**תרגיל בית מעשי 1: חלק תיאורטי**

תומר מילדוורט | mildworth | 316081355 | Tomer Mildworth  
ליאור בודנר | 207702861 | liorbodner | Lior Bodner

**תיעוד חיצוני**

את מימוש העץ חילקנו ל-2 מחלקות כפי שניתנו בקובץ השלד: AVLTree, AVLNode

1. ראשית, מתוך העובדה שאנחנו מכניסים את האיברים לעץ לפי סדרם במילון, נבחין כי עבור צומת חדשה- נסמנה , מספר החילופים עבורה שקול למספר הצמתים הקיימים בעץ שערך המפתח שלהם גדול משל . (כי הצמתים הקיימים בעץ היו במיקומים במערך).

כלומר *.*

*מימשנו חישוב זה בדרך הבאה:*

*ראשית נבחין כי כל עוד , אין החלפות.*

*אם :*

*נעלה מהמקסימום במעלה העץ ונעצור בצומת כך שמיקום ההכנסה של הוא בתת עץ השמאלי של .*

*מכאן, ממשיכים מ עם חיפוש בינארי רגיל כפי שנלמד בכיתה, בתוספת קטנה, חישוב ההחלפות תוך כדי (נעשה בדומה לחישוב ). בכל איטרציה שבה נצטרך לרדת לבן השמאלי, נסכום את גודל תת העץ הימני של הצומת ממנה אנחנו יורדים + 1*

טבלת ניתוחי ניסויים:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | **מספר חילופים**  **במערך ממוין-הפוך** | **עלות מיון AVL עבור מערך ממוין-הפוך** | **מספר חילופים במערך מסודר אקראית** | **עלות מיון AVL עבור מערך מסודר אקראי** | **מספר החילופים**  **במערך כמעט ממוין** | **עלות מיון AVL עבור מערך כמעט ממוין** |
| 1 | 4498500 | 67805 | 2064996 | 60740 | 448201 | 52500 |
| 2 | 17997000 | 147635 | 8482333 | 130295 | 896701 | 112606 |
| 3 | 71994000 | 319297 | 32913292 | 301246 | 1793701 | 232823 |
| 4 | 287988000 | 686623 | 134184239 | 630265 | 3587701 | 473260 |
| 5 | 1151976000 | 1469277 | 523350064 | 1375904 | 7175701 | 954137 |

1. מספר החילופים עבור מערך ממוין-הפוך בעל איברים הוא:

*. ההסבר לכך הוא נובע מכך שלכל איבר שנמצא במיקום במערך, כל האיברים שנמצאים במיקומים עד עונים על הגדרת ההחלפה, משמע ישנן החלפות.*

*עלות החיפושים:*

*הסבר כללי*

*נבחין כי עבור מערך ממוין-הפוך, האיבר המקסימלי במערך הוא האיבר הראשון בעץ. בנוסף, כל איבר חדש עם מפתח שנכנס לעץ הוא האיבר המינימלי החדש. נבחין כי ההכנסה נעשית לעץ עם איברים (כלומר גובה העץ ). נשים לב- מכיוון שהמערך ממוין הפוך, ההכנסה מתחילה מאיבר שהמפתח שלו . לכן מספר האיברים במערך הוא ונגמרת עם האיבר שהמפתח שלו*

*.) מכאן, שבכל הכנסה נצטרך לעלות מהמקסימום עד לשורש העץ, ומהשורש לרדת עד לעלה/לאבא של עלה כלומר סה"כ חיפושים.*

*\*הוכחת חסם אסימפטוטי בעמוד הבא*

*נוכיח*

*הערה: לפי ההסבר הכללי נבחין כי האיבר הראשון בסכימה מתייחס להכנסת האיבר האחרון () במערך לעץ, בעוד שסכימת האיבר האחרון () מתייחס להכנסת האיבר הראשון במערך () לעץ.*

:

*:*

1. *עבור מספר החילופים:*

*בבירור ניתן לראות כי מספר החילופים שקיבלנו בסעיף א' עבור מערך ממוין הפוך זהה למספר החילופים שקיבלנו בסעיף ב'.*

*עבור מספר החיפושים:*

*נבדוק קו מגמה באמצעות אקסל בצורה הבאה. לכל גודל מערך , עבורו קיבלנו בסעיף א' עלות מיון מסויימת , נייצר קואורדינטה חדשה המייצגת עבור אותו את העלות מסעיף א' ואת העלות מסעיף ב' () ונקבל קו מגמה בעל קואורדינטות .*

*טבלת עלויות חיפושים*

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| i | *סעיף א'* | *סעיף ב'* |
| *1* |  |  |
| *2* |  |  |
|  |  |  |
| *3* |  |  |
| *4* |  |  |
| *5* |  |  |

2. *טבלת ניתוחי ניסויים:*

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **i** | ***עלות* join *ממוצע עבור* split *אקראי*** | ***עלות* join *מקסימלי עבור* split *אקראי*** | ***עלות* join *ממוצע עבור* split *של איבר מקסימלי בתת העץ השמאלי*** | ***עלות* join *מקסימלי עבור* split *של איבר מקסימלי בתת העץ השמאלי*** |
| *1* | *2.5* | *4* | *2.4545* | *13* |
| *2* | *2.4545* | *4* | *2.8333* | *15* |
| *3* | *2.5454* | *5* | *2.9166* | *16* |
| *4* | *2.75* | *10* | *2.5* | *17* |
| *5* | *3.0909* | *9* | *2.8235* | *19* |
| *6* | *2.6875* | *7* | *2.4375* | *20* |
| *7* | *2.2352* | *8* | *2.75* | *21* |
| *8* | *2.5263* | *7* | *2.9411* | *22* |
| *9* | *3.0555* | *5* | *2.5555* | *23* |
| *10* | *2.6111* | *9* | *2.65* | *25* |

1. *נסמן את עומק צומת הפיצול ב. ראשית, נבחין כי נצטרך לבצע פעולות - לכל צומת במסלול מ לשורש.*

*בפרט, מכיוון שכל הפעולות ב הן מסיבוכיות אסימפטוטית מלבד הרצות , לצד העובדה שסיבוכיות פיצול אסימפטוטית היא , נקבע כי עלות ממוצעת של היא .*

1. *נסמן את צומת הפיצול, האיבר המקסימלי בתת העץ השמאלי של השורש ב , ואת הבן השמאלי של שורש העץ ב.*

*נבחין כי תת העץ הימני של הוא בוודאי ריק. מהגדרת איבר מקסימלי, נבחין כי במהלך פעולת הפיצול, בכל פעם שנעלה בעץ עד לצומת נצטרך לבצע (כעומק פחות 1) פעולות לתת העץ השמאלי של . נבחין כי הפרשי הגבהים בין שני העצים אותם נאחד יהיה לכל היותר 1. מכאן, כל פעולה כזו, תיקח , סה"כ*

*מכאן, הפעם הראשונה שבה נעלה שמאלה בעץ תהיה מ לשורש העץ המקורי וזו פעולת ה האחרונה שתתבצע. הפעולה תופעל על תת העץ הימני של , שכבר ציינו שהוא ריק ועל תת העץ הימני של השורש המקורי. כלומר עלות זה נקבעת לפי גובה תת העץ הימני של השורש, ועל כן היא .*

*כלומר היא עלות ה המקסימלי עבור פיצול באיבר המקסימלי של תת העץ השמאלי של השורש.*

*נראה שעלות זו עולה בקנה אחד עם התוצאות שקיבלנו בסעיף א'.*

*לכל נסמן , ואת גובה העץ המתאים לו אזי מתקיים:*

*כלומר, ההפרש שנצפה בעלות המקסימלי בניסוי השני בין עץ בגודל לבית עץ בגודל הוא בערך 1, וזה תואם את התוצאות בטבלה בסעיף א.*