Ejercicio 1 ★

Convertir a Forma Normal Conjuntiva y luego a Forma Clausal (notación de conjuntos) las siguientes fórmulas proposicionales:

I. $P \Rightarrow P$
II. $(P \wedge Q) \Rightarrow P$
III. $(P \vee Q) \Rightarrow P$
IV. $\neg(P \Leftrightarrow \neg P)$
V. $\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$
VI. $(P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
VII. $(P \wedge Q) \Rightarrow R$
VIII. $P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

NNF → CNF → CLAUSAL.

NNF: Sacar los "⇒", empujar el $\neg$ hacia adentro.
CNF: Distribuir $\vee$ sobre $\wedge$
FC: Conjunción de disyunción de literales.

i) $\sigma \equiv (P \Rightarrow P)$

$\neg P \vee P$

$C = \{\{\neg P, P\}\}$

Pasamos $\neg\sigma$ a F.C.

ii) $\sigma \equiv (P \wedge Q) \Rightarrow P$

$\neg(P \wedge Q) \vee P$

$\neg P \vee \neg Q \vee P$

$C = \{\{\neg P, \neg Q, P\}\}$

iii) $\sigma \equiv (P \vee Q) \Rightarrow P$

$\neg(P \vee Q) \vee P$

$(\neg P \wedge \neg Q) \vee P$

$(\neg P \vee P) \wedge (\neg Q \vee P)$

$C = \{\{\neg P, P\}, \{\neg Q, P\}\}$

iv) $\sigma \equiv (P \Leftrightarrow \neg P)$

$(P \Rightarrow \neg P) \wedge (\neg P \Rightarrow P)$

$(\neg P \vee \neg P) \wedge (P \vee P)$

$\neg P \wedge P$

$C = \{\{\neg P\}, \{P\}\}$

V) $\sigma \equiv (\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q))$

$(P \wedge Q) \vee (\neg P \vee \neg Q)$

$(P \vee (\neg P \vee \neg Q)) \wedge (Q \vee (\neg P \vee \neg Q))$

$C = \{\{P, \neg P, \neg Q\}, \{Q, \neg P, \neg Q\}\}$

Vi) $\sigma \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$(P \vee (Q \wedge R)) \wedge (Q \vee (P \wedge R))$

$((P \vee Q) \wedge (P \vee R)) \wedge ((Q \vee P) \wedge (Q \vee R))$

$C = \{\{P, Q\}, \{P, R\}, \{Q, P\}, \{Q, R\}\}$

Vii) $\sigma \equiv (P \wedge Q) \Rightarrow R$

$\neg(P \wedge Q) \vee R$

$\neg P \vee \neg Q \vee R$

$C = \{\neg P, \neg Q, \neg R\}$

Viii) $\sigma \equiv P \Rightarrow (Q \Rightarrow R)$

$\neg P \vee (Q \Rightarrow R)$

$\neg P \vee (\neg Q \vee R)$

$C = \{\neg P, \neg Q, \neg R\}$

Ejercicio 2 ★

1 I. ¿Cuáles de las fórmulas del ejercicio anterior son tautologías? Demostrarlas utilizando el método de resolución para la lógica proposicional. Para las demás, indicar qué pasa si se intenta demostrarlas usando este método.

2 II. ¿Se deduce $(P \wedge Q)$ de $(\neg P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge (\neg P \Rightarrow \neg Q)$? Contestar utilizando el método de resolución para la lógica proposicional.

1) En lógica proposicional una fórmula es tautología si encontramos una refutación de C.

Si sale $\neg\sigma \vdash \bot$ entonces $\vdash \sigma$ es VÁLIDA|TAUTOLOGÍA ✓

i) $\sigma \equiv P \Rightarrow P$

$\neg\sigma \equiv \neg(P \Rightarrow P)$

$\neg(\neg P \vee P)$

$P \wedge \neg P$

ES TAUTOLOGÍA

$C=\{\underbrace{\{P\}}_{1},\underbrace{\{\neg P\}}_{2}\}$

De 1 y 2 consigo la resolvente $3=\{\}$

Luego, $C\vdash\bot$

Luego, $\neg C\vdash\bot$

Luego $\vdash\sigma$ ✓

ii) $\sigma\equiv(P\wedge Q)\Rightarrow P$

$\neg\sigma\equiv\neg((P\wedge Q)\Rightarrow P)$

$\neg(\neg(P\wedge Q)\vee P)$

$P\wedge Q\wedge\neg P$

$C=\{\{P\},\{Q\},\{\neg P\}\}$ ES TAUTOLOGÍA

De 1 y 3 obtengo $4=\{\}$

Luego, $C\vdash\bot$

Luego, $\neg C\vdash\bot$

Luego, $\vdash\sigma$ ✓

iii) $\sigma\equiv(P\vee Q)\Rightarrow P$

$\neg\sigma\equiv\neg((P\vee Q)\Rightarrow P)$

$\neg(\neg(P\vee Q)\vee P)$

$(P\vee Q)\wedge\neg P$

$C=\{\underbrace{\{P,Q\}}_{1},\underbrace{\{\neg P\}}_{2}\}$ No es tautología

De 1 y 2 obtengo $3=\{Q\}$

Luego, no vale $\neg\sigma\vdash\bot$

Luego, no vale $\vdash\sigma$

iv) $\sigma\equiv\neg(P\Leftrightarrow\neg P)$

$\neg\sigma\equiv\neg(\neg(P\Leftrightarrow\neg P))$

$\neg(\neg(P\Rightarrow\neg P\wedge\neg P\Rightarrow P))$

$\neg(\neg(\neg P \vee \neg P \wedge P \vee P))$

$\neg P \wedge P$

$C = \{\underbrace{\{P\}}_{1}, \underbrace{\{\neg P\}}_{2}\}$

ES TAUTOLOGÍA

De 1 y 2 obtengo $3 = \{\}$

Luego vale $C \vdash \perp$ "CONTRADICCIÓN"

Luego, vale $\neg 6 \vdash \perp$ "$\neg 6$ lleva a contradicción"

Luego vale $\vdash 6$ "6 válida"

V) $6 \equiv \neg(P \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q)$

$\neg 6 \equiv \neg(\neg(P \wedge Q) \Rightarrow (\neg P \vee \neg Q))$

$\neg((P \wedge Q) \vee (\neg P \vee \neg Q))$

$\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(\neg P \vee \neg Q)$

$(\neg P \vee \neg Q) \wedge (P \wedge Q)$

ES TAUTOLOGÍA

$C = \{\underbrace{\{\neg P, \neg Q\}}_{1}, \underbrace{\{P\}}_{2}, \underbrace{\{Q\}}_{3}\}$

De 1 y 2 obtengo $4: \{\neg Q\}$

De 3 y 4 obtengo $5: \{\}$

Luego, $C \vdash \perp$

Luego, $\neg 6 \vdash \perp$

Luego, $\vdash 6$

Vi) $6 \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$

$\neg 6 \equiv \neg((P \wedge Q) \vee (P \wedge R))$

$\neg(P \wedge Q) \wedge \neg(P \wedge R)$

$(\neg P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee \neg R)$

NO ES TAUTOLOGÍA

$C = \{\{\neg P, \neg Q\}, \{\neg P, \neg R\}\}$

$\neg 6 \nvdash \perp$ $\rightsquigarrow$ 6 NO VÁL.

