

## Inferencia de Tipos

- Términos **sin** anotaciones de tipos:  $U ::= x \mid \lambda x.U \mid U U \mid True \mid False \mid \text{if } U \text{ then } U \text{ else } U$
- Términos **con** anotaciones de tipos:  $U ::= x \mid \lambda x : \tau.M \mid U U \mid True \mid False \mid \text{if } U \text{ then } U \text{ else } U$

### Erase

erase es una función que recibe un término tipado y la respuesta es el mismo término pero sin tipos.

Ej.:  $\text{erase}((\lambda x : Bool.x) True) = (\lambda x.x) True$

### Algoritmo de Martelli-Montanari

$$\begin{array}{ll}
 \{Xn \stackrel{?}{=} Xn\} \cup E & \xrightarrow{\text{Delete}} E \\
 \{C(\tau_1, \dots, \tau_n) \stackrel{?}{=} C(\sigma_1, \dots, \sigma_n)\} \cup E & \xrightarrow{\text{Decompose}} \{\tau_1 \stackrel{?}{=} \sigma_1, \dots, \tau_n \stackrel{?}{=} \sigma_n\} \cup E \\
 \{\tau \stackrel{?}{=} Xn\} \cup E & \xrightarrow{\text{Swap}} \{Xn \stackrel{?}{=} \tau\} \cup E \\
 & \text{si } \tau \text{ no es una incógnita} \\
 \{Xn \stackrel{?}{=} \tau\} \cup E & \xrightarrow{\text{Elim}}_{\{Xn := \tau\}} E' = \{Xn := \tau\}(E) \\
 & \text{si } Xn \text{ no ocurre en } \tau \\
 \{C(\tau_1, \dots, \tau_n) \stackrel{?}{=} C'(\sigma_1, \dots, \sigma_m)\} \cup E & \xrightarrow{\text{Clash}} \text{falla} \\
 & \text{si } C \neq C' \\
 \{Xn \stackrel{?}{=} \tau\} \cup E & \xrightarrow{\text{Occurs-Check}} \text{falla} \\
 & \text{si } Xn \neq \tau \\
 & \text{y } Xn \text{ ocurre en } \tau
 \end{array}$$

- El Algoritmo termina para cualquier problema de unificación E.
- Si E no tiene solución, el algoritmo llega a una falla.
- Si E tiene solución llega a  $\emptyset$ . Además, el unificador resultante es el más general posible, es decir,  $\text{mgu}(E)$ .

## Algoritmo $\mathcal{W}$

- $\mathbb{W}(x) \rightsquigarrow \{x : \mathbf{X}_k\} \vdash x : \mathbf{X}_k$ ,  $\mathbf{X}_k$  incógnita fresca
- $\mathbb{W}(\emptyset) \rightsquigarrow \emptyset \vdash \emptyset : \text{Nat}$
- $\mathbb{W}(\text{true}) \rightsquigarrow \emptyset \vdash \text{true} : \text{Bool}$
- $\mathbb{W}(\text{false}) \rightsquigarrow \emptyset \vdash \text{false} : \text{Bool}$
- $\mathbb{W}(\text{succ}(U)) \rightsquigarrow S(\Gamma) \vdash S(\text{succ}(M)) : \text{Nat}$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \tau$
  - $S = \text{MGU}\{\tau \stackrel{?}{=} \text{Nat}\}$
- $\mathbb{W}(\text{pred}(U)) \rightsquigarrow S(\Gamma) \vdash S(\text{pred}(M)) : \text{Nat}$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \tau$
  - $S = \text{MGU}\{\tau \stackrel{?}{=} \text{Nat}\}$
- $\mathbb{W}(\text{iszero}(U)) \rightsquigarrow S(\Gamma) \vdash S(\text{iszero}(M)) : \text{Bool}$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \tau$
  - $S = \text{MGU}\{\tau \stackrel{?}{=} \text{Nat}\}$
- $\mathbb{W}(\text{if } U \text{ then } V \text{ else } W) \rightsquigarrow S(\Gamma_1) \cup S(\Gamma_2) \cup S(\Gamma_3) \vdash S(\text{if } M \text{ then } P \text{ else } Q) : S(\sigma)$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma_1 \vdash M : \rho$
  - $\mathbb{W}(V) = \Gamma_2 \vdash P : \sigma$
  - $\mathbb{W}(W) = \Gamma_3 \vdash Q : \tau$
  - $S = \text{MGU}\{\sigma \stackrel{?}{=} \tau, \rho \stackrel{?}{=} \text{Bool}\} \cup \{\sigma_1 \stackrel{?}{=} \sigma_2 \mid x : \sigma_1 \in \Gamma_i, x : \sigma_2 \in \Gamma_j, i, j \in \{1, 2, 3\}\}$
- $\mathbb{W}(\lambda x.U) \rightsquigarrow \Gamma' \vdash \lambda x : \tau'. M : \tau' \rightarrow \rho$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \rho$
  - $\tau' = \begin{cases} \alpha \text{ si } x : \alpha \in \Gamma \\ \mathbf{X}_k \text{ con } \mathbf{X}_k \text{ variable fresca en otro caso} \end{cases}$
  - $\Gamma' = \Gamma \ominus \{x\}$
- $\mathbb{W}(U V) \rightsquigarrow S(\Gamma_1) \cup S(\Gamma_2) \vdash S(M N) : S(\mathbf{X}_k)$  donde
  - $\mathbb{W}(U) = \Gamma_1 \vdash M : \tau$
  - $\mathbb{W}(V) = \Gamma_2 \vdash N : \rho$
  - $\mathbf{X}_k$  variable fresca
  - $S = \text{MGU}\{\tau \stackrel{?}{=} \rho \rightarrow \mathbf{X}_k\} \cup \{\sigma_1 \stackrel{?}{=} \sigma_2 \mid x : \sigma_1 \in \Gamma_1, x : \sigma_2 \in \Gamma_2\}$

