$x = 5,\ y = 10,\ z = 0$

$x = 10,\ y = 5,\ z = 0$

$a = 5,\ b = 10$

$x=5,\ y=3,\ z=0$

$x=5,\ y=2,\ z=5$

$x=10,\ y=1,\ z=5$

$x=10,\ y=0,\ \boxed{z=15}$

$a=5,\ b=3$

$$\boxed{z+x\cdot y=a\cdot b}$$

<u>אתחול:</u> ברור.

<u>אחזקה:</u> נניח ש $z+x\cdot y=a\cdot b$

> אחרי לולאה כלשהי: נבדוק מה קורה בסיום הלולאה

נפריד למקרים:

y אי-זוגי:

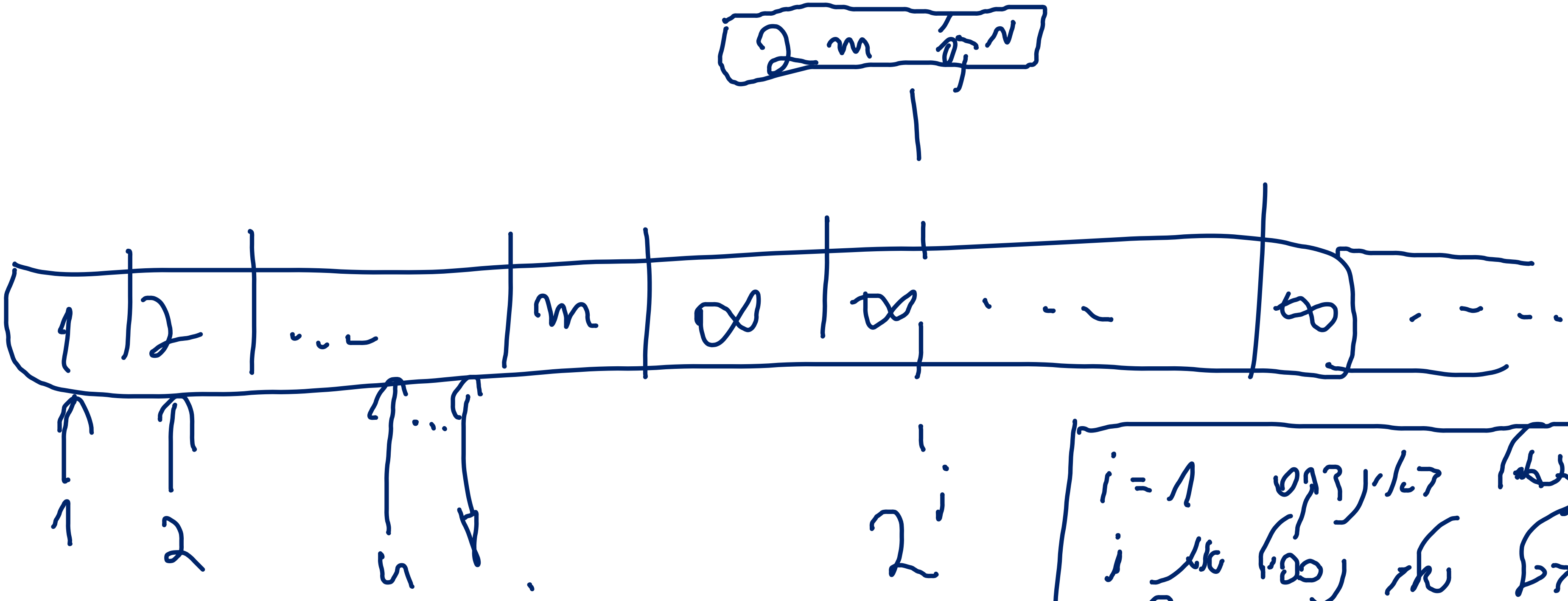
$x'=x,\ z'=z+x,\ y'=y-1$

$$z'+x'\cdot y'=z+x+x(y-1)=z+x+x\cdot y-x=z+x\cdot y=a\cdot b$$

נסמן ב־ $m = \varphi(b)$ (זה בדיוק)

הלולאה מתלפפת מספר פעמים φ_b פעמים.

לכן נמצא בריבוע הזה $n(m)$.



$1, 2, 4, 8, 16 \ldots\ldots 2^i$

$$A[2^i] = \infty$$

• נתחיל [illegible] $i=1$
• כל עוד לא ∞ נכפיל את i
פי 2 עד שנגיע
ל-∞.
• נבצע חיפוש בינארי
$1 \ldots i$

אז [illegible] $\cancel{G_{2n}} = G_n =$

$G_{2n} = G_{n+1}$

– [illegible] [illegible] [illegible] של מספר 3 [illegible] → [illegible]

– [illegible] [illegible] [illegible] [illegible] G_{2n} [illegible]