Vii) $6 \equiv (P \wedge Q) \Rightarrow R$

$\neg\sigma \equiv \neg((P \wedge Q) \Rightarrow R)$

$\neg(\neg(P \wedge Q) \vee R)$

$(P \wedge Q) \wedge R$

$C = \{\{P\}, \{Q\}, \{R\}\}$

$C \nvdash \perp$

$\neg\sigma \nvdash \perp$

$\nvdash \sigma$

NO ES TAUTOLOGÍA

viii) $\sigma \equiv (P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$

$\neg\sigma \equiv \neg(P \Rightarrow (Q \Rightarrow R))$

$\neg(P \Rightarrow (\neg Q \vee R))$

$\neg(\neg P \vee (\neg Q \vee R))$

$P \wedge \neg(\neg Q \vee R)$

$P \wedge Q \wedge \neg R$

$C = \{\{P\}, \{Q\}, \{\neg R\}\}$

$C \nvdash \perp$

$\neg\sigma \nvdash \perp$

$\nvdash \sigma$

No es TAUTOLOGÍA ✓

2) Para ver que $(P \wedge Q)$ se deduce de $(\neg P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge (\neg P \Rightarrow \neg Q)$ bastaría comprobar que

$\sigma_1, \dots, \sigma_m, \neg\tau$ es INSATISFACTIBLE.

$\sigma \equiv (\neg P \Rightarrow Q) \wedge (P \Rightarrow Q) \wedge (\neg P \Rightarrow \neg Q)$

$(P \vee Q) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (P \vee \neg Q)$

$C = \{\{P, Q\}, \{\neg P, Q\}, \{P, \neg Q\}\}$

$\neg\tau \equiv \neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$

$C_{\neg\tau} \equiv \{\underset{1}{\{P, Q\}}, \underset{2}{\{\neg P, Q\}}, \underset{3}{\{P, \neg Q\}}, \underset{4}{\{\neg P, \neg Q\}}\}$

Por 1 y 4, usando resolución general llegamos a la resolvente $\{\}$.

Luego, $\{\} \in C$, y entonces podemos afirmar que τ se deduce de σ. ✓

Ejercicio 3

Demostrar las siguientes tautologías utilizando el método de resolución para la lógica proposicional. Notar que no siempre es necesario usar todas las cláusulas.

- $(P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$
- $(R \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((R \wedge Q) \Rightarrow P)$
- $((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q)$

i) $G \equiv (P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q)$

$\neg G \equiv \neg((P \Rightarrow (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q))$

$\neg((\neg P \vee (P \Rightarrow Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q))$

$\neg((\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Rightarrow (P \Rightarrow Q))$

$\neg((\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \Rightarrow (\neg P \vee Q))$

$\neg(\neg(\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \vee (\neg P \vee Q))$

$\neg\neg(\neg P \vee (\neg P \vee Q)) \wedge \neg(\neg P \vee Q)$

$\neg P \vee \neg P \vee Q \quad \wedge (P \wedge \neg Q)$

$(\neg P \vee Q) \wedge P \wedge \neg Q$

$C = \{\underbrace{\{\neg P, Q\}}_{1}, \underbrace{\{P\}}_{2}, \underbrace{\{\neg Q\}}_{3}\}$

De 1 y 2, 4 = {Q}

De 3 y 4, 5 = {}

Luego, $C \vdash \bot$

Luego, $\neg G \vdash \bot$

Luego, $\vdash G$

ii) $G \equiv (R \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((R \wedge Q) \Rightarrow P)$

$\neg G \equiv \neg((R \Rightarrow \neg Q) \Rightarrow ((R \wedge Q) \Rightarrow P))$

$\neg((\neg R \vee \neg Q) \Rightarrow ((R \wedge Q) \Rightarrow P))$

$\neg((\neg R \vee \neg Q) \Rightarrow (\neg(R \wedge Q) \vee P))$

$\neg(\neg(\neg R \vee \neg Q) \vee (\neg(R \wedge Q) \vee P))$

$\neg\neg(\neg R \vee \neg Q) \wedge \neg(\neg(R \wedge Q) \vee P)$

$(\neg R \vee \neg Q) \wedge R \wedge Q \wedge \neg P$

$C = \{\underbrace{\{\neg R, \neg Q\}}_{1}, \underbrace{\{R\}}_{2}, \underbrace{\{Q\}}_{3}, \underbrace{\{\neg P\}}_{4}\}$

De 1 y 2 obtengo 5 = {¬Q}

De 5 y 3 obtengo 6 = {}

Luego, $C \vdash \bot$

Luego, $\neg G \vdash \bot$

Luego, $\vdash \sigma$

iii) $\sigma \equiv ((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q)$

$\neg\sigma \equiv \neg(((P \Rightarrow Q) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg(((\neg P \vee Q) \Rightarrow (R \Rightarrow \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg(((\neg P \vee Q) \Rightarrow (\neg R \vee \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg((\neg(\neg P \vee Q) \vee (\neg R \vee \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg(((\neg\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg R \vee \neg Q)) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg(((P \wedge \neg Q) \vee \neg R \vee \neg Q) \Rightarrow \neg(R \wedge Q))$

$\neg(\neg((P \wedge \neg Q) \vee \neg R \vee \neg Q) \vee \neg(R \wedge Q))$

$\neg(\neg((P \wedge \neg Q) \vee \neg R \vee \neg Q) \vee \neg R \vee \neg Q)$

$\neg((\neg(P \wedge \neg Q) \wedge R \wedge Q) \vee \neg R \vee \neg Q)$

$\neg(((\neg P \vee Q) \wedge R \wedge Q) \vee \neg R \vee \neg Q)$

$((P \wedge \neg Q) \vee \neg R \vee \neg Q) \wedge (R \wedge Q)$

$((P \vee \neg R) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \vee \neg Q) \wedge (R \wedge Q)$

$(P \vee \neg R \vee \neg Q) \wedge (\neg Q \vee \neg R) \wedge (R \wedge Q)$

$C = \{\underbrace{\{P, \neg R, \neg Q\}}_{1}, \underbrace{\{\neg Q, \neg R\}}_{2}, \underbrace{\{R\}}_{3}, \underbrace{\{Q\}}_{4}\}$

De 2 y 3 obtengo $5 = \{\neg Q\}$

De 4 y 5 obtengo $6 = \{\}$

Luego, $C \vdash \bot$

Luego, $\neg\sigma \vdash \bot$

Luego, $\vdash \sigma$

Ejercicio 4 ★

Un grupo de amigos quería juntarse a comer en una casa, pero no decidían en cuál. Prevalecían dos propuestas: la casa de Fabiana, que era cómoda y espaciosa, y la de Manuel, más chica pero con un amplio jardín y parrilla al aire libre. Finalmente acordaron basar su elección en el pronóstico del tiempo. Si anunciaban lluvia, se reunirían en la casa de Fabiana; y si no, en la de Manuel (desde ya, la reunión tendría lugar en una sola casa).

Finalmente llegó el día de la reunión, y el grupo se juntó a comer en la casa de Fabiana, pero no llovió.

Utilizar las siguientes proposiciones para demostrar - mediante el método de resolución - que el pronóstico se equivocó (anunció lluvia y no llovió, o viceversa).

P = "El pronóstico anunció lluvia."

F = "El grupo se reúne en la casa de Fabiana."

M = "El grupo se reúne en la casa de Manuel."

L = "Llueve en el día de la reunión."

Ayuda: por la descripción de arriba sabemos que $P \Rightarrow F$, $\neg P \Rightarrow M$ y $\neg(F \wedge M)$, además de que F y $\neg L$ son verdaderas. Pensar en lo que se quiere demostrar para decidir qué pares de cláusulas utilizar.

verdaderas. Pensar en lo que se quiere demostrar para decidir qué pares de cláusulas utilizar.

