séparant deux points pendant la période T .

$$T' = \frac{nc}{f'_0} = \frac{1}{1-\delta} \frac{nc}{f_0}$$

$$f'_0 = (1 - \delta) f_0$$

$$f'_0 - f_0 = \Delta f = -\delta f_0$$

● Émetteur mobile en dimension 1



FIGURE 6.4 – Émetteur mobile

$$t_{r1} = t_{e1} + \frac{\|\overrightarrow{OC(t_{r1})}\|}{c} \quad (1)$$

$$t_{r2} = t_{e1} + T + \frac{\|\overrightarrow{O'C(t_{r2})}\|}{c} \quad (2)$$

Or $\overrightarrow{OO'} = \vec{u}T$
 Et $\overrightarrow{O'C(t_{r2})} = \overrightarrow{OC(t_{r2})} - \overrightarrow{OO'} = d_0 \vec{i} + \vec{v}t_{r2} - \vec{u}T$

En projetant sur \vec{i} , on obtient : (2) - (1) : $T' = T + \frac{1}{c}(d_0 + vt_{r2} - uT - (d_0 + vt_{r1}))$
 $cT' = cT + v(t_{r2} - vt_{r1}) - uT$
 $cT' = cT + vT' - uT$
 $T'(c - v) = T(c - u)$
 $T' = \frac{c-u}{c-v}T = \frac{1-\frac{u}{c}}{1-\frac{v}{c}}T$

De manière générale, on a : $u, v \ll c$. On a donc $\frac{u}{c}, \frac{v}{c} \ll 1$. On utilise la formule du développement limité à l'ordre 1 au voisinage de 0 : $(1+x)^\alpha \sim 1 + \alpha x$. On a $o(\frac{u}{c})$ qui est équivalent à $o(\frac{v}{c})$ car tous les 2 très petits devant 1.

$$T' = (1 - \frac{u}{c})(1 - \frac{v}{c})^{-1}T$$

$$T' \sim^{DL} (1 - \frac{u}{c})(1 + \frac{v}{c})T + o(\frac{u}{c})$$

$$T' \sim (1 - \frac{u}{c} + \frac{v}{c} - \frac{u}{c}\frac{v}{c})T + o(\frac{u}{c})$$

$$T' \sim (1 - \frac{u}{c} + \frac{v}{c})T + o(\frac{u}{c})$$

$$T' \sim (1 + \frac{v-u}{c})T + o(\frac{u}{c})$$

On remarque que pour $u = v$: $T' = T$, pour $u > v$: $T' < T$ enfin pour $u < v$: $T' > T$.

● Aller-retour du signal

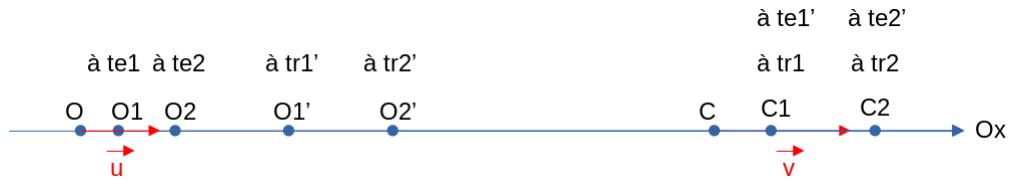


FIGURE 6.5 – Aller-retour du signal

On a établi grâce à la situation 2, la propriété suivante $T' = \frac{1-\frac{u}{c}}{1-\frac{v}{c}}T$, dans le cas d'un mouvement rectiligne uniforme de l'émetteur (à la vitesse \vec{u}) et du récepteur (à la vitesse \vec{v}) en dimension 1. Or \vec{u} et \vec{v} sont constants par définition, j'en déduis qu'on peut retrouver de manière analogue à T' et T la propriété de liant T'' et T' .

