Model kamery

Przyjęta konwencja oznaczeń

określa układ odniesienia punktu lub układ, do którego następuje przekształcenie

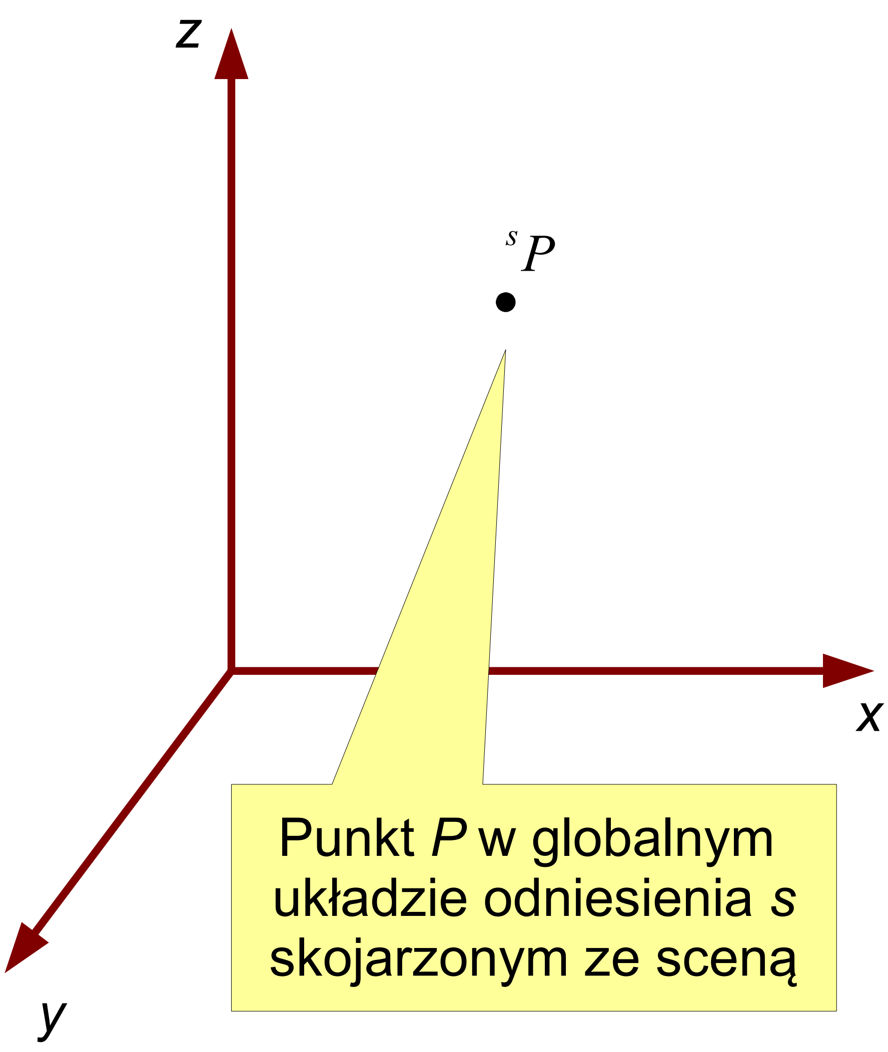
określa punkt w przestrzeni lub przekształcenie

$${}^{i}_{v}T_{u}$$

określa układ, z którego następuje przekształcenie

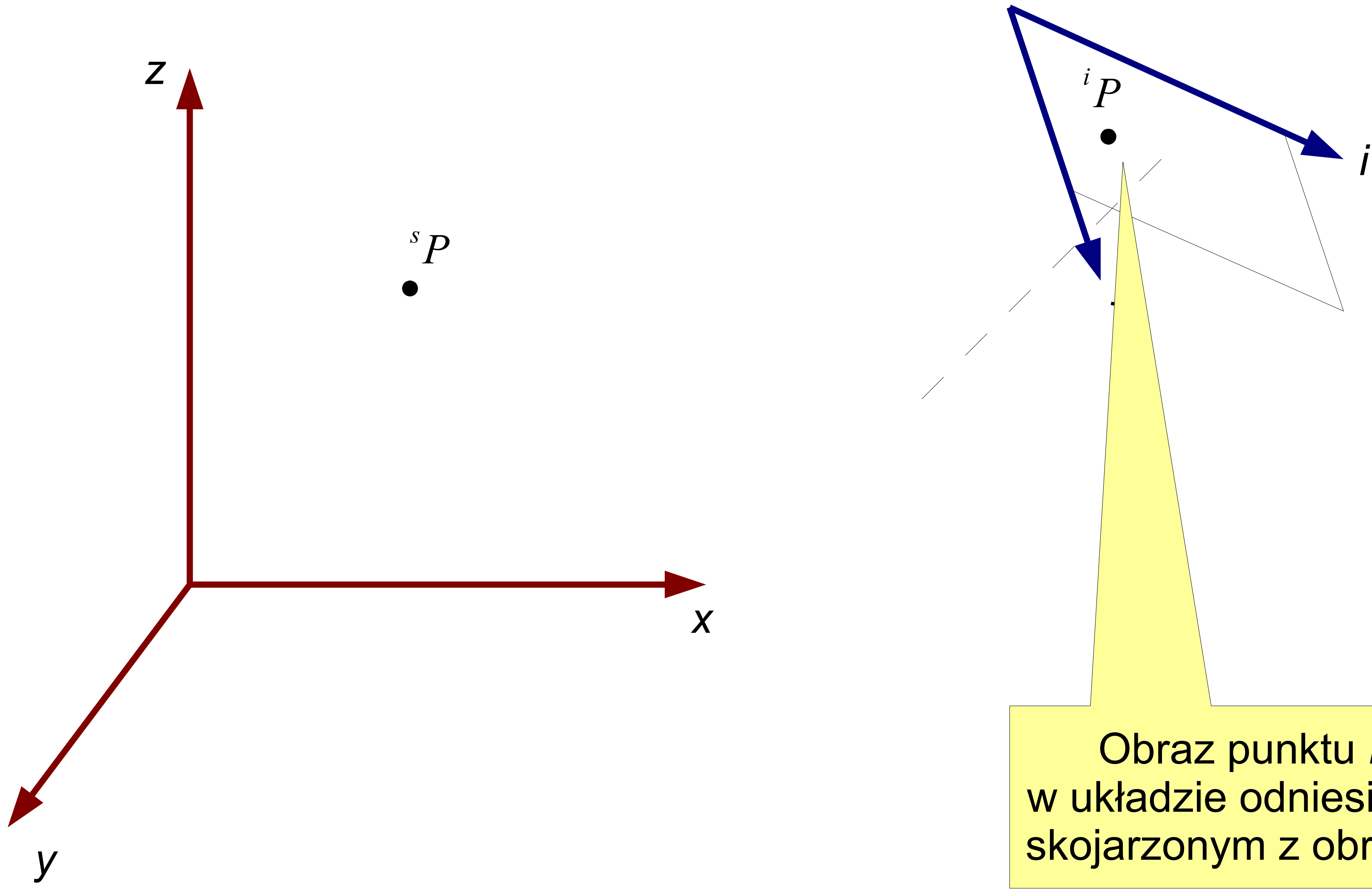
określa indeks(y) elementu wektora (macierzy)

