

מבני נתונים

תרגול 6, סמסטר א' תשע"ז
B-trees

B-trees

- עצי חיפוש לא בינאריים.
- לכל צומת, פרט לשורש ולעלים, יש בין $d-2$ ל- d בניים.
- מספר המפתחות בכל צומת פנימי הוא **אחד פחות ממספר הבנים**.
- מספר המפתחות בעלה הוא בין $1-d$ ל- $1-d+2$.
- העץ מאוזן (כל העלים הם באותו עומק).
- עץ $B+$ – האיברים בעליים בלבד.

סדר האיברים



X ומטה

Y עד X

Z עד Y

W עד Z

W ומעלה

פועלות

- ▶ חיפוש – דומה לעץ בינארי, אבל בכל צומת יש מספר מפתחות. החיפוש בוחר בין המתאים לפי המפתחות (בחיפוש בינארי).
- ▶ הכנסה (בשימוש מלמטה למעלה) – הצומת מתווסף לעלה המתאים. אם הצומת "שמן" מדי מפרטים.
- ▶ מחיקה (בשימוש מלמטה למעלה) – מוציאים את האיבר . אם הצומת "רזה" מדי, מלווים לו בן מאח שלו (Rotate). אם אפשר, או ממזגים אותו עם אח שלו וمفתח מהבא.

פיצול (הכנסה מלמטה למעלה)

- ▶ צומת שעבר את מסכת המפתחות מפוצל לשניים
- ▶ מספר המפתחות המינימלי בצומת הוא פחות ממחצית מספר המפתחות בצומת עם מפתח עודף – ולכן הפיצול אפשרי.
- ▶ הפיצול יוצר מפתח חדש אצל האב.
- ▶ ממשיכים באופן רקורסיבי עם האב.
- ▶ בהרצאה ראינו גם הכנסה מלמעלה למיטה (בעת מעבר מלמטה למיטה, מפצלים צמתים מלאים ולכן אין צורך לעלות חזרה)

הלוואה ומיזוג (מחיקה מלמטה למעלה)

- ▶ מוחקים מפתח מעלה.
- ▶ אם מספר המפתחות הנותרים בעלה הוא קטן מדי (קטן מ-1-d) מפרידים לשני מקרים:
 - אם לצומת יש אח סמוך עם לפחות d מפתחות, "גונבים" ממנו מפתח ע"י Rotate (לא ניתן לגנוב אח ישרות).
 - אחרת, נבצע מיזוג (join) בין הצומת, האח והמפתח שהוצע בנים מהאב (כעת לאב יש מפתח אחד פחות, וממשיכים באופן רקורסיבי).
- ▶ בהרצאה ראינו גם מחיקה מלמטה למעלה (דאגים לכך שלא יהיו צמתים עם 1-d מפתחות).

שאלות חימום

- ▶ מדוע אין עצי 2-1?
- ▶ איך קוראים את האיברים ממוקמים מעצי B? ומעצי +B?

שאלה 1, סמסטר א' תשע"ב

- ▶ מספר העלים במבנה B-tree מסווג עז 50-100 שבו 99,999 איברים הוא לפחות - ?

פתרון 1

- ▶ אבחןה: מספר האיברים בצמתים פנימיים הוא אחד פחות מאשר מספר העלים
 - מכיוון שכל איבר כזה מפריד בין שני עלים, ובין כל שני עלים רצופים יש איבר שmaresיד
- ▶ בעלה בעז 50-100 יש לכל היותר 99 איברים
 - ▶ לכן, מספר העלים המינימלי x מקיים:
$$99x + (x - 1) \geq 99999$$

כלומר,
$$1000 = x$$

שאלה 2

- ▶ הראו כי מספר ה-`split` עבור פועלת ()
הוא אמורטיזד ($O(1)$)
- נתמקד בIMPLEMENTATION הכנסה מלמטה למעלה
- נוכיח את הטענה עבור עצי 2-4

פתרון 2

- ▶ נסמן –
 - s מספר ה- dzlits בפעולה ה- σ
 - \hat{s} אמורטיזציה של מספר ה- dzlits בפעולה ה- σ (כלומר מספר ה- dzlits + הפוטנציאלי לאחר הפעולה ה- σ פחות הפוטנציאלי לפני הפעולה ה- σ)
- ▶ נגדיר פונקציית פוטנציאלי $\Phi(D)$ להיות מספר הצמתים בעלי שלושה מפתחות ב- D
 - קל לראות שפונקציית הפוטנציאלי חזקית

פתרון 2 - המשך

- ▶ בכל פעולה `Insert()` הפטנציאלי גדל ב-1 לכל היתר
 - אם יצרנו צומת עם 3 מפתחות, לא ביצענו פיצול אחר אך, ולכן הפעולה הסתיימה
- ▶ על כל `split` הפטנציאלי קטן ב-1
 - צומת עם 3 מפתחות התפצל לשני צמתים
- ▶ סה"כ קיבלנו:
$$\hat{s}_i = s_i + \Delta\Phi \leq 1$$

שאלה 3

נתון מערך עם n תאים. כל תא מכיל key ו - data. המערך ממוקין לפי key. כיצד נכנס את האיברים לעץ 2-4 בזמן ליניארי ב - $O(n)$?

פתרון 3

- ▶ תזכורת: בכל צומת בעץ 2-2 יש בין 1-3 מפתחות (איברים).
- ▶ אם יש פחות מ - 4 איברים במערך נהפוך אותם לשורש העץ ונסיים.

פתרון 3 - המשך

- ▶ אחרת, נחלק את האיברים לרבעיות (לפי הסדר).
- ▶ אם בסופן נשארנו עם רביעיה, נפצל אותה ל - 2 צמתים עם 2 איברים.
- ▶ נעלם לרמה מעל את האיבר הימני ביותר בכל צומת מלבד האחרון ונמשיך באופן רקורסיבי.

פתרון 3 - המשך

► נוכנות:

- הבניה שומרת על סדר של עז 4-2.
- כל העליים באותו עומק.
- לכל צומת יש 1-3 מפתחות.

פתרון 3 - המשך

► **זמן ריצה:**

$$n + n/4 + n/16 + \dots \leq 2n$$