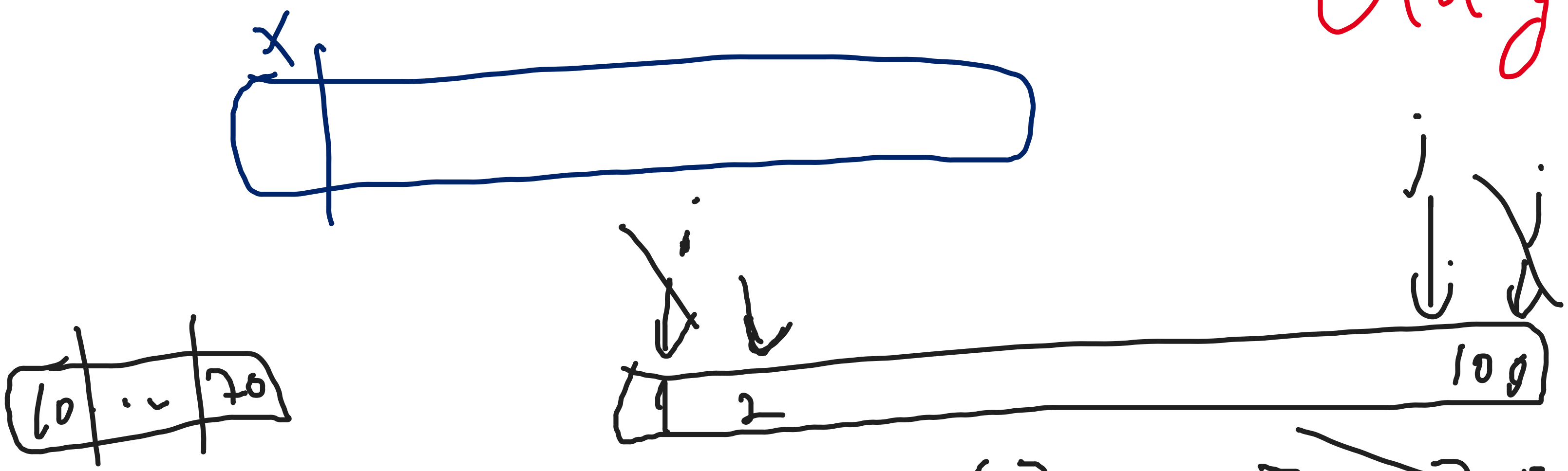
[illegible] . $\Theta(G_n)$

$\underline{z = x + y}$

$z - x$

אלגוריתם נאיבי. כן. נעבור על כל הזוגות האפשריים ונבדוק $\Theta(n^2)$

״ ב. נמיין את המערך ע״י מיון מיזוג. $\Theta(n \log n)$

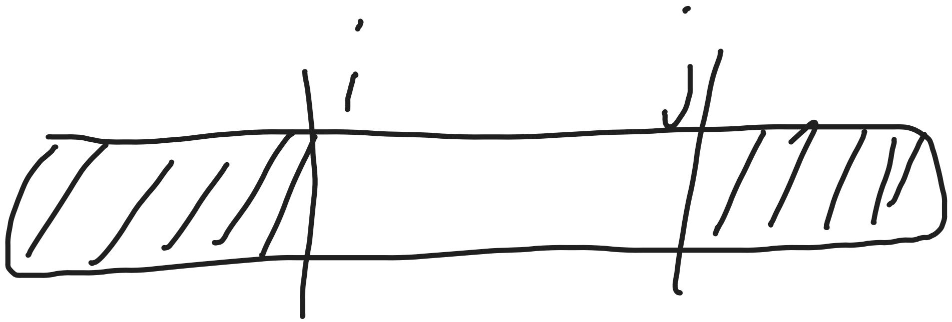


$A[i] + A[j]$

$\cancel{z = 75}$

$z = 200$

ב. ?



לכן: אם קיימים באיברים x ו-y המקיימים $x+y=z$ אז גם נמצאים בין i ל-j.

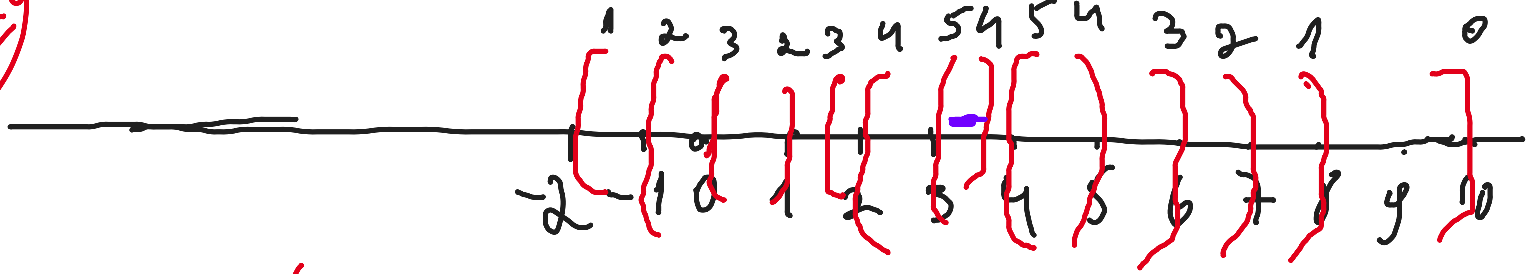
זמן ר.צ.ה: $\Theta(n)$

(0, 1)
(3, 5)
(-1, 8)
(2, 7)
(4, 6)
(1.5, 3.5)
(-2, 10)

$\boxed{(0, 1)}$ $\boxed{1, -1}$ $\boxed{3, 1}$ $\boxed{5, -1}$ . . . —

ערך מפתח — Key   side

$\overset{1}{-2}, \overset{1}{-1}, \overset{1}{0}, \overset{-1}{1}, \overset{1}{1.5}, \overset{1}{2}, \overset{1}{3}, \overset{-1}{3.5}, 4, 5, 6, 7, 8, 10$



נמיין את 2n הנקודות (מיון מיזוג).