$T \equiv (P \wedge \neg L) \vee (\neg P \wedge L)$

Las cláusulas que tenemos son $(P \Rightarrow F)$, $(\neg P \Rightarrow M)$, $\neg(F \wedge M)$, F y $\neg L$.

Pasamos a cláusulas:

$G_1 \equiv (P \Rightarrow F) \equiv \neg P \vee F$

$G_2 \equiv (\neg P \Rightarrow M) \equiv P \vee M$

$G_3 \equiv \neg(F \wedge M) \equiv \neg F \vee \neg M$

$G_4 \equiv F$

$G_5 \equiv \neg L$

$C = \{\{\neg P, F\}, \{P, M\}, \{\neg F, \neg M\}, \{F\}, \{\neg L\}\}$

$T \equiv (P \wedge \neg L) \vee (\neg P \wedge L)$ → "El pronóstico se equivocó"

$\neg T \equiv \neg((P \wedge \neg L) \vee (\neg P \wedge L))$

$\neg(P \wedge \neg L) \wedge \neg(\neg P \wedge L)$

$(\neg P \vee L) \wedge (P \vee \neg L)$ → "El pronóstico no se equivocó"

Al agregar esto al CONTEXTO, ahora VEO de usar la OTRA DATA para decir "al final sí se equivocó"

ESTO NO DA ∅? No. Agarro 1 literal x vez.

Si fuera RESOLUCIÓN GRAL se podrían agarrar todos los literales si una cláusula tuviera TODOS NEGATIVOS.

$C_{\neg T} = \{\underbrace{\{\neg P, F\}}_{1}, \underbrace{\{P, M\}}_{2}, \underbrace{\{\neg F, \neg M\}}_{3}, \underbrace{\{F\}}_{4}, \underbrace{\{\neg L\}}_{5}, \underbrace{\{\neg P, L\}}_{6}, \underbrace{\{P, \neg L\}}_{7}\}$

Necesitamos un PLAN: supongamos que el pronóstico no se equivocó. Es decir, anunció lluvia y llovió. Sabemos que si llovía se juntaban en la de FABIANA, se juntaron en la de FABIANA pero no llovió. ABS.

De 6 y 2 (anunció lluvia) obtengo 8 $\{M, L\}$ (*2). De 8 y 3 obtengo 9: $\{\neg F, L\}$ (*3), de 9 y 4 OBTENGO 10: $\{L\}$. De 10 y 5 OBTENGO $\{\}$

→ "no anunció lluvia y llovió"

*2 Si llovió y se juntaron en la de MANUEL es que es FALSO xq se juntaron en la de FABIANA y NO LLOVIÓ. Si llovió fueron a la de FABIANA. Busco ELIMINAR MANUEL

*3 Si llovió y NO se juntaron en la de FABIANA es CONTRADICCIÓN xq el enunciado decía que si llovía iban a la de FABIANA.

Ejercicio 5

Convertir a Forma Normal Negada (NNF) las siguientes fórmulas de primer orden:

I. $\forall X.\forall Y.(\neg Q(X,Y) \Rightarrow \neg P(X,Y))$

II. $\forall X.\forall Y.((P(X,Y) \wedge Q(X,Y)) \Rightarrow R(X,Y))$

III. $\forall X.\exists Y.(P(X,Y) \Rightarrow Q(X,Y))$

En LPO: Elimino $\Rightarrow$, Empujo $\neg$.

i) $\sigma \equiv \forall x . \forall y . (\neg Q(x,y) \Rightarrow \neg P(x,y))$

$\neg\sigma \equiv \neg(\forall x . \forall y . (\neg Q(x,y) \Rightarrow \neg P(x,y)))$

$\neg(\forall x . \forall y . (Q(x,y) \vee \neg P(x,y)))$

$\exists x . \neg\forall y . (Q(x,y) \vee \neg P(x,y))$

$\exists x . \exists y . \neg(Q(x,y) \vee \neg P(x,y))$

$\exists x . \exists y . (\neg Q(x,y) \wedge P(x,y))$

ii) $\sigma \equiv \forall x . \forall y . ((P(x,y) \wedge Q(x,y)) \Rightarrow R(x,y))$

$\neg\sigma \equiv \forall x . \forall y . ((P(x,y) \wedge Q(x,y)) \Rightarrow R(x,y))$

$\neg(\forall x . \forall y . ((P(x,y) \wedge Q(x,y)) \Rightarrow R(x,y)))$

$\neg(\forall x . \forall y (\neg(P(x,y) \wedge Q(x,y)) \vee R(x,y)))$

$\neg(\forall x . \forall y . (\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,y) \vee R(x,y)))$

$\exists x . \neg\forall y . (\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,y) \vee R(x,y))$

$\exists x . \exists y . \neg(\neg P(x,y) \vee \neg Q(x,y) \vee R(x,y))$

$\exists x . \exists y . (P(x,y) \wedge Q(x,y) \wedge \neg R(x,y))$

iii) $\sigma \equiv \forall x . \exists y . (P(x,y) \Rightarrow Q(x,y))$

$\neg\sigma \equiv \neg(\forall x . \exists y . (P(x,y) \Rightarrow Q(x,y)))$

$\neg(\forall x . \exists y . (\neg P(x,y) \vee Q(x,y)))$

$\exists x . \neg\exists y . (\neg P(x,y) \vee Q(x,y))$

$\exists x . \forall y . \neg(\neg P(x,y) \vee Q(x,y))$

$\exists x . \forall y . (P(x,y) \wedge \neg Q(x,y))$

Ejercicio 6 ★

Convertir a Forma Normal de Skolem y luego a Forma Clausal las siguientes fórmulas de primer orden:

I. $\exists X . \exists Y . X < Y$, siendo $<$ un predicado binario usado de forma infija.

II. $\forall X . \exists Y . X < Y$

III. $\forall X . \neg(P(X) \wedge \forall Y . (\neg P(Y) \vee Q(Y)))$

IV. $\exists X . \forall Y . (P(X,Y) \wedge Q(X) \wedge \neg R(Y))$

V. $\forall X . (P(X) \wedge \exists Y . (Q(Y) \vee \forall Z . \exists W . (P(Z) \wedge \neg Q(W))))$

i) $\sigma \equiv \exists x . \exists y . (<(x,y))$

$\exists y . (<(c,y))$

$<(c, f(c))$

ii) $\forall x . \exists y . X < Y$ $\Rightarrow$ VAR LIBRE: X

$\forall x \cdot x < f(x)$

iii) $\forall x \cdot \neg(P(x) \wedge \forall y \cdot (\neg P(y) \vee Q(y)))$

$\forall x \cdot (\neg P(x) \vee \neg \forall y \cdot (\neg P(y) \vee Q(y)))$

$\forall x \cdot (\neg P(x) \vee \exists y \cdot \neg(\neg P(y) \vee Q(y)))$

$\forall x \cdot (\neg P(x) \vee \exists y \cdot (P(y) \wedge \neg Q(y)))$ $\quad T \vee (\exists x \cdot \sigma) \equiv (\exists x \cdot T \vee \sigma)$

$\forall x \cdot (\exists y \cdot (\neg P(x) \vee (P(y) \wedge \neg Q(y))))$

$\forall x \cdot (\neg P(x) \vee (P(f(x)) \wedge \neg Q(f(x))))$

$\forall x \cdot ((\neg P(x) \vee P(f(x))) \wedge (\neg P(x) \vee \neg Q(f(x))))$