$$\begin{aligned}\tau &::= \dots \mid \tau + \tau \\ M &::= \dots \mid \text{left}_\tau(M) \mid \text{right}_\tau(M) \mid \text{case } M \text{ of left}(x) \rightsquigarrow M \parallel \text{right}(y) \rightsquigarrow M\end{aligned}$$

$$\mathbb{W}(\text{left}(U)) \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \vdash \text{left}_X(M) : \sigma + X$$

donde:

- $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \sigma$
- $X$  variable fresca.

$$\mathbb{W}(\text{right}(U)) \stackrel{\text{def}}{=} \Gamma \vdash \text{right}_X(M) : X + \tau$$

donde:

- $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \tau$
- $X$  variable fresca.

$$\begin{aligned}\mathbb{W}(\text{case } U_1 \text{ of left}(x) \rightsquigarrow U_2 \parallel \text{right}(y) \rightsquigarrow U_3) &\stackrel{\text{def}}{=} \\ ST_1 \cup ST_{2'} \cup ST_{3'} \vdash S(\text{case } M_1 \text{ of left}(x) \rightsquigarrow M_2 \parallel \text{right}(y) \rightsquigarrow M_3) &: S\tau\end{aligned}$$

donde:

- $\mathbb{W}(U_1) = \Gamma_1 \vdash M_1 : \tau_1$
- $\mathbb{W}(U_2) = \Gamma_2 \vdash M_2 : \tau_2$
- $\mathbb{W}(U_3) = \Gamma_3 \vdash M_3 : \tau_3$
- $\tau_x = \begin{cases} \alpha \text{ si } x : \alpha \in \Gamma_2 \\ \text{Variable fresca en otro caso} \end{cases}$
- $\tau_y = \begin{cases} \beta \text{ si } y : \beta \in \Gamma_3 \\ \text{Variable fresca en otro caso} \end{cases}$
- $\Gamma_{2'} = \Gamma_2 \ominus \{x\}$
- $\Gamma_{3'} = \Gamma_3 \ominus \{y\}$

$$S = \text{mgu}(\{\tau_1 \stackrel{?}{=} \tau_x + \tau_y, \tau_2 \stackrel{?}{=} \tau_3\} \cup \{\rho \stackrel{?}{=} \sigma \mid z : \rho \in \Gamma_i \wedge z : \sigma \in \Gamma_j \wedge i, j \in \{1, 2', 3'\}\})$$

$$\begin{aligned}\tau &::= \dots \mid [\tau] \\ M &::= \dots \mid []_\tau \mid M :: M \mid \text{foldr } M \text{ base} \hookrightarrow M; \text{rec}(h, r) \hookrightarrow M\end{aligned}$$

$$\mathbb{W}([]) \stackrel{\text{def}}{=} \emptyset \vdash []_X : [X] \quad \text{con } X \text{ variable fresca}$$

$$\mathbb{W}(U :: V) \stackrel{\text{def}}{=} ST_1 \cup ST_2 \vdash S(M :: N) : S\tau$$

donde:

- $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \sigma$
- $\mathbb{W}(V) = \Gamma \vdash N : \tau$
- $S = \text{mgu}(\{\tau \stackrel{?}{=} [\sigma]\} \cup \{\rho \stackrel{?}{=} \phi \mid x : \rho \in \Gamma_1 \wedge x : \phi \in \Gamma_2\})$

$$\mathbb{W}(\text{foldr } U \text{ base} \hookrightarrow V; \text{rec}(h, r) \hookrightarrow W) \stackrel{\text{def}}{=} ST_1 \cup ST_2 \cup ST_{3'} \vdash S(\text{foldr } M \text{ base} \hookrightarrow N; \text{rec}(h, r) \hookrightarrow O) : S\sigma_2$$

donde:

- $\mathbb{W}(U) = \Gamma \vdash M : \sigma_1$
- $\mathbb{W}(V) = \Gamma \vdash N : \sigma_2$
- $\mathbb{W}(W) = \Gamma \vdash O : \sigma_3$
- $\Gamma_{3'} = \Gamma_3 \ominus \{h, r\}$
- $\tau_h = \begin{cases} \alpha \text{ si } h : \alpha \in \Gamma_3, \\ \text{variable fresca si no} \end{cases}$
- $\tau_r = \begin{cases} \beta \text{ si } r : \beta \in \Gamma_3, \\ \text{variable fresca si no} \end{cases}$
- $S = \text{mgu}(\{\sigma_1 \stackrel{?}{=} [\tau_h], \sigma_2 \stackrel{?}{=} \sigma_3, \sigma_3 \stackrel{?}{=} \tau_r\} \cup \{\rho \stackrel{?}{=} \sigma \mid x : \rho \in \Gamma_i \wedge x : \sigma \in \Gamma_j \wedge i, j \in \{1, 2, 3'\}\})$

