Ejercicio 3. Sea $Q \equiv (\forall j : \mathbb{Z})(0 \le j < |A| \to_L A[j] \ge 0)$. Calcular las siguientes precondiciones más débiles, donde i es una variable entera y A es una secuencia de reales.

a) $wp(\mathbf{A[i] := 0}, Q)$.

b) $wp(\mathbf{A[i+2] := -1}, Q)$.

c) $wp(\mathbf{A[i] := A[i-1]}, Q)$.

b) Debería dar falso pues si se setea un negativo nunca se cumplirá Q.

$$wp(\underbrace{A[i+2] :=}\ -1, Q)$$

Como el AXIOMA 1 no nos habla de asignar algo a una lista en un índice uso setAt.

$$A[i+2] := -1 \ \equiv\ setAt(A, i+2, -1)$$

$$wp(setAt(A, i+2, -1), Q) \equiv \overbrace{def(A)}^{T} \wedge \overbrace{def(-1)}^{T} \wedge_L 0 \le i+2 < |A| \wedge_L$$

$$Q^{A}_{-1} \equiv -2 \le i < |A|-2 \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(0 \le j < |setAt(A, i+2, -1)| \to_L setAt(A, i+2, -1)[j] \ge 0)$$

Por def del setAt tengo dos casos: $i+2 = j$ o $i+2 \ne j$. Separo en DOS CUANTIFICADORES.

$$-2 \le i < |A|-2 \wedge_L \Big((\forall j : \mathbb{Z})((0 \le j < |A| \wedge j = i+2) \to_L N[i+2] \ge 0) \wedge$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})((0 \le j < |A| \wedge j \ne i+2) \to_L N[j] \ge 0) \Big)$$

Como sé que $N[i+2] = -1$, el primer $\forall$ es FALSO pues $-1 \not\ge 0$.

Luego,

$-2 \leq i < |A| - 2 \wedge_L \big((\forall j:\mathbb{Z})((0 \leq j < |A| \wedge j = i+2) \rightarrow_L -1 \geq 0) \wedge$
$(\forall j:\mathbb{Z})((0 \leq j < |A| \wedge j \neq i+2) \rightarrow_L N[j] \geq 0) \big)$

$-2 \leq i < |A| - 2 \wedge_L \big((\forall j:\mathbb{Z})((0 \leq j < |A| \wedge j = i+2) \rightarrow_L \text{False}) \wedge$
$(\forall j:\mathbb{Z})((0 \leq j < |A| \wedge j \neq i+2) \rightarrow_L N[j] \geq 0) \big)$

$-2 \leq i < |A| - 2 \wedge_L (\text{False} \wedge \ldots) \equiv \text{False}.$

Luego, no $\exists$ una wp tal que se cumpla Q.

c) Esperaría que $i > 0$ pues sino $A[i-1]$ se indefine y toda solución es pos. si el primero ya es negativo, todo se hace negativo

$wp(A[i] := A[i-1], Q)$

$setAt(A, i, A[i-1])$

$def(A) \wedge def(i) \wedge 0 \leq i < |A| \wedge def(A[i-1]) \equiv$
$0 \leq i < |A| \wedge_L 0 \leq i-1 < |A| \equiv 0 \leq i < |A| \wedge_L +1 \leq i < |A|+1$
$\equiv 1 \leq i < |A|$

se cumple lo q dijimos inicialmente

$1 \leq i < |A| \wedge_L Q^{A}_{A[i-1]} \equiv 1 \leq i < |A| \wedge_L (\forall j:\mathbb{Z})(0 \leq j < |A| \rightarrow_L setAt(A, i, A[i-1])[j] \geq$

Acá tengo 2 casos: $j \neq i \vee j = i$

$1 \leq i < |A| \wedge_L \big((\forall j:\mathbb{Z})(\overbrace{0 \leq j < |A| \wedge_L j = i}^{j = 1,2,3,4,\ldots,|A|}) \rightarrow_L A[i-1] \geq 0) \wedge$
$(\forall j:\mathbb{Z})(\underbrace{(0 \leq j < |A| \wedge_L j \neq i)}_{j=0} \rightarrow_L A[j] \geq 0) \big)$

La wp me habla con que $j=0 \Rightarrow A[0] \geq 0$

$$1 \leq i < |A| \wedge_L (\forall j:\mathbb{Z})((0 \leq j < |A| \wedge j \neq i) \rightarrow_L A[j] \geq 0)$$

xq define el 2do después del primero y así...

4) c)

c) $S \equiv$

```
if ( i > 1 )
  s[i] := s[i-1]
else
  s[i] := 0
endif
```

$Q \equiv (\forall j :\mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] = s[j-1])$

Como tengo un if debo usar Axioma 4.

$$def(i>1) \wedge ((\overbrace{i>1 \wedge wp(s[i]:=s[i-1],Q))}^{1} \vee \underbrace{(i \leq 1 \wedge wp(s[i]:=0,Q)))}_{2}$$

¿Qué hace el programa? Hace q todos sean 0.
si $s[0]:=0$ después $s[1]=s[0]$ y así.

$$wp(setAt(s,i,s[i-1]),Q) \equiv def(s) \wedge def(i) \wedge_L 0 \leq i < |s| \wedge def(s[i-1])$$

$$\equiv 0 \leq i < |s| \wedge_L 0 \leq i-1 < |s| \wedge_L Q^{s}_{setAt(s,i,s[i-1])}$$

$$\equiv 0 \leq i < |s| \wedge 1 \leq i < |s|+1 \wedge_L Q^{s}_{setAt(s,i,s[i-1])}$$

si debo ver el anterior empiezo en 1.

hasta ult i.

$$\equiv 1 \leq i < |s| \wedge_L (\forall j:\mathbb{Z})(1 \leq j < |s| \rightarrow_L setAt(s,i,s[i-1])[j] = setAt(s,i,s[i-1])[j-1])$$

Tengo dos índices: j y $j-1$.

Tengo 3 casos: $j=i$, $j-1=i$ y $(j-1 \neq i \wedge j \neq i)$

Separo CADA CASO en CUANTIFICADOR.

$1 \le i < |N| \wedge_L ($

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j = i) \to_L N[i-1] = N[j-1])$

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 = i) \to_L N[j] = N[i-1])$

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 \ne i \wedge j \ne i) \to_L N[j] = N[j-1])$

$)$

Busco la WP, si una incluye al otro lo noto.

El caso · es trivialmente V pues V → V = V y F → V = V

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j = i) \to_L \text{True})$

$1 \le i < |N| \wedge_L ($

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 = i) \to_L N[j] = N[i-1])$

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 \ne i \wedge j \ne i) \to_L N[j] = N[j-1])$

$)$

En · paso tenemos los dos en base a i: $j = i+1$

$1 \le i < |N| \wedge_L ($

$$\overbrace{(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 = i) \to_L N[i+1] = N[i-1])}^{\text{CASOS } i \ge 1 \equiv j \ge 2}$$

$$\underbrace{(\forall j : \mathbb{Z})((1 \le j < |N| \wedge j-1 \ne i \wedge j \ne i) \to_L N[j] = N[j-1])}_{\text{CASO } i=0,\ j=1 \Rightarrow \text{ no } i=1.}$$

$)$

· si $j = 2$, $1 = 1 \to_L N[2] = N[1]$

Lo dejo en "Caso-B".

El caso B:

$i > 1 \wedge \Big(1 \leq i < |N| \wedge_L \Big($ CASOS $i \geq 1 \equiv j \geq 2$

ACÁ ESTÁ! la q necesitaba

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge j-1 = i) \rightarrow_L N[i+1] = N[i-1])$

$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge j-1 \neq i \wedge j \neq i) \rightarrow_L N[j] = N[j-1])$

$\Big)$ CASO $i=0, j=1 \Rightarrow$ NO $i=1$. $\Big)$

$$1 < i < |N| \wedge_L \Big((\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge j-1 = i) \rightarrow_L N[i+1] = N[i-1])$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge j-1 \neq i \wedge j \neq i) \rightarrow_L N[j] = N[j-1]) \Big)$$

Ahora sí, como $i \geq 2$ el caso AZUL vale xq si $j=1$, $0 \neq i$ y $1 \neq i$ xq i comienza en 2.

Con q azul valga, dorado vale.

Luego,

$$1 < i < |N| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge j-1 \neq i \wedge j \neq i) \rightarrow_L N[j] = N[j-1])$$

Ahora vamos con caso $\neg B$.

$$i \leq 1 \wedge wp(S[i] := 0, Q) \equiv 0 \leq i < |N| \wedge_L \hat{Q}_{setAt(N,i,0)}$$

$$\equiv 0 \leq i < |N| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |N| \rightarrow_L N[j] = N[j-1])$$

$$\equiv 0 \leq i < |N| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})(1 \leq j < |N| \rightarrow_L setAt(N,i,0)[j] = setAt(N,i,0)[j-1])$$

$$\equiv 0 \leq i < |N| \wedge_L \Big((\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge i = j) \rightarrow_L 0 = N[j-1])$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge i \neq j \wedge i \neq j-1) \rightarrow_L N[j] = N[j-1])$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})((1 \leq j < |N| \wedge i = j-1) \rightarrow_L N[j] = 0) \Big)$$

Por lo tanto,

$$i \leq 1 \wedge \Big(0 \leq i < |N| \wedge_L \Big((\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i = j) \to_L 0 = N[j-1]\big)$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i \neq j \wedge i \neq j-1) \to_L N[j] = N[j-1]\big)$$
$$(\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i = j-1) \to_L N[j] = 0\big)\Big)\Big)$$

$$\equiv 0 \leq i \leq 1 \wedge_L \Big(\overbrace{(\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i = j)}^{\text{si } j=1} \to_L 0 = N[j-1]\big)$$
$$\big[(\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i \neq j \wedge i \neq j-1) \to_L N[j] = N[j-1]\big)\big]$$
$$\underbrace{(\forall j : \mathbb{Z})\big((1 \leq j < |N| \wedge i = j-1) \to_L N[j] = 0\big)}_{\text{si } j = 2 \vee j = 1}\Big)\Big)$$

$j \geq 3$

Ent,

$$1 < i < |N| \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\big(\overbrace{(1 \leq j < |N| \wedge j-1 \neq i \wedge j \neq i)}^{\text{si } j=0 \vee j=1} \to_L N[j] = N[j-1]\big)$$

$$\vee$$

$$0 \leq i \leq 1 \wedge_L (\forall j : \mathbb{Z})\big(\underbrace{(1 \leq j < |N| \wedge i = j)}_{\text{si } j=1} \to_L 0 = N[j-1]\big)$$

TODO

Ejercicio 6. Dado el siguiente código y postcondición

```
if (i mod 3 = 0)
    s[i] = s[i] + 6;
else
    s[i] = i;
endif
```

=> si $i = 1, 2, 4, 5$ => Terminan siendo IMPAR

$Q \equiv \{(\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

Mostrar que las siguientes WPs son incorrectas, dando un contraejemplo de ser posible

a) $P \equiv \{0 \leq i \leq |s| \wedge i \ mod \ 3 = 0 \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

b) $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge i \ mod \ 3 \neq 0 \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

c) $P \equiv \{0 \leq i < |s| \wedge (i \ mod \ 3 = 0 \vee i \ mod \ 2 = 0) \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

d) $P \equiv \{i \ mod \ 3 = 0 \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

e) $P \equiv \{0 \leq i < |s|/2 \wedge i \ mod \ 3 = 0 \wedge (\forall j : \mathbb{Z})(0 \leq j < |s| \rightarrow_L s[j] \ mod \ 2 = 0)\}$

a) se indefine. CONTRAEJEMPLO: $s[|s|]$

b) los INDICES con i MOD $3 \neq 0$ valen IMPAR.

CONTRAEJEMPLO: $[0, 2, 4, 6]$ => i MOD $3 \neq 0$

$\quad 0 \ 1 \ 2 \ 3$ => $[0, 1, 2, 6]$

NO ENTRA XQ 0 MOD 3 = 0

IMPAR

NO entró xq 3 MOD 3 = 0

C) si i es PRIMO FALLA.

$[0, 2, 4, 6, 8, 10]$ => $[0, 1,$

d) i no está acotado, si $i > |s|$ EXPLOTA

e)