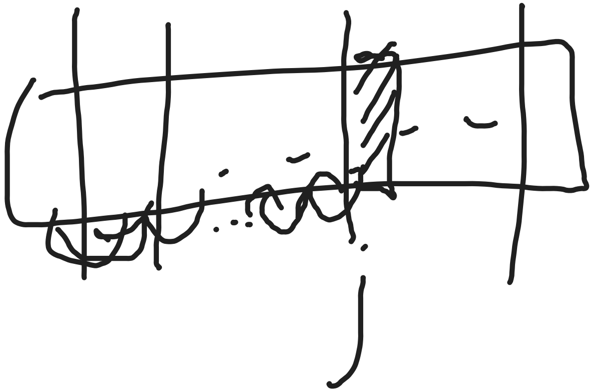
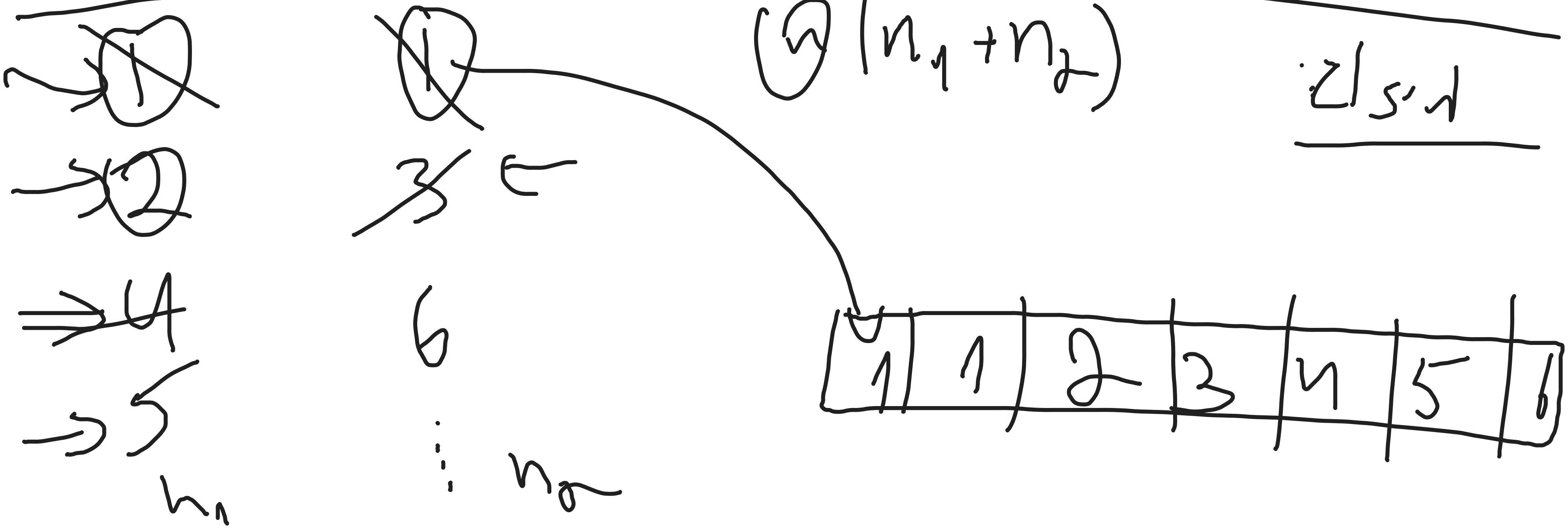
