Závody

Pro své řešení jsem měl následující předpoklady, které nejsou ze zadání jednoznačně jasné, ale podle sfingy se zdají být pravdivé:

- raketka se nemůže pohybovat diagonálně (tedy pouze rovnoběžně s jednou z os prostoru)
- raketka se může pohnout jakýmkoliv směren, nezávisle na tom odkud přilitěla (tj. může se vracet a opakovat stejné sektory)
- měla-li by raketka při vstupu do sektoru získat rychlost mimo konstrukční limity, tak zůstává původní rychlost (v případě přesažení rychlost tedy nezůstane na maximu, ale zůstane původní)
- z předchozích předpokladů tedy vychází též to, že raketka může létat tam a zpět mezi sektory, (nebo i z a na jeden sektor) aby získala rychlost

Dále v dokumentu budu dávat příklady pouze z 2D prostoru, ale stejné principy fungují i ve 3D prostoru.

Algoritmus

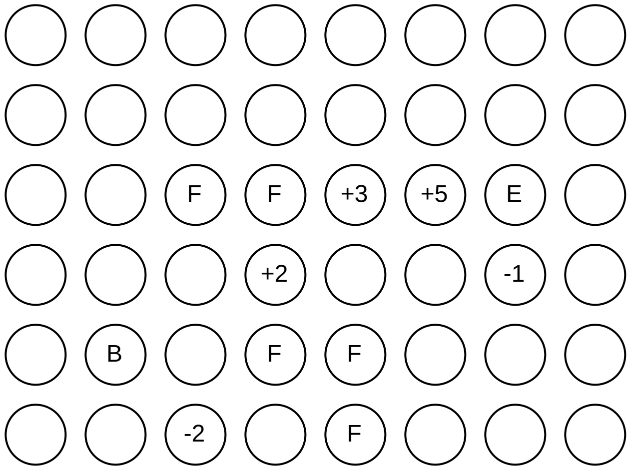
Skládá se z následujících kroků:

1. **Oříznutí prostoru -** zmenší prostor na vstupu tak, že se nepříjde o žádné řešení
2. **Stavba grafu -** vytvoření grafu s ohledem na zakázané sektory
3. **Zjednodušení grafu -** zjednodušení předchozího grafu na graf, kde jsou pouze speciální sektory a vzdálenosti mezi nimi
4. **Nalezení nejrychlejší cesty hloupě -** nejrychlejší cesta ze startu do cíle, kde se raketka nemůže vracet (upravený Dijkstra)
5. **Nalezení nejrychlejší cesty** - zkoušení všech možných cest pomocí DFS

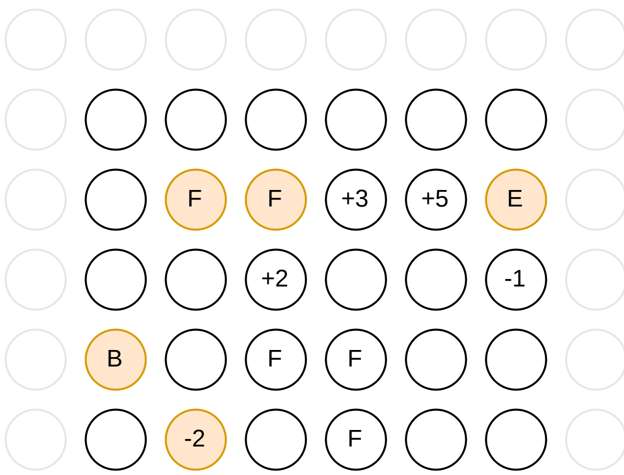
1. Oříznutí prostoru

Každá strana 3D prostoru se ořízne (trim) o prostor prázdných sektorů, pokud tam nějaký je. Důležité je, že pokud nejkrajnější sektor je zakázaný, tak se nesmí oříznout až k němu, aby se nepřišlo o řešení, při kterém se dá letět okolo něj.

Prostor před oříznutím



Prostor po oříznutí (zvírazněny sektory, které stanovují hranici oříznutí)



Složitost

`S = počet speciálních sektorů`

Časová: `O(S)`

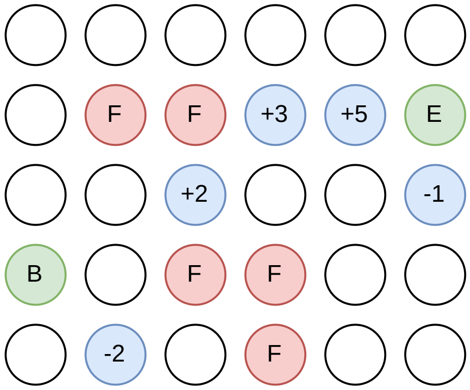
Prostorová: `O(1)`

Množství využité paměti se nemění.

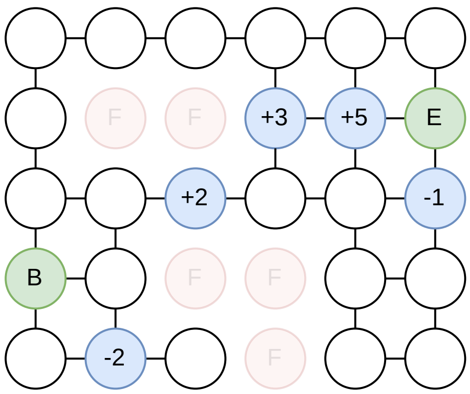
2. Stavba grafu

Nový prostor z předchozího se vezme a postaví se graf. Zakázané sektory jsou ignorovány.

Prostor před stavbou grafu



Výsledný graf



Složitost

```
V = w*h*d
S = počet speciálních sektorů
```

Časová: `O(V)`

Prostorová: `O(V)`

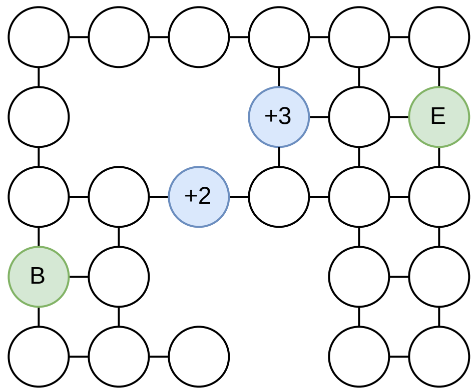
Počet hran je přibližně `6*V` , (vyjma krajních bodů) takže hrany rostou lineárně s V, proto O(V).

3. Zjednodušení grafu

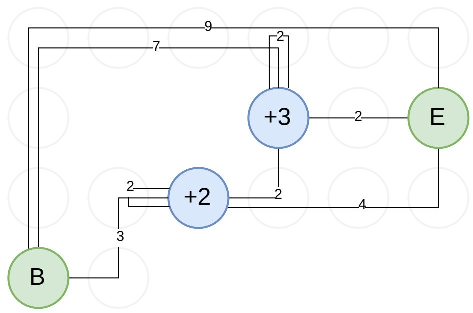
Nyní, vzhledem k tomu, že prázdné sektory nijak neovlivňují let raketky a jsou tedy v podstatě pouze vzdálenost, kterou raketka musí překonat, můžeme je z grafu úplně odebrat a *převést* na vzdálenost mezi speciálními sektory. V tomto kroku se tedy najde **nejkratší cesta z každého sektoru do každého druhého sektoru, která vede pouze přes prázdné sektory** (pro zrychlovací/zpomalovací sektory též cesta do sektoru samotného, která je 2, pokude existuje - z něj a zpět do něj)

Na toto se používá upravený Dijkstrův algoritmus, který naviguje pouze skrze prázdné sektory a narazí-li na speciální sektor, uloží vzdálenost k němu.

Před zjednodušením grafu (pro jednoduchost jiné zadání než doposud)



Zjednodušený graf



Složitost

```
V = w*h*d
S = počet speciálních sektorů
```

Časová: `O(S*V*log(V))`

Protože časová složitost použité implementace Dijkstrova algoritmu je O(V*log(V)), ten se provede pro každý speciální sektor.

Prostorová: `O(S^2)`

Protože existuje hrana mezí každými dvěma speciálními sektory.

4. Nalezení nejkratší cesty hloupě

Tento krok je důležitý pro následující krok. Vzhledem k tomu, že v dalším kroku se zkouší všechny možné cesty a raketka může létat do nekonečna, (stále dokola) je potřeba stanovit nějaký terminační čas, kdy se oběvování dané trasy vzdá. Tento krok je upravený Dijkstra algoritmus, rozdíl je v tom, že:

- u každo vrcholu se neukádá pouze nejkratší nalezená cesta, ale též rychlost, se kterou na ni raketka dorazila
- při objevování vrcholu se bere ohled na původní čas a rychlost, která je upravená, pokud se jde ze zrychlovacího/zpomalovacího sektoru

Tímto nalezneme nejrychlejší cestu, kdyby se raketka nemohla vracet.

Složitost

```
V = w*h*d
S = počet speciálních sektorů
```

Časová: `O(S*log(S))`

Protože časová složitost použité implementace Dijkstrova algoritmu je O(V*log(V)) (zjednodušený graf má S vrcholů), ten se provede pro každý speciální sektor.

Prostorová: `O(S^2)`

Protože existuje hrana mezí každými dvěma speciálními sektory.

5. Nalezení nejkratší cesty

V tomto kroce se zkouší všechny možné cesty. Používá se rekurzivní DFS, který ale objevuje všechny sousedy daného vrcholu, tedy i ty, které už byly objeveny. Tento rozdíl dělá to, že se raketka může i vracet, točit dokola a podobně, skutečně všechny možnosti.

terminační čas = výsledek předchozího kroku

Při objevování vrcholu jsou tyto kroky:

- vypočítá se čas a rychlost (podle předchozího vrcholu), se kterým jsme se na vrchol dostali
- je-li tento vrchol konečný a doposud nejlepší čas do cíle je horší než tento, uloží se tento nový čas do cíle
- zkontroluje se, zda čas na vrchol není větší než terminační čas, pokud ano, končí se s tímto vrcholem (backtrack)
- přečte se doposud nalezený čas a rychlost, se kterým jsme se na tento vrchol už někdy dostali, pokud takový je
- je-li stávající čas a rychlost 100% lepší než doposud nalezený, končí se s tímto vrcholem (backtrack)
  - s určením co je lepší je problém, že pomalejší čas a větší rychlost může někdy být výhodnější než lepší čas a menší rychlost a naopak. Proto kontrolujeme pouze případ, kdy to jistě lepší není a to je, když se čas nebo rychlost rovná a to druhé je lepší/horší, nebo pokud je obojí lepší/horší
  - následný výraz vyjadřuje tuto myšlenku. Výraz je pravdivý, je-li stávající čas a rychlost lepší než nová: `old.time < new.time && old.speed < new.speed || old.time == new.time && old.speed < new.speed || old.speed == new.speed && old.time < new.time`
- naposledy rekurzivně opakujeme tento proces pro všechny sousedy

Jakmile se projdou všechny možnosti, je nalezena nejrychlejší cesta.

Složitost

Složitost není určitelná, ale:

- prostorová složitost je závislá na čase vypočítaném hloupým algorithmem (protože to ovlivňuje hloubku rekurze)