$\forall x \cdot (\neg P(x) \vee P(f(x))) \wedge \forall x \cdot (\neg P(x) \vee \neg Q(f(x)))$

$C = \{\{\neg P(x_1), P(f(x_1))\}, \{\neg P(x_2), \neg Q(f(x_2))\}\}$

iv) $\exists x \cdot \forall y \cdot (P(x,y) \wedge Q(x) \wedge \neg R(y))$ ~> YA ESTÁ EN F.N.P

$\forall y \cdot (P(c,y) \wedge Q(c) \wedge \neg R(y))$

$\forall y \cdot P(c,y) \wedge \forall y \cdot Q(c) \wedge \forall y \cdot \neg R(y)$

$C = \{\{P(c,y)\}, \{Q(c)\}, \{\neg R(y)\}\}$

v) $\forall x \cdot (P(x) \wedge \exists y \cdot (Q(y) \vee \forall z \cdot \exists w \cdot (P(z) \wedge \neg Q(w))))$ ESTÁ EN F.N.N

$\forall x \cdot (P(x) \wedge \exists y \cdot (\forall z \cdot \exists w \cdot (Q(y) \vee (P(z) \wedge \neg Q(w)))))$

$\forall x \cdot (\exists y \cdot (\forall z \cdot \exists w \cdot (P(x) \wedge (Q(y) \vee (P(z) \wedge \neg Q(w))))))$ F.N.P

LIBRES: x, $y = f(x)$

$\forall x \cdot \forall z \cdot \exists w \cdot (P(x) \wedge (Q(f(x)) \vee (P(z) \wedge \neg Q(w))))$

LIBRES: x, z

$\forall x \cdot \forall z \cdot (P(x) \wedge (Q(f(x)) \vee (P(z) \wedge \neg Q(g(x,z)))))$ F.N.S

$\forall x \cdot \forall z \cdot (P(x) \wedge (Q(f(x)) \vee P(z)) \wedge (Q(f(x)) \vee \neg Q(g(x,z))))$

$\forall x \cdot \forall z \cdot P(x) \wedge \forall x \cdot \forall z \cdot Q(f(x)) \vee P(z) \wedge \forall x \cdot \forall z \cdot Q(f(x)) \vee \neg Q(g(x,z))$ F.N.C

$C = \{\{P(x_1)\}, \{Q(f(x_2)), P(z_2)\}, \{Q(f(x_3)), \neg Q(g(x_3, z_3))\}\}$ ✓

Ejercicio 7

Para pensar (o jugar):

I. Exhibir una cláusula que arroje un resolvente consigo misma.

II. Exhibir dos cláusulas, cada una con no más de dos literales, que arrojen tres o más resolventes distintos entre sí.

III. Exhibir dos cláusulas que arrojen como resolvente □ si se unifican tres o más términos a la vez, pero no si se unifica solamente un término de cada lado.

Ejercicio 8 ★

La computadora de la policía registró que el Sr. Smullyan no pagó una multa. Cuando el Sr. Smullyan pagó la multa, la computadora grabó este hecho pero, como el programa tenía errores, no borró el hecho que expresaba que no había pagado la multa. A partir de la información almacenada en la computadora, mostrar utilizando resolución que el jefe de gobierno es un espía.

Utilizar los siguientes predicados y constantes: *Pagó*(X) para expresar que X pagó su multa, *Espía*(X) para X

es un espía, **smullyan** para el Sr. Smullyan y **jefeGob** para el jefe de gobierno.

$\{\neg PAGO(SMULLYAN)\}$
$\{PAGO(SMULLYAN)\}$ PUEDO DEDUCIR CUALQUIER COSA

Ejercicio 9 ★

¿Cuáles de las siguientes fórmulas son lógicamente válidas? Demostrar las que lo sean usando resolución.

I. $[\exists X.\forall Y.R(X,Y)] \Rightarrow \forall Y.\exists X.R(X,Y)$

II. $[\forall X.\exists Y.R(X,Y)] \Rightarrow \exists Y.\forall X.R(X,Y)$

III. $\exists X.[P(X) \Rightarrow \forall X.P(X)]$

IV. $\exists X.[P(X) \vee Q(X)] \Rightarrow [\exists X.P(X) \vee \exists X.Q(X)]$

V. $\forall X.[P(X) \vee Q(X)] \Rightarrow [\forall X.P(X) \vee \forall X.Q(X)]$

VI. $[\exists X.P(X) \wedge \forall X.Q(X)] \Rightarrow \exists X.[P(X) \wedge Q(X)]$ ~> BIEN FORMAL.

VII. $\forall X.\exists Y.\forall Z.\exists W.[P(X,Y) \vee \neg P(W,Z)]$

VIII. $\forall X.\forall Y.\forall Z.([\neg P(f(\mathrm{a})) \vee \neg P(Y) \vee Q(Y)] \wedge P(f(Z)) \wedge [\neg P(f(f(X))) \vee \neg Q(f(X))])$

EN LPO, VÁLIDEZ SIGNIFICA QUE $C \vdash \{\}$

EN LP, DEMOSTRABAMOS TAUTOLOGIA

PASO 1: α-EQUIVALENCIA. RECORDAR QUE CUANDO TENGO CTES NO PUEDO ASIGNAR.

i) $\neg\sigma \equiv \neg\left([\exists X.\forall Y.R(X,Y)] \Rightarrow \forall Z.\exists G.R(G,Z)\right)$

$\neg(\neg[\exists X.\forall Y.R(X,Y)] \vee \forall Z.\exists G.R(G,Z))$

$\neg(\forall X.\neg\forall Y.R(X,Y) \vee \forall Z.\exists G.R(G,Z))$ ¿CÓMO PASO LOS CUANTIFICADORES ADELANTE?

$\neg(\forall X.\exists Y.\neg R(X,Y) \vee \forall Z.\exists G.R(G,Z))$

$\neg\forall X.\exists Y.\neg R(X,Y) \wedge \neg\forall Z.\exists G.R(G,Z)$

$*$ $[\exists X.\forall Y.R(X,Y)] \wedge \exists Z.\forall G.\neg R(G,Z)$

$\forall Y.R(c,Y) \wedge \forall G.\neg R(G,w)$ c, w CTE.

$C = \{\underbrace{\{R(c,Y)\}}_{1}, \underbrace{\{\neg R(G,w)\}}_{2}\}$

CONSTANTES: c, w.

MGU $\{R(c,Y) \overset{?}{=} R(G,w)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{c \overset{?}{=} G, Y \overset{?}{=} w\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{G \overset{?}{=} c, Y \overset{?}{=} w\}$

$\xrightarrow[\{G:=c\}]{ELIM} \{Y \overset{?}{=} w\}$

$\xrightarrow[\{Y:=w\}]{ELIM} \emptyset$

MGU: $S_2 \circ S_1$: $\{Y:=w\} \circ \{G:=c\}$ IDEM

$\{Y:=w, G:=c\}$ ✓

$\rightarrow \{R(c,w)\}$ y $\{\neg R(c,w)\}$ da $\{\}$.