## Lógica de Primer Orden

- Conjunto de Símbolos de Función  $\mathcal{F} = \{f, g, h, \dots\}$ . Cada símbolo de función tiene una aridad asignada.
  - Aquellas que tienen aridad 0 son constantes.
- Conjunto de Símbolos de Predicado  $\mathcal{P} = \{P, Q, R, \geq, \leq, \dots\}$ . Cada símbolo de predicado tiene una aridad asignada.
- Variables  $\mathcal{X} = \{X, Y, Z, \dots\}$
- Términos:  $t ::= x(f(t_1, \dots, t_n))$
- Fórmulas:  $\sigma ::= P(t_1, \dots, t_n) \mid \perp \mid \sigma \rightarrow \sigma \mid \sigma \wedge \sigma \mid \sigma \vee \sigma \mid \neg \sigma \mid \forall x. \sigma \mid \exists x. \sigma$ 
  - Si dos fórmulas son exactamente iguales pero difieren en el nombre de las variables de los cuantificadores, también se consideran iguales.

$$\begin{array}{c}
\frac{\Gamma \vdash \tau \quad \Gamma \vdash \sigma}{\Gamma \vdash \tau \wedge \sigma} \wedge_i \quad \frac{\Gamma, \tau \vdash \sigma}{\Gamma \vdash \tau \Rightarrow \sigma} \Rightarrow_i \quad \frac{\Gamma \vdash \sigma}{\Gamma \vdash \tau \vee \sigma} \vee_{i_2} \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \wedge \sigma}{\Gamma \vdash \tau} \wedge_{e_1} \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \wedge \sigma}{\Gamma \vdash \sigma} \wedge_{e_2} \\
\frac{\Gamma, \tau \vdash \perp}{\Gamma \vdash \neg \tau} \neg_i \quad \frac{\Gamma \vdash \tau}{\Gamma \vdash \tau \vee \sigma} \vee_{i_1} \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \Rightarrow \sigma \quad \Gamma \vdash \tau}{\Gamma \vdash \sigma} \Rightarrow_e \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \vee \sigma \quad \Gamma, \tau \vdash \rho \quad \Gamma, \sigma \vdash \rho}{\Gamma \vdash \rho} \vee_e \\
\frac{\Gamma \vdash \tau}{\Gamma \vdash \neg \neg \tau} \neg\neg_i \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \Rightarrow \sigma \quad \Gamma \vdash \neg \sigma}{\Gamma \vdash \neg \tau} \text{MT} \quad \frac{\Gamma \vdash \tau \quad \Gamma \vdash \neg \tau}{\Gamma \vdash \perp} \neg_e \\
\frac{\Gamma \vdash \perp}{\Gamma \vdash \tau} \perp_e
\end{array}$$

Lógica intuicionista

### Lógica clásica

#### Reglas clásicas

$$\frac{\Gamma, \neg \tau \vdash \perp}{\Gamma \vdash \tau} \text{PBC} \quad \frac{}{\Gamma \vdash \tau \vee \neg \tau} \text{LEM} \quad \frac{\Gamma \vdash \neg \neg \tau}{\Gamma \vdash \tau} \neg\neg_e$$

### LPO

$$\frac{\Gamma \vdash \forall X. \sigma}{\Gamma \vdash \sigma\{X := t\}} \forall E \quad \frac{\Gamma \vdash \sigma\{X := t\}}{\Gamma \vdash \exists X. \sigma} \exists I \\
\frac{\Gamma \vdash \sigma \quad X \notin \text{fv}(\Gamma)}{\Gamma \vdash \forall X. \sigma} \forall I \quad \frac{\Gamma \vdash \exists X. \sigma \quad \Gamma, \sigma \vdash \tau \quad X \notin \text{fv}(\Gamma, \tau)}{\Gamma \vdash \tau} \exists E$$

$$\begin{array}{l}
\{X \stackrel{?}{=} X\} \cup E \xrightarrow{\text{Delete}} E \\
\{f(t_1, \dots, t_n) \stackrel{?}{=} f(s_1, \dots, s_n)\} \cup E \xrightarrow{\text{Decompose}} \{t_1 \stackrel{?}{=} s_1, \dots, t_n \stackrel{?}{=} s_n\} \cup E \\
\{t \stackrel{?}{=} X\} \cup E \xrightarrow{\text{Swap}} \{X \stackrel{?}{=} t\} \cup E \\
\text{si } t \text{ no es una variable} \\
\{X \stackrel{?}{=} t\} \cup E \xrightarrow{\text{Elim}}_{\{X := t\}} E\{X := t\} \\
\text{si } X \notin \text{fv}(t) \\
\{f(t_1, \dots, t_n) \stackrel{?}{=} g(s_1, \dots, s_m)\} \cup E \xrightarrow{\text{Clash}} \text{falla} \\
\text{si } f \neq g \\
\{X \stackrel{?}{=} t\} \cup E \xrightarrow{\text{Occurs-Check}} \text{falla} \\
\text{si } X \neq t \text{ y } X \in \text{fv}(t)
\end{array}$$