$$t'_{r1} = t'_{e1} + \frac{\|\overrightarrow{C_1O'_1}\|}{c} = t'_{e1} + \frac{\|\overrightarrow{O'_1C_1}\|}{c} \quad (1)$$

$$t'_{r2} = t'_{e1} + T + \frac{\|\overrightarrow{C_2O'_2}\|}{c} = t'_{e1} + T + \frac{\|\overrightarrow{O'_2C_2}\|}{c} \quad (2)$$

Or, on a :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{O'_1 C_1} &= -\overrightarrow{OO'_1} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CC_1} = -\vec{u}t'_{r1} + d_0 \vec{i} + \vec{v}t'_{e1} \\ \overrightarrow{O'_2 C_2} &= -\overrightarrow{OO'_2} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{CC_2} = \vec{u}t'_{r2} + d_0 \vec{i} + \vec{v}t'_{e2}\end{aligned}$$

En projetant sur \vec{i} , on obtient :

$$\begin{aligned}\left\| \overrightarrow{O'_1 C_1} \right\| &= -ut'_{r1} + d_0 + vt'_{e1} \\ \left\| \overrightarrow{O'_2 C_2} \right\| &= -ut'_{r2} + d_0 + vt'_{e2}\end{aligned}$$

$$(2) - (1) : c(t'_{r2} - t'_{r1}) = c(vt'_{e2} - vt'_{e1}) - u(t'_{r2} - t'_{r1}) + v(vt'_{e2} - vt'_{e1})$$

$$cT'' = cT' - uT'' + vT'$$

$$T''(c + u) = T'(c + v)$$

$$T'' = \frac{1+\frac{v}{c}}{1+\frac{u}{c}} T'$$

On applique la formule trouvée à la situation 2

$$\begin{aligned}T'' &= \frac{1+\frac{v}{c}}{1+\frac{u}{c}} \frac{1-\frac{u}{c}}{1-\frac{v}{c}} T \\ T'' &\sim^{DL} (1 + \frac{v}{c})(1 - \frac{u}{c})(1 - \frac{u}{c})(1 + \frac{v}{c})T + o(\frac{v}{c}) \\ T'' &\sim (1 + \frac{v}{c})^2(1 - \frac{u}{c})^2 T + o(\frac{v}{c}) \\ T'' &\sim (1 + 2\frac{v}{c})(1 - 2\frac{u}{c})T + o(\frac{v}{c})\end{aligned}$$

$$T'' \sim (1 + 2\frac{v-u}{c})T + o(\frac{v}{c})$$

Pour $\delta = \frac{v-u}{c}$, $\Delta T = 2\delta$, le décalage de la période lorsque le signal fait un aller-retour est donc égal à deux fois le coefficient Doppler. En effet, à l'aller l'onde subit une variation, avant d'être réfléchiée par la cible où il y a à nouveau une variation de sa période lors du chemin retour.

Par ailleurs :

$$T'' = (1 + 2\delta)T, \text{ on a la formule } T = \frac{nc}{f_0}$$

$$\frac{nc}{f_0''} = (1 + 2\delta) \frac{nc}{f_0}$$

$$f_0'' = \frac{1}{1+2\delta} f_0$$

$$f_0'' \sim^{DL} (1 - 2\delta) f_0$$

$$f_0'' - f_0 = -2\delta f_0 \iff \delta = \frac{f_0 - f_0''}{2f_0}$$

À partir de la formule de $\delta = \frac{v-u}{c}$, on a :

$$v = u + \frac{f_0 - f_0''}{f_0''} \frac{c}{2}$$

● Émetteur mobile en dimension 2

$$t_{r1} = t_{e1} + \frac{\|\overrightarrow{OM}\|}{c} \tag{1}$$

$$t_{r2} = t_{e1} + dt + \frac{\|\overrightarrow{O'M'}\|}{c} = t_{r1} + dt' \tag{2}$$

$$\overrightarrow{O'M'} = \overrightarrow{O'O} + \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{M'M'} = -\vec{v} dt + \overrightarrow{OM} + \vec{v}' dt'$$