Luego, σ es VÁLIDA.

ii) $$\neg\left([\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y)] \Rightarrow \exists w \cdot \forall \sigma \cdot R(w,\sigma)\right)$$

$$\neg\left(\neg[\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y)] \vee \exists w \cdot \forall \sigma \cdot R(w,\sigma)\right)$$

$$\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y) \quad \wedge \quad \forall w \cdot \exists \sigma \cdot \neg R(w,\sigma) \quad \text{F.N.N}$$

$\tau \wedge (\forall x \cdot \sigma) \rightarrow (\forall x \cdot \tau \wedge \sigma)$

$$\forall w \cdot (\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y) \wedge \exists \sigma \cdot \neg R(w,\sigma))$$

$\tau \wedge (\exists x \cdot \sigma) \rightarrow (\exists x \cdot \sigma \wedge \tau)$

$$\forall w \cdot \exists \sigma \cdot ((\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y)) \wedge \neg R(w,\sigma)) \quad \text{F.N.P}$$

Se consigue extrayendo los cuantificadores hacia afuera. Se asume siempre que $X \notin fv(\tau)$

$(\forall x.\ \sigma) \wedge \tau \Rightarrow \forall x.\ (\sigma \wedge \tau) \quad \tau \wedge (\forall x.\ \sigma) \Rightarrow \forall x.\ (\tau \wedge \sigma)$
$(\forall x.\ \sigma) \vee \tau \Rightarrow \forall x.\ (\sigma \vee \tau) \quad \tau \vee (\forall x.\ \sigma) \Rightarrow \forall x.\ (\tau \vee \sigma)$
$(\exists x.\ \sigma) \wedge \tau \Rightarrow \exists x.\ (\sigma \wedge \tau) \quad \tau \wedge (\exists x.\ \sigma) \Rightarrow \exists x.\ (\tau \wedge \sigma)$
$(\exists x.\ \sigma) \vee \tau \Rightarrow \exists x.\ (\sigma \vee \tau) \quad \tau \vee (\exists x.\ \sigma) \Rightarrow \exists x.\ (\tau \vee \sigma)$

$$\forall w \cdot ((\forall x \cdot \exists y \cdot R(x,y)) \wedge \neg R(w, f(w)))$$

$$\forall w \cdot (\forall x \cdot R(x, g(x)) \wedge \neg R(w, f(w))) \quad \text{F.N.S}$$

$$\forall w \cdot \forall x \cdot R(x, g(x)) \wedge \forall w \cdot \neg R(w, f(w))$$

$$C = \{\{\underbrace{R(x, g(x))}_{1}\}, \{\neg \underbrace{R(w, f(w))}_{2}\}\}$$

Por 1 y 2: $\text{MGU}(\{R(x, g(x)) \overset{?}{=} R(w, f(w))\})$

$$\overset{\text{DESC}}{\longrightarrow} \text{MGU}(\{x \overset{?}{=} w,\ g(x) \overset{?}{=} f(w)\})$$

Clash.

iii) $$\neg\sigma \equiv \neg\left(\exists x \cdot [P(x) \Rightarrow \forall y \cdot P(y)]\right)$$

$$\neg\left(\exists x \cdot [\neg P(x) \vee \forall y \cdot P(y)]\right)$$

$$\forall x \cdot (P(x) \wedge \exists y \cdot \neg P(y))$$

$$\forall x \cdot \exists y \cdot (P(x) \wedge \neg P(y))$$

$$\forall x \cdot (P(x) \wedge \neg P(f(x)))$$

$$\forall x \cdot P(x) \wedge \forall x \cdot \neg P(f(x))$$

$$C = \{\{P(x_1)\}, \{\neg P(f(x_2))\}\}$$

$\text{MGU}: \{x_1 := f(x_2)\}$ obtengo $\emptyset$

Luego σ es VÁLIDA pues $\neg\sigma$ es insat.

iv) $$\neg\sigma \equiv \neg\left(\exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \Rightarrow [\exists y \cdot P(y) \vee \exists z \cdot Q(z)]\right)$$

$$\equiv \neg\left(\neg(\exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)]) \vee [\exists y \cdot P(y) \vee \exists z \cdot Q(z)]\right)$$

$$\equiv \exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge [\forall y \cdot \neg P(y) \wedge \forall z \cdot \neg Q(z)]$$

$$\equiv \exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge \forall y \cdot (\neg P(y) \wedge \forall z \cdot \neg Q(z))$$

$$\equiv \exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge (\forall y \cdot \forall z \cdot \neg P(y) \wedge \neg Q(z))$$

$$\equiv \exists x \cdot ((P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall y \cdot \forall z (\neg P(y) \wedge \neg Q(z)))$$

$\equiv \exists x \cdot \forall y \cdot \forall z \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg P(y) \wedge \neg Q(z)$

$\equiv \forall y \cdot \forall z \cdot (P(c) \vee Q(c)) \wedge \neg P(y) \wedge \neg Q(z)$

$\equiv \forall y \cdot \forall z \cdot P(c) \vee Q(c) \wedge \forall y \cdot \forall z \cdot \neg P(y) \wedge \forall y \cdot \forall z \cdot \neg Q(z)$

$C = \{\{P(c), Q(c)\}, \{\neg P(y_2)\}, \{\neg Q(z_3)\}\}$

MGU: $\{y_2 := c, z_3 := c\}$ NES $\emptyset$

Luego, es VÁLIDA

$\neg(\neg(\exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)]) \vee [\exists x \cdot P(x) \vee \exists x \cdot Q(x)])$

$\exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge \neg[\exists x' \cdot P(x') \vee \exists x'' \cdot Q(x'')]$

$\exists x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge [\forall x' \cdot \neg P(x') \wedge \forall x'' \cdot \neg Q(x'')]$

Lobaris: ⊙

$P(c) \vee Q(c) \wedge \forall x' \cdot \neg P(x') \wedge \forall x'' \cdot \neg Q(x'')$

$C = \{\underbrace{\{P(c), Q(c)\}}_{1}, \{\underbrace{\neg P(x_2)}_{2}\}, \{\underbrace{\neg Q(x_3)}_{3}\}\}$

MGU: $\{P(c) \stackrel{?}{=} P(x_2)\}$ 1 y 2

DEC

Forma normal conjuntiva

Exactamente igual como en lógica proposicional. La diferencia es que ahora tenemos que empujar los cuantificadores universales hacia adentro.

1. Distribuimos $\vee$ sobre $\wedge$:
   a. $\sigma \vee (\tau \wedge \rho) \rightarrow (\sigma \vee \tau) \wedge (\sigma \vee \rho)$
   b. $(\sigma \wedge \tau) \vee \rho \rightarrow (\sigma \vee \rho) \wedge (\tau \vee \rho)$
2. Empujamos cuantificadores a cada cláusula: $\forall X.\forall Z.(P(X,Z) \wedge \neg P(f(X),X)) \rightarrow \forall X.\forall Z.P(X,Z) \wedge \forall X.\forall Z.\neg P(f(X),X)$

De 4 y 3:

MGU $\{Q(c) \stackrel{?}{=} Q(x_3)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{c \stackrel{?}{=} x_3\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{x_3 \stackrel{?}{=} c\}$

$\xrightarrow[\{x_3 := c\}]{ELIM} \emptyset$

MGU: $\{x_3 := c\}$

Luego, obtenemos: $\{\}$ $(\{Q(x_3)\}, \{\neg Q(x_3)\})$

Luego, es VÁLIDA

V) $\neg\sigma \equiv \neg(\forall x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \Rightarrow [\forall w \cdot P(w) \vee \forall G \cdot Q(G)])$

$\equiv \neg(\neg(\forall x \cdot [P(x) \vee Q(x)]) \vee [\forall w \cdot P(w) \vee \forall G \cdot Q(G)])$