## Resolución

### Resolución para Lógica de Primer Orden

**Importante:** Si un cuantificador tiene un mismo nombre de variable ligada renombrarla.

- 1. Deshacerse del conectivo  $\Rightarrow$ 
  - $\sigma \Rightarrow \tau \rightarrow \neg \sigma \vee \tau$
- 2. Empujar el conectivo  $\neg$  lo más posible hacia adentro, paso por paso afectando a cada término.
  - $\neg(\sigma \wedge \tau) \rightarrow \neg \sigma \vee \neg \tau$
  - $\neg(\sigma \vee \tau) \rightarrow \neg \sigma \wedge \neg \tau$

- $\neg\neg\sigma \rightarrow \sigma$
- $\neg\forall X.\sigma \rightarrow \exists X.\neg\sigma$
- $\neg\exists X.\sigma \rightarrow \forall X.\neg\sigma$

- 3. Extraer los cuantificadores  $\forall/\exists$  hacia afuera. Se asume que  $X \notin fv(\tau)$

- \*  $(\forall X.\sigma) \wedge \tau \rightarrow \forall X.(\sigma \wedge \tau)$
- \*  $(\forall X.\sigma) \vee \tau \rightarrow \forall X.(\sigma \vee \tau)$
- \*  $(\exists X.\sigma) \wedge \tau \rightarrow \exists X.(\sigma \wedge \tau)$
- \*  $(\exists X.\sigma) \vee \tau \rightarrow \exists X.(\sigma \vee \tau)$
- \*  $\tau \wedge (\forall X.\sigma) \rightarrow \forall X.(\tau \wedge \sigma)$
- \*  $\tau \vee (\forall X.\sigma) \rightarrow \forall X.(\tau \vee \sigma)$
- \*  $\tau \wedge (\exists X.\sigma) \rightarrow \exists X.(\tau \wedge \sigma)$
- \*  $\tau \vee (\exists X.\sigma) \rightarrow \exists X.(\tau \vee \sigma)$
- 4. Skolemización
  - \* En función de cuantificadores universales
    - $\forall X.\forall Y.\exists Z.P(Z) \rightarrow \forall X.\forall Y.P(f(X, Y))$
    - $\forall X.\exists Z.\forall Y.\exists D.P(D) \wedge Q(Z) \rightarrow \forall X.\forall Y.P(f(X, Y)) \wedge Q(g(X))$
  - \*  $\exists X.\forall Y.\forall Z.P(X) \rightarrow \forall Y.\forall Z.P(c)$  c cte.

- 5. Distribuir los  $\vee$

- $\sigma \vee (\tau \wedge \rho) \rightarrow (\sigma \vee \tau) \wedge (\sigma \vee \rho)$
- $(\sigma \wedge \tau) \vee \rho \rightarrow (\sigma \vee \rho) \wedge (\tau \vee \rho)$

- 6. Empujar los cuantificadores universales hacia adentro por cada  $\wedge$ .

**Importante:** 1 y 2 hacen a Forma Normal Negada. Añadiendo 3 tenemos Forma Normal Prenexa. Añadiendo 4 tenemos Forma Normal Skolem. Añadiendo 5 tenemos Forma Normal Conjuntiva y Añadiendo 6 tenemos Forma Clausal.

## Tips

- Cada cláusula tendrá variables llamadas diferentes.
- La Skolemización preserva la satisfactibilidad pero no la validez, es decir, no son fórmulas equivalentes.
  - $\exists X.(P(0) \implies P(x))$  es válida pero  $P(0) \implies P(c)$  es inválida
- Cada cláusula está separada por un  $\wedge$ .
- Las cláusulas que estén skolemizadas por la misma función no son renombradas a la hora de escribir las cláusulas, solo las variables.
- La Skolemización reemplaza la variable existencial por las variables ligadas de los cuantificadores que la encapsulan.

## Resolución SLD

- Solo con cláusulas de Horn
- Resolución binaria (1 literal por cada cláusula)
- Resolución lineal (por cada resultado, usamos el resultado + otra cláusula para resolver)
- Empezamos con cláusula objetivo.

## Programación Lógica

### Tips

- Casos base al comienzo. El caso base permite unificar cuando está vacío.
- Recordar siempre los llamados recursivos.
- Recordar para matchear cosas que sean iguales decirlo directamente en la definición.
  - $\text{notasEstudiante}(E, [(E, M, N) \text{ — } T], [(E, M, N) \text{ — } \text{Res}]) \text{ :- } \text{notasEstudiante}(E, T, \text{Res})$ . Almacena las notas del estudiante si las E coinciden.
  - $\text{notasEstudiante}(E, [(E2, M, N) \text{ — } T], \text{Res}) \text{ :- } E \setminus = E2 \rightarrow \text{importante el } E \setminus = E2 \text{ porque sino, aunque sea diferente va a armar diferentes ramas donde seguro aparezca el estudiante de vuelta. Nosotros solo queremos un resultado.}$
- Recordar siempre si un predicado es reversible o no para saber cómo usarlo.

## Funciones Útiles

`member(?elemento, ?lista)`: Devuelve verdadero si el elemento está en la lista.  
Eso sí, solo devuelve verdadero si el elemento está completo.  
Ej.: `member((tomas, plp, N), [(tomas, plp, 10), (angel, plp, 3)])` devuelve `N = 10` porque es lo que le falta para unificar.  
Ej.: `member((tomas, plp, 10), [(tomas, plp, 10)])` devuelve `true`.  
Obs: usar `member` con cuidado, uno de los parámetros enviarlo seguro.