Problem



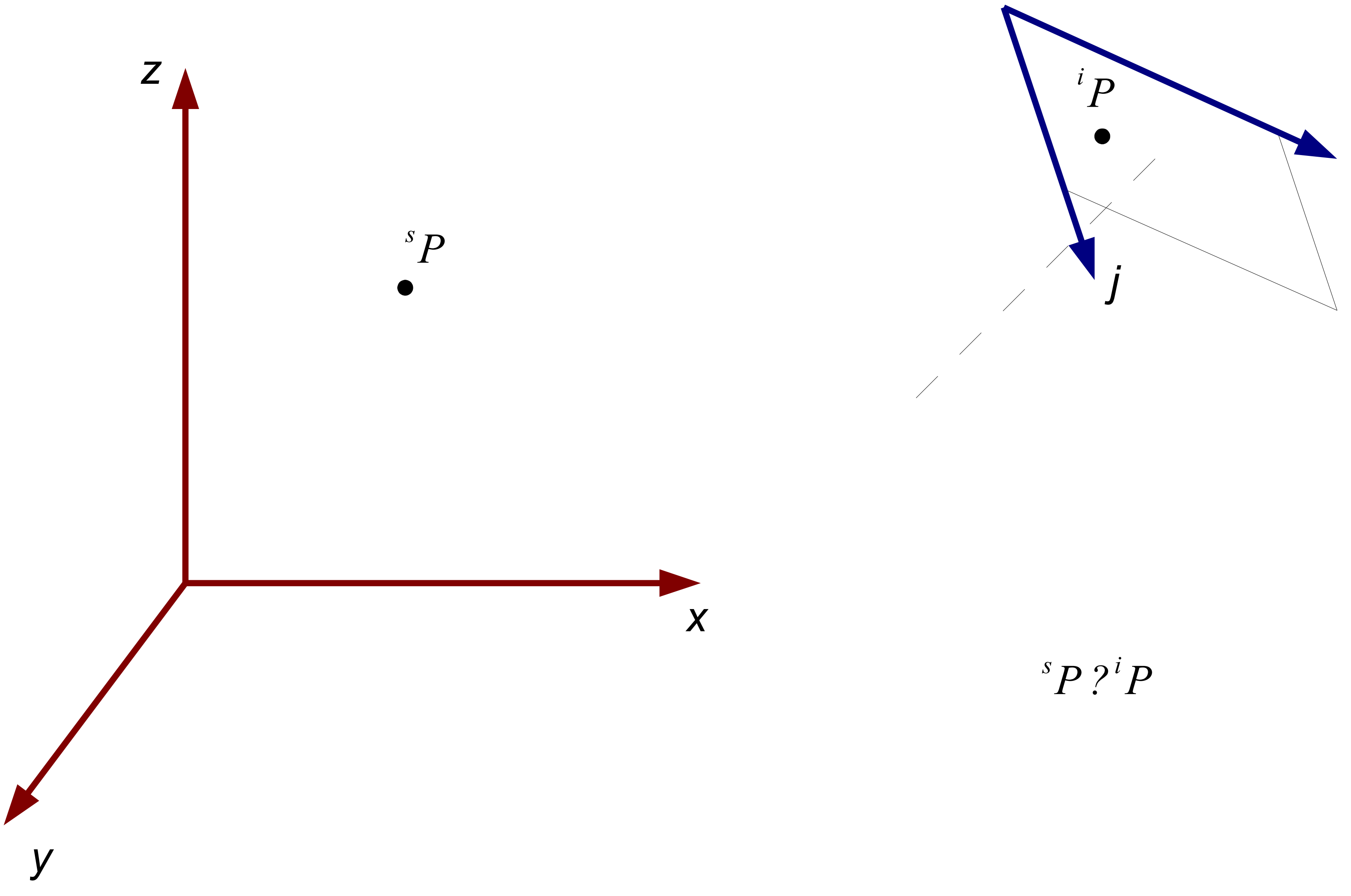
z
x
y
^{s}P
Punkt *P* w globalnym układzie odniesienia *s* skojarzonym ze sceną