Or dt et dt' sont des infiniments petits d'ordre 1 et $(dt)^2$, $(dt')^2$, $dt dt'$ sont des infiniments petits d'ordre 2, donc ils sont négligeable devant dt et dt' . De plus, on sait que : $\|\overrightarrow{O'M'}\| = O'M' = \sqrt{\overrightarrow{O'M'} \cdot \overrightarrow{O'M'}}$, donc on a :

$$\begin{aligned} \|\overrightarrow{O'M'}\| &= \sqrt{\overrightarrow{O'O} \cdot \overrightarrow{O'O} + 2\overrightarrow{O'O} \cdot \overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{O'O} \cdot \overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{MM'} + \overrightarrow{M'M'} \cdot \overrightarrow{M'M'}} \\ O'M' &= \left(2\overrightarrow{O'O} \cdot \overrightarrow{OM} + OM^2 + 2\overrightarrow{OM} \cdot \overrightarrow{MM'} \right)^{\frac{1}{2}} \\ O'M' &= OM \left(1 - 2dt \vec{v} \cdot \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^2} + 2dt' \vec{v}' \cdot \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^2} \right)^{\frac{1}{2}} \end{aligned}$$

D'après la formule du DL de x en 0 à l'ordre 1 ($(1+x)^\alpha \sim 1 + \alpha x$), on a :

$$\begin{aligned} O'M' &\sim^{DL} OM \left(1 - dt \vec{v} \cdot \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^2} + dt' \vec{v}' \cdot \frac{\overrightarrow{OM}}{OM^2} \right) \\ O'M' &\sim OM - dt \vec{v} \cdot \vec{u} + dt' \vec{v}' \cdot \vec{u} \end{aligned}$$

En soustrayant (1) à (2), on obtient :

$$\begin{aligned} t_{r2} - t_{r1} &= t_{e1} + dt + \frac{\|\overrightarrow{O'M'}\|}{c} - t_{e1} - \frac{\|\overrightarrow{OM}\|}{c} \\ dt' &= dt + \frac{O'M' - OM}{c} \\ dt' &= dt + \frac{OM - dt \vec{v} \cdot \vec{u} + dt' \vec{v}' \cdot \vec{u} - OM}{c} \\ dt' &= dt \left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c} \right) + dt' \left(\frac{\vec{v}' \cdot \vec{u}}{c} \right) \\ dt' \left(1 - \frac{\vec{v}' \cdot \vec{u}}{c} \right) &= dt \left(1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c} \right) \end{aligned}$$

$$dt' = \frac{1 - \frac{\vec{v} \cdot \vec{u}}{c}}{1 - \frac{\vec{v}' \cdot \vec{u}}{c}} dt$$

- Étude des ondes acoustiques
- Cas sans effet Doppler

```
%Produit scalaire glissé
N = 500;
temps_segments = linspace(0, T_total - T, N);

produit_scalaire = zeros(1, N);

for i = 1:N
    t1 = temps_segments(i);
    debut_segment = round(t1 * Fs) + 1;
    fin_segment = debut_segment + length(signal_1) - 1;

    if fin_segment > length(signal_recu)
        break;
    end

    segment = signal_recu(debut_segment:fin_segment);
    produit_scalaire(i) = abs(dot(signal_1, segment));
end
```

FIGURE 6.6 – Code pour le produit scalaire

- Cas avec effet Doppler

```
%Copies doppler
facteur = [1/15, 1/23, 0, -1/21, -1/13];
t_bis = t* (1+facteur(1));
e = zeros(size(t_bis));
e(debut_signal:fin_signal) = partie;

for i = 1:5
    t2 = t* (1+facteur(i));
    copies{i} = interp1(t2, e, t, 'linear', 'extrap');
end

figure;
for i = 1:5
    subplot(5, 1, i);
    plot(t,copies{i});
    title(['Copie Doppler ', num2str(i)]);
    xlabel('t0');
    ylabel('Amplitude');
    xlim([0 0.216])
end
```