`length(?lista, ?longitud)`: Devuelve la longitud de la lista si no se proporciona la longitud, caso contrario, devuelve `true` o `false`.  
Ej.: `length([1, 2], A)`: devuelve `A = 2`  
Ej.: `length([1, 2], 2)`: devuelve `true`  
Ej.: `length(A, 2)`: devuelve `[_]`  
Ej.: `length(A, B)`: devuelve todas las posibles listas, es decir: `A = [_]`, `B = 0`, `A=[_]`, `B = 1...`

`sum_list(+Lista, ?Res)`: Devuelve la suma de los elementos de una lista si no se especifica `Res`. Si se especifica, devuelve `true` o `false`.  
Ej.: `sum_list([1, 2], 3)`: `true`  
Ej.: `sum_list([1, 2], A)`: `A = 3`

`reverse(?L1, ?L2)`: Tiene varias funciones.  
Ej.: `reverse([1, 2], [2, 1])` -> `false`.  
Ej.: `reverse([1, 2], B)` -> `B = [2, 1]`  
Ej.: `reverse(A, [2, 1])` -> `B = [1, 2]`

`between(+Low, +High, ?N)`: Devuelve como respuesta los elementos que están entre `Low` y `High` inclusive. Abre `n` ramas donde `n` es la distancia de 1 a 2.  
Ej.: `between(1, 2, N)`: `N = 1` y `N = 2`.

`nonvar(@Term)`: Devuelve `true` si es un valor.  
Ej.: `nonvar(2)`: `true`  
Ej.: `nonvar(A)`: `false`

`var(@Term)`: Devuelve `true` si es una variable, es decir, no tiene un valor.  
Ej.: `var(A)`: `true`  
Ej.: `var(2)`: `false`

`append(?List1, ?List2, ?List1And2)`: Tiene varias funciones.  
Si se envían los tres argumentos devuelve `true` si la concatenación de `List1` y `List2` es la tercera.  
Ej.: `append([1], B, C)`: `C = [1 | B]`  
Ej.: `append(A, B, [1, 2, 3])`: Devuelve todas las posibles instancias de `A` y `B` que resultan en `[1, 2, 3]`.  
`A = [1]` `B = [2, 3]`, `A = [1, 2]` `B = [3]`, ...  
Ej.: `inorder(Izq, Res2), inorder(Der, Res3), append(Res2, [R | Res3], Res)`.  
Agrega el llamado recursivo siempre a la izquierda, luego la raíz y la recursión del lado derecho.

`not(:Goal)`: Devuelve verdadero si el cuerpo es falso.  
Ej.: `not(esEstudiante(tomas))` será verdadero sí y solo sí `tomas` NO es estudiante.  
Ej.: `not(conoceLenguaje(tomas, lisp))` es verdadero sí y solo sí `tomás` no sabe `lisp`.  
Ej.: `not((conoceLenguaje(tomas, lisp), esEstudiante(tomas)))` será verdadero sí y solo sí `tomás` no sabe `lisp` ni tampoco es estudiante.

`last(?List, ?Last)`: Devuelve el último elemento de una lista, o devuelve verdadero sí y solo sí `Last` es el último elemento de `List`.  
Ej.: `last([1, 2], 1)`: `False`  
Ej.: `last([1, 2], A)`: `A = 2`

`flatten(+List, -FlatList)`: Elimina las listas anidadas pasando todo a un solo nivel.  
Ej.: `flatten([1, [2, 3, [4, 5, [6,7]]]], B)` -> `B = [1, 2, 3, 4, 5, 6, 7]`

`sort(+List, ?SortedList)`: Ordena la lista de manera ascendente.  
Si se proporcionan ambos elementos, es verdadero sí y solo sí `SortedList` es `List` ordenada de

manera ascendente.

Ej.: `sort([3, 2, 1], B): B = [1, 2, 3]`

Ej.: `sort([1, 2, 3], [3, 1, 2]): False`

Ej.: `sort([3, 2, 1], [1, 2, 3]): True`

`is(?Expr, +Expr2)`: Resuelve la expresión de la derecha y la unifica con la expresión de la izquierda. is se convierte a = cuando se resuelve la expresión.

Ej.: `1 is 0+1 -> Evalua a true pues 1 = 1`

Operadores Aritméticos: Requieren de tener ambos argumentos instanciados.

`<(+A, +B)`: Es verdadero sí y solo sí A es menor a B.

Ej.: `2 < 2: False`

`<=(+A, +B)`: Es verdadero sí y solo sí A es menor o igual que B.

Ej.: `2 <= 2: True`

`=(+A, +B)`: Es verdadero sí y solo sí A y B son iguales.

Ej.: `1 =\= 1: True`

`=\=(+A, +B)`: Es verdadero sí y solo sí A y B tienen un valor diferente.

Ej.: `1 =\= 2: True`

Operadores no Aritméticos

`= (?T, ?V)`: Realiza la unificación de términos.

Si ambos términos son proporcionados, es verdadero sí y solo sí unifican.

Ej.: `A = B -> A = B.`

Ej.: `A = 1 -> A = 1.` Asigna el valor de 1 a la variable A.

Ej.: `1 = 2 -> False.`

`\=(+Expr, +Expr2)`: Su uso tiene sentido cuando ambas expresiones están instanciadas.

Devuelve verdadero si no unifican.

Ej.: `f(g) \= h(f) -> Verdadero` porque no unifica por clash.

## Ejercicios Útiles

`desdeReversible(+Low, ?High)`: Devuelve tantos elementos haya de distancia de X a Y. Uno por uno.

