高校数学 III　微分積分

tomiharu0317

2020 年 6 月 27 日更新

※注意　高校数学なので厳密性を求めないでください.

1　関数の極限

1.1　関数の極限及び関数の連続性の定義

$f(x)$ が関数であるとは：　1 つの x を与えたとき，ただ 1 つの値 $f(x)$ を返す対応　のことである．以後，$f(x)$ は関数と仮定する．

定義（関数の右極限）

関数 $f(x)$ と定数 a に対して，$x > a$ を満たしながら x が a に限りなく近づくとき，その近づくスピードに関わらず，常に $f(x)$ が 1 つの値 b に限りなく近づくならば，

$$x \to a + 0 \text{ のとき } f(x) \to b$$

または

$$\lim_{x \to a+0} f(x) = b$$

で表し，b を $f(x)$ の $x \to a + 0$ における右極限値と呼ぶ.

定義（関数の左極限）

関数 $f(x)$ と定数 a に対して，$x < a$ を満たしながら x が a に限りなく近づくとき，その近づくスピードに関わらず，常に $f(x)$ が 1 つの値 b に限りなく近づくならば，

$$x \to a - 0 \text{ のとき } f(x) \to b$$

または

$$\lim_{x \to a-0} f(x) = b$$

で表し，b を $f(x)$ の $x \to a - 0$ における右極限値と呼ぶ.

定義（関数の極限）

$\lim\limits_{x \to a+0} f(x) = \lim\limits_{x \to a-0} f(x)$ が成立するとき，この右・左極限値を $f(x)$ の $x = a$ における極限値と呼び，

$\lim_{x \to a} f(x)$ で表す．

定義（関数の連続性）

$f(a) = \lim_{x \to a+0} f(x)$ であるとき，$f(x)$ は $x = a$ で右側連続である．

$f(a) = \lim_{x \to a-0} f(x)$ であるとき，$f(x)$ は $x = a$ で左側連続である．

左側連続かつ右側連続のとき，$f(x)$ は $x = a$ で連続である と呼ぶ．すなわち，関数 $f(x)$ が連続であるとき，

$$\lim_{x \to a+0} f(x) = f(a) = \lim_{x \to a-0} f(x) \Longleftrightarrow f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$$

を満たす．

以後，$f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$ を連続の定義とする．

1.2 極限の計算法則

これは式を参照する例です．

$$E = mc^2 \tag{1}$$

以下は参照．2 ページの式 (1) によれば，...

$a_1 + a_2 + \cdots + a_n$

$\overrightarrow{x}$

$\xrightarrow[abc]{xyz}$

Ä, $\dot{x}$

$\iiiint$

$\sqrt{x} + \sqrt{y}$

$\arg\min_x f(x)$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & \dots & a_{1n} \\ \hdotsfor{3} \\ a_{m1} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} \tag{2}$$

$$|x| = \begin{cases} x & x \geq 0 \text{ のとき} \\ -x & \text{それ以外のとき} \end{cases} \tag{3}$$

$\frac{a}{b}$

$$E = mc^2 \tag{$*$}$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 \tag{4}$$
$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$\begin{aligned} \sinh^{-1} x &= \log(x + \sqrt{x^2+1}) \\ &= x - x^3/6 + 3x^5/40 + \cdots \end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned} &\sin A = y/r && \cos A = x/r && \tan A = y/x \\ &\cot A = x/y && \sec A = r/x && \csc A = r/y \end{aligned}$$

$$s_1 = a_1, \tag{6}$$
$$s_2 = a_1 + a_2, \tag{7}$$

一般に

$$s_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n \tag{8}$$

アインシュタインは

$$E = mc^2$$

と言った。

$a + (-b) = a - b$

(x, y)

$\{0, 1\}$

$2^{2^{2^2}}$ $a^{k_{ij}}$ $\mathrm{a_{ij}}$

${R^\rho}_{\sigma\mu\nu}$

別行とは，

$$y = ax^2 + bx + c \tag{9}$$

$$\sum_{k=1}^{n} a_k \; a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$$

$\sum_{k=1}^{n} a_k$

$\int_0^1$

$$\int_0^1$$

$$y = \frac{1+x}{1-x}$$

$f(x,y)\,dx\,dy$

$\sqrt{2}\,x$

$i\,j$

$a_{i\,j}$

$(x), [x], \{x\}, \lfloor x \rfloor, \lceil x \rceil, \langle x \rangle$

$\left\{a_k \;\middle|\; k \in \{1,2,3\}\right\}$

$\{a_k | k \in \{1,2,3\}\}$

$$\left(\frac{A}{B}\right)$$

θ

Ω

$\mathcal{A}, \mathcal{B}, \mathcal{C}$

$a \div b \times c \oplus d$

$3 \in 2n+1, 2 \notin 2n+1$

$x \not\equiv y$

$p(x \mid \theta)$

$x \notin y, x \not\in y$

$$\left\{x \mid x \leq \frac{1}{2}\right\}$$

$f\colon A \to B$

$\forall A, A \Rightarrow B$

$\sum \prod \int \oint$

$\log x, \cos x, \lim$

$$\lim_{x \to \infty} f(x)$$

$m \bmod n$

$a \equiv b \pmod{n}$

$aei\vec{u}eoa$

$\overrightarrow{\text{aeiueoa}}$

$\overbrace{a + \cdots + z}^{26}$

(あえいうえおあ)

$\mathbf{A}$

$\boldsymbol{A}, \boldsymbol{\alpha}$

ß $= 3.14$

```
sum1 = sum2 = 0;
ans = 0
n = int(input())
for i in range(n):
    n += 1

print(ans)
```

π

abc	abc	abc
x	y	z