נעבור עם מונה ונוסיף 1 אם זה התחלה ו -1 ! אם סוף

$c \leftarrow 0$

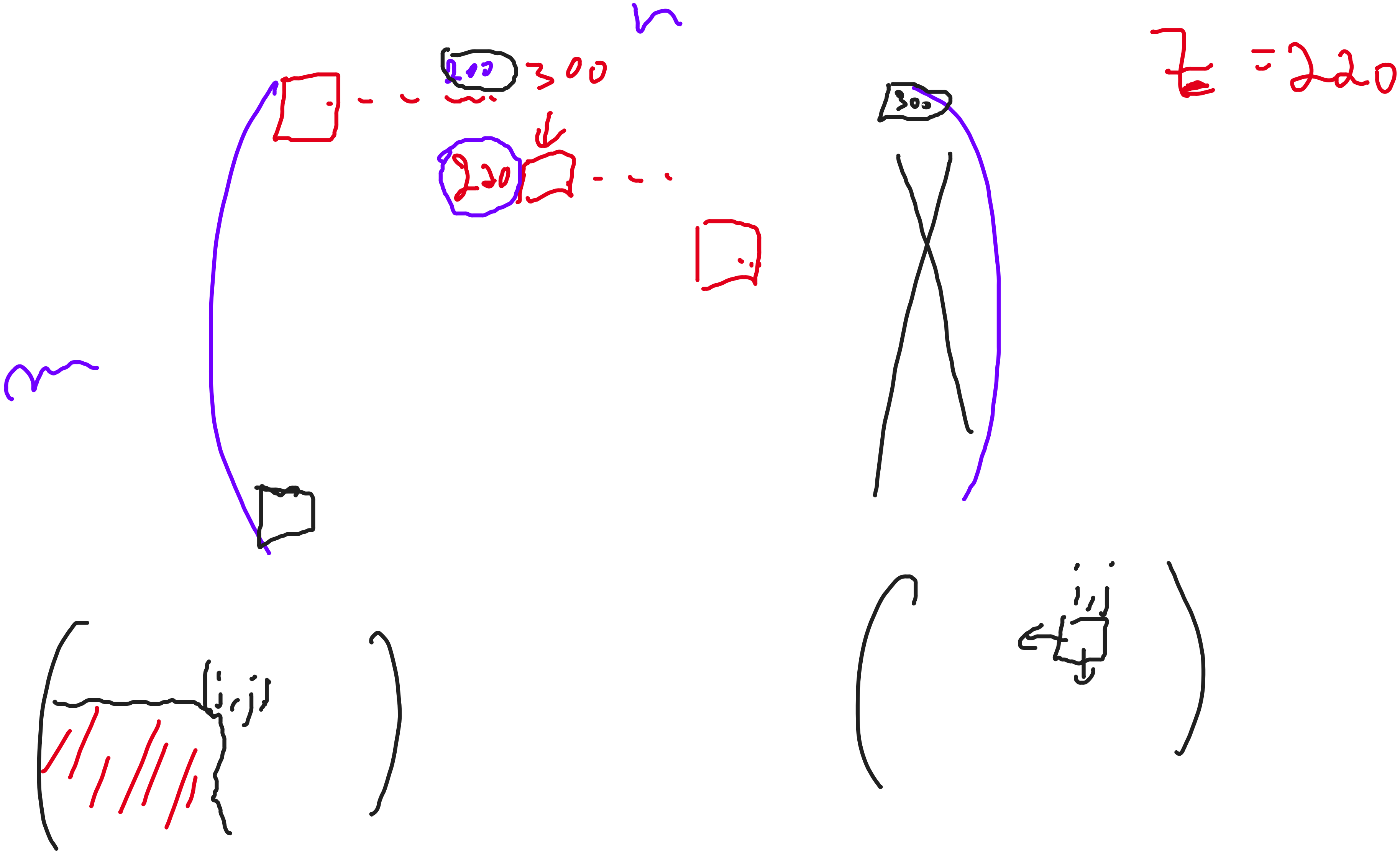
for $i \leftarrow 1$ to $2n$

  $c \leftarrow c + \text{side}(A[i])$

  if $c >$ max_count

    max_count $\leftarrow c$

$\Theta(n \lg n)$


n
300
220
n
Z = 220
i,j

- נתחיל בפינה השמאלית עליונה. כל שלב נשאל שאלה אם $A[i,j] > z$

ולמצוא אם קיים (אם ~~של~~ נמצא לי אז (i,j)