FIGURE 6.7 – Code pour les copies Doppler

```
110 %Produits scalaires
111 N = 500;
112 T_total = 4.2;
113 T = 0.2;
114 t_segment = linspace(0, T_total - T, N);
115 produit_scalaire = cell(1, length(copies));
116
117 for j = 1:length(copies)
118     produit_scalaire{j} = zeros(1, N);
119     for i = 1:N
120         debut_segment = round(t_segment(i) * fs) + 1;
121         fin_segment = debut_segment + length(copies{j}) - 1;
122         if fin_segment > length(signal_recu)
123             break;
124         end
125         segment = signal_recu(debut_segment:fin_segment);
126         produit_scalaire{j}(i) = abs(dot(copies{j}, segment));
127     end
128 end
```

FIGURE 6.8 – Code pour les produits scalaires

• Équation d'ondes

Nous allons tout d'abord étudier la propagation des ondes sonores dans les solides pour ensuite l'appliquer aux liquides.

• Propagation dans les solides

On étudie une chaîne infinie d'atomes, de masse m , reliés entre eux par des ressorts de raideur k et de longueur à vide l_0 . Le déplacement du système se fait selon l'axe (Ox) sans frottements.

Lors du mouvement, les atomes ne sont plus à leurs positions d'équilibres respectives, notées $x_{eq,n} = nl_0$ (si on pose $x_0 = 0$ l'origine de la chaîne d'atomes, le n -ème atome est situé à l'équilibre à la distance nl_0 de x_0).

Lors du mouvement, la position des atomes va alors varier, on aura :

$$x_n(t) = nl_0 + u_n(t)$$

où les déplacements $u_n(t)$ sont faibles par rapport à l_0 .

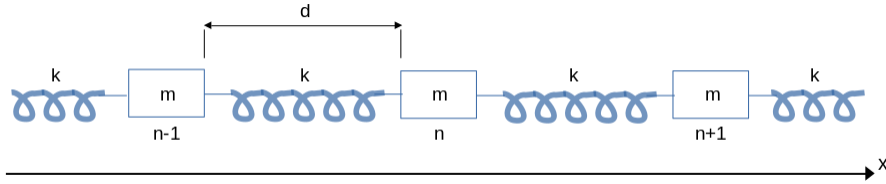


FIGURE 6.9 – Schéma de la situation

Le référentiel $\mathbf{R}(O, \vec{i})$ est galiléen. Alors, d'après le principe fondamental de la dynamique :

$$m\Gamma_{\vec{i}} = \overrightarrow{T_{1 \rightarrow x_n}} + \overrightarrow{T_{2 \rightarrow x_n}}$$

Avec Γ l'accélération du solide n . J'ai appelé "1" le ressort qui a pour point fixe le point $n - 1$ et dont l'objet est l'atome n ; et "2" le ressort qui a pour point fixe $n + 1$ et pour objet n . On remarque que le ressort "2" est orienté négativement par rapport à l'axe (Ox), contrairement au ressort "1".

En projetant sur \vec{i} , on a :

$$m\ddot{x}_n = -k(x_n - d_1) - k(x_n - d_2)$$

Avec $d_1 = x_{n-1} + l_0 = (n - 1)l_0 + u_{n-1} + l_0 = nl_0 + u_{n-1}$ la longueur lorsque le ressort 1 est au repos (x_{n-1} est le point où est accroché le ressort et l_0 la longueur à vide de celui-ci).

Avec $d_2 = x_{n+1} - l_0 = nl_0 + u_{n+1}$, ici l_0 est négatif car le ressort est orienté négativement.