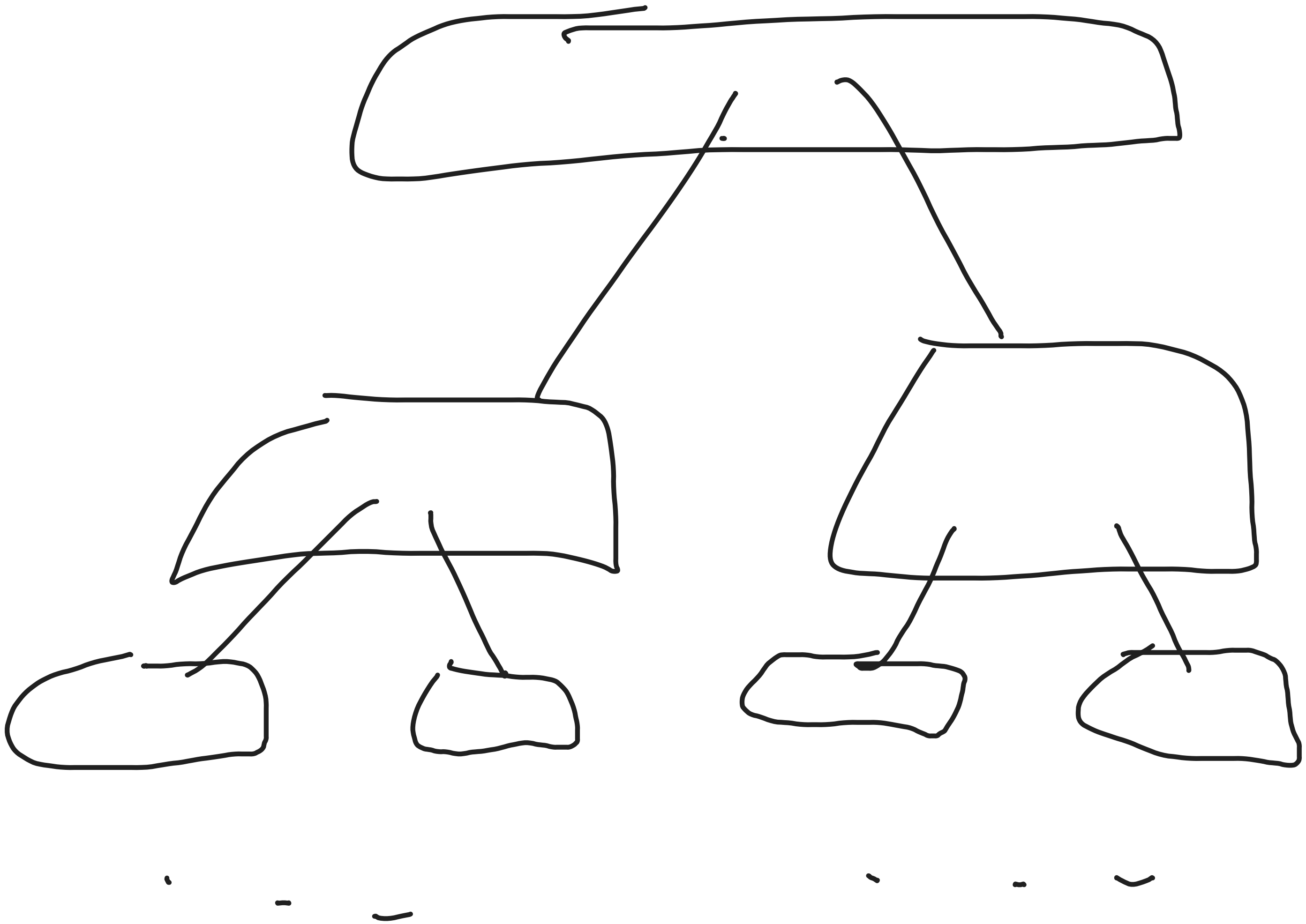