Problem



Obraz punktu *P*
w układzie odniesienia *i*
skojarzonym z obrazem

Problem



${}^{s}P \,?\, {}^{i}P$

Współrzędne jednorodne

- Punkt w przestrzeni 3D

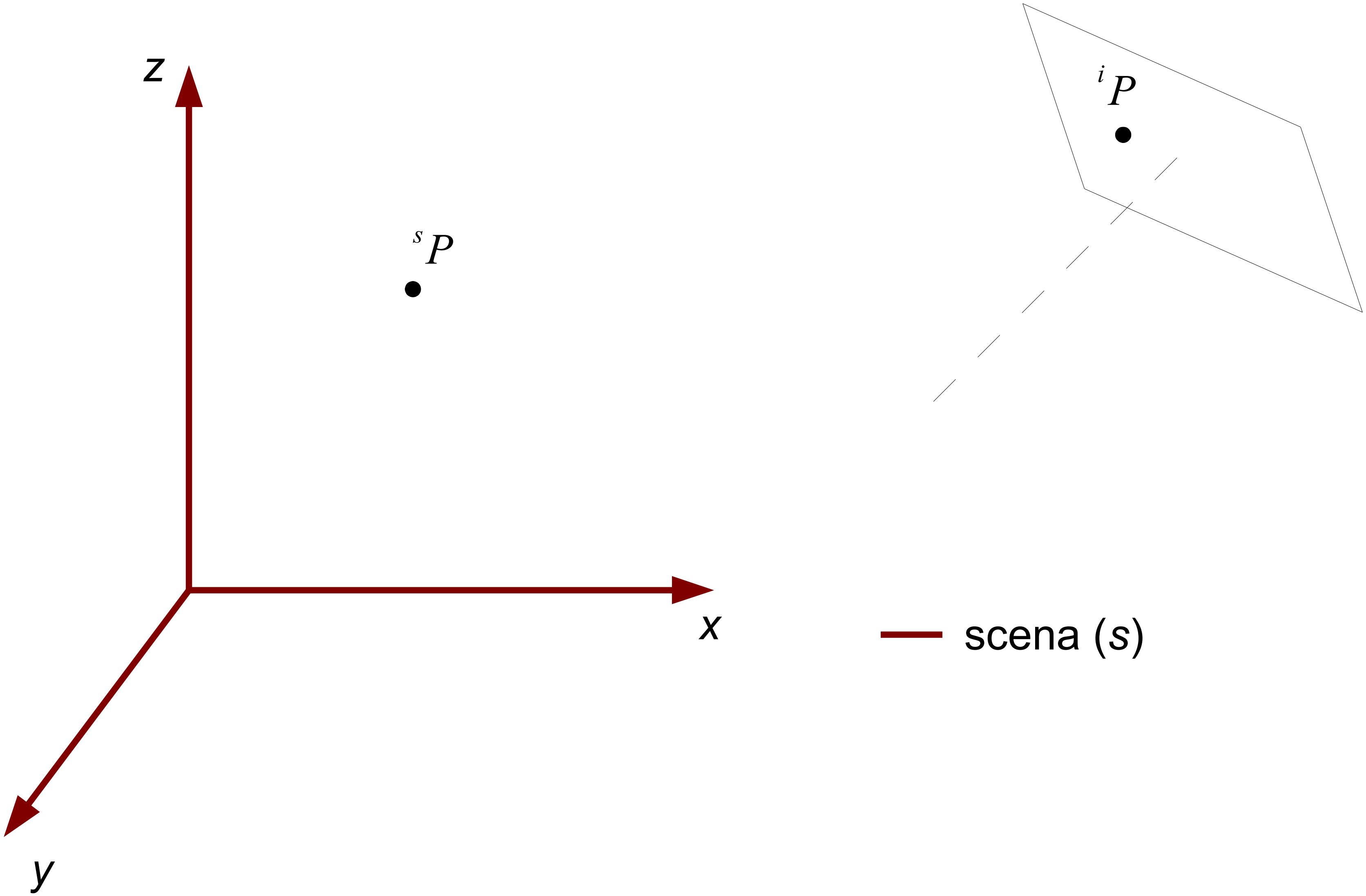
$$P = \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \\ 1 \end{bmatrix}$$

- Punkt na płaszczyźnie (2D)

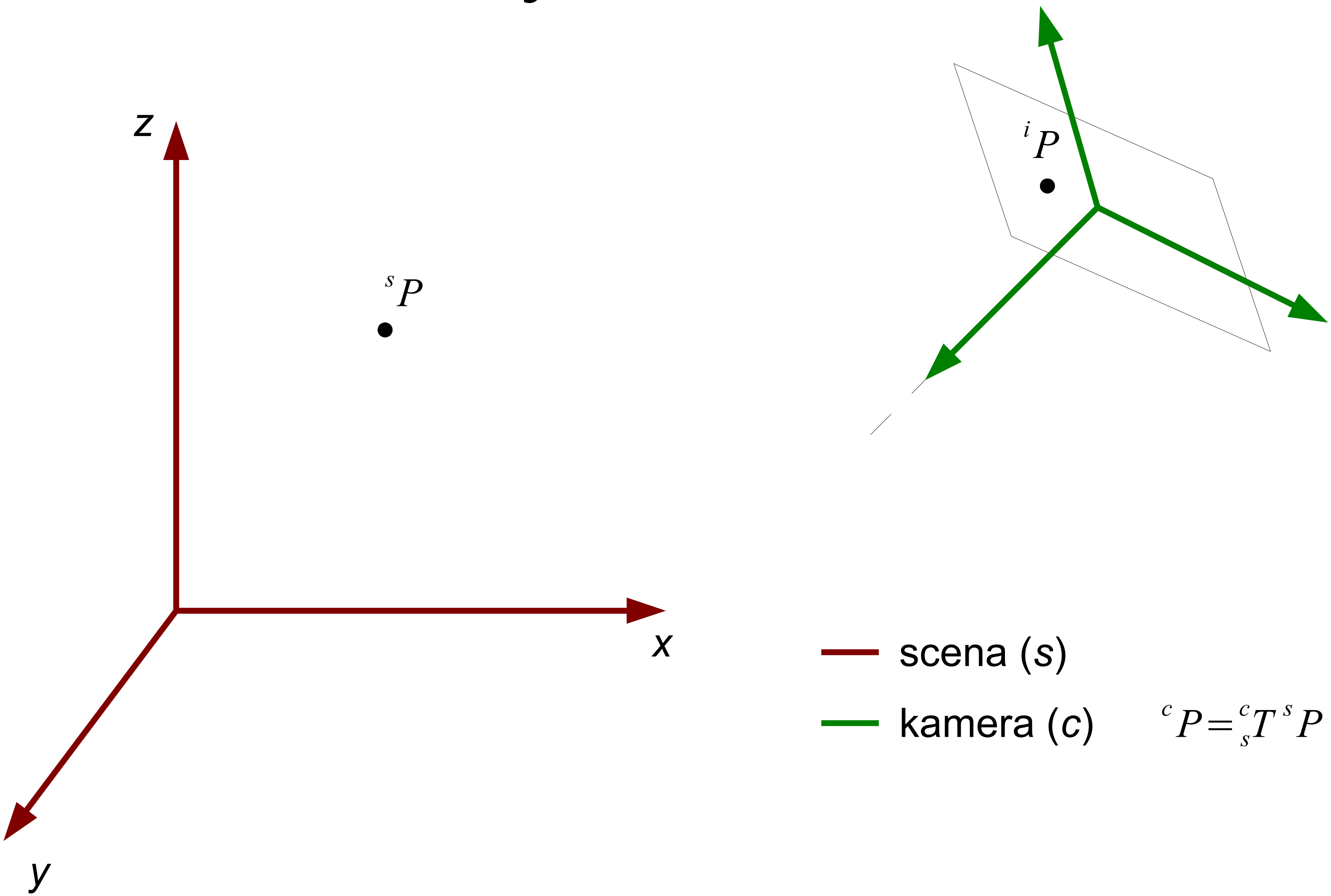
$$P = \begin{bmatrix} wi \\ wj \\ w \end{bmatrix}, i = \frac{wi}{w}, \ j = \frac{wj}{w}$$