Ainsi, on a :

$$m\ddot{x}_n = -k(nl_0 + u_n - nl_0 + u_{n-1}) - k(nl_0 + u_n - nl_0 + u_{n+1}) = k(-2u_n + u_{n+1} + u_{n-1})$$

La longueur de liaison entre les atomes, l_0 , varie entre $100pm$ et $200pm$, donc l_0 est d'ordre $10^{-10}m$. Cette distance est infiniment petite par rapport aux distances de propagation des vagues

mécaniques. On introduit maintenant une nouvelle fonction u de \mathbb{R}^2 dans \mathbb{R} , tel qu' à (x_n, t) on associe $u_n(t) = u(x_n, t)$, avec $u \in \mathbf{C}^\infty(\mathbb{R})$.

D'après la formule de Taylor, une fonction f dérivable n fois sur un intervalle I contenant x_0 à un DL au voisinage x_0 suivant :

$$f(x) = f(x_0) + \sum_{i=1}^n \frac{f^{(i)}(x_0)}{i!} (x - x_0)^i + o((x - x_0)^n)$$

Dans notre cas avec $x = x_n \pm d$ et $x_0 = x_n$, il s'ensuit que :

$$u_{n+1} = u(x_{n+1}, t) = u(x_n + d, t) = u(x_n, t) + d \frac{\partial u}{\partial x}(x_n, t) + \frac{1}{2} d^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_n, t)$$

$$u_{n-1} = u(x_{n-1}, t) = u(x_n - d, t) = u(x_n, t) - d \frac{\partial u}{\partial x}(x_n, t) + \frac{1}{2} d^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_n, t)$$

L'équation alors obtenue est :

$$m \frac{\partial^2}{\partial t^2} (nd + u(x_n, t)) = k(-2u(x_n, t) + u(x_n, t) + d \frac{\partial u}{\partial x}(x_n, t) + \frac{1}{2} d^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_n, t) + u(x_n, t) - d \frac{\partial u}{\partial x}(x_n, t) + \frac{1}{2} d^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}(x_n, t))$$

D'où :

$$m \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = k d^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

D'où :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{m}{k d^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

D'où :

$$\nabla^2 u = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \quad \text{avec} \quad c = \sqrt{\frac{k d^2}{m}}$$

On appelle cette égalité l'équation de d'Alembert.

Où c est la vitesse du son et $\nabla^2 = \nabla \cdot \nabla$ est le Laplacien coordonnée cartésienne, son expression est donnée par :

$$\nabla^2 u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

● Extension aux liquides

L'onde acoustique est caractérisée par l'amplitude vibratoire locale de chaque élément du milieu de propagation autour de sa position d'équilibre (i.e. position hydrostatique du fluide au repos). Mais aussi par la pression acoustique (i.e. variation de la pression autour de la pression statique moyenne) qui résulte de la propagation de l'onde.

En pratique, la pression acoustique est la grandeur la plus employée en acoustique sous-marine. Par exemple, les hydrophones sont des capteurs de pression.

Un volume élémentaire V au repos est soumis à la pression hydrostatique P_0 ($= P_0$) :

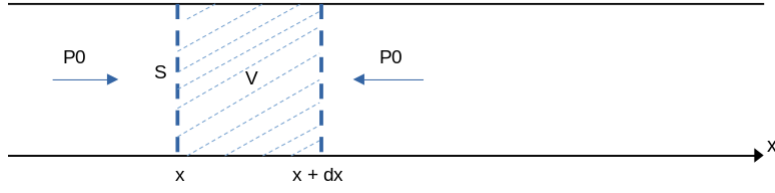


FIGURE 6.10 – Schéma de la situation au repos

En présence d'une déformation (onde élastique), le même élément de matière occupe le volume V' variable dans le temps :

