

Sea $a, b, c \in A$, $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$.

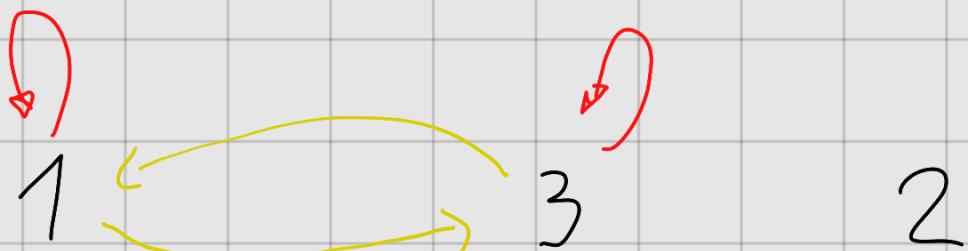
En transitivo ¿Cómo lo pruebas?

Ej: $\text{gRe} \wedge \text{gRh} \Rightarrow \text{gRh}$ ✓
 $aRb \wedge bRa \Rightarrow aRa$ ✓

20. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$. Graficar la relación

$$\mathcal{R} = \{(1, 1), (1, 3), (3, 1), (3, 3), (6, 4), (4, 6), (4, 4), (6, 6)\}$$

como está hecho en el ejercicio anterior y determinar si es reflexiva, simétrica, antisimétrica o transitiva.



(R)

Es reflexiva si $\forall a \in A, aRa$.

Conteo gráf.: $2^6 - 2$. No es reflexiva

(S) Es lineáries si $\forall a, b \in A$,
si $aRb \Rightarrow bRa$

Es lineáries.

$$\text{Ej: } 6R4 \Rightarrow 4R6$$

$$1R3 \Rightarrow 3R1$$

(AS) Es antisimétricas si $\forall a, b \in A$
si $aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$

Consejunto: $4R6 \wedge 6R4 \Rightarrow 4 = 6$

$$V \quad V \Rightarrow F \equiv F$$

Por lo tanto no es antisimétrica

(T) Es transitiva si $\forall a, b, c \in A$
sucede que si $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$.

Ej: $4R6 \wedge 6R4 \Rightarrow 4R4 \checkmark$
 $1R3 \wedge 3R1 \Rightarrow 1R1 \checkmark$

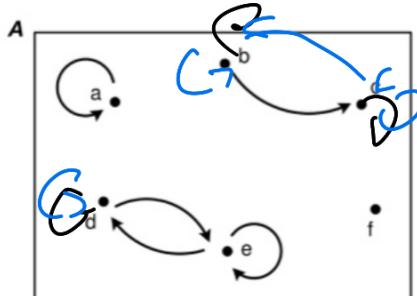
¿Por qué?

En transitive.

Caso x Caso

Prueba)

21. Sea $A = \{a, b, c, d, e, f\}$ y sea \mathcal{R} la relación en A representada por el gráfico



$$bRc \quad cRb \\ \Rightarrow bRb$$

Hallar la mínima cantidad de pares que se deben agregar a \mathcal{R} de manera que la nueva relación obtenida sea

- i) reflexiva,
ii) simétrica,
iii) transitiva,
iv) reflexiva y simétrica,
v) simétrica y transitiva,
vi) de equivalencia.

i) 4. $(b,b), (c,c), (d,d), (f,f)$ ✓

ii) 1. (c,b) Pues si no le fletan debes
mostrar que, para, $\forall a, b \in A$, $aRa \Rightarrow bRb$ ✓

iii) 1. $dRe \wedge eRd \Rightarrow dRd$ ✓

iv) i) + ii), o sea 5 ✓

ni tanj (Pto v)

v) $(d,d), (c,b), (b,b), (c,c)$.

Vi) $V + (f_1 f)$

debo operar si o si; don
flechón para transmitir

22. En cada uno de los siguientes casos determinar si la relación \mathcal{R} en A es reflexiva, simétrica, anti-simétrica, transitiva, de equivalencia o de orden.

FCEyN - UBA

Álgebra I

Práctica 1

Página 4

- i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, \mathcal{R} = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4), (5, 5), (1, 2), (1, 3), (2, 5), (1, 5)\}$
- ii) $A = \mathbb{N}, \mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / a + b \text{ es par}\}$
- iii) $A = \mathbb{Z}, \mathcal{R} = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / |a| \leq |b|\}$
- iv) $A = \mathbb{Z}, \mathcal{R}$ definida por $a \mathcal{R} b \Leftrightarrow b$ es múltiplo de a ~~XRY~~ ~~XRY?~~
- v) $A = \mathcal{P}(\mathbb{R}), \mathcal{R}$ definida por $X \mathcal{R} Y \Leftrightarrow X \cap \{1, 2, 3\} \subseteq Y \cap \{1, 2, 3\}$ ~~S ZEN SIN~~
- vi) $A = \mathcal{P}(\{n \in \mathbb{N} / n \leq 30\}), \mathcal{R}$ definida por $X \mathcal{R} Y \Leftrightarrow 2 \notin X \cap Y^c$
- vii) $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}, \mathcal{R}$ definida por $(a, b) \mathcal{R} (c, d) \Leftrightarrow bc$ es múltiplo de ad .

i)

\mathcal{R} si $\forall a \in A, a Ra$. Es reflexivo.

5) Para que sea simétrico, $\forall a, b \in A$,
 $a R b \Rightarrow b R a$

Ejemplo: $1 R 2 \Rightarrow 2 R 1$

$V \Rightarrow F = F$.

Por lo tanto, no es simétrico

(AS) Para que sea Antisimétrico debe suceder que $a, b \in A$ si $aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$

Como nunca se cumple $aRb \wedge bRa$ la implicación es verdadera.

$$\text{Ej: } 1R2 \wedge 2R1 \Rightarrow a = b$$

$$V \wedge F \Rightarrow F = V$$

Por lo tanto, la Antisimetría.

(T) Para que sea transitivo debe suceder que $a, b, c \in A$, si $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

El único ejemplo donde hay un aRb y un bRc es:

$$(1, 2) \wedge (2, 5) \Rightarrow (1, 5)$$
$$V \quad V \quad V$$

Por lo tanto, la transitividad.

PLI-GUNTAR COMO DEMUESTRO

ii) $A = \mathbb{N}$, $R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N} / a+b \text{ es par}\}$

En PAR \wedge \neg IMPAR \wedge IMPAR, PAR + PAR

Veo ejemplos...

1. $1R1, 1R3, 1R5, 1R7, 1R9$
 $\underbrace{R}_{\sim}, \underbrace{\{3R1, SR1, 7R1, 9R1}_{\text{sim}}$

2. $2R1, 2R2, 2R4, 2R6, 2R8$

$1R2, 2R2, 4R2, 6R2, 8R2$

1. $3R1, 3R3, 3R5$

$\underbrace{T}_{\sim} (1R3 \wedge 3R5 \Rightarrow 1R5)$

(R) Si fuer $\forall a \in A, aRa$.

• Si a es par: $a+a$ es par \rightarrow

Es reflexiva

• Si a es impar: $a+a$ es impar

(S) Para $\forall a, b \in A$, $\forall a, b \in A$,
 $\neg aRb \Rightarrow bRa$

Supongamos que $a+b$ es par, por lo tanto -
inverso de la suma será que $a+b = b+a$
por lo tanto si $aRb \Rightarrow bRa$ es verdadero.

Probaremos que es simétrica.

(A5) Para que sea antisimétrica debe
suceder que $a,b \in A$ si $aRb \wedge bRa \Rightarrow a=b$

Corolario: $1R2 \wedge 2R1 \Rightarrow 1=2$
 $\vee \quad \vee \Rightarrow F=F$.

Por lo tanto, no es antisimétrica

(T) Para que sea transitiva debe
suceder que $a,b,c \in A$, si $aRb \wedge bRc \Rightarrow aRc$

Es transitiva. ¿Cómo lo probamos?

Ej: $1R3 \wedge 3R5 \Rightarrow 1R5$

$\vee \quad \vee \quad \vee = \vee$

És q un exemple no puebla molt per
ls punts el p qn' dije q l' \cap .

PN=GUANTAR.

La relació en de EQUIVALENCIA

iii)

(R) $\forall a \in A$, la reflexiva si aRa .

En més concret per $|a| \leq |a|$.

$1R1, -1R-1, 2R2$.

Per ls tots, la reflexiva.

(S) Pov q sea simètric, $\forall a, b \in A$,

Si $aRb \Rightarrow bRa$,

$$|a| \leq |b| \Rightarrow |b| \leq |a|$$

Contrejemplo: $a = 1, b = 2$

$$|1| \leq |2| \Rightarrow |2| \leq |1|$$

$$V \Rightarrow F = F.$$

Por lo tanto NO es simétrico

(AS) Para que sea antisimétrica debe cumplir que $\forall a, b \in A$ si $aRb \wedge bRa \Rightarrow a = b$

$$\text{Si } |a| \leq |b| \wedge |b| \leq |a| \Rightarrow a = b,$$

Contrejemplo: $a = 2, b = -2$

$$|2| \leq |-2| \wedge |-2| \leq |2| \Rightarrow 2 = -2$$

$$V \wedge V \Rightarrow F = F$$

Por lo tanto NO es antisimétrico

(7) Kara que sea transitivo debé
mostrar que $\forall a, b, c \in A, \exists i \in \mathbb{R} b^i R b \wedge b R c \Rightarrow a^i R c$

$$\text{si } |a| \leq |b| \wedge |b| \leq |c| \Rightarrow |a| \leq |c|$$

Si $|a| \leq |b| \geq |c|$ al menos .tiene

$|b| \leq |c|$. Al ser $|b| > |a| \wedge |b| \leq |c|$
significa que necesariamente $|a| \leq |c|$.

$$|a| \leq |b| \leq |c|$$

Es es el resultado. Es transitivo

$$a=1, b=2, c=3$$

Es reflexive y transitivo

REPASO: DEMOSTRAR

$$P(A) \subseteq P(B) \Leftrightarrow A \subseteq B$$

$$\Rightarrow P(A) \subseteq P(B) \Rightarrow A \subseteq B.$$

Por lo tanto $P(A) \subseteq P(B)$ es cierto.

Repres. del noll : $\{A\} = \{\{B\}\}$. Ajo elements de A .

$x = 1$ no més serveix que $\{1\} \subseteq P(A)$, $x = \{1, 2\}$

$x \in A \Rightarrow \{x\} \subseteq A \Rightarrow \{x\} \subseteq P(A) \rightsquigarrow \{x\} \subseteq P(B) \Rightarrow \{x\} \subseteq B$
 $\Rightarrow x \in B$

\Leftarrow $A \subseteq B \Rightarrow P(A) \subseteq P(B)$

$y \in P(A) \Rightarrow y \subseteq A \Rightarrow y \subseteq B \Rightarrow y \in P(B)$

iv)

(R): $\forall a \in R, \alpha R a$.

$\alpha R a \Leftrightarrow a$ es múltiplo de a .

Com $\forall a$, tots números són múltiplos de si mateus.

R es reflexiva.

(S) si $a R b \Rightarrow b R a$

$$g: a=2, b=4$$

$$2R4 \Rightarrow 4R2$$

R es la simetría

(AS) Si $aRb \wedge bRa \Rightarrow a=b$

Si b es múltiplo de $a \wedge a$ es múltiplo de b

24. Sea $A = \{a, b, c, d, e, f\}$. Dada la relación de equivalencia en A :

$$\mathcal{R} = \{(a, a), (b, b), (c, c), (d, d), (e, e), (f, f), (a, b), (b, a), (a, f), (f, a), (b, f), (f, b), (c, e), (e, c)\}$$

hallar la clase \bar{a} de a , la clase \bar{b} de b , la clase \bar{c} de c , la clase \bar{d} de d , y la partición asociada a \mathcal{R} .

Clases: $\bar{x} = \{y \in A : yRx\} \subseteq A$

\rightarrow Variando en A , con y se vale yRa .

$$g: \bar{a} = \{\underbrace{y \in A}_{yRa}\} \subseteq X$$

¿Qué y en A se relaciona con a ?

a, b, f.

OJO: VALE TAMBÍEN

$\bar{X} = \{Y \in A : x R Y\} \subseteq A$ para ser
simétrico

PROPOSICIÓN: Si tengo clausa de equivalencia
 Θ :

- 1) La intersección es vacía: $\bar{X} \cap \bar{Y} = \emptyset$
- 2) Son iguales: $\bar{X} = \bar{Y}$

$$[\alpha] : \{\alpha, b, f\} = [b] = [f] \quad \checkmark$$

$$[c] : \{c, e\} = [e] \quad \checkmark$$

$$[d] : \{\alpha\} \quad \checkmark$$

$$1) \text{ E.g.: } [d] \cap [c] = \emptyset$$

$$2) \text{ E.g.: } [\alpha] = [b]$$

Por items 1 y 2 Armo:

Partición Ordinada: son todos los clústeres de equivalencia.

Es un conjunto (son todos los clústeres de equivalencia)

$$P(A) = \left\{ \{a, b, f\}, \{c, e\}, \{d\} \right\}$$

25. Sea $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$. Hallar y graficar la relación de equivalencia en A asociada a la partición $\{\{1, 3\}, \{2, 6, 7\}, \{4, 8, 9, 10\}, \{5\}\}$. ¿Cuántas clases de equivalencia distintas tiene? Hallar un representante para cada clase.

Tablon por definición de Partición

Que incluye a todos los clústeres de equivalencia.

Por lo tanto, tiene 4 clústeres de equivalencia distintos.

$$[1] = \{1, 3\} = [3]$$

$$[2] = \{2, 6, 7\} = [6] = [7]$$

$$[4] = \{4, 8, 9, 10\} = [8] = [9] = [10]$$

$$[5] = \{5\}$$

Representante de clase: En cualquier elemento de la clase se equivale a lo "representante"

$$\text{Ej: } [1] = \overline{1}$$

$$\text{Ej: } [2] = \overline{2}$$

$$\text{Ej: } [4] = \overline{9}$$

$$\text{Ej: } [5] = \overline{5}$$

PREGUNTAR SI ESTÁ BIEN 24 y 25.

26. Sean $P = \mathcal{P}(\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\})$ el conjunto de partes de $\{1, \dots, 10\}$ y \mathcal{R} la relación en P definida por

$$A \mathcal{R} B \iff (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

- Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia y decidir si es antisimétrica (Sugerencia: usar adecuadamente el ejercicio 14iii)).
- Hallar la clase de equivalencia de $A = \{1, 2, 3\}$.

$A \mathcal{R} B$ VALE SI: $(A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

Si la intersección es más significa que:

{ i) A y B tienen al {1, 2, 3} (despues x A Δ B)

\rightarrow Zwei A, mi B tiefen d $\{1, 2, 3\}$. $\emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

(R): Es reflexiv si $\forall a \in R, aRa$.

$$A \Delta A \Leftrightarrow \underbrace{(A \Delta A)}_{\emptyset} \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

• Coms $A \Delta A = (x \in A \vee x \notin A) \wedge (x \in A^c \wedge x \in C)$

$$\begin{aligned} &= (x \in A) \wedge (x \notin A \wedge x \in C) \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

Daú, $\emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$.

Por lo tanto, R es reflexivo.

(S) Es simétrica si $ARB \Rightarrow BRA$

$$R = (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$ARB = (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$BRA = (B \Delta A) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

Por propiedad, si $A \Delta B = B \Delta A$ pero

$$A \Delta B = (A \cup B) \cap (A \cap B)^c = (B \cup A) \cap (B \cap A)^c = B \Delta A$$

$$(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) =$$

$$[(A \cup B) \cap A^c] \cup [(A \cup B) \cap B^c] =$$

Qui $A \neq B \Leftrightarrow \emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$
 $\Rightarrow \emptyset$

Por otro lado $B \neq A \Leftrightarrow \emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$
 $\Rightarrow \emptyset$

Por lo tanto R es simétrica

(AS) Si $A \neq B \wedge B \neq A \Rightarrow A = B$

Supongamos que no se cumple $A \neq B \wedge B \neq A$ y ver si se cumple $A = B$.

Ocasionalmente se dice en que es "simétrico" pero no se cumple $A = B$.

Pero si se cumple $A \neq B \wedge B \neq A$ se cumple

Como mencioné al inicio, voy a usar el ítem 2)

Misjunto tiene el $\{1, 2, 3\}$ pero no son iguales.

$$A = \{5, 6, 7\} \quad B = \{8, 9, 10\}$$

$$ARB \Leftrightarrow (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \emptyset = \emptyset$$

$$BRA \Leftrightarrow (B \Delta A) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \emptyset \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$$\Rightarrow \emptyset = \emptyset$$

Y llamaron un contrajeemplo. Vale que

ARB y BRA pero $A \neq B$

Por lo tanto, R no es antisimétrico.

① Es transitivo si $ARB \wedge BRC \Rightarrow ARC$

Recuerda: Gmino de A o C.

ARB

\wedge

BRC

$$ARC \Rightarrow ((A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\}) \cap ((B \Delta C) \cap \{1, 2, 3\}) = \emptyset$$

$$i': (A \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

14.iii:

$$X \Delta Z \subseteq (X \Delta Y) \cup (Y \Delta Z)$$

$$QV^2: (A \Delta C) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$$

$s \subseteq x \Rightarrow s \cap w \subseteq x \cap w$

$$\text{Por q' 14.) iii)} \underbrace{A \Delta C}_{\sim} \subseteq \underbrace{(A \Delta B) \cup (B \Delta C)}_{\pi}$$

$$\begin{aligned} \underbrace{A \Delta C}_{\sim} \cap \{1, 2, 3\} &\subseteq ((A \Delta B) \cup (B \Delta C)) \cap \{1, 2, 3\} \\ &\subseteq ((A \Delta B \cap \{1, 2, 3\}) \cup (B \Delta C \cap \{1, 2, 3\})) \\ &= \emptyset \end{aligned}$$

Entonces $A \Delta C \cap \{1, 2, 3\}$ posee punto fijo (contiene \emptyset)

ii) Mostrar la clausura de equivalencia de

$$A = \{1, 2, 3\}$$

Recordemos que la clausura de equivalencia es el
de las relaciones entre los elementos.

Si $A = \{1, 2, 3\}$ tiene la R en la que se
relacionan los 3 de modo tal que la relación es transitiva

Entonces $\{1, 2, 3\} R B \Leftrightarrow ((1, 2, 3) \Delta B) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset$

Olea que $B = \{1, 2, 3\}$ para ítem 1. hace?

$$(\{1, 2, 3\} \Delta \{1, 2, 3\}) \cap \{1, 2, 3\} = \emptyset \text{ pero:}$$

• Si B fuera distinto a $\{1, 2, 3\}$, la intersección
No sería nula pero $A = \{1, 2, 3\}$

• Si B fuera $\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}$ Tampoco
la intersección sería nula pero:
 $(\{1, 2, 3\} \Delta \{1\}) \cap \{1, 2, 3\} = \{2, 3\}$

Concluimos que la clase de equivalencia de A es
 $[A] = \{1, 2, 3\}$

27. Sean $A = \{n \in \mathbb{N} / n \leq 92\}$ y \mathcal{R} la relación en A definida por

$$x \mathcal{R} y \iff x^2 - y^2 = 93x - 93y$$

i) Probar que \mathcal{R} es una relación de equivalencia. Es antisimétrica?

ii) Hallar la clase de equivalencia de cada $x \in A$. Deducir cuántas clases de equivalencia **distintas** determina la relación \mathcal{R} .

i)

La relación existe si $x^2 - y^2 = 93x - 93y$.

Sea $A = x, B = y$.

R) Es reflexiva si $\forall x, x \mathcal{R} x$

Tomo x ,
 $\exists y \in A$ cumple
 $x \mathcal{R} y$

$$xRy \Leftrightarrow x^2 - y^2 = 93x - 93y$$

$$\Rightarrow 0 = 0$$

Por los tantos, R es reflexiva.

(S) En simétrica si $xRy \Rightarrow yRx$

$$(x^2 - y^2 = 93x - 93y) \Rightarrow (y^2 - x^2 = 93y - 93x)$$

$$-93x + 93y = y^2 - x^2$$

$$93y - 93x = y^2 - x^2$$

Como la igualdad vale en ambas direcciones,
probamos que

R es simétrico

(AS) $xRy \wedge yRx \Rightarrow x = y$.

$$x^2 - 93x = y^2 - 93y \quad x, y \in \mathbb{N}$$

Simplificando (ya se supone que $x \neq y$)

se obtiene $x^2 > y^2$. Ademas $93x + 93y$

$$\therefore x^2 - 93y + 93x < y^2 - 93x + 93y$$

Entonanza que si $x < y$, nunca vale la igualdad.
Por lo tanto vale si son iguales.

El Antisimétrico

7) Considera una moneda de un lado. Recoge A, B y C.

$$x^2 - y^2 = 93x - 93y \quad \wedge \quad y^2 - z^2 = 93y - 93z \Rightarrow$$

TRANSDE
la igualdad
 $A=B=C$
 \Downarrow
 $A=C$

$$\underbrace{x^2 - 93x}_{A} = \underbrace{y^2 - 93y}_{B} \quad \wedge \quad \underbrace{y^2 - 93y}_{B} = \underbrace{z^2 - 93z}_{C}$$

Como $A=B \wedge B=C$, entonces $A=C$.

$$x^2 - 93x = z^2 - 93z$$

Rpta: simétrico.

ii) Debo tomar un x , y ver que y se relaciona con x . $\stackrel{\text{EIN}}{\sim}$

• Se es reflexivo, para todos $xRx \rightarrow \text{EIN}$

• Se es antisimétrico, para todos, $XRy \wedge yRx \Rightarrow x=y$

• Debe ser transitivo

{ giorno que clores de la matemática:

$$[1] = \{1\}, [2] = \{2\}, [3] = \{3\}$$

$$[X] := \{ Y \in A / Y \neq X \}$$

$$= \{ Y \in A / -Y^2 + X^2 = -93Y + 93X \} \neq$$

Entendemos $-Y^2 + X^2 = -93Y + 93X$

$$(Y+X) \cdot (-Y+X) = 93(-Y+X)$$

$$\underbrace{(Y+X)}_{(-Y+X)} - \cancel{93} \cancel{(-Y+X)} = 0$$

$$(-Y+X)((Y+X) - 93) = 0$$

$$\underbrace{\alpha \cdot c}_{a \cdot c} + \underbrace{\alpha \cdot b}_{a \cdot b}$$
$$\underbrace{\alpha}_{a} (\underbrace{c+b}_{c+b})$$

Luego, si que para que valga lo de.

$$1. (-Y+X) = 0 \Rightarrow X = Y$$

$$2. (Y+X) - 93 = 0 \Rightarrow X+Y = 93$$

$$* = \{ Y \in A / X = Y \vee X+Y = 93 \}$$

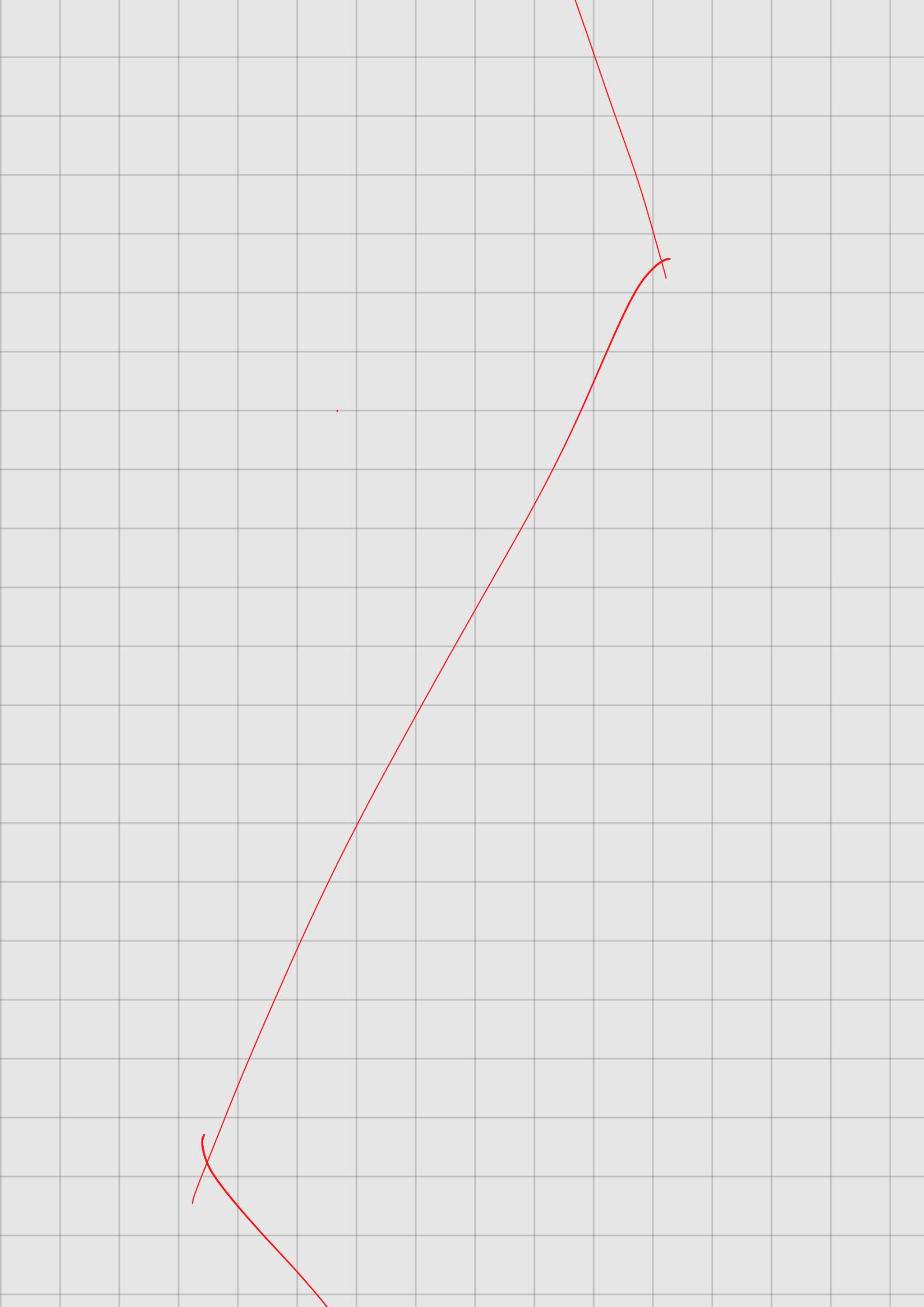
$$[22] = \{ Y \in A / \underbrace{22=Y}_{22+Y=93} \vee 22+Y=93 \}$$

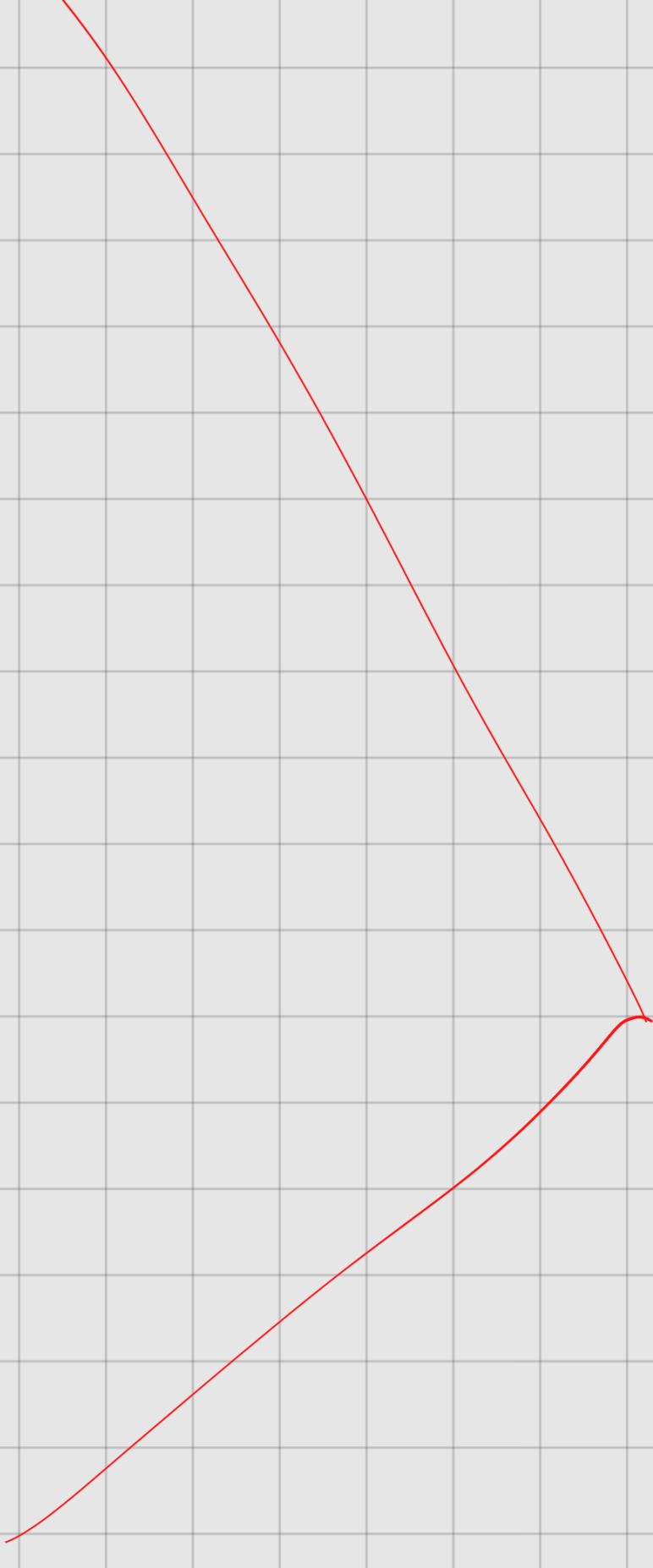
$$[X] = \{ X, 93-X \}$$

$$g_1: [1] = \{1, 92\}$$

$$g_2: [2] = \{2, 91\}$$







Funciones

29. Determinar si \mathcal{R} es una función de A en B en los casos

- i) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c, d\}, \mathcal{R} = \{(1, a), (2, a), (3, a), (4, b), (5, c), (3, d)\}$
- ii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c, d\}, \mathcal{R} = \{(1, a), (2, a), (3, d), (4, b)\}$
- iii) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}, B = \{a, b, c, d\}, \mathcal{R} = \{(1, a), (2, a), (3, d), (4, b), (5, c)\}$

Es función si:

Para todo a en A existe un único $b \in B$ tal que
 $(a, b) \in f$

i) No es función.

No cumple unicidad por pq $f(3)$
existen dos valores del dominio posibles: Q y d.

Cumple existencia.

ii) No es función.

No cumple existencia pq no existe
relación con ningún elemento de B .

iii) Es función.

Cumple existencia y unicidad.

iv) $A = \mathbb{N}, B = \mathbb{R}, R = \{(a, b) \in \mathbb{N} \times \mathbb{R} / a = 2b - 3\}$

v) $A = \mathbb{R}, B = \mathbb{N}, R = \{(a, b) \in \mathbb{R} \times \mathbb{N} / a = 2b - 3\}$

vi) $A = \mathbb{Z}, B = \mathbb{Z}, R = \{(a, b) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} / a + b \text{ es divisible por } 5\}$

IV) Ver que a depende exclusivamente de $2b-3$.

Busto que $2b-3 \in \mathbb{N}$ es condición para legir la definición y $b \in \mathbb{R}$ y $2b-3$ me da a natural.

$$B = \{1, 2, 3, 4, \dots, 10\}$$

$$\left\{ (-1, 1), \dots, (7, 5), (9, 6), \right. \\ \left. \begin{array}{l} \text{---} \\ -1 \notin \mathbb{N} \end{array} \right.$$

No es función para $b=1$, a no ser un número natural.

V) Al revés que el IV. Ocio mi campo para a depende de b para $a \in \mathbb{R}$ y b tener libre elección de la elección.

VI) ¿Qué significa que "en división"? $\frac{a+b}{5}$

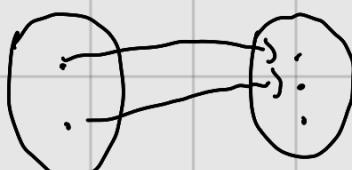
30. Determinar si las siguientes funciones son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas. Para las que sean biyectivas hallar la inversa y para las que no sean sobreyectivas hallar la imagen.

- i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 12x^2 - 5$
- ii) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x + y$
- iii) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + y, 2z)$
- iv) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ n + 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$
- v) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(a, b) = 3a - 2b$
- vi) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(a) = \begin{cases} 2a & \text{si } a > 0 \\ 1 - 2a & \text{si } a \leq 0 \end{cases}$

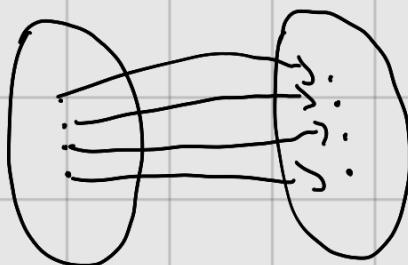
INYECTIVIDAD: Si $x \neq x'$ se envían a f .

Si $f(x) = f(x')$ es igual, entonces $x = x'$.

En otras palabras, cada X va a un Y distinto.



SOBREYECTIVIDAD: Si todo valor del codominio recibe un valor del dominio.



i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 12x^2 - 5$

$$y = 12x^2 - 5$$

① **No es inyectiva** pues al tener x^2 , si mando $f(-1) \neq f(1)$ me dan el mismo b, que 7.

② Debo mostrar si $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \infty$ y $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$

Notar que los dominios reales tienen origen X.

$$x=1, y=7$$

$$x=2, y=43$$

$$x=0, y=-5$$

$$x=-1, y=7$$

$$x=-2, y=43$$

(Algunas de las cuales $x=\pm 1, y=7$ y $x=\pm 2, y=43$.

Es decir, la parte negativa de y en \mathbb{R} no es cubierta por f, por lo tanto f NO es SOBREYECTIVA
↓
es un trío

La imagen de f es: $\text{Im}([-5; \infty))$

ii) $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x,y) = x+y$

$$Z = x+y \Rightarrow (x, y, x+y) \Rightarrow x(1, 0, 1) + y(0, 1, 1) + (0, 0, 0)$$

$$x = -1, y = 0$$

$$P+0 = (-1, 0, -1)$$

$$x = 0, y = -1$$

$$P+0 = (0, -1, -1)$$

? Dice algo?

$$x = 0, y = 0$$

$$P+0 = (0, 0, 0)$$

$$x = 1, y = 0$$

$$P+0 = (1, 0, 1)$$

$$x = 0, y = 1$$

$$P+0 = (0, 1, 1)$$

IV) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ par} \\ n+1 & \text{si } n \text{ impar} \end{cases}$

$$n=0, \frac{0}{2}=0$$

$$n=5, 5+1=6$$

$$\boxed{n=1, 1+1=2}$$

$$n=6, \frac{6}{2}=3$$

$$n=2, \frac{2}{2}=1$$

$$n=3, 3+1=4$$

$$\boxed{n=4, \frac{4}{2}=2}$$

I) Hacer INYECTIVA para que $n=1$ y $n=4$ no se
tengan el mismo resultado para b . Ambas
 n tienen igual resultado para $b=2$.

S) Si n es par, $2, 4, 6, 8, 10$ tenemos resultados
que la división nos da un resultado impar.

Si n es impar, $1, 3, 5, 7$ tenemos resultados
que $n+1$ es par.

TU MODO, PAR E IMPAR: Diferencia del cociente y resto entre.

Caso b PAR: $b=n+1$

$$b-1=n \text{ con } b \text{ PAR}, b-1 \text{ IMPAR}$$

Caso b IMPAR: $b=\frac{n}{2}$

2b = m Con b im PAR, 2b li PAR

V) $f: \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$, $f(a,b) = 3a - 2b$

Posen ordnen alle Inten

$$a=0, b=0 \Rightarrow f(a,b) = 0$$

$$a=1, b=0 \Rightarrow f(a,b) = 3$$

$$a=0, b=1 \Rightarrow f(a,b) = -2$$

$$a=1, b=1 \Rightarrow f(a,b) = 1$$

$$a=3, b=4 \Rightarrow f(a,b) = 1$$

$$a=2, b=2 \Rightarrow 2$$

→ Differenter

Lösungsmöglichkeiten für (a,b) dann igual?

I

I) Noch injectiv puer $(1,1) \neq (3,4)$ \Rightarrow 1. lin
Umkehr Ausdruck dann 1.

S) Ihre weiteren Kombinationen posihen.

Conw 3 er impor \Rightarrow 2 er pos:

$$a = \text{PAR} \Rightarrow 3a = \text{PAR}$$

$$a = \text{IMPAR} \Rightarrow 3a = \text{IMPAR}$$

$$b = \text{PAR} \Rightarrow 2b = \text{PAR}$$

$$b = \text{IMPAR} \Rightarrow 2b = \text{PAR}$$

$$c = 3a - 2b$$

$$\frac{c + 2b}{3} = a$$

De acuerdo al teorema inyectivo
 tener $\frac{c + 2b}{3}$ siempre da min 0.

30. Determinar si las siguientes funciones son inyectivas, sobreyectivas o biyectivas. Para las que sean biyectivas hallar la inversa y para las que no sean sobreyectivas hallar la imagen.

- i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 12x^2 - 5$
- ii) $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}, f(x, y) = x + y$
- iii) $f : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2, f(x, y, z) = (x + y, 2z)$
- iv) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} \frac{n}{2} & \text{si } n \text{ es par} \\ n + 1 & \text{si } n \text{ es impar} \end{cases}$
- v) $f : \mathbb{Z} \times \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}, f(a, b) = 3a - 2b$
- vi) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(a) = \begin{cases} 2a & \text{si } a > 0 \\ 1 - 2a & \text{si } a \leq 0 \end{cases}$

vi) $f : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}, f(a) = \begin{cases} 2a & \text{si } a > 0 \\ 1 - 2a & \text{si } a \leq 0 \end{cases}$

$$a = -2, f(-2) = 5$$

$$a = -1, f(-1) = 1 - 2(-1) = 3$$

$$a = 0, f(0) = 1$$

$$a = 1, f(1) = 2$$

$$a = 2, f(2) = 4$$

$$a = 3, f(3) = 6$$

$$a=3, f(3)=6$$

Por $a > 0$ (en siempre en PARES).

Por $a \leq 0$ (en siempre en IMPARES)

Siempre caen los valores de b positivos, por lo tanto la IMAGEN CUBRE TODO EL COSETORIO

(I) Si, para $a > 0$ (en los pares distintos).
lo mismo (en los $a \leq 0$ (en los impares distintos).

Por lo tanto f es INYECTIVA

(S) Si. Para $a > 0$ CUBRE PARES, $a < 0$ IMPARES

Por lo tanto f es SOBREYECTIVA.

$$\text{Im}(f) = \mathbb{N}$$

Por lo tanto, f es BIYEKTIVA.

Para saber que es BIYEKTIVA, si $a_1 \neq a_2$

Como moverse de la DIRECCIÓN, se pone
en INVERSIÓN. Por lo tanto tiene UNA INVERSA.

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N} \quad g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z}$$

$$\begin{array}{c} \text{Cod} \\ \cap \\ \text{Dom} \end{array} \quad f \circ g = I_B$$

$$g \circ f = I_A$$

$$f \circ g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

¿Cómo Colocar la INVERSA?