Pozwalają składać przekształcenia (zawierające również operator dzielenia - perspektywa) poprzez mnożenie odpowiednich macierzy

Układy odniesienia

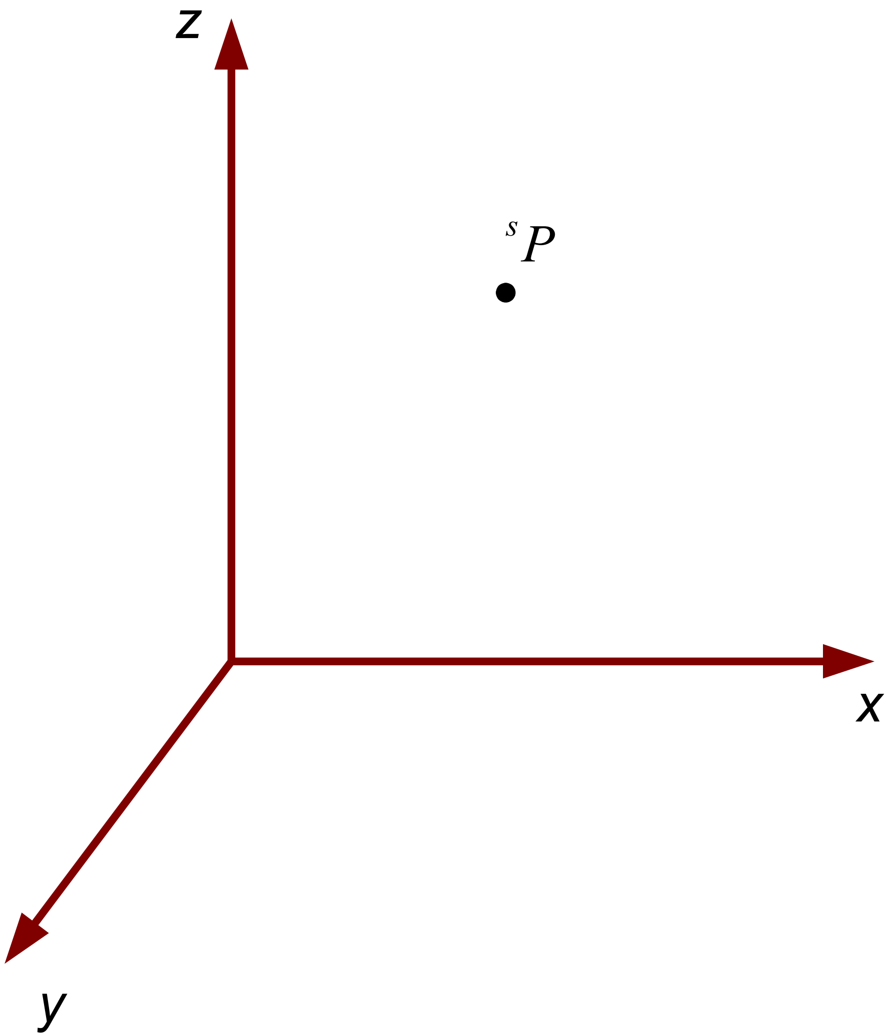


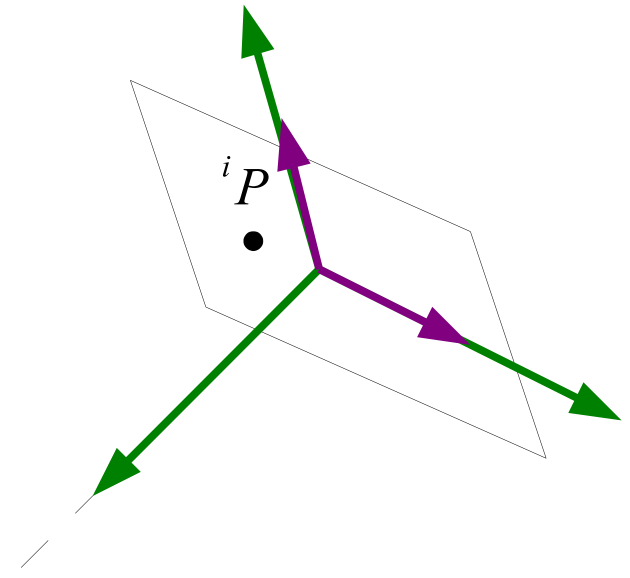
Układy odniesienia



$${}^{c}P = {}^{c}_{s}T\, {}^{s}P$$

Układy odniesienia



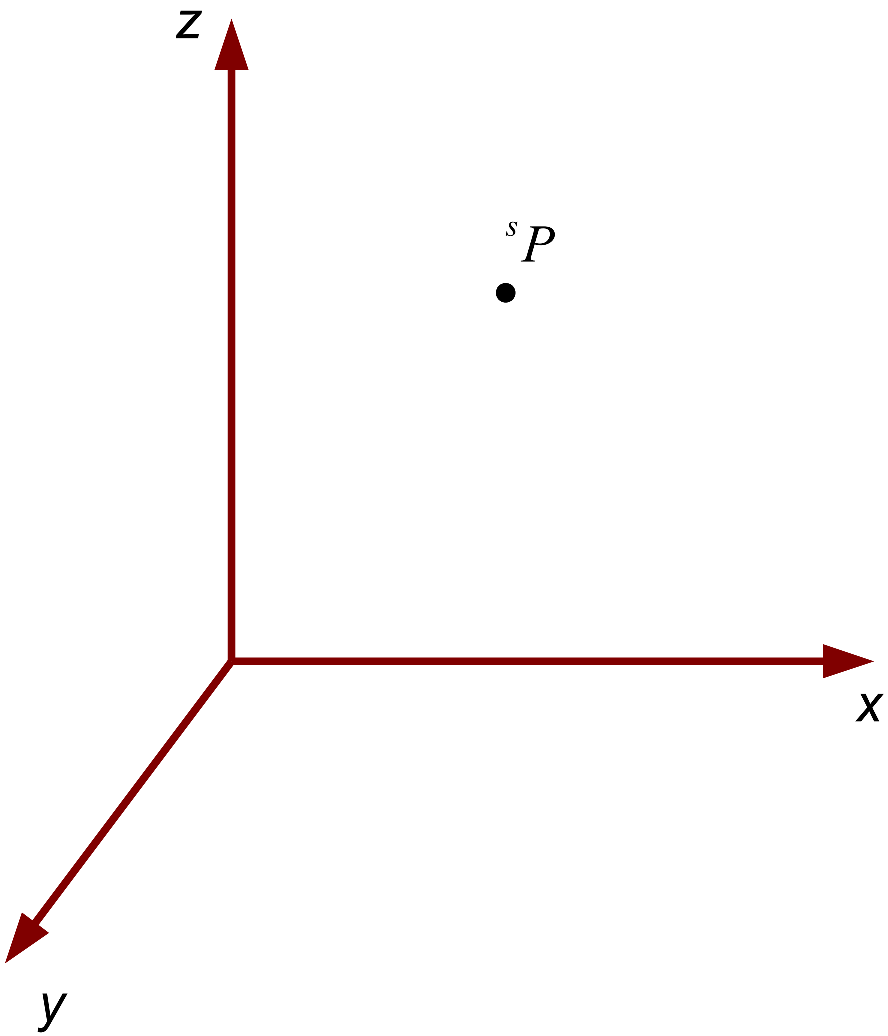


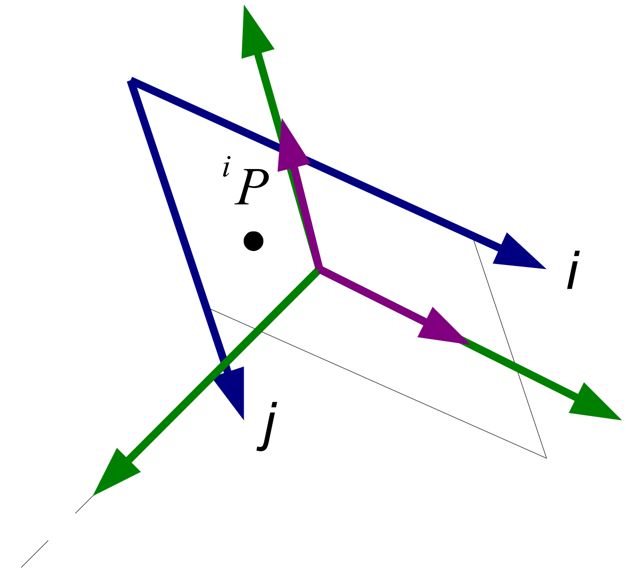
scena (s)

kamera (c) $\quad {}^{c}P = {}^{c}_{s}T\, {}^{s}P$

CCD (r) $\quad {}^{r}P = {}^{r}_{c}T\, {}^{c}P$

Układy odniesienia





scena (*s*)

kamera (*c*) $\quad {}^{c}P = {}^{c}_{s}T\,{}^{s}P$

CCD (*r*) $\quad {}^{r}P = {}^{r}_{c}T\,{}^{c}P$

obraz (*i*) $\quad {}^{i}P = {}^{i}_{r}T\,{}^{r}P$

Złożenie przekształceń

Przekształcenie z układu odniesienia sceny *s* do układu odniesienia kamery *c*

$$ {}^{c}P = {}^{c}_{s}T \, {}^{s}P $$

Przekształcenie z układu odniesienia kamery *c* do układu odniesienia elementu światłoczułego *r*

