

שלום לכולם,

להלן מס' דגשים לקראת הבחינה.

רצוי לקרוא את כל השאלות לפני שתתחילו לפתור. כך תוכלו לאתר שאלה או שתיים שיותר נוח לכם להתחיל איתה, וכמו כן באופן זה כל שאלה תקרא פעמיים לפני תחילת העבודה עליה (עוזר בהבנת השאלה).

עבדו בצורה מסודרת ורגועה – יש מספיק זמן לכל שאלה. אין סיבה לא להיות רגועים. פשוט עשו את הטוב ביותר שאתם יכולים. לא יותר ולא פחות.

נהלו את הזמן – יש לכם כארבעים דקות נטו לשאלה. אם אתם כבר חצי שעה על שאלה מסוימת נסו לחתור לסיום. במקרה הגרוע, הניחו לשאלה זו ותחזרו אליה אח"כ. לפעמים רעיון מגיע דווקא כשלא מתאמצים למוצאו.

הקפידו על הבנת השאלה לפני תחילת הפתרון. טעויות רבות נובעות מאי הבנת השאלה כנדרש. אם בכל זאת פירשתם את השאלה באופן שגוי אז אנחנו כמובן נתחשב, בתלות במידת הסבירות של פירוש זה.

בעת כתיבת אלגוריתם אנא הקפידו על:

- הסבר רעיון האלגוריתם
- תאור מדויק של האלגוריתם (למשל ע"י פסאודו-קוד)
- הוכחת/הסבר נכונות
- ניתוח סיבוכיות

הסבר הרעיון נדרש על מנת שהקורא יבין "בגדול" את אופן פעולת האלג'.

תאור מדויק נדרש מכיוון שזו הגדרת האלג'. נשאלנו לא אחת "האם חייבים להשתמש בפסאודו קוד?". נזכיר שמטרת הפסאודו-קוד (פסודו/פסידו/...) היא לאפשר כתיבת רעיונות אלגוריתמיים ללא מגבלות של שפת תכנות, סביבת עבודה, קומפיילר מסויים, מע' הפעלה, וכדומה. אם אתם יכולים להביע את הרעיון במילים באופן מדויק, חד משמעי וברור, אז זה מצוין. כלומר, אם סטודנט ממוצע בקורס שיקרא את מה שכתבתם יבין מה האלגוריתם מבצע וכיצד, וכל הקוראים יבינו את אותו הדבר, אז השגתם את מטרתכם. פסאודו-קוד הוא בדר"כ חד משמעי ויכול לעזור במובן הזה. מצד שני רעיונות מורכבים נוח יותר לעיתים לבטא במילים.

הוכחת/הסבר נכונות נדרשים על מנת לוודא שהאלג' אכן משיג את מטרתו. אם נכתב "הוכיחו" יש לעשות זאת בצורה פורמלית, אחרת אפשר להסתפק בהסבר (לא הסבר לאופן פעולת האלג' אלא הסבר לנכונותו).

ניתוח סיבוכיות נדרש על מנת (מן הסתם) לדעת מה סיבוכיות האלג'.

ללא קשר לצורת ניסוח השאלה, התשובה צריכה להכיל את כל ארבעת השלבים הללו. נדגים זאת על ידי פתרון סעיף ב' בשאלה 2 במבחן לדוגמה:

רעיון האלגוריתם: נמצא את ערכי המיקום במקומות  $n/4, 2n/4, 3n/4$  ומי מהם שמופיע יותר מ- $n/4$  פעמים יוחזר כאיבר המבוקש.

הערה: משמעות הסימון [...] בהמשך הדיון שלהלן היא ערך תחתון (כלומר  $\lfloor n/4 \rfloor$ ) למשל זה הערך התחתון של  $n/4$ , או  $\lfloor n/4 \rfloor$ .

## תאור מדויק וחד משמעי:

מערך המכיל את איברי הסדרה – A

count\_a <- 0, count\_b <- 0, count\_c <- 0

a <- Select(A, [n/4]), b <- Select(A, [2n/4]), c <- Select(A, [3n/4])

for i <- 1 to n

if A[i] = a then count\_a <- count\_a+1

if A[i] = b then count\_b <- count\_b+1

if A[i] = c then count\_c <- count\_c+1

החזר את האיברים השונים מבין a, b ו-c שנספרו יותר מ-[n/4] פעמים (ע"פ ערך המונה שלהם)

אפשרות נוספת לכתיבה:

- מצא את ערך המיקום ה-[n/4] ע"י הפעלת השגרה Select עם הפרמטר [n/4] וספור את כמות הפעמים שאיבר זה מופיע במערך. אם הכמות גדולה מ-[n/4] החזר איבר זה.
- חזור על התהליך שלעיל גם עבור ערך המיקום ה-[2n/4] (בהנחה שהוא שונה מהקודם) וערך המיקום ה-[3n/4] (בהנחה שהוא שונה משני הקודמים).

שימו לב: כפי שכתבנו לעיל וכפי שניתן להבין מאופני התאור השונים, אין חובה להשתמש בפסאודו-קוד במובן של שורות דמויות קוד, אבל יש חובה לכתוב את הרעיונות בצורה מדויקת וחד משמעית. משפט כגון "מצא את ערך המיקום ה-[n/4] ע"י הפעלת השגרה Select עם הפרמטר [n/4]", הוא בהחלט חד משמעי. מה פחות מתאים? למשל: "נמצא את שלושת ערכי המיקום ע"י Select ונספור כמה כל אחד מהם מופיע". זה, כאמור, תיאור הרעיון, לא אלג' (לקורא נותרות שאלות – האם לשנות את Select כך שתמצא שלושה ערכים באותה קריאה? כיצד? האם לבצע שלוש קריאות? מה הם הפרמטרים שצריך לשלוח ל-Select? מה קורה כשיש ערכים זהים באותם מיקומים? וכדומה. אמנם גם לגבי "וספור את.." יש מקום לשאלות מסוג זה אך מאחר שבקורס שלנו מניית איברים זה דבר טריוויאלי המשפט שלעיל הוא מספיק מדויק).