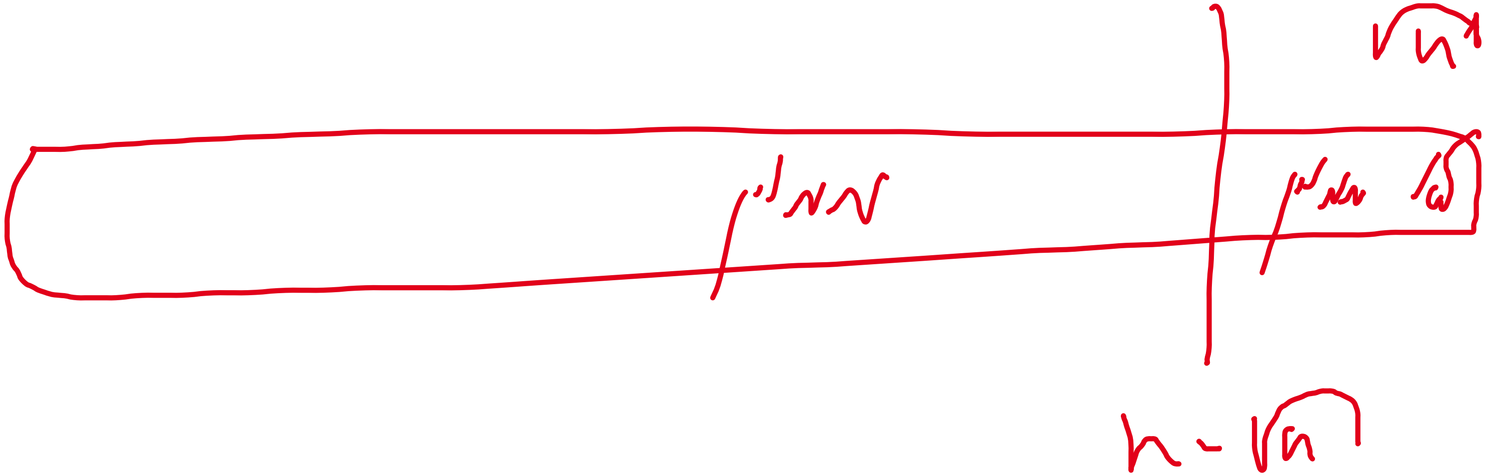
$O(n+m)$

- טענה: אם קיים הערך z אז הוא נמצא ב-B רשמת מרוחם

$j \ldots 1$, i , $n \ldots j$.

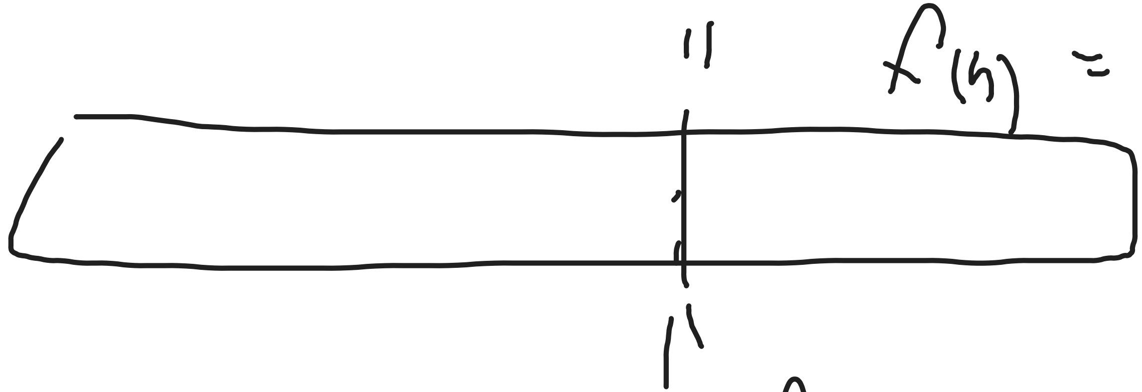
הוכחה: אם $\cancel{A[i]\cdot A[j]}\, A[i,j] > z$ אז כל הגדולים מ-$j' > j$

$\cancel{A[j'] \cdot A[i] >}$ $A[i,j'] > z$ לכן ניתן להעלים משורה בעמודה מ-$j' > j$ $j \leftarrow j-1$.



— נמיין תוך $\sqrt{n}$ האיברים האחרונים (מיון ערמה) $\sqrt{n}\log\sqrt{n}$

— נבצע מיזוג של החלקים $\Theta(n)$. סה"כ $\Theta(n)$



$f(n) = \frac{n}{\lg n}$

$n - f(n)$

$f(n) = \frac{n}{\lg n}$

$O\left(\frac{n}{\lg n} \cdot \lg \frac{n}{\lg n}\right) = O(n)$

$\frac{n}{\lg n} \cdot (\lg n - \lg \lg n)$

$n^{0.9}$

$n^{0.9} \lg n^{0.9} =$

$0.9 n^{0.9} \cdot \lg n$

$$f(n) = \frac{n}{\lg\lg n}$$

$$f(n)\lg f(n) = \frac{n}{\lg\lg n} \cdot \lg \frac{n}{\lg\lg n}$$

לא עובד

– מיון של A (מיון רשומות) $\Theta(n \lg n)$

– לכל איבר B -> נחפש את [illegible] [illegible] A -> ע״י

$\Theta(m \cdot \lg n)$ [illegible] בינארי.