$\equiv \forall x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge (\exists w \cdot \neg P(w) \wedge \exists G \cdot \neg Q(G))$

$\equiv \forall x \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge (\exists w \cdot (\neg P(w) \wedge \exists G \cdot \neg Q(G)))$

$\equiv \forall x \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \exists w \cdot \exists G \cdot (\neg P(w) \wedge \neg Q(G))$

$\equiv \forall x \cdot ((P(x) \vee Q(x)) \wedge \exists w \cdot \exists G \cdot (\neg P(w) \wedge \neg Q(G)))$

$\equiv \forall x \cdot \exists w \cdot \exists G \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg P(w) \wedge \neg Q(G)$

$\equiv \forall x \cdot \exists G \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg P(f(x)) \wedge \neg Q(G)$

$\equiv \forall x \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \neg P(f(x)) \wedge \neg Q(g(x))$

$\equiv \forall x \cdot (P(x) \vee Q(x)) \wedge \forall x \cdot \neg P(f(x)) \wedge \forall x \cdot \neg Q(g(x))$

$C = \{\{P(x_1), Q(x_1)\}, \{\neg P(f(x_2))\}, \{\neg Q(g(x_3))\}\}$

MGU $(\{P(x_1) \stackrel{?}{=} P(f(x_2)), Q(x_1) \stackrel{?}{=} Q(g(x_3))\})$

$\xrightarrow{DEC}$ MGU $(\{x_1 \stackrel{?}{=} f(x_2), x_1 \stackrel{?}{=} g(x_3)\})$

$\xrightarrow{ELIM}$ MGU $(\{f(x_2) \stackrel{?}{=} g(x_3)\})$ ✓

CLASH ✓

$\neg(\neg(\forall x \cdot [P(x) \vee Q(x)]) \vee [\forall w \cdot P(w) \vee \forall G \cdot Q(G)])$

$\forall x [P(x) \vee Q(x)] \wedge \neg[\forall w \cdot P(w) \vee \forall G \cdot Q(G)]$

$\forall x [P(x) \vee Q(x)] \wedge [\exists w \cdot \neg P(w) \wedge \exists G \cdot \neg Q(G)]$ F.N.N

$\forall x \cdot [P(x) \vee Q(x)] \wedge \neg P(c) \wedge \neg Q(T)$ FNS/FNP

$\forall x [P(x) \vee Q(x)] \wedge \forall x \cdot \neg P(c) \wedge \forall x \cdot \neg Q(T)$ FNC

¿Está bien o me comí algo?

$C = \{\{P(x_1), Q(x_1)\}, \{\neg P(c)\}, \{\neg Q(T)\}\}$

De 1 y 2

MGU: $\{P(x_1) \stackrel{?}{=} P(c)\}$ CTES: c, T

$\xrightarrow{DEC} \{x_1 \stackrel{?}{=} c\}$ VAR: x_1

$\xrightarrow[\{x_1 := c\}]{ELIM} \emptyset$

MGU: $\{x_1 := c\}$ → obtengo 4: $\{Q(c)\}$

De 3 y 4:

MGU $\{Q(c) \stackrel{?}{=} Q(T)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{c \stackrel{?}{=} T\}$

CLASH.

Luego, σ NO es VÁLIDA

Vi) $\neg([\exists x \cdot P(x) \wedge \forall y \cdot Q(y)] \Rightarrow \exists z \cdot [P(z) \wedge Q(z)])$

$\neg(\neg[\exists x \cdot P(x) \wedge \forall y \cdot Q(y)] \vee \exists z \cdot [P(z) \wedge Q(z)])$

$\neg([\forall x \cdot \neg P(x) \vee \exists y \cdot \neg Q(y)] \vee \exists z \cdot [P(z) \wedge Q(z)])$

$[\exists x \cdot P(x) \wedge \forall y \cdot Q(y)] \wedge \neg \exists z \cdot [P(z) \wedge Q(z)]$

$[\exists x \cdot P(x) \wedge \forall y \cdot Q(y)] \wedge \forall z \cdot [\neg P(z) \vee \neg Q(z)]$

$[\exists x \forall y \cdot Q(y) \wedge P(x)] \wedge \forall z \cdot [\neg P(z) \vee \neg Q(z)]$? $\rightsquigarrow$ $(\exists x \cdot G) \wedge T$ $\exists x \cdot [(\forall y \cdot Q(y) \wedge P(x)) \wedge (\forall z \cdot [\neg P(z) \vee Q(z)])]$

$[\forall y \cdot Q(y) \wedge P(c)] \wedge \forall z \cdot [\neg P(z) \vee \neg Q(z)]$

$\forall y \cdot Q(y) \wedge \forall y \cdot P(c) \wedge \forall z \cdot [\neg P(z) \vee \neg Q(z)]$ CTES: c

$C = \{\{Q(y_1)\}, \{P(c)\}, \{\neg P(z_2), \neg Q(z_2)\}\}$ ✓ VAR: y_1, z_2

RES BINARIA

De 2 y 3

$MGU\{P(c) \overset{?}{=} P(z_2)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{c \overset{?}{=} z_2\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{z_2 \overset{?}{=} c\}$

$\xrightarrow[\{z_2::=c\}]{ELIM} \emptyset$

$MGU: \{z_2::=c\}$ → OBTENEMOS 4 : $\{\neg Q(c)\}$

De 1 y 4

$MGU: \{Q(y_1) \overset{?}{=} Q(c)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{y_1 \overset{?}{=} c\}$

$\xrightarrow[\{y_1::=c\}]{ELIM} \emptyset$

$MGU: \{y_1::=c\}$ OBTENEMOS: $\{\}$

$S = \{y_1::=c\} \circ \{z_2::=c\} = \{y_1::=c, z_2::=c\}$

Luego, 6 es VÁLIDA.

RES GRAL:

$MGU\{P(c) \overset{?}{=} P(z_2), Q(y_1) \overset{?}{=} Q(z_2)\}$

$\xrightarrow{DEC} MGU(\{c \overset{?}{=} z_2, y_1 \overset{?}{=} z_2\})$

$\xrightarrow{SWAP} MGU(\{z_2 \overset{?}{=} c, y_1 \overset{?}{=} z_2\})$

$\xrightarrow[\{z_2::=c\}]{ELIM} MGU(\{y_1 \overset{?}{=} c\})$

$\xrightarrow[\{y_1::=c\}]{ELIM} \emptyset$

$S = \{y_1::=c\} \circ \{z_2::=c\} = \{y_1::=c, z_2::=c\}$

Luego, es VÁLIDA

vii) $\neg(\forall x \cdot \exists y \cdot \forall z \cdot \exists w \cdot [P(x,y) \vee \neg P(w,z)])$

$\exists x \cdot \forall y \cdot \exists z \cdot \forall w \cdot \neg P(x,y) \wedge P(w,z)$ FNN, FNP

$\forall y \cdot \exists z \cdot \forall w \cdot \neg P(c,y) \wedge P(w,z)$ $\{x::=c\}$

$\forall y \cdot \forall w \cdot \neg P(c,y) \wedge P(w,f(y))$ FNS $\{z::=f(y)\}$

$\forall y \cdot \forall w \cdot \neg P(c,y) \wedge \forall y \cdot \forall w \cdot P(w,f(y))$ CTES: c

VAR: y, w

$C = \{\underbrace{\{\neg P(c,y_1)\}}_{1}, \underbrace{\{P(w_2, f(y_2))\}}_{2}\}$

