Movimiento Oscilatorio Armonico

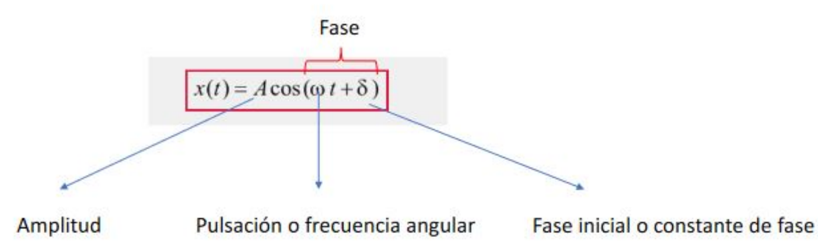
Ecuación diferencial de un MAS

Esta ecuación nos describe la aceleración de un movimiento armonico simple en base a la posición y se cumple para cualquier sistema.

$$a = \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -C \cdot x(t)$$

La solución para la ecuacion general de un MAS es:

$$\left.\begin{aligned} x(t) &= A.\cos(\omega t + \delta) \\ v(t) &= -A.\omega.\operatorname{sen}(\omega t + \delta) \\ a(t) &= -A.\omega^2.\cos(\omega t + \delta) \end{aligned}\right\} \quad a(t) = -\omega^2.x(t) \longrightarrow \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -C.x(t) \qquad (\omega^2 = C)$$



Significado fisico de las constantes:

Amplitud: es el máximo desplazamiento de la partícula o cuerpo con respecto a su posición de equilibrio. Puede ser lineal o angular.

Pulsación o frecuencia angular: Permite escribir el argumento de la función armónica en términos de ángulos en radianes, está relacionada con el período $T = \frac{2\pi}{\omega}$ de la oscilación. Depende del sistema físico oscilante.

Fase inicial o constante de fase: Ángulo en radianes que permite adecuar las ecuaciones horarias del MAS a las condiciones iniciales del problema.

Periodo : Es el tiempo que tarda la masa en efectuar una oscilación completa.

Frecuencia: Es el numero de oscilaciones que se realiza en un segundo. $f = \frac{1}{T}$ y se mide en $\frac{1}{s} = Hz$

Notas:

La velocidad es máxima o mínima en el punto de equilibrio y es 0 enm los extremos de la oscilación.

La aceleración es cero en el punto de equilibrio y es maxima o minima en los extremos de la oscilación.

Sistema masa-resorte

$$a(t) = -\omega \cdot x(t)$$
$$F(t) = -k \cdot x(t)$$
$$a(t)m = -k \cdot x(t)$$
$$a(t) = -\frac{k}{m} \cdot x(t)$$
$$\omega^2 = \frac{k}{m} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{m}{k}}$$

Sistema pendulo ideal

$$\omega^2 = \frac{g}{L} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{L}{g}}$$

Sistema péndulo fisico

$$\omega^2 = \frac{mgd}{I_{cr}^{eje}} \Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{I_{cr}^{eje}}{mgd}}$$

Energía en un MAS

En los MAS (casos ideales sin roce) no hay trabajo de fuerzas no conservativas por lo que se conserva la energía mecánica de la particula o rígido.

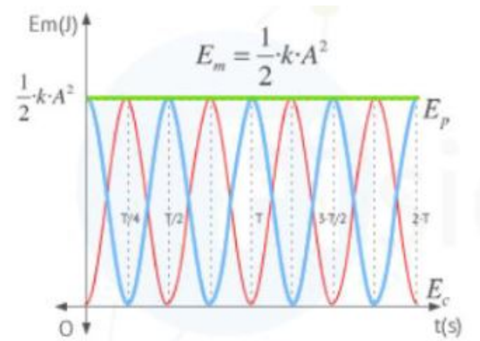
Ejemplo: Sistema masa –resorte ($\omega^2 = k/m$)

$E_c = \frac{1}{2}m.v^2$ $\qquad$ $E_{PE} = \frac{1}{2}k.x^2$

$E_c = \frac{1}{2}m.(-A.\omega.\operatorname{sen}\omega t)^2$ $\qquad$ $E_{PE} = \frac{1}{2}k\ (A.\cos\omega t)^2$

$E_c = \frac{1}{2}m.A^2\omega^2 sen^2\omega t$ $\qquad$ $E_{PE} = \frac{1}{2}\ k\ A^2 cos^2\omega t$

$E_c = \frac{1}{2}k.A^2 sen^2\omega t$



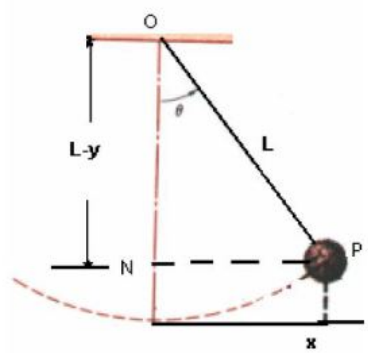
$$\boldsymbol{E_M = E_C + E_{PE} = \frac{1}{2}k.A^2 sen^2\omega t + \frac{1}{2}.\ k\ A^2 cos^2\omega t = \frac{1}{2}k.A^2}$$

Ejemplo: Péndulo ideal

$E_c = \frac{1}{2}m.v^2$

$E_{PG} = mg\ y$

$\boldsymbol{E_M = E_C + E_{PE} =}$
$\boldsymbol{E_M\ = Ec\ máx = \frac{1}{2}m.\ v^2_{máx}}$



$\boldsymbol{E_M = \frac{1}{2}m.v^2_{máx} = mgy_{\ máx}}$