סה״כ $\Theta(m \lg n + n \lg n) = \Theta(m \lg n)$

$$\sum i^2 = \Theta(n^3)$$

$$\lg(a \cdot b) = \lg a + \lg b$$

$$\sum \lg i = \lg 1 + \lg 2 + \ldots + \lg n = \lg(1 \cdot 2 \cdot 3 \ldots n) =$$

$$\lg(n!) = \Theta(n \lg n)$$

$$\sum_{i=\frac{n}{2}}^{n} i^2 \lg i \geq \sum_{i=\frac{n}{2}}^{n} \left(\frac{n}{2}\right)^2 \lg\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{n}{2} \cdot \left(\frac{n}{2}\right)^2 \cdot \lg\frac{n}{2}$$

(*) [illegible], ש $T(n)=\Omega(n)$

$$T(n)=T\left(\frac{n}{2}\right)+T\left(\frac{n}{4}\right)+n$$

$T(n)\le c\cdot n$ נניח שהטענה נכונה

$T(k)\le c\cdot k$ נניח לכל $k<n$

$$T(n)\le T\left(\frac{n}{2}\right)+T\left(\frac{n}{4}\right)+n\le c\cdot\frac{n}{2}+c\cdot\frac{n}{4}+n=$$

$$=n\left(\frac{3c}{4}+1\right)\le c\cdot n$$

$$\boxed{c=4}$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{4}\right) + n$$

אפשר ע״י ניחוש בדומה לתרגיל הקודם

$$T(n) \leq T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{n}{3}\right) + n = 2T\left(\frac{n}{3}\right) + n = \Theta(n)$$

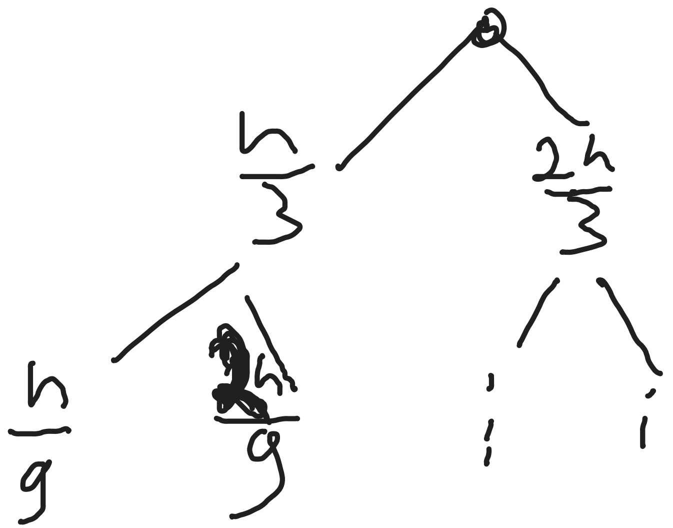
$$\Downarrow$$

$$T(n) = O(n)$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{3}\right) + T\left(\frac{2n}{3}\right) + n$$

$h = \log_3 n$

$\Theta(n \log n)$



n

n

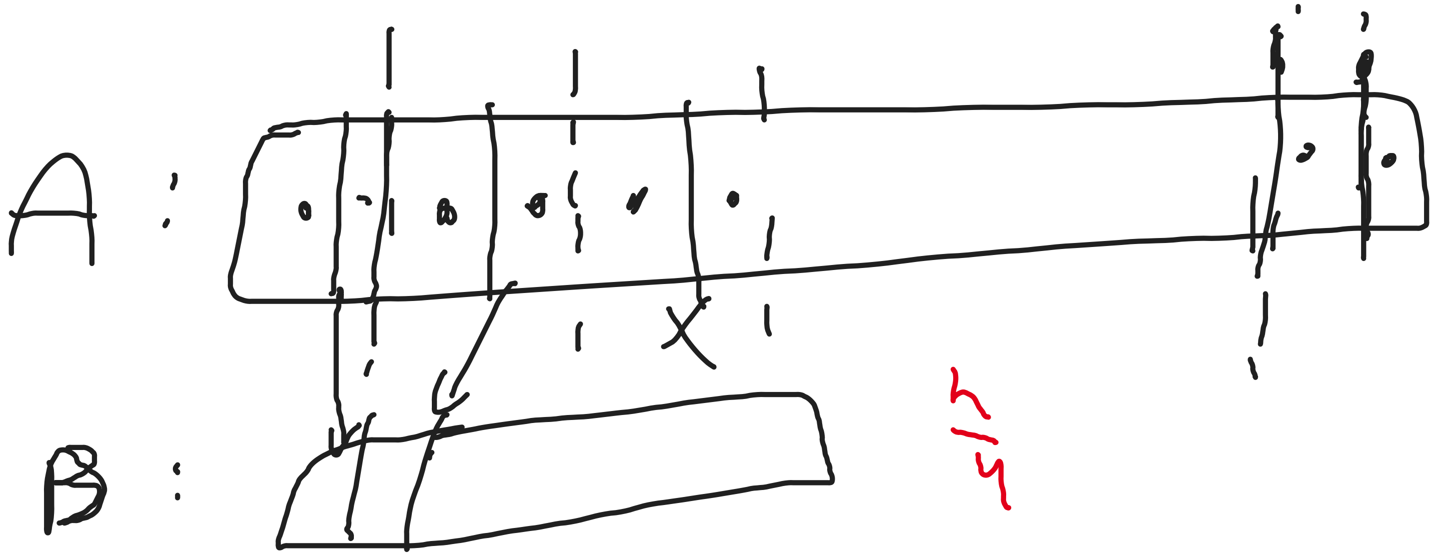
n

$\leq n$

$\log_{\frac{3}{2}} n$

$\Theta(n \log n)$

$T(n) = \Theta(n \log n)$



$\frac{n}{2}$

$\frac{n}{4}$

$\frac{n}{8}$

$\vdots$

.lc

$$T(n) \leq T\left(\frac{n}{2}\right) + \Theta(n)$$

$$T(n) = \Theta(n)$$

ב. טענה: אם קיים שידוך הלם ל-A אז הוא שידוך הלם גם ל-B.

נניח שקיים שידוך הלם

סק.לב. הוכחה: יש 2 סוגי השוואות: (x,x) ו-(x,y) כך $x\neq y$.
ונתבונן בשלב כל בהשוואות מסוג (x,y). לפי הגדרת "שידכנו" שידוך
הלם אחד שהחזקנו לפחות לגבי שידוך הלם שלנו? כלומר לאחר כל
ההשוואות מסוג (x,y) שידוך הלם עדיין הלם של השוואות
שנעשו.

נותרו השוואות מסוג (x,x). שלב 7 דורש שיש ויתור

ויתור (x,x) כך ש-x איבר ריק, מאפשר ויתור

(y,y) עבור y לא איבר ריק. לכן כמות הויתורים שאפשר

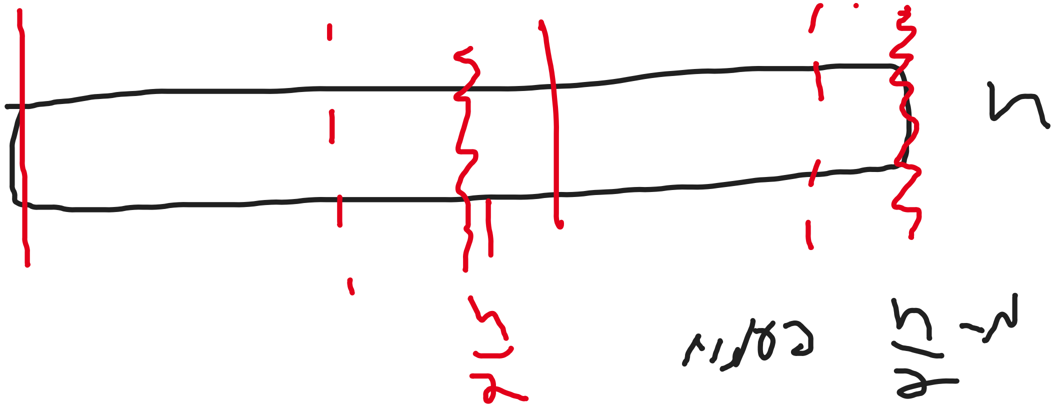
לעשות היא מכיוון שאיברי הריק אפילו גדולה משלש הויתורים.

בסיום כל ההשוואות איבר הריק נשאר איבר ריק.

אלג' נוסף למציאת איבר רוב:

אבחנה: אם המערך ממוין קיים איבר רוב אז איבר זה נמצא במקום $A\left(\frac{n}{2}\right)$.

האיבר הזה הוא החציון



האלג':