$$1+2+3+\dots+n-1 =$$

$$= \cancel{O}\ \frac{n(n-1)}{2} = O(n^2)$$

$O(n_1+n_2)$



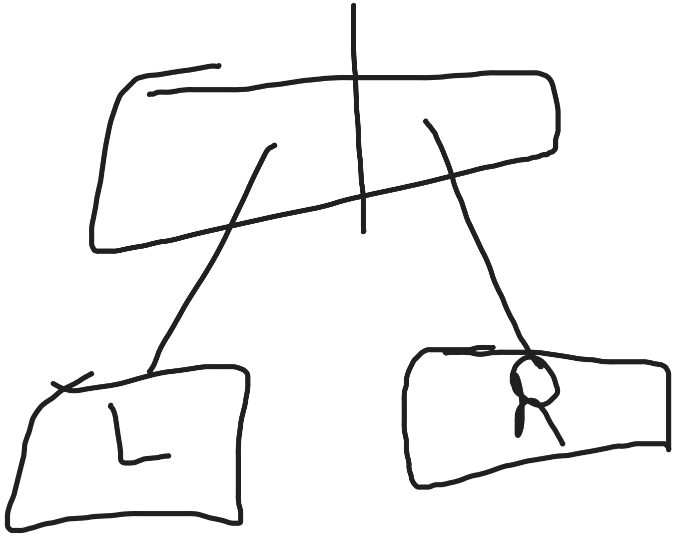


n

n

n

$n \cdot h$



הוכחת צעד האינדוקציה של מיון מיזוג:

נניח כי רקורסיבית שגרת המיון פועלת כשורה.

מהנחת האינדוקציה מערכים R ו-L

ממוינים (כשורה x ו-y).

כשורה z מבצעים מיזוג (שהוכחנו את נכונותו).

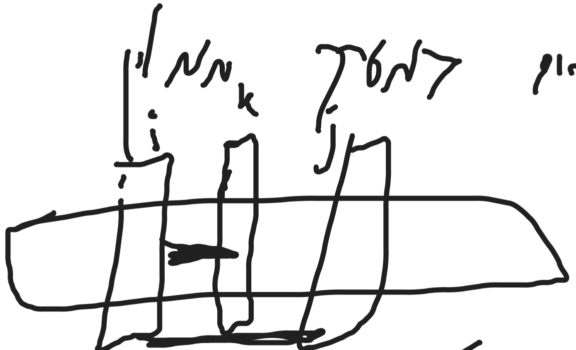
משילוב הדברים נקבל שהמערך כולו ממוין.

שאלה 1

נתון מערך A המכיל n מספרים ממשיים. כתבו אלגוריתם יעיל, המוצא את ההפרש המינימלי בין שני איברים כלשהם במערך.

נתחו את סיבוכיות הזמן של האלגוריתם שכתבתם והסבירו מדוע הוא נכון.

- רעיון: נמיין את המערך. נחפש הפרש הכי קטן בין 2 איברים צמודים.
- [illegible]
- נכונות: נוכיח מכך שההפרש המינ' בין כל איברים במערך ממוין "תמיד" יהיה בין 2 איברים סמוכים.



הוכחה: בשלילה נניח שטענה לא נכונה. כלו' שבמערך הממוין שלנו זה מצב. קיימים i ו-j לא סמוכים כך שההפרש בין $A[i]$ ל-$A[j]$ הוא הקטן ביותר. נתבונן ב-k גדול מ-i וקטן מ-j

הבנת הבעיה. ——— תיאור האלג׳

- פסאודו קוד
- הוכחת נכונות
- ניתוח סיבוכיות

המשך:

כל האיברים שנמצאים בין $A[i]$ ל-$A[k]$ קיים מבנה שאין $A[i]$ ל-$A[j]$ וכו סדירה לביניהם.

זמן: מיון: $\Theta(n\log n)$, ולכן הפרש מינ׳ – $\Theta(n)$.

(2) פתרון: מצא מינ'. מצא מקס'. החזר הפרש ביניהם.

זמן ריצה: $\Theta(n)$.

לכל שלב כמות הכדורים יורדת ב-1.

טענה: לכל שלב יש מס' זוגי של כדורים לבנים.