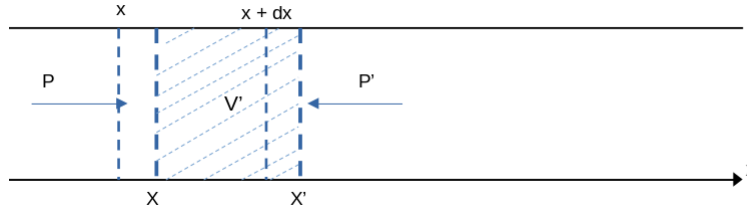


FIGURE 6.11 – Schéma de la situation lors de la déformation

On a que $P(x, t) = P_0 + p(x, t)$, où p est la résultante de la pression acoustique ou surpression, tel que p est une fonction dépendante du temps et de l'espace. Cette résultante de la pression reste toujours faible vis-a-vis de la pression à l'équilibre. $p(x, t)$ satisfait l'équation de d'Alembert trouvée précédemment :

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

● Ondes sphériques

Nous avons abordé le sujet de source idéale et de propagation sphérique. Dans notre modèle, si l'on considère la source comme un point, la perturbation (i.e. la vague mécanique) acoustique, $u(\vec{x}_0, t) = u_0(t)$ (car je considère \vec{x}_0 comme l'origine d'un repère), qui en résulte se propage omnidirectionnellement.

Étant donné que la propagation est sphérique, il existe plusieurs valeurs distinctes de \vec{x} tel que ces derniers sont à la même longueur r de l'origine de la propagation. Il est alors plus logique que la pression de l'onde acoustique $p(\vec{x}_0, t)$ ne dépende plus d'un point mais d'une distance par rapport à l'origine, $p(r, t)$.

L'équation de la surpression acoustique $p(r, t)$ est donnée par :

$$p(r, t) = \frac{u_0(t - r/c)}{r}$$

Elle est obtenue en combinant l'équation de propagation $u_0(t)$ au délai temporel : $t_2 = t$ et $t_1 = r/c$, avec c la célérité de l'onde. On aurait pu appeler cet écart de temps τ ou T car elle correspond à une période. On remarque que sur une représentation graphique, on aura alors les valeurs possibles de la pression sur un intervalle de l'équation de propagation, où la pression aurait la même courbure que $u_0(t)$.

L'équation $p(r, t)$ décrit l'équation de la propagation d'une vague sphérique, de rayon $r > 0$. On remarque une singularité en $r = 0$. Pour notre étude, on considérera $r \neq 0$ et $p(r, t) = P_0$ pour $r = 0$

Vérifions maintenant que $p(r, t)$ vérifie l'équation de d'Alembert. On doit effectuer un changement de repère. Le Laplacien dans un repère sphérique est :

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r^2 \tan(\theta)} \frac{\partial p}{\partial \theta} + \frac{1}{r^2 \sin(\phi)} \frac{\partial^2 p}{\partial \phi^2}$$

avec ϕ l'angle entre l'axe x et la projection polaire de r et θ l'angle entre z et r . A première vue, l'équation $p(r, t)$ ne dépend ni de θ ni de ϕ ses dérivées en fonction de celles-ci sont donc nulles.

On calcule les dérivées premières et secondes de $p(r, t)$ en fonction de $r > 0$, c'est une fonction de la forme $v = \frac{1}{r}$ et $w = u_0(t - r/c)$

$$\frac{\partial p}{\partial r} = v'w - vw' = -\frac{u_0(t - r/c)}{r^2} - \frac{u_0'(t - r/c)}{rc}$$

d'où

$$\frac{\partial^2 p}{\partial r^2} = \frac{2u_0(t - r/c)}{r^3} + \frac{2u_0'(t - r/c)}{cr^2} + \frac{u_0''(t - r/c)}{c^2 r}$$

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial p}{\partial r}$$

D'où

$$\nabla^2 p = \frac{u_0''(t - r/c)}{c^2 r} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

$p(r, t)$ vérifie bel et bien l'équation de d'Alembert.