$x \leftarrow Select\left(A, \frac{n}{2}\right)$ $O(n)$

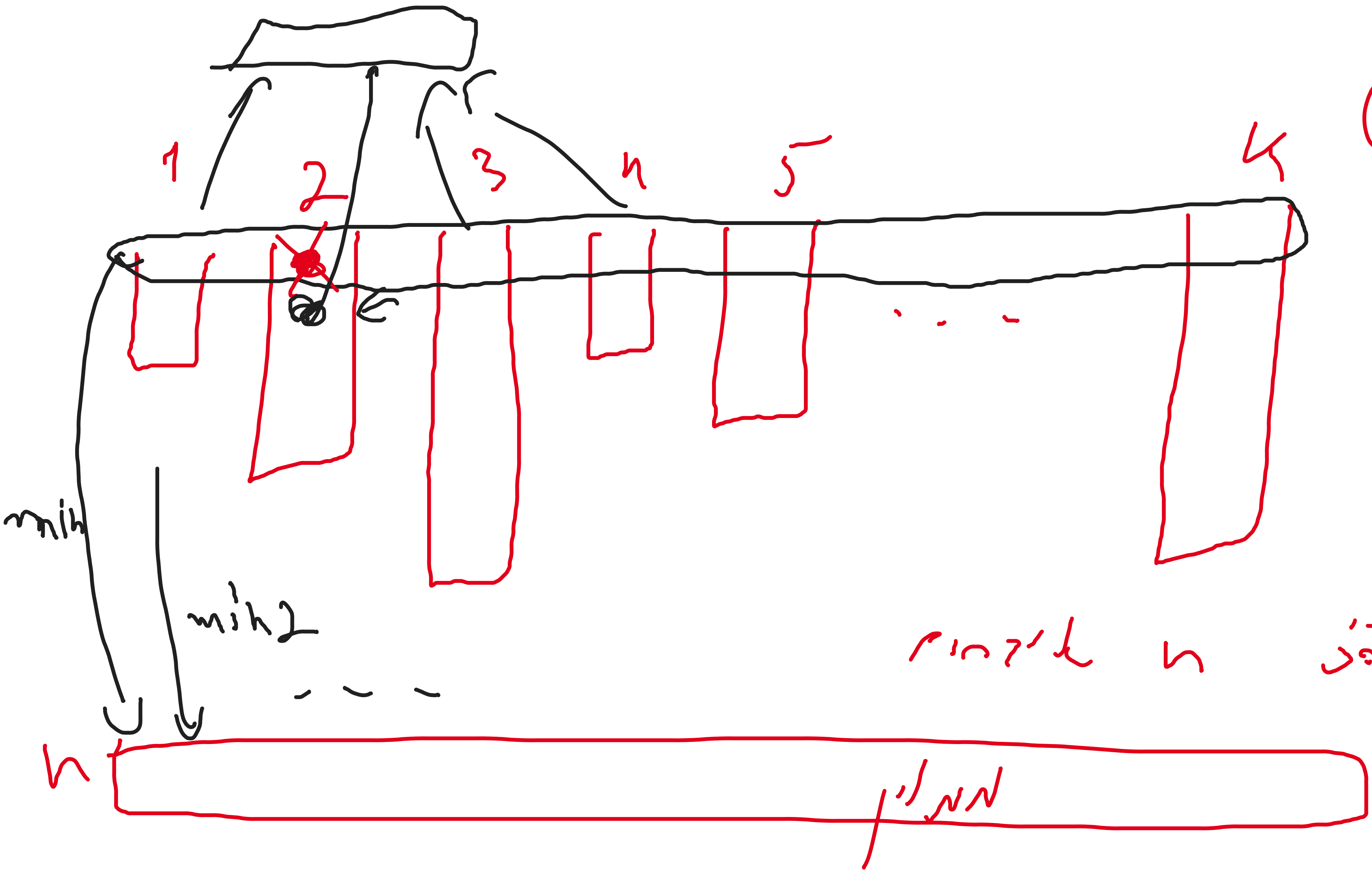
בדוק האם x מופיע יותר מ- $\frac{n}{2}$ פעמים