De 1 y 2

$MGU(\{P(w_2,f(y_2)) \overset{?}{=} P(c,y_1)\})$

$\xrightarrow{DEC} MGU(\{w_2 \overset{?}{=} c, f(y_2) \overset{?}{=} y_1\})$

$\xrightarrow{SWAP} MGU(\{w_2 \overset{?}{=} c, y_1 \overset{?}{=} f(y_2)\})$

$\xrightarrow[\{w_2::=c\}]{ELIM} MGU(\{y_1 \overset{?}{=} f(y_2)\})$

$\xrightarrow[\{y_1::=f(y_2)\}]{ELIM} \emptyset$

$S = \{y_1::=f(y_2)\} \circ \{w_2::=c\} = \{y_1::=f(y_2), w_2::=c\}$

Ejercicio 11 ★

Dadas las siguientes cláusulas:

1 ▪ $\{P(X), \neg P(X), Q(\mathrm{a})\}$
2 ▪ $\{P(X), \neg Q(Y), \neg R(X, Y)\}$
3 ▪ $\{\neg P(X, X, Z), \neg Q(X, Y), \neg Q(Y, Z)\}$
4 ▪ $\{M(1, 2, X)\}$

I. ¿Cuáles son cláusulas de Horn?

II. Para cada cláusula de Horn indicar si es una cláusula de definición (hecho o regla) o una cláusula objetivo.

III. Dar, para cada cláusula, la fórmula de primer orden que le corresponde.

i) Las cláusulas de HORN se separan en 2 TIPOS:

- DEFINICIÓN : { ≤1 POS, * NEG } — HECHO: 1 POS 0 NEG / REGLA: 1 POS, * NEG
- OBJETIVO: { 0 POS, * NEG } → CLÁUSULA OBJETIVO.

La 2, la 3 y la 4.

ii) 2: REGLA.

3: CLÁUSULA OBJETIVO

4: HECHO

iii) 2: $\forall X . \forall Y . (Q(Y) \wedge R(X,Y) \Rightarrow P(X))$ ✓

3: $\exists X . \exists Y . \exists Z . (P(X,X,Z) \wedge Q(X,Y) \wedge Q(Y,Z))$ ✓

4: $\forall X . M(1,2,X)$ ✓

Para verificar PASAR A CLÁUSULA DE VUELTA.

Ejercicio 12 ★

Indicar cuáles de las siguientes condiciones son necesarias para que una demostración por resolución sea SLD.

- ✓ Realizarse de manera lineal (utilizando en cada paso el resolvente obtenido en el paso anterior).
- ✓ Utilizar únicamente cláusulas de Horn.
- Utilizar cada cláusula a lo sumo una vez.
- ✓ Empezar por una cláusula objetivo (sin literales positivos).
- Empezar por una cláusula que provenga de la negación de lo que se quiere demostrar.
- Recorrer el espacio de búsqueda de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha.
- ✓ Utilizar la regla de resolución binaria en lugar de la general.

Ejercicio 13 ★

$\forall$ $\exists$

Alan es un robot japonés. Cualquier robot que puede resolver un problema lógico es inteligente. Todos los robots japoneses pueden resolver todos los problemas de esta práctica. Todos los problemas de esta práctica son lógicos. Existe al menos un problema en esta práctica. ¿Quién es inteligente? Encontrarlo utilizando resolución SLD y composición de sustituciones.

Utilizar los siguientes predicados y constantes: $R(X)$ para expresar que X es un robot, $Res(X,Y)$ para X puede resolver Y, $PL(X)$ para X es un problema lógico, $Pr(X)$ para X es un problema de esta práctica, $I(X)$ para X es inteligente, $J(X)$ para X es japonés y la constante alan para Alan.

DATA IMPORTANTE:

CUALQUIER: $\forall$

UN: $\exists$

$\forall Y. PR(Y) \Rightarrow RES(X,Y)$ = si es de ESTA PRÁCTICA lo puede resolver.

"$\underbrace{\text{Todos los robots japoneses}}_{\forall x\, R(x) \wedge J(x)}$ pueden resolver $\underbrace{\text{los problemas}}_{\forall Y}$ de $\underbrace{\text{esta práctica}}_{\forall Y. PR(Y)}$"

VAR o FUNCIÓN

no vale P(P...) POR SINTAXIS: $P(t_1, \dots, t_m)$

$ROBOT(ALAN) \wedge J(ALAN)$ -> ALAN ES UN ROBOT JAPONÉS.

¿VA lo de $J(ROBOT(ALAN))$? NO. Es METAPRED.

$\forall X. (R(X) \wedge [\exists Y. (RES(X,Y) \wedge PL(Y))] \Rightarrow I(X))$ "TODO ROBOT QUE PUEDA RESOLVER UN PROBLEMA LÓGICO ES INTELIGENTE"

$\forall X. (R(X) \wedge J(X) \Rightarrow \forall Y. [PR(Y) \Rightarrow RES(X,Y)])$ "TODO ROBOT JAPONÉS PUEDE RESOLVER TODOS LOS PROBLEMAS DE ESTA PRÁCTICA"

si es de ESTA, es lógico.

si es de ESTA, lo puede resolver.

$\forall X. (PR(X) \Rightarrow PL(X))$ "TODO PROBLEMA DE ESTA PRÁCTICA ES LÓGICO"

$\exists X. (PR(X))$ "EXISTE AL MENOS UN PROBLEMA EN ESTA PRÁCTICA"

$?I(X)$ "¿QUIÉN ES INTELIGENTE?" -> ALAN

Existe al menos un problema de esta práctica

Todos los ROBOTS JAPONESES pueden resolver TODOS los problemas de ESTA PRÁCTICA.

Cualquier robot que puede resolver un problema lógico es INTELIGENTE.

Todos los problemas de esta práctica son lógicos

=> Alan es UN ROBOT JAPONÉS (ENT. es INTELIGENTE xq RESUELVE TODOS LOS PROBLEMAS DE ESTA PRÁCTICA, Y SON LÓGICOS)

1: {ROBOT(ALAN)}

2. {JAPONES(ALAN)}

$\forall X. (R(X) \wedge [\exists Y. (RES(X,Y) \wedge PL(Y))] \Rightarrow I(X))$

$\forall X. (\neg(R(X) \wedge [\exists Y. (RES(X,Y) \wedge PL(Y))]) \vee I(X))$

$\forall X. (\neg R(X) \vee \forall Y. (\neg RES(X,Y) \vee \neg PL(Y)) \vee I(X))$ FNN

$\forall X. ([\forall Y. (\neg R(X) \vee (\neg RES(X,Y) \vee \neg PL(Y)))] \vee I(X))$

RDO: TODA FÓRMULA PASADA A CLAUSAL DICE LO MISMO QUE LA FÓRMULA ANTES DE PASARLA.

$\forall x \cdot \forall y \cdot (\neg R(x) \vee \neg RES(x,y) \vee \neg PL(y) \vee I(x))$ FNP, FNS, FNC

$3: \{\neg R(x_3), \neg RES(x_3, y_3), \neg PL(y_3), I(x_3)\}$ FC

$\forall x \cdot (R(x) \wedge J(x) \Rightarrow \forall y \cdot [PR(y) \Rightarrow RES(x,y)])$

$\forall x \cdot (\neg(R(x) \wedge J(x)) \vee \forall y \cdot [\neg PR(y) \vee RES(x,y)])$

$\forall x \cdot (\neg R(x) \vee \neg J(x) \vee \forall y \cdot [\neg PR(y) \vee RES(x,y)])$ F.N.N

$\forall x \cdot (\neg R(x) \vee (\forall y \cdot (\neg J(x) \vee (\neg PR(y) \vee RES(x,y)))))$

$\forall x \cdot \forall y \cdot (\neg R(x) \vee \neg J(x) \vee \neg PR(y) \vee RES(x,y))$ F.N.P, F.N.S, F.N.C

$4: \{\neg R(x_4), \neg J(x_4), \neg PR(y_4), RES(x_4, y_4)\}$ F.C

$\forall x \cdot (PR(x) \Rightarrow PL(x))$

$\forall x \cdot (\neg PR(x) \vee PL(x))$ F.N.N, F.N.P, F.N.S, F.N.C

$5: \{\neg PR(x_5), PL(x_5)\}$ F.C

$\exists x \cdot (PR(x))$ F.N.N, F.N.P

$PR(c)$ F.N.S, F.N.C

$6: \{PR(c_6)\}$ F.C

$T: I(x)$ ⇝ Algún x es INTELIGENTE

$\neg T: \neg I(x)$

$7: \{\neg I(x_7)\}$ ⇝ No hay nadie que sea INTELIGENTE.

PLAN: Cualquier robot que puede resolver un problema lógico es INTELIGENTE.

Todos los problemas de esta práctica son lógicos

Todos los ROBOTS JAPONESES pueden resolver TODOS los problemas de ESTA PRÁCTICA.

Existe al menos un problema en esta práctica.

Como TODOS los ROBOTS JAPONESES PUEDEN RESOLVER TODOS LOS PROBLEMAS DE ESTA PRÁCTICA (SON TODOS LÓGICOS) y

SI UN ROBOT es INTELIGENTE si resuelve problemas lógicos entonces ALAN ROBOT JAPONÉS es INTELIGENTE.

∃ ALGUNOS UNO.

$1: \{R(ALAN)\}$

$2. \{J(ALAN)\}$

$3: \{\neg R(x_3), \neg RES(x_3, y_3), \neg PL(y_3), I(x_3)\} \equiv \forall x \cdot \forall y \cdot (R(x) \wedge RES(x,y) \wedge PL(y) \Rightarrow I(x))$

$4: \{\neg R(x_4), \neg J(x_4), \neg PR(Y_4), RES(x_4,Y_4)\} \equiv \forall x \cdot \forall y \cdot (R(x) \wedge J(x) \wedge PR(y) \Rightarrow RES(x,y))$

$5: \{\neg PR(x_5), PL(x_5)\} \equiv \forall x \cdot (PR(x) \Rightarrow PL(x))$

$6: \{PR(c_6)\}$

$7: \{\neg I(x_7)\} \equiv \exists x \cdot (I(x))$

Busco cómo es inteligente.

7 y 3: MGU: $\{I(x_3) \overset{?}{=} I(x_7)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{x_7 \overset{?}{=} x_3\}$

$\xrightarrow[\{x_7:=x_3\}]{ELIM} \emptyset$

MGU: $\{x_7:=x_3\}$ Busco problema, demuestro q si lo resuelve alguien es inteligente.

OBTENGO 8: $\{\neg R(x_3), \neg RES(x_3,y_3), \neg PL(y_3)\}$

8 y 5: MGU: $\{PL(y_3) \overset{?}{=} PL(x_5)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{y_3 \overset{?}{=} x_5\}$

$\xrightarrow[\{y_3:=x_5\}]{ELIM} \emptyset$ Veo si es problema de práctica

MGU: $\{y_3:=x_5\}$

OBTENGO 9: $\{\neg R(x_3), \neg RES(x_3,x_5), \neg PR(x_5)\}$

1. "Todo robot que pueda resolver un problema lógico es inteligente"
2. "Todo problema de esta práctica es lógico"
3. "Existe al menos un problema en esta práctica"
4. "Todo robot japonés puede resolver todos los problemas de esta práctica"

Alan es un robot japonés.

$\Rightarrow$ Alan es inteligente

9 y 6: MGU: $\{PR(x_5) \overset{?}{=} PR(c_6)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{x_5 \overset{?}{=} c_6\}$

$\xrightarrow[\{x_5:=c_6\}]{ELIM} \emptyset$ $\rightarrow$ Problema práctica lógico particular. Busco quién resuelve.

MGU: $\{x_5:=c_6\}$

OBTENGO 10: $\{\neg R(x_3), \neg RES(x_3, c_6)\}$ $\Rightarrow$ Busco quién resuelve problema lógico

10 y 4: MGU $\{RES(x_3,c_6) \overset{?}{=} RES(x_4,Y_4)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{x_3 \overset{?}{=} x_4, c_6 \overset{?}{=} y_4\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{x_3 \overset{?}{=} x_4, y_4 \overset{?}{=} c_6\}$

$\xrightarrow[\{x_3:=x_4\}]{ELIM} \{y_4 \overset{?}{=} c_6\}$

$\xrightarrow[\{y_4:=c_6\}]{ELIM} \emptyset$ MGU: $\{y_4:=c_6\} \circ \{x_3:=x_4\}$

MGU: $\{y_4:=c_6, x_3:=x_4\}$

OBTENGO 11: $\{\neg R(x_4), \neg J(x_4), \neg PR(c_6)\}$

11 y 6: OBTENGO 12: $\{\neg R(x_4), \neg J(x_4)\}$

trivial

$PR(c_6) \rightarrow$ MGU: $\{c_6:=c_6\}$

12 y 1: MGU $\{R(x_4) \overset{?}{=} R(ALAN)\}$

DEC
$\to \{X_4 \stackrel{?}{=} ALAN\}$

ELIM
$\xrightarrow{\{X_4 := ALAN\}} \emptyset$

$MGU: \{X_4 := ALAN\}$

OBTENGO 13: $\{\neg J(ALAN)\}$

13 y 2: $MGU\{J(ALAN) \stackrel{?}{=} J(ALAN)\}$

TRIVIAL. ALAN = ALAN.

COMPOSICIÓN: $\{X_4 := ALAN\} \circ \{Y_4 := C_6, X_3 := X_4\} \circ \{X_5 := C_6\} \circ \{Y_3 := X_5\} \circ \{X_7 := X_3\}$ X_7 DEBERÍA SER ALAN.

$= \quad \dots \quad \circ \{Y_3 := X_5, X_7 := X_3\}$

$= \quad \dots \quad \circ \{X_5 := C_6, Y_3 := C_6, X_7 := X_3\}$

$= \quad \dots \quad \{Y_4 := C_6, X_3 := X_4, X_5 := C_6, Y_3 := C_6, X_7 := X_4\}$

$= \{X_4 := ALAN, Y_4 := C_6, X_3 := ALAN, X_5 := C_6, Y_3 := C_6, \underbrace{X_7 := ALAN}_{RTA.}\}$

FUE SLD xq:

- FUE lineal, usé siempre OBJETIVO + DEF.
- Fue BINARIA, dos cláusulas a la vez.
- Eran CLAUSULAS de HORN.
- Empecé con OBJETIVO.

Ejercicio 14 ★

Sean las siguientes cláusulas (en forma clausal), donde *suma* y *par* son predicados, *suc* es una función y *cero* una constante:

1. $\{\neg suma(X, Y, Z), suma(X, suc(Y), suc(Z))\}$ 2. $\{suma(X, cero, X)\}$ 3. $\{\neg suma(X, X, Y), par(Y)\}$

Demostