Álgebra I

Tomás Agustín Hernández

Conjuntos

Los conjuntos almacenan elementos, no se consideran repetidos y responde a la pregunta de "¿está el elemento?", esto último quiere decir que no tenemos forma de tomar un elemento sino predicar acerca de si está o no.

Pertenecencia a un Conjunto

Si consideramos cualquier elemento x, decimos que está en un conjunto A si **x pertenece a A**.
La pertenencia de un elemento a un conjunto la denotamos como: $x \in A$
Importante: La relación está dada por *Elemento en Conjunto*
Véase ánexo para ejemplos más didácticos.

Inclusión a un Conjunto

Sean A y D conjuntos cualesquiera. Decimos que D es un subconjunto de A sí y solo sí todos los elementos de D están en A.
La inclusión en un conjunto la denotamos como $D \subseteq A$
Es posible leer el símbolo $\subseteq$ de tres maneras:

- "D es un subconjunto de A"
- "D está incluido en A"
- "D está contenido en A"

Los subconjuntos posibles no salen más que haciendo combinaciones con sus elementos, es decir, agruparlos de diferentes formas.
Véase ánexo para ejemplos más didácticos.

Cardinal de un Conjunto

Sea A un conjunto, el cardinal de un conjunto indica la cantidad de elementos en el conjunto.
Se denota como: $\#A$

Cantidad de Subconjuntos posibles dado un Conjunto

Sea un conjunto A, la cantidad de subconjuntos D para el conjunto A es: $2^{\#A}$

Elemento Vacío

Se representa con el símbolo de $\emptyset$. El elemento vacío está **incluido** en todos los conjuntos.
Importante: El elemento vacío NO pertenece a todos los conjuntos sino que está incluido en todos.

Cuantificadores

Nos permiten predicar acerca de los elementos de un conjunto dado.

- $\forall$ x: Para todo x.
  - Para que sea verdadero todos deben cumplir la condición dada.
  - Es falso si existe un caso en que no se cumple.
- $\exists$ x: Existe un x
  - Para que sea verdadero alcanza con encontrar un caso verdadero.
  - Es falso si no hay ningun caso que cumpla la condición

Importante: El símbolo de : o \ significa "tal que"Véase ánexo para ejemplos más didácticos.

Operaciones entre Conjuntos

Sean A y B conjuntos cualesquiera.

Unión $(A \cup B)$

Es exactamente igual como en la lógica proposicional. La unión es un "ó"lógico.

Anexo

Pertenencia en Conjuntos

Sea A el conjunto: $\{1, 2, \{C, B\}, F, \{10, 15\}\}$

- $1 \in A, 2 \in A, F \in A$
- $C \notin A, B \notin A$
- $\{C, B\}, \{10, 15\} \in A$

¿Por qué $C \notin A$? Pues C no es un elemento de A.
Notar que C es parte del elemento $\{C, B\}$ en A, pero C no es un elemento independiente.

Inclusión en Conjuntos

Ex. 1: Sea $A = \{1, 2, 3\}\ y\ D = \{1, 3\}$. ¿Es D un subconjunto de A?
Sí, lo es pues $1 \in A$ y $3 \in A$
Ex. 2: Sea $A = \{1, \{1, 4\}, 3, 10\}$

- $\{1, 4\} \nsubseteq A$ pues no existen 1 y 4 como elementos en A
- $\{1, 4\} \in A$ pues $\{1, 4\} esunelementodeA$
- $\{1, 3\} \subseteq A$ pues $1 \in A, 3 \in A$, lo mismo sucede con $\{1, 10\}\ o\ \{3, 10\}$

Cuantificadores

Ex. 1: $A = \{2, 4, 6, 8\}$
Algunos ejemplos utilizando cuantificadores

- $\forall x \in A \setminus x \,\%2 = 0$ (Todos pares en A)
- $\neg\ \exists x \in A \setminus x \,\%2 \neq 0$ (No existe ningún impar en A)
- $\exists x \in A \setminus x = 4$ (Existe un elemento en A que es exactamente 4)