## הוכחת נכונות:

תחילה נשים לב שאם איבר נמצא יותר מ-[n/4] פעמים אז הוא נמצא יותר מ-n/4 פעמים (קל לראות שמתקיים  $n/4 < [n/4] + 1$ ). (הערה: זה לא ממש חלק מההוכחה אלא יותר כדי לעזור לנו להבין את ההוכחה בצורה יותר בהירה).

כעת נראה כי אם קיים איבר המופיע ב-A יותר מ-[n/4] פעמים אז דרוגו במערך הוא אחד מבין [n/4], [2n/4], [3n/4].

יהי m איבר שכזה ונתבונן במערך הממוין המכיל את איברי הסדרה. במערך זה יש בלוק (רצף עוקב) של איברי m שגודלו יותר מ-[n/4] (אפשר אך לא הכרחי להוסיף: שכן כאמור המערך ממוין ולכן כל האיברים השווים נמצאים באינדקסים עוקבים). אם המופע הראשון של m במערך זה הוא החל מהאינדקס הראשון ועד אינדקס [n/4] כולל, אזי אחד מאיברי הבלוק נמצא באינדקס [n/4] (גם כאן, אפשר לחدد יותר אך זה לא הכרחי). אחרת, אם המופע הראשון של m מופיע בין האינדקסים [2n/4] – [n/4] + 1 אזי אחד מאיברי הבלוק נמצא באינדקס [2n/4]. ואם המופע הראשון של m מופיע

בין האינדקסים  $[3n/4]$  –  $[2n/4]+1$  אזי אחד מאיברי הבלוק נמצא באינדקס  $[3n/4]$ . קל לראות שהמופע הראשון של  $m$  לא יכול להיות אחרי מיקום זה. כלומר, בכל מקרה, אחד מאיברי הבלוק, שערכו  $m$ , נמצא באחד מן האינדקסים  $[n/4]$ ,  $[2n/4]$ ,  $[3n/4]$ , או במילים אחרות אם קיימים איברים (לכל היותר שלשה) המקיימים את התנאי אז דרוגם בסדרה  $S$  הוא  $[n/4]$  או  $[2n/4]$  או  $[3n/4]$ . אם כך, כל שעלינו לעשות הוא למצוא את ערכי המיקום הללו ולבדוק האם האיברים הללו מקיימים את התנאי. מציאת ערכי המיקום נעשית בשורות ... ובדיקת התנאי נעשית ישירות בשורה ... ומכאן נובעת נכונות האלג'.

הערה: בסעיף זה לא נכתב במפורש שיש להוכיח. עם זאת צריך להראות נכונות של כל אלגוריתם. כאמור לעיל, אם כתוב במפורש שצריך להוכיח אז יש לעשות זאת בצורה פורמלית כפי שעשינו כאן. במקרה שלא אז ניתן להסתפק בהוכחה פחות פורמלית, למשל:

נכונות השגרה נובעת מכך שאם קיים איבר המופיע ב- $A$  יותר מ- $[n/4]$  פעמים אז הוא יימצא באחד מהמקומות  $[n/4]$ ,  $[2n/4]$ ,  $[3n/4]$  במערך הממוין (כלומר הוא אחד מערכי המיקום הללו). מדוע? מכיון שבמערך הממוין יהיה בלוק שכולו באותו ערך וגודלו יותר מרבע מהאיברים. לא משנה היכן יתחיל הבלוק, אחד מהאיברים בו יהיה באחד מן המקומות שציינו. לכן כל שעלינו לעשות הוא למצוא את ערכי המיקום הללו ולבדוק האם האיברים הללו מקיימים את התנאי. מציאת ערכי המיקום נעשית בשורות ... ובדיקת התנאי נעשית ישירות בשורה ... ומכאן נובעת נכונות האלג'.

ניתוח סיבוכיות: שורות ... מתבצעות בזמן לינארי כ"א (שכן זהו זמן הריצה של Select) ולכן סה"כ של שלושת השורות הוא לינארי. הלולאה גם היא מתבצעת בזמן לינארי. לפיכך כל האלג' יתבצע בזמן לינארי.

**שימו לב:** בכל פתרון שאתם כותבים, חשוב שתסבירו את תשובתכם בהסבר ברור, כך שיובן **לבדוק שאינו נמצא "בתוך הראש" שלכם**. ההסבר צריך להיות לא קצר מידי ולא ארוך מידי. חלק מהערכת התרגיל הוא בדיקה אם הכותב יכול להביע את רעיונותיו בצורה ברורה, מלאה, אך לא מסורבלת מדי.

נעיר שלעיתים מוגשים ערעורים שמספקים הסבר חדש או הרחבה של ההסבר שניתן בבחינה. חייבים להבין שערעור זה לא הזדמנות שניה לפתרון. על הערה כגון "הסבר לא ברור" לא ניתן לכתוב בערעור "התכוונתי לכך וכך" וכו'.

לפיכך, אחרי שכתבתם את המבחן, מומלץ לקרוא את ההסבר ולחשוב אם אחרים יבינו אותו (ללא השלמות מתוך הראש, רק על סמך הכתוב).

בהצלחה רבה לכולם – הצלחתכם היא הצלחתנו!

צוות הקורס