Abre n ramas siendo n la distancia entre X e Y.

`desdeReversible(X, Y) :- var(Y), Y = X.`

`desdeReversible(X, Y) :- nonvar(Y), X =< Y.`

`desdeReversible(X, Y) :- var(Y), X1 is X + 1, desdeReversible(X1, Y).`

--

`parteQueSuma(+L,+S,-P)`: Es verdadero cuando P es una lista con elementos de L que suman S.

`parteQueSuma(_, 0, []).`

`parteQueSuma([X|XS], S, [X|P]) :- S1 is S - X, S1 >= 0, parteQueSuma(XS, S1, P).`

`parteQueSuma([_|XS], S, P) :- S > 0, parteQueSuma(XS, S, P).`

--

`borrar(+L, +E, ?Res)`: La idea es usarlo con L y E instanciadas.

`borrar([], _, []).`

`borrar([H | T], H, XS) :- borrar(T, H, XS).`

`borrar([H | T], E, [H | XS]) :- H \= E, borrar(T, E, XS).`

--

`sacarDuplicados(+L, ?Res)`: La idea es usarlo con L instanciada.

`sacarDuplicados([], []).`

`sacarDuplicados([H | XS], L2) :- member(H, XS), sacarDuplicados(XS, L2).`

`sacarDuplicados([H | XS], [H | L2]) :- not(member(H, XS)), sacarDuplicados(XS, L2).`

--

`permutacion(?L, ?Res)`: La idea es usarlo con L instanciada.

`permutacion([], []).`

`permutacion(L1, [H|T]) :- append(L, [H|R], L1), append(L, R, Resto), permutacion(Resto, T).`

--

```

reparto(+L, +N, -LListas): Es verdadero sí y solo sí LListas es una
lista de N listas (N mayor a 1) de cualquier longitud (inc. vacías) tales que al concatenarlas se obtiene L.

reparto([], 0, []). % Cuando N=0 solo podemos unificar si ya repartimos todo L.
reparto(L, N, [X|Xs]) :-
    N > 0, % Hay sublistas por generar.
    append(X, L2, L), % Generamos todas las posibles sublistas X.
    N2 is N-1, % L2 es lo que queda de L para repartir en N-1 sublistas.
    reparto(L2, N2, Xs). % Generamos el resto de las sublistas.
--

repartoSinVacías(+L, -LListas) similar al anterior, pero ninguna de las listas de LListas puede ser vacía.
Como no pueden haber sublistas vacías, a lo sumo hay N sublistas siendo length(L, N).

repartoSinVacías(L, Xs) :-
    length(L, N),
    between(1, N, K), % Generamos todas las posibles K = cantidades de sublistas.
    reparto(L, K, Xs), % Repartimos en K sublistas.
    not((member(X, Xs), length(X, 0))). % No pueden haber sublistas vacías.

```

## Generación Infinita

- Nunca usar más de un generador infinito.
- Si se usa un generador infinito, pensar que esa generación debe limitarse por una condición.
  - Si hay que generar infinitas listas, primero generamos todas las listas que suman 1 en vez de generar todas las listas con 1 elemento.

## Ejemplos de Generación Infinita

```

generarCapicua(L) :- desde(1, N), listaQueSuma(N, L), esCapicua(L).
esCapicua(L) :- reverse(L,L).
Acá el handler de la generación infinita es listaQueSuma, mientras que el filter lo hace esCapicua.

coprimos(X,Y) :- nonvar(X), nonvar(Y), 1 is gcd(X,Y).
coprimos(X, Y) :- desdeReversible(1, S), between(1, S, X), Y is S-X, 1 is gcd(X, Y).

```

## Paradigma Orientado a Objetos

### Básico

- Los programas están conformados por objetos que interactúan entre sí con mensajes.
- Un mensaje es simplemente una solicitud al objeto receptor donde este mensaje tiene respuesta sí y solo sí el objeto receptor entiende ese mensaje. Esta respuesta es ofrecida por un método del mismo objeto.
- Colaboradores Internos: Son los atributos o variables de instancia de un objeto.
- Colaboradores Externos: Son los parámetros o argumentos que tiene un mensaje particular.
  - 1@1 insideTriangle with: 0@0 with: 0@0 with: 0@0. Se realiza una instancia de Point 1@1 y se envía el mensaje insideTriangle con tres keywords o también llamados parámetros.

### Encapsulamiento

Una clase debería estar abierta a extensión pero cerrada a modificaciones.

Solo es posible interactuar con un objeto a través de sus métodos los cuales ofrece pues, el estado interno de un objeto es inaccesible desde el exterior.

### Objetos, objetos y objetos

Todo objeto es instancia de alguna clase, y a su vez, estas son objetos.

- Una clase es un objeto que abstrae el comportamiento de todas sus instancias.
- Todas las instancias de una clase tienen los mismos atributos
  - Cada instancia puede modificar a gusto sus valores sin afectar a las demás. Cada instancia es única.
- Todas las instancias de una clase usan el mismo método para responder un mismo mensaje.



- Todas las instancias responden de **la misma manera**. Esto es porque el receptor no conoce al emisor, salvo que el emisor se envíe como colaborador.