7 Bibliographie

- Xavier Lurton, Édition IFREMER, « Acoustique Sous-Marine, Présentation et Application » (2001).
ISBN : 2-905434-92-9
- Douglas A. Abraham, Édition Springer, « Underwater Acoustic Signal Processing » (2019).
ISBN : 978-3-319-92981-1
- Isabelle Terrasse, Toufic Abboud, Édition 2007 « Modélisation des phénomènes de propagation d'ondes ».
ISBN : 978-2-7302-1436-0
- « Effet Doppler ». Wikipédia, (21 janvier 2024)
https://fr.wikipedia.org/wiki/Effet_Doppler
- Cours, « Acoustique sous-marine, Sonar ».
Université de Toulon S&T - M2 ISC ST/V
- Denis PILLON, « Introduction à la détection en sonar actif - Notions de base » Techniques-ingenieur.fr (10 nov. 2017).
<https://www.techniques-ingenieur.fr/base-documentaire/technologies-de-l-information-th9/applications-radars-42592210/introduction-a-la-detection-en-sonar-actif-rad6714/>
- « Traitement du signal1 ». GitHub, Vincent Mazet (Université de Strasbourg), 2020-2024
<https://vincmazet.github.io/signal1/vectoriel/representation-vectorielle.html>
. CC BY-NC 4.0.
- MathWorks, code matlab.
<https://fr.mathworks.com/help/index.html>
- Promotion Bombard, « Cours de Géophysique Marine ». Bachelor Océanographe, (juillet 2004)
<http://forumbachelor.free.fr/gma/GMA2/index.php?page=18>
- « PROPAGATION DE RAYONS ACOUSTIQUES EN MILIEU MARIN ». Ectia, (septembre 2006)
<http://www.ectia.fr/TOMO/PRAMM.pdf>
Référence : ECTIA/004/CI
- « Son ». Cochelea, Antoine Lorenzi et Benjamin Chaix, (27 décembre 2016)
<https://www.cochlea.eu/son>

8 Résumé

À travers ce projet de recherche sur l'acoustique sous-marine, nous avons abordé la complexité de l'étude des ondes acoustiques dans le milieu sous-marin. Nous avons pu caractériser les signaux, que ce soit des généralités sur les types et pertes de propagation des ondes acoustiques aux bruits nuisibles du milieu, et approfondir notre compréhension dans ce domaine. Ces connaissances ont permis de travailler sur des effets physiques tel que l'effet Doppler, qui est de manière générale toujours présents dans les problèmes d'application réelles. Les signaux sous-marins ont pu être clairement étudié en mêlant les connaissances physiques précédemment définies et les méthodes mathématiques de corrélation, par exemple maintenant nous sommes en capacité de déterminer la distance émetteur-récepteur et la vitesse radiale de cet émetteur. Plusieurs des notions étudiées n'ont pas été retranscrites dans ce rapport, notamment des démonstrations mathématiques, des équations d'ondes et des analyses d'effets physiques ; cela montre que nous sommes encore loin d'avoir atteint les limites de l'acoustique sous-marine. Actuellement, avec les systèmes militaires de détection, localisation, de mesure et de transmission, nous sommes capables de bien plus encore. La recherche dans le domaine de l'exploration des fond marins et la course à l'armement poussent les différents pays à toujours plus innové tant que le milieu marin reste source de convoitises.

Through this research project on underwater acoustics, we tackled the complexity of studying acoustic waves in the underwater environment. We have characterise the signals, from generalities on the types and propagation losses of acoustic waves to the harmful noises of the environment, and finally deepen our understanding in this field. This knowledge made it possible to work on physical effects such as the Doppler effect, which is generally always present in real-life application problems. Underwater signals have been clearly studied by combining the physical knowledge previously defined with mathematical methods such as cross-correlation, for example we are now able to determine the distance between the transmitter and the receiver and the speed of this transmitter. Several of the concepts studied have not been transcribed in this report, in particular mathematical demonstrations, wave equations and analyses of physical effects ; this shows that we are still far from having reached the limits of underwater acoustics. Today, with military detection, localisation, measurement and transmission systems, we are capable of much more, even if research into the exploration of the seabed and the arms race are pushing different countries to innovate ever further, as long as the marine environment remains a source of covetousness.