$$ {}^{r}P = {}^{r}_{c}T \, {}^{c}P $$

Przekształcenie z układu odniesienia elementu światłoczułego *r* do układu odniesienia obrazu *i*

$$ {}^{i}P = {}^{i}_{r}T \, {}^{r}P $$

Złożenie przekształceń

$$ {}^{i}P = {}^{i}_{r}T \, {}^{r}_{c}T \, {}^{c}_{s}T \, {}^{s}P $$

$$ {}^{s}_{i}M = {}^{i}_{r}T \, {}^{r}_{c}T \, {}^{c}_{s}T $$

Przekształcenie z układu odniesienia sceny do układu odniesienia kamery

3D → 3D

$$ {}^{c}P = \begin{bmatrix} {}^{c}X \\ {}^{c}Y \\ {}^{c}Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{s}P = \begin{bmatrix} {}^{s}X \\ {}^{s}Y \\ {}^{s}Z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{c}_{s}T = \begin{bmatrix} {}^{c}_{s}t_{11} & {}^{c}_{s}t_{12} & {}^{c}_{s}t_{13} & {}^{c}_{s}t_{14} \\ {}^{c}_{s}t_{21} & {}^{c}_{s}t_{22} & {}^{c}_{s}t_{23} & {}^{c}_{s}t_{24} \\ {}^{c}_{s}t_{31} & {}^{c}_{s}t_{32} & {}^{c}_{s}t_{33} & {}^{c}_{s}t_{34} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} $$