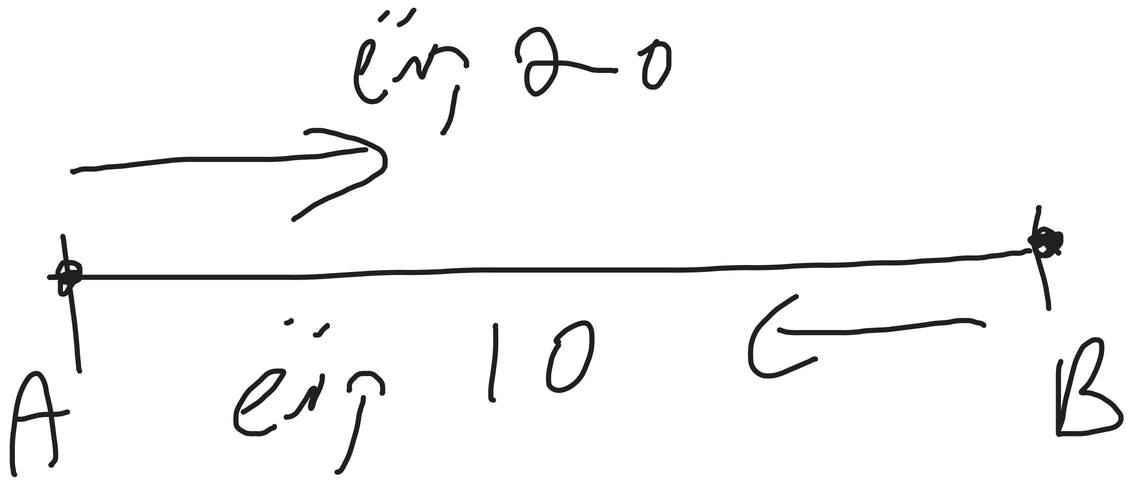
הוכחה: באינדוקציה: בסיס: נכון.

צעד: מוציאים 2 כדורים. אם שניהם לבנים:
מחזירים שחור וזוגיות מס' הלבנים נשמרת.
אם שניהם שחורים - מחזירים שחור ושוב הזוגיות נשמרת.
אם כל צבע שונה, הלבן מוחזר (שורה 3) וכמות הלבנים
נשמרת (לכן הזוגיות).

סיום: מאחר ולכל שלב מס' הכדורים קטן ב-1 התהליך מסתיים

כאשר דרגה יש רק כפול 1. מתקיים לפי הטענה שהוכחנו, אם הדרגות

הצלעות אין להיות זוגי, כלומר זה לא יכול להיות כך.



$20t_1 + 10t_2$

$V = t_3 \cdot \frac{1}{3}$

$t_2 = 2t_1$

1 2 3 4 . . . . .

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
1	1	2	2	2	3	3	3	3	4	4	5

1 $p \leftarrow 1$

2 **for** $i \leftarrow 2$ **to** n

3 **do if** $B[i] = B[\mathrm{i} - p]$

4 **then** $p \leftarrow p + 1$

5 **return** p

$p = \cancel{1}\ \cancel{2}\ \cancel{3}\ 4$

p הוא אורך הרצף הגדול

ביותר של ערכים שונים,

בתת המערך

$A[1 \ldots, i-1]$

דומה ל...

Θ	$=$
O	$\leq$
o	$<$
Ω	$\geq$
ω	$>$

דוגמא ל- o קטן. אם $f(n)=n^2-1$, $g(n)=n^3$

אז $f(n)=o(g(n))$.

אבל אם $h(n)=n^3$ אז לא מתקיים $h(n)=o(g(n))$

מתקיים $h(n)=O(g(n))$ וגם $h(n)=\Theta(g(n))$

$$f(n) = 2n^2 + 3n + 3$$

צ"ל: $f(n) = O(n^2)$

$f(n) \leq c \cdot n^2$ צ"ל $\exists c>0$

הוכחה:

$$f(n) = 2n^2 + 3n + 3 \leq 2n^2 + 3n^2 + 3n^2 = 8n^2$$

$\downarrow$

$n > 1$

$$\boxed{\begin{matrix} c = 8 \\ n_0 = 1 \end{matrix}}$$

$f(n) = n^2 \quad , \quad g(n) = n^3$

$$\boxed{c = \frac{1}{1000000}}$$

נכון רק ל-n׳ים קטנים

$$n^2 > \frac{n^3}{1000000}$$

$$\lim \frac{n^2}{n^3} \to 0$$

$$n^2 < \frac{1}{1000} \cdot n^3$$

$$\lg^{100} n = o\left(n^{\frac{1}{100}}\right)$$

$$(\lg n)^{100}$$

$$\lg_{10}^{100} = \frac{\lg_2^{100}}{\lg_2 10}$$

$$n + n = 2n$$

$$n + n^2 = n^2 + n$$

$$O(n) + O(n) = O(n)$$

$$O(n) + O(n^2) = O(n^2)$$

$n \geq n_0'$, $f_1 \leq c_1 \cdot g_1 \Leftarrow f_1 = O(g_1)$

$n \geq n_0''$, $f_2 \leq c_2 \cdot g_2 \quad f_2 = O(g_2)$, c_1'.

$$f_1 + f_2 \leq c_1 \cdot g_1 + c_2 \cdot g_2$$

$n = \max(n_0', n_0'') \rightarrow \int b_1$

$$\leq C_1 \cdot (g_1 + g_2)$$

$c_1 = \max(c_1, c_2)$

$$\leq C_1 g_1 + C_1 g_2 = C_1 (g_1 + g_2)$$

$a^{\lg b} = b^{\lg a}$

$2^{\lg n} + \lg^2 n = o(n \lg n)$

$2^{2n+1} = 2 \cdot 4^n$

$\frac{n}{n \lg n} = \frac{1}{\lg n} \longrightarrow 0$

$2^{2n} = (2^2)^n = 4^n$

$\Theta(n)$

א. האם $2^{\lg n} + (\lg n)^2 = \Theta(n \lg n)$?

ב. האם $2^{2n+1} + 3^n = O(2^{2n})$?

ג. האם $\binom{n}{3} = \Theta(n^3)$?

$\binom{n}{3} = \frac{n!}{3!(n-3)!} =$

$\frac{1}{6} \cdot (n-2)(n-1)n = \Theta(n^3)$

לא

כן

כן

$2^{\lg n} = n$

$\rightarrow n^{\lg 2} = n^1$

$f(n) = o(g(n))$

"$f(n) < c(g(n))$"

$2 \cdot 4^n + 3^n$

$\leq 2 \cdot 4^n + 4^n \leq 3 \cdot 4^n$

$$(\lg n)^{\lg n} = n^{\lg\lg n}$$

$$\lg n \cdot \lg\lg n$$

$$2^{\lg n \lg\lg n} = n^{\lg\lg n}$$

$$n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}} = 2^{\lg n \cdot \frac{\lg\lg n}{\lg n}} = 2^{\lg\lg n} = \lg n$$

$$(n!)^{1/n}$$

$$\frac{1}{n}\lg(n!) = \frac{1}{n}\Theta(n\lg n) \rightarrow \Theta(\lg n)$$

$$\Theta(n)$$

$(\lg n)^{\lg n}$	$\cancel{(n!)^{1/n}}$	$\cancel{\sum_{i=1}^{n}\frac{1}{i}} = \Theta(\lg n)$
2^n	$\cancel{\lg(n!)}$	$\cancel{n \cdot \lg n}$
$\cancel{n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}}}$	$3^{\sqrt{n}}$	$\cancel{1/n}$

$\lg n$ $\quad$ 1

$$a^{\lg b} = b^{\lg a}$$

$$\lg a^b = b\lg a$$

$$(a^b)^c = a^{b \cdot c}$$

$$3^{\sqrt{n}} \rightarrow \sqrt{n}\lg 3 \rightarrow 2^{\sqrt{n}\lg 3}$$

$\frac{1}{n}, \left\{\sum \frac{1}{i}, n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}}\right\}, n!^{1/n}, \left\{n \lg n, \lg(n!)\right\},$
$(\lg n)^{\lg n}, 3^{\sqrt{n}}, 2^n$

$n \lg n \dots\dots \quad 2^n < n! < n^n$

$\frac{1}{n} = o\left(\sum \frac{1}{i}\right) \overset{1}{=} \Theta\left(n^{\frac{\lg\lg n}{\lg n}}\right)$

4^n 3^n

$\Theta(n)$ $n \lg 4$ $n \lg 3$ $\Theta(n)$

2^n 2^n