## Palabras Reservadas

nil, true, false, self, super, thisContext

## Literales

- Caracteres: \$
- Strings: 'hola'
- Símbolos (inmutables): #hola
- Constantes numéricas: 29, -1, 5

## Herencia

- Cada clase es subclase de alguna otra clase. Si no se especifica, las clases heredan de Object por defecto.
- Una clase hereda todos los métodos de su superclase.
- Una clase puede hacer un override a un método definido en la superclase por otro más específico.
- self: Hace referencia al objeto de instancia.
- super: Hace referencia a la super-clase de la instancia.

**Nota:** self==super porque refieren al mismo objeto pero difieren en que, si se usa super la búsqueda del método que implementa el mensaje m debe comenzar desde la superclase.

## super vs self

- super busca siempre hacia arriba, es decir, las super-clases de la clase a la que mandamos el mensaje. Si el mensaje no está en el super, arroja un error NotUnderstand.
- self busca siempre hacia abajo. Si el mensaje no está, arroja un error NotUnderstand.

## Clase Abstracta

Llamamos clase abstracta a una clase que está destinada a abstraer el comportamiento de sus subclases pero no tienen instancias.

## Tipos de Mensajes

- Mensajes Unarios: Reciben un solo parámetro.
  - 1 class
  - Mensaje: class — Receptor: 1
- Mensajes Binarios: Reciben dos parámetros.
  - 1 + 2
  - Mensaje: + — Receptor: 1 — Colaborador: 2
- Mensajes Keyword: Reciben parámetros que se pueden distinguir con nombre. No importa el orden en cual se envían porque están dados por una key.
  - a at: 1 put: 'hola'
  - Mensaje: at:put — Receptor: a — Colaborador/es: 1, 'hola'

La prioridad de los mensajes es la siguiente: *unario* > *binario* > *keyword*

**Nota:** Los paréntesis **()** definen la prioridad máxima.

## Bloques / Closures

- Permiten reutilizar código. Recuerdan el estado cuando fueron definidos y qué variables estaban presente. Es una secuencia de envíos de mensajes.
- No usar return dentro de bloques. Corta todo tipo de ejecución.
- Los argumentos obligatorios tienen prioridad sobre los locales.
- Los parámetros se envían como value: param
- Cuando se almacenan en una variable **no se ejecutan**.
- Para llamar a un bloque hay que enviar todos sus parámetros.
- Devuelven como resultado la última expresión.

```

hacerAlgo
|bloque val|
bloque := [:x :y | |z| z:=10. x+y+z].
val := bloque value: 1 value: 2. // retorna 13

hacerAlgo
|bloque val val2|
bloque := [:x | [:y | |z| z:=10. x+y+z]].
val := bloque value: 1. // retorna el bloque [:y | |z| z:=10. x+y+z] que
recuerda el valor de x cuando se definió, es decir, 1.
val2 := val value: 2. //retorna el resultado del bloque más interno, es decir,
1+2+10 = 13.

```

## Return

- Se indica con  $\wedge$ .
- Corta todo tipo de ejecución, es decir:  $[[x||x := 0. \wedge 0] \text{ value. devuelve } 0$ .
- No usar return en bloques. Porque como el bloque vive en un universo aparte, el return es algo peligroso.
- Si el return no se indica dentro del método, devuelve self. Es decir, la instancia del objeto que recibió el mensaje.

## Colecciones

Existen varias: Bag (Multiconjunto), Set (Conjunto), Array (Arreglo), OrderedCollection (Lista), SortedCollection (Lista Ordenada) y Dictionary Hash (Hash).

- Bag with: 1 with: 2 with: 4
- $\#(1\ 2\ 4) = (\text{Array with: 1 with: 2 with: 4})$
- Bag withAll:  $\#(1\ 2\ 4)$

## Mensajes más comunes

- add: agrega un elemento
- at: devuelve el elemento en una posición (indexa desde 1).
- at:put: agrega un elemento a una posición.
- includes: responde si un elemento pertenece o no.
- includesKey: responde si una clave pertenece o no.
- do: evalúa un bloque con cada elemento de la colección. No muta ni devuelve un resultado, solo sirve para efectos secundarios.
- select: Devuelve los elementos de una colección que cumplen un predicado (filter de funcional).
- reject: la negación del select
- collect: Es el map de funcional.
- detect: devuelve el primer elemento que cumple un predicado.
- detect:ifNone: permite ejecutar un bloque si no se encuentra ningún elemento
- reduce: toma un bloque de dos o mas parámetros de entrada y hace fold de los elementos de izquierda a derecha.

## Booleanos

- ifFalse:, ifTrue:ifFalse, &, —, and:, or:, not, =, ≤, ≥
- \\: te da el resto

## Machete

```

Sintáxis
| var1 var2... |
[:arg1 :arg2 | | var1 var 2 | expresion1. expresion2...]
expresion1. expresion2. expresion3
objeto mensaje
objeto msg1; msg2.
var := expresion
~expresion
Palabras Reservadas

```

```

self, super, thisContext, false, true, nil
Literales
123, 123.4, $c, 'texto', #simbolo, #(123 123.3 $a) array