${}^{c}_{s}T$ - Iloczyn macierzy translacji i rotacji – ilość i kolejność macierzy zależy od ustawienia kamery względem sceny (od tego ile przekształceń potrzeba aby przejść z układu *s* do układu *c)*

Macierze translacji i rotacji

Translacja o wektor $v=\left[v_x v_y v_z\right]^T$ $$Trans_v=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & v_x\\ 0 & 1 & 0 & v_y\\ 0 & 0 & 1 & v_z\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

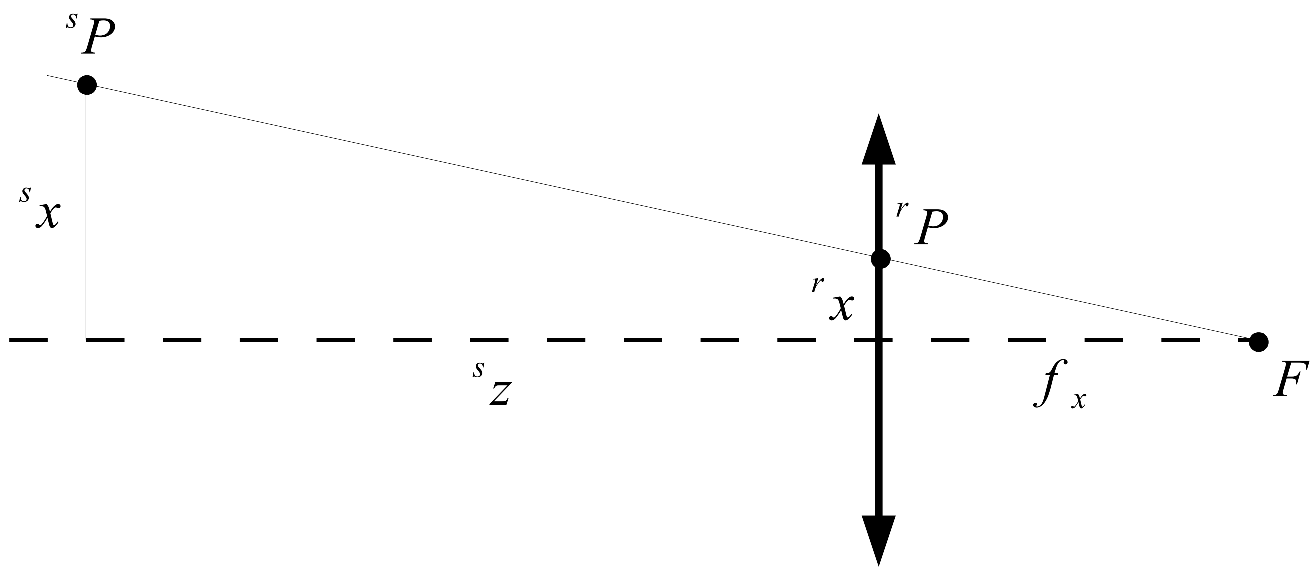
Rotacja wokół osi *x* o kąt A $$RotX_A=\begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos(A) & -\sin(A) & 0\\ 0 & \sin(A) & \cos(A) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

$$RotY_B=\begin{bmatrix}\cos(B) & 0 & \sin(B) & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0\\ -\sin(B) & 0 & \cos(B) & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Rotacja wokół osi *y* o kąt B

Rotacja wokół osi *z* o kąt *C* $$RotZ_C=\begin{bmatrix}\cos(C) & -\sin(C) & 0 & 0\\ \sin(C) & \cos(C) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$$

Przekształcenie z układu odniesienia kamery do układu odniesienia elementu światłoczułego