2a

1-2a

$$f: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N}^+$$

Caso > 0:

$$a=1, f(1)=2$$

Caso ≤ 0

$$a=-1, f(-1)=3$$

$$a > 0 \xrightarrow{f} (\bar{a}) \xrightarrow{g} a$$

$$a \leq 0 \rightarrow a - 2a + 8 \rightarrow a$$

$$b \text{ pas } \frac{b}{2}$$

$$b' \text{ imp} \rightarrow \frac{b-1}{2} \quad \epsilon \text{ TL fuer } b \text{ raus, } b-1 \text{ raus}$$

Overdeckt alle

$g \circ f = id$
 $f \circ g = id$

$$\pi_L \text{ IN}$$

$$\text{CASO } a > 0: a - 2a$$

Menos a, devuelva el doble.

$$2a \rightarrow a \rightsquigarrow \frac{a}{2} \text{ a. per}$$

La invoca delo morden a j devolver han miso

Con $a \leq 0: a - 1 - 2a$: si a llega multiplicar

per -2 y +1, en los

invoca resto y devo $\times 2$

$$g: \pi_L \rightarrow \text{IN}$$

> La Pila es

S. M. A. N., 2 IN

$$g = \begin{cases} \frac{b}{2} & \text{for } b \text{ even} \\ \frac{b-1}{-2} & \text{b is odd} \end{cases}$$

\Rightarrow P.A.N. Cons. $a_0 = \text{impair}$, $a_1 = 1$: P.A.R. \Rightarrow

$$\frac{a-1}{2} = \text{P.A.D}$$

\Rightarrow S. IN

$$g(y) = 2 \cdot f|_2 = y'.$$

$$\begin{matrix} \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{N} & \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{Z} \\ \uparrow & \uparrow \\ \text{VERIF: } g \circ f & \end{matrix}$$

$$\underbrace{g \circ f}_{\text{id } \mathbb{N}} : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} = g(f(x))$$

$$\text{Cons } b \geq 0 \text{ pair: } \frac{f(b)}{2} = \frac{2b}{2} = b$$

$$\text{Cons } b \leq 0 \text{ pair: } \frac{f(b)}{2} = \frac{-1 - 2b}{2} = \frac{1}{2} - b$$

\downarrow ABS?

$$\text{Cons } b \text{ impair: } \frac{f(x)-1}{-2} =$$

$$\underbrace{f \circ g}_{\text{id } \mathbb{Z}} : \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z} = f(g(x))$$

TODO: 30) vi) ⚡ 27/ii)

Rehago lo de la práctica. VIENDO COMO PROCEDE

Analicé: 1) $f: \overbrace{\mathbb{R}}^A \rightarrow \overbrace{\mathbb{R}}^B$ EN CASO CASO

$$f(x) = \begin{cases} 3x & x \leq 2 \\ x+2 & x > 2 \end{cases}$$

1)

(I) Sean $x, x' \in \mathbb{R}$. Si $f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$.

$$f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$$

Como tengo q ver si es inyectiva q es

una función para poner finales ver los

términos iniciales.

Observe q si: $x \geq 2 \wedge x' \leq 4$ el resultado

Mor lo el mismo valor de bien el Colónia.

$$f(2) = 6$$

$$f(4) = 6$$

$$f(2) = f(4) \Rightarrow 2 = 4$$

V V F

Por lo tanto f no es inyectiva.

Observa: $f: \overset{A}{\mathbb{Z}} \rightarrow \overset{B}{\mathbb{Z}}$

$$f(n) = \begin{cases} n+1 & n \text{ impar} \\ n-1 & n \text{ par} \end{cases}$$

DEMOSTRACIÓN

Probar que f es BIJECTIVA

I) Sea $n, n' \in A$, si $f(x) = f(x') \Rightarrow x = x'$

Como hay que probar que para un x ,
siempre hay un solo $b \in B$.

letras en Gmz:

- M par, M' impar \Rightarrow DEBERIA SER DISTINTO, XQ

LOS PARES CAEN EN $m - 7$ Y

$$M + 1 = m' - 7$$

LOS IMPARES EN $m + 1$

$$\boxed{M = m' - 6}$$

|ABS| \Rightarrow Contra $M \neq m'$ son diferentes

- M par, M' par: DEBERIA DAN IGUAL. E.g., 2 = 1.

$$f(2) = f(1)$$

$$M - 7 = m' - 7$$

$$M = m'$$

- M impar, M impar

$$M + 1 = m' + 1$$

$$M = m'$$

f es inyectiva

1) S) Quiero ver si $\forall y \in B, \exists x \in A / y = f(x)$

Tomar un y

1. $y = 3x$ para algún $x \leq 2$

2. $y = x+2$ para algún $x > 2$

1. $y = 3x \leq 3 \cdot 2 = 6$

PREGUNTAR

2. $y = x+2 > 2+2 = 4$

$y = x+2 > 4$

31. i) Dadas las funciones

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} \frac{n^2}{2} & \text{si } n \text{ es divisible por 6} \\ 3n + 1 & \text{en los otros casos} \end{cases} \quad \text{y} \quad g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(n, m) = n(m+1),$$

calcular, de ser posible, $(f \circ g)(3, 4)$, $(f \circ g)(2, 5)$ y $(f \circ g)(3, 2)$.

- ii) Dadas las funciones

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 7 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(n) = \sqrt{n},$$

hallar, si existen, todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que $(f \circ g)(n) = 13$ y todos los $m \in \mathbb{N}$ tales que $(f \circ g)(m) = 15$.

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(m) = \begin{cases} \frac{m^2}{2} & \text{si } m \text{ es divisible por 6} \\ 3m+1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ver los primeros términos:

$$m=1, 4 \quad m=4, 13 \quad m=7, 22$$

$$m=2, 7 \quad m=5, 16$$

$$m=3, 10 \quad m=6, 18$$

$$g: \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(m, n) = m(m+1)$$

$$(= m(m+1))$$

$$(f \circ g): \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$$

$$(f \circ g)(3, 4) : \text{Mando } (3, 4) \text{ a } g. \quad g(3, 4) = 15$$

$$\text{O海e } f(g(3, 4)) = 46$$

$$(f \circ g)(2, 5) : g(2, 5) = 12$$

$$f(g(2, 5)) = \frac{12^2}{2} = 72$$

$$(f \circ g)(3, 2) = g(3, 2) = 9$$

$$\cdot f(g(3,2)) = 28$$

31. i) Dadas las funciones

$$f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} \frac{n^2}{2} & \text{si } n \text{ es divisible por 6} \\ 3n + 1 & \text{en los otros casos} \end{cases} \quad \text{y} \quad g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(n, m) = n(m+1),$$

calcular, de ser posible, $(f \circ g)(3,4)$, $(f \circ g)(2,5)$ y $(f \circ g)(3,2)$.

ii) Dadas las funciones

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \begin{cases} x^2 & \text{si } x \leq 7 \\ 2x - 1 & \text{si } x > 7 \end{cases} \quad \text{y} \quad g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(n) = \sqrt{n},$$

hallar, si existen, todos los $n \in \mathbb{N}$ tales que $(f \circ g)(n) = 13$ y todos los $m \in \mathbb{N}$ tales que $(f \circ g)(m) = 15$.

$$f \circ g : f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \circ g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \quad \text{mole pver } \mathbb{N} \subseteq \mathbb{R}$$

$$\text{Hallar } (f \circ g)(m) = 13 \quad \text{y} \quad (f \circ g)(m) = 15$$

$$(f \circ g) \Rightarrow f(g(m))$$

$$\Rightarrow g(m) = \sqrt{m}$$

$$\Rightarrow \text{si } \sqrt{m} \leq 7, f((\sqrt{m})^2) = 13$$

$$2 \text{ si } \sqrt{m} > 7, f(2\sqrt{m}-1) = 13$$

1 $(\sqrt{m})^2$ no es posible que ningún m^2 sea 13.
FALSO. VUELVA ABAJO

• CORRECCIÓN: $m = 13$. ✓

$$2. 2\sqrt{m} - 1 = 13$$

$$2\sqrt{m} = 14$$

$$\sqrt{m} = 7 \quad !ABS! \sqrt{m} > 7. \quad \checkmark$$

$$\sqrt{A} \vee f(g(m)) = 13 \Leftrightarrow m = 13$$

$$\text{Dibujar } (f \circ g)(m) = 15$$

$$(f \circ g) \Rightarrow f(g(m))$$

$$\Rightarrow g(m) = \sqrt{m}$$

$$\Rightarrow 1 \text{ si } \sqrt{m} \leq 7, f((\sqrt{m})^2) = 15$$

$$2 \text{ si } \sqrt{m} > 7, f(2\sqrt{m}-1) = 15$$

$$2\sqrt{m} - 1 = 15$$

$$\sqrt{m} = \frac{16}{2}$$

$$\sqrt{m} = 8 \quad \text{y} \quad (\text{as } \sqrt{m} > 7, \text{ mole})$$

$$m = 64$$

$$1. (\sqrt{m})^2 = 15$$

$$m = 15 \quad \text{y} \quad (\text{as } \sqrt{15} \leq 7 \text{ mole})$$

PREGUNTAN: ¿No le pides tener los raíces en el 2.º? No?

Xq $f((\sqrt{m})^2)$ se entiende que f lo devuelve en

los raíces oficiales. Ej: $m = 144$, $f((\sqrt{144})^2)$

$$\xrightarrow{\text{||}} f(12^2)$$

Jaja, en lo mismo, 12^2 tiene o la 144

$$\text{VALOR } f(g(m)) = 15 \Leftrightarrow m \in \{-64, 15, 64\}$$

32. Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$ (cuando sea posible) en los casos

• HECHOS

i) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x^2 - 18$ y $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = x + 3$ • PREGUNTAR SI ESTA OK

ii) $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $f(n) = \begin{cases} n-2 & \text{si } n \text{ es divisible por 4} \\ n+1 & \text{si } n \text{ no es divisible por 4} \end{cases}$ y $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, $g(n) = 4n$

iii) $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$, $f(x) = (x+5, 3x)$ y $g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $g(n) = \sqrt{n}$

$f \circ g = f(g(x))$, $\overset{\text{Dom } g}{\underset{\text{Dom } f}{\tilde{\mathbb{R}}}} \rightarrow \tilde{\mathbb{R}}$

$$f(g(x)) = 2(x+3)^2 - 17$$

$$= 2(x^2 + 6x + 9) - 17$$

$$y = 2x^2 + 12x + 18 - 17$$

$$y = 2x^2 + 12x$$

$$y = x^2 + 6x, \text{ Con } x \in \mathbb{R} > 0 \text{ y } x \in \mathbb{R}.$$

$g \circ f = g(f(x)) = \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$g(f(x)) = (2x^2 - 13) + 3$$

$$y = 2x^2 - 10 \quad (\text{Con } y \in \mathbb{R} > 0 \text{ y } x \in \mathbb{R}).$$

ii) $f \circ g$: Ver a tener 2 cond.

Rescribo

$$f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(x) = \begin{cases} x-2 & \text{si } x \text{ es par} = 0 \\ x+1 & \text{si } x \text{ es impar} \neq 0 \end{cases}$$

$$g: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(x) = 4x$$

$f \circ g$: Ver que $f(x)$ es $4x$. Por lo tanto siempre será divisible por 4 (1)

En otro palabras, los números multiplicados por 4, serán divisible por 4.

Por lo tanto fog es más (con 1)

$$f(g(4x)) = 4x - 2$$

$$g = 4x - 2$$

fog: los resultados para

Algunas x , devuelven resultado para $4x > -2 \forall x \in \mathbb{N}$

gof: $\mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$

$g(f(x))$: Observe la diferencia, tanto
que los resultados de la función g luego, los resultados
se transforman por g. ($4(f(x))$)

Caro $x \equiv 0 \pmod{4}$

los los x divisible por 4, la transformación

es

$$g(f(x)) = 4(x-2)$$

$$y = 4x - 2$$

Caso $x \bmod 4 \neq 0$

$$f(f(x)) = 4|x+1|$$

$$y = 4x + 4$$

($\forall x \in \mathbb{N} : x \bmod 4 \neq 0$: demuéstremoslo a partir de $x > 2$, vale para

$$\forall x \in \mathbb{N} > 2$$

Caso $x \bmod 4 = 0$:

demuéstremoslo para $4x + 4 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{N}$

32. Hallar $f \circ g$ y $g \circ f$ (cuando sea posible) en los casos

i) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x^2 - 18$ y $g : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, g(x) = x + 3$

ii) $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, f(n) = \begin{cases} n-2 & \text{si } n \text{ es divisible por 4} \\ n+1 & \text{si } n \text{ no es divisible por 4} \end{cases}$ y $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}, g(n) = 4n$

iii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, f(x) = (x+5, 3x)$ y $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(n) = \sqrt{n}$

iii) $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}, f(x) = (\underbrace{x+5}_x, \underbrace{3x}_y)$

$$g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}, g(n) = \sqrt{n}$$

$$f \circ g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R}$$

$$f(g(x)) = (\sqrt{x+5}, 3\sqrt{x})$$

$f \circ g$: Es n\'otice que n\'otamos un par ordenado
que tiene sus coordenadas en \mathbb{R} .

$$g \circ f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$g(f(x)) = \sqrt{(x+5, 3x)} \quad ? \quad \text{En n\'oticias?}$$

PREGUNTA

PREGUNTA 2: Si $T = (3, 4)$ c\'ofactor de φ ($a, b \in \mathbb{R}$)
entonces φ es de la forma $I_N \subseteq \mathbb{R}$