```

## Ejercicios Útiles

### Jerarquía

```

20 + 3 * 5
Mensaje: + | Obj Receptor: 20 | Colaboradores: 3 | Res = 23
Mensaje: * | Obj Receptor: 23 | Colaboradores 5 | Res = 115

20 + (3*5)
Mensaje: * | Obj Receptor: 3 | Colaboradores: 5 | Res = 15
Mensaje: + | Obj Receptor: 20 | Colaboradores 15 | Res = 35

1 = 2 ifTrue: ['what!?!'].
Mensaje: = | Obj Receptor: 1 | Colaboradores: 2 | Res = instanciaFalse
Mensaje: ifTrue | Obj Receptor: instanciaFalse | Colaboradores: ['what!?!'].
| Res = False.

1@1 insideTriangle: 0@0 with: 2@0 with: 0@2.
Mensaje: insideTriangle:with:with: | Obj. Receptor: 1@1
(instancia de point) | Colaboradores: 0@0 with: 2@0 with: 0@2

Object subclass: #SnakesAndLadders
  instanceVariablesNames: 'players squares turn die over'
  classVariableNames: ''
  poolDictionaries: ''
  category: 'SnakesAndLadders'

Hay varios mensajes acá.
Mensaje: subclass | Receptor: Object Class |Colaborador: #SnakesAndLadders
Mensaje: instanceVariableNames | Receptor: SnakesAndLadders |
Colaboradores: 'players squares turn die over' cada uno por separado
Mensaje: classVariableNames | Receptor: SnakesAndLadders |Colaborador: ''
Mensaje: poolDictionaries | Receptor: SnakesAndLadders | Colaborador: ''
Mensaje: category | Receptor: SnakesAndLadders |Colaborador: 'SnakesAndLadders'

```

### Bloques

```

[ :x :y | |z| z:=x+y ] value: 1 value: 2. Bloque bien definido, dos parámetros
y una variable local.
[ :x :y | x+1 ] value: 1. Arroja error, falta un parámetro.
[:x | [:y | x+1]] value: 2. Bloque bien definido, devuelve un nuevo bloque [:y | x+1]
[:x :y :z | x + y + z] valueWithArguments: #(1 2 3). Bloque bien definido,
envía tres argumentos en orden.
[ |x y z| x + 1] Arroja error. x es UndefinedObject.
[ :x :y :z | x + 1] Bloque bien definido, espera 3 argumentos
obligatorios pero termina usando uno.

Class: BlockClosure
curry
  ^[:x | [:y | self value: x value: y]].

flip
  ^[:x :y | self value: y value: x].

Class: Integer
Iterativa
  timesDo: aBlock
  | count |

```

```

count := 1.
[count <= self]
  whileTrue:
    [aBlock value. count := count + 1]

```

#### Recursiva

```

timesDo2: aBlock
self > 0 ifFalse: ^self.
aBlock value.
self - 1 timesDo: aBlock.

```

#### Class: Collection

```

map: aBlock
|col2|
col2:=(self class) new.
self do: [ :elem | col2 add: (aBlock value: elem)].

^col2.

```

#### minimo: aBlock

"Una implementación poco elegante de la obtención del valor original que genera un mínimo luego de aplicar un bloque."

```

| minElement minValue |

self do: [:each | | val |
  minValue ifNotNil: [
    (val := aBlock value: each) < minValue ifTrue: [
      minElement := each.
      minValue := val]]
  ifNil: ["Caso del primer elemento que se lee"
    minElement := each.
    minValue := aBlock value: each].
].

^minElement

```

## Listas

```

#collect: es el map.
| res |
res := #(1 2 4) collect: [:numero | numero * 2].

```

El resultado sería multiplicar por dos todos los elementos de la lista, es decir, [2, 4, 8].

```

#select: es el filter
| res |
res := #(1 2 3) select: [:numero | numero = 1 ].

```

El resultado sería [1]

```

sabeResponder: L
|res|
res := #(1 2 3) select:[:each | each respondsTo: #ptff]. -> Los true no hace falta colocarle =.
^res

```

```

sabeResponder (solo closure)
^[L | L select: [:each | each respondsTo: #ptff]].

```

#inject: into: El primer argumento es el resultado de la llamada anterior y el segundo el elemento actual.

```

listaNumeros := OrderedCollection with: 1 with: 2 with: 3.

```

```

listaNumerosSuma := listaNumeros
inject: 0
into: [ :result :elem | result + elem ].

```

El resultado sería 6.

```

#reduce: (o #fold): Es el foldl que conocemos, hace algo de izquierda a derecha.
#(10 20 5 30 15) reduce: [:max :each | max max: each].
El resultado en este ejemplo sería el 30.

```

```

#(1 2 3 4 5) reduce: [:product :each | product * each].
El resultado en este ejemplo sería 120.

```

```

#reduceRight: es un foldr convencional. Resuelve de derecha a izquierda.
#(1 2 3 6) reduceRight: [:acc :each | each-acc].
El resultado en este ejemplo sería 0.

```

```

#do

```

```

listaNumeros := OrderedCollection with: 1 with: 2 with: 3.
listaNumeros2 := OrderedCollection new.
listaNumeros do: [ :each | listaNumeros2 add: each + 1 ].

```

En este caso, listaNumeros2 termina teniendo los valores de [2, 3, 4].

Almacenar en una lista todos los divisores de un numero

Op1:

```

SmallInteger << divisores
| lista |
lista := OrderedCollection new.
1 to: self do: [:each | (self \\ each) = 0 ifTrue: [lista add:each]].
^lista.

```

Op2:

```

SmallInteger << divisores
|count lista|
lista := OrderedCollection new.
[count <= self]
whileTrue: [
    (self \\ count) = 0 ifTrue: [lista add: count].
    count := count+1.
].
^lista.

```