כן - החזר את x

לא - החזר לא

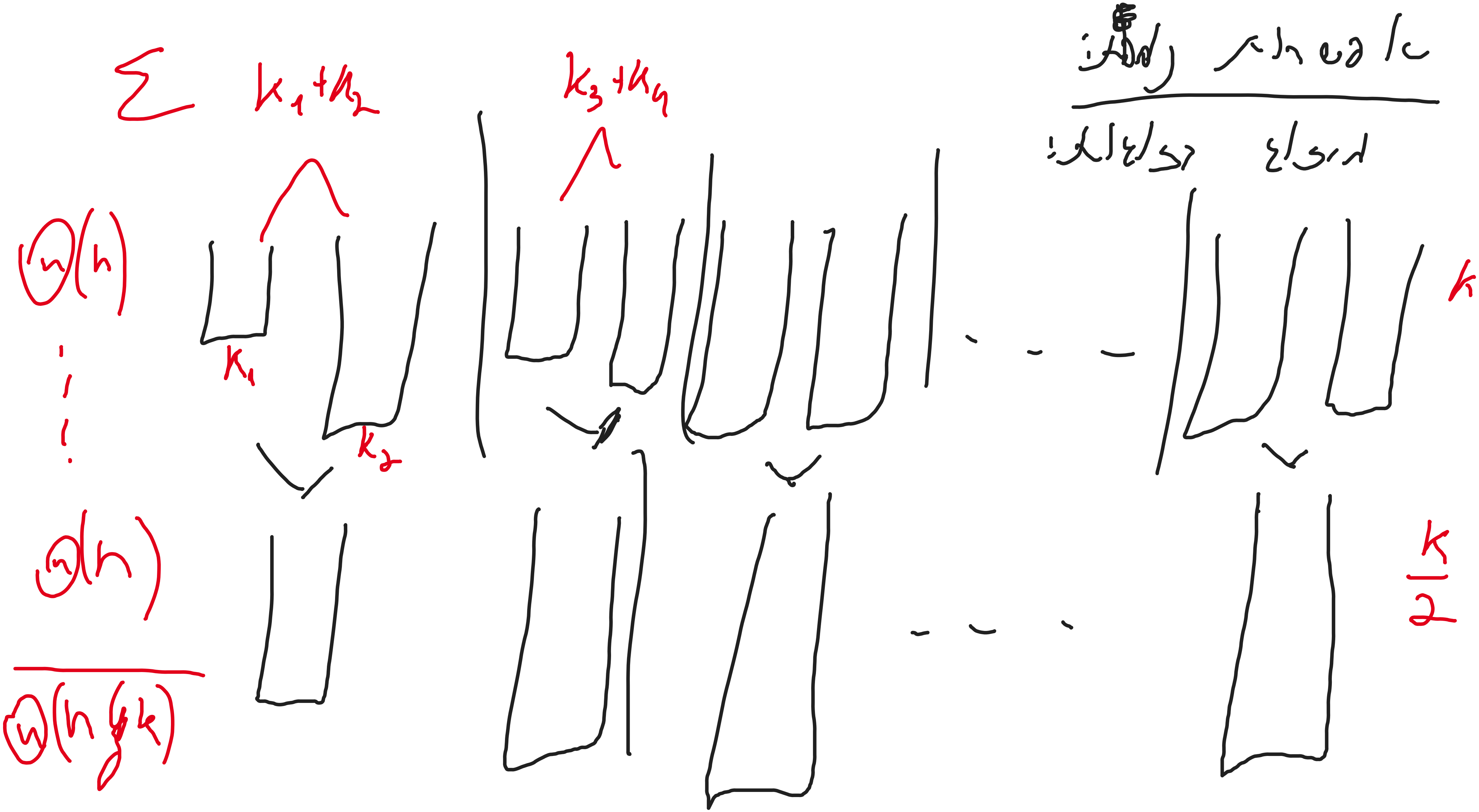
$O(k)$

$O(n \log k)$



כ״א ממוין

- נבנה ערימת מינ' מ-k ראשי הרשימות. נשמור לכל איבר את מס' הרשימה ממנה הגיע
- כל שלב נוציא את המינ' מהערימה (ע"י ExtractMin) ונוסיף למיקום הנוכחי במערך.
- כעת, מהרשימה ממנה נלקח המינ' נשלוף את האיבר הבא ברשימה לתוך הערימה



$\sum$
k_1+k_2
k_3+k_4
k_1
k_2
k
$\frac{k}{2}$
$\Theta(n)$
$\Theta(n)$
$\Theta(n \lg k)$

שאלה 4 ~ 1 מהמבחן דמיקה דפוס B

(מערך קלט)

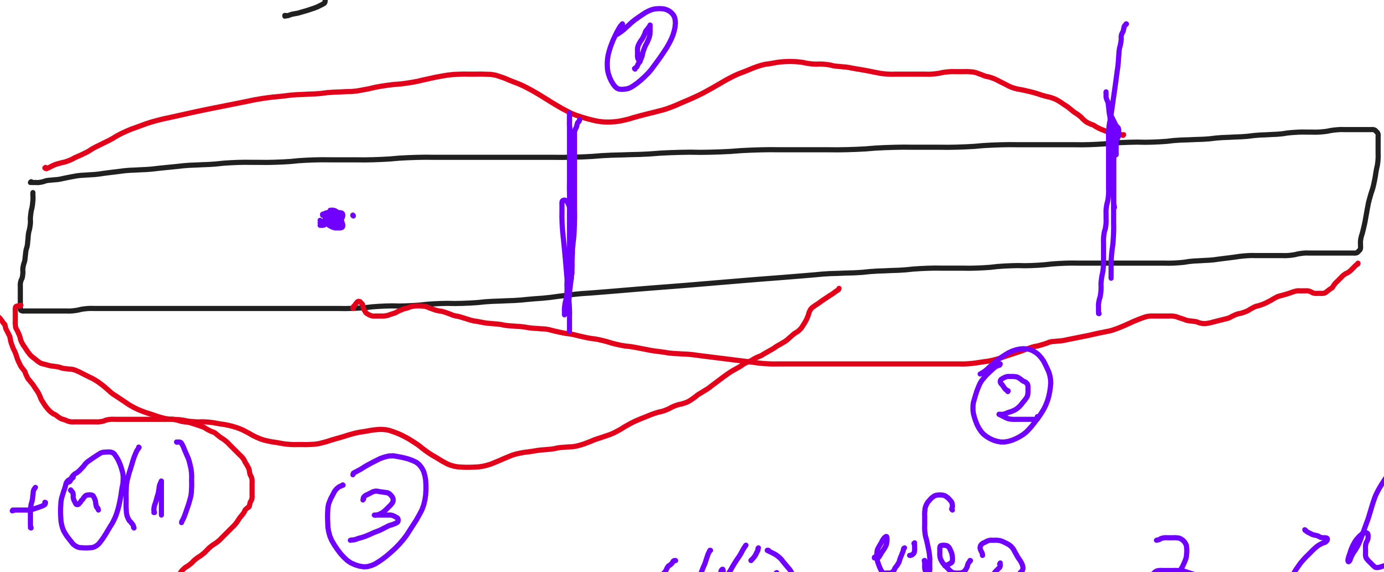
k צב דרגם $\frac{1}{3}$ מגודל המערך

135 סמ 7.3

$a=3$

$b=\frac{3}{2}$

$n^{2.7}$



$T(n)=3T\left(\frac{2n}{3}\right)+\Theta(1)$

$T(n)=\Theta\left(n^{2.7}\right)$

אחרי שלב 2 השליש הימני
של המערך מכיל שליש האיברים הגדולים, ממוינים.
בשלב 3 ממיינים שאר האיברים.