$$\frac{{}^{s}x}{{}^{r}x} = \frac{{}^{s}z + f_x}{f_x}$$

$${}^{r}x = \frac{f_x}{{}^{s}z + f_x}\,{}^{s}x \qquad {}^{s}z \gg f_x$$

w przypadku ogólnym $f_x \neq f_y$

$${}^{r}x = \frac{f_x}{{}^{s}z}\,{}^{s}x$$

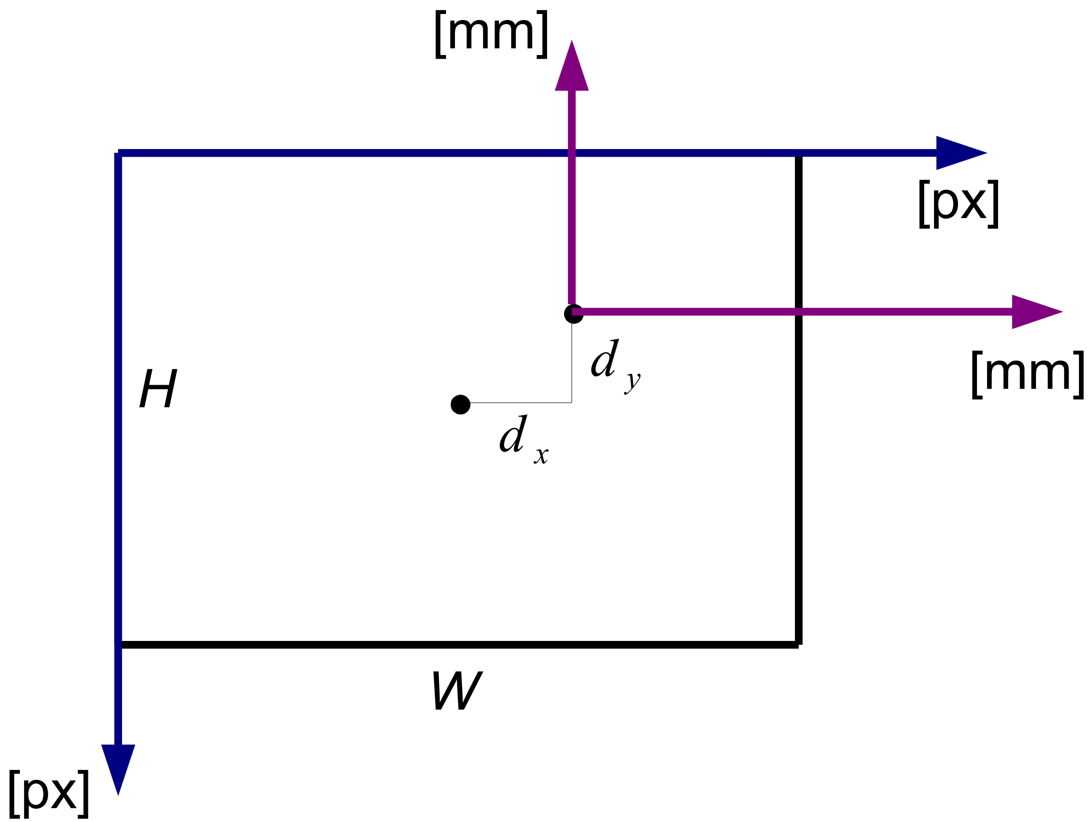
analogicznie dla *y* $\quad {}^{r}y = \frac{f_y}{{}^{s}z}\,{}^{s}y$

Przekształcenie z układu odniesienia kamery do układu odniesienia elementu światłoczułego c.d.

3D → 2D (rzut perspektywiczny)

$$ {}^{r}P = \begin{bmatrix} w\,{}^{r}X \\ w\,{}^{r}Y \\ w \end{bmatrix} \quad {}^{c}P = \begin{bmatrix} {}^{c}X \\ {}^{c}Y \\ {}^{c}Z \\ 1 \end{bmatrix} \quad {}^{r}_{c}T = \begin{bmatrix} f_x & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f_y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} $$

Przekształcenie z układu odniesienia elementu światłoczułego do układu odniesienia obrazu

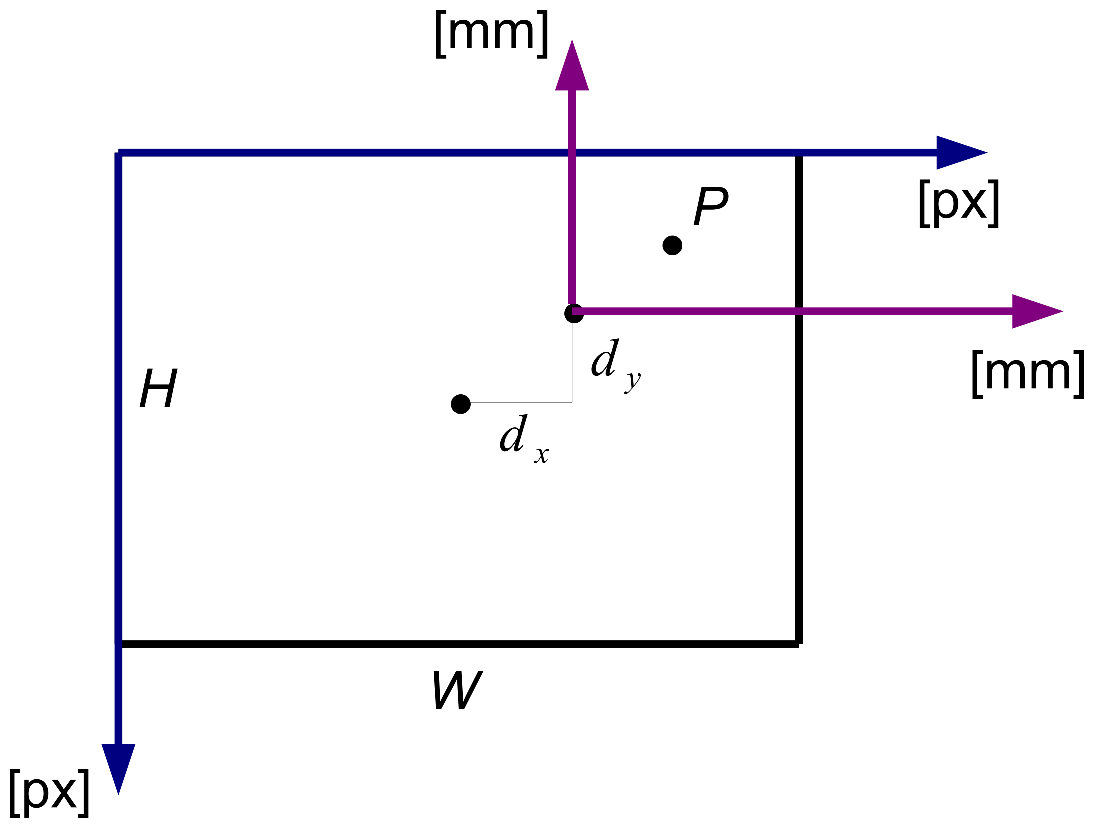


d_x, d_y - niedoskonałość geometrii układu obrazującego: oś optyczna nie przecina elementu światłoczułego dokładnie w środku [mm]

W, *H* – rozmiary elementu światłoczułego (np matrycy CCD) [mm]

n_x, n_y - rozmiar piksela [mm/px]

Przekształcenie z układu odniesienia elementu światłoczułego do układu odniesienia obrazu



$$ {}^{i}x = \left(\frac{W}{2} + d_x + {}^{r}x \right) \frac{1}{n_x} $$

$$ {}^{i}y = \left(\frac{H}{2} - d_y - {}^{r}y \right) \frac{1}{n_y} $$

d_x, d_y - niedoskonałość geometrii układu obrazującego: oś optyczna nie przecina elementu światłoczułego dokładnie w środku [mm]

W, *H* – rozmiary elementu światłoczułego (np matrycy CCD) [mm]

n_x, n_y - rozmiar piksela [mm/px]

Przekształcenie z układu odniesienia elementu światłoczułego do układu odniesienia obrazu c.d.

$${}^{i}x=\left(\frac{W}{2}+d_{x}+{}^{r}x\right)\frac{1}{n_{x}}$$

$${}^{i}y=\left(\frac{H}{2}-d_{y}-{}^{r}y\right)\frac{1}{n_{y}}$$

dla uproszczenia wykonujemy podstawienie

$$\tilde{d}_{x}=\left(\frac{W}{2}+d_{x}\right)\frac{1}{n_{x}}$$

$$\tilde{d}_{y}=\left(\frac{H}{2}-d_{y}\right)\frac{1}{n_{y}}$$

$${}_{r}^{i}T=\begin{bmatrix} \frac{1}{n_{x}} & 0 & \tilde{d}_{x} \\ 0 & \frac{1}{n_{y}} & \tilde{d}_{y} \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Złożenie przekształceń

Po wymnożeniu otrzymujemy macierz o następujących rozmiarach
i współczynnikach

$$ {}^{i}_{s}M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 1 \end{bmatrix} $$

$$ {}^{i}P = \begin{bmatrix} w\,{}^{i}x \\ w\,{}^{i}y \\ w \end{bmatrix} \qquad {}^{s}P = \begin{bmatrix} {}^{s}x \\ {}^{s}y \\ {}^{s}z \\ 1 \end{bmatrix} \qquad {}^{i}P = {}^{i}_{s}M\,{}^{s}P $$

Parametry kamery

Parametry zewnętrzne

$v_x, \; v_y, \; v_z, \; A, \; B, \; C$ - określają przekształcenia geometryczne pomiędzy układami odniesienia sceny i kamery

Parametry wewnętrzne

$f_x, \; f_y$ - ogniskowa(e)

$n_x, \; n_y$ - rozmiar piksela [mm/px]

W, *H* – rozmiary elementu światłoczułego (np matrycy CCD) [mm]

$d_x, \; d_y$- przesunięcie osi optycznej kamery względem środka matrycy CCD [mm]

Przedstawione wyprowadzenie nie uwzględnia nieliniowości wprowadzanych przez optykę układu obrazującego

Kalibracja kamery

Najczęściej zamiast znajomości poszczególnych parametrów zewnętrznych i wewnętrznych wystarcza znajomość macierzy *M*

$$ {}_{s}^{i}M = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 1 \end{bmatrix} $$

Liczba niewiadomych 11

Wyznaczanie parametrów macierzy *M*

Załóżmy, że dane są współrzędne dwóch punktów

$$ {}^{s}P = \begin{bmatrix} {}^{s}x \\ {}^{s}y \\ {}^{s}z \end{bmatrix} $$ - punkt w układzie odniesienia sceny

$$ {}^{i}P = \begin{bmatrix} {}^{i}x \\ {}^{i}y \end{bmatrix} $$ - odpowiadający mu punkt w obrazie

Stosując zapis we współrzędnych jednorodnych otrzymujemy

$$ \begin{bmatrix} w\,{}^{i}x \\ w\,{}^{i}y \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} & m_{14} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} & m_{24} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^{s}x \\ {}^{s}y \\ {}^{s}z \\ 1 \end{bmatrix} $$

Wyznaczanie parametrów macierzy *M* *c.d.*

$$w\,{}^{i}x = m_{11}\,{}^{s}x + m_{12}\,{}^{s}y + m_{13}\,{}^{s}z + m_{14}$$

$$w\,{}^{i}y = m_{21}\,{}^{s}x + m_{22}\,{}^{s}y + m_{23}\,{}^{s}z + m_{24}$$

$$w = m_{31}\,{}^{s}x + m_{32}\,{}^{s}y + m_{33}\,{}^{s}z + 1$$

$${}^{s}x\,m_{11} + {}^{s}y\,m_{12} + {}^{s}z\,m_{13} + m_{14} - {}^{s}x\,{}^{i}x\,m_{31} - {}^{s}y\,{}^{i}x\,m_{32} - {}^{s}z\,{}^{i}x\,m_{33} = {}^{i}x$$

$${}^{s}x\,m_{21} + {}^{s}y\,m_{22} + {}^{s}z\,m_{23} + m_{24} - {}^{s}x\,{}^{i}y\,m_{31} - {}^{s}y\,{}^{i}y\,m_{32} - {}^{s}z\,{}^{i}y\,m_{33} = {}^{i}y$$

$$\begin{bmatrix} {}^{s}x & {}^{s}y & {}^{s}z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -{}^{s}x\,{}^{i}x & -{}^{s}y\,{}^{i}x & -{}^{s}z\,{}^{i}x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{s}x & {}^{s}y & {}^{s}z & 1 & -{}^{s}x\,{}^{i}y & -{}^{s}y\,{}^{i}y & -{}^{s}z\,{}^{i}y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \cdots \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{i}x \\ {}^{i}y \end{bmatrix}$$

Wyznaczanie parametrów macierzy *M* *c.d.*

Dla jednej pary punktów otrzymujemy 2 równania

$$\begin{bmatrix} {}^{s}x & {}^{s}y & {}^{s}z & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -{}^{s}x\,{}^{i}x & -{}^{s}y\,{}^{i}x & -{}^{s}z\,{}^{i}x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & {}^{s}x & {}^{s}y & {}^{s}z & 1 & -{}^{s}x\,{}^{i}y & -{}^{s}y\,{}^{i}y & -{}^{s}z\,{}^{i}y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{11} \\ m_{12} \\ \cdots \\ m_{33} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} {}^{i}x \\ {}^{i}y \end{bmatrix}$$

Liczba niewiadomych 11

Potrzebujemy więc co najmniej 6 par punktów

Uwaga

Wybrane punkty nie mogą być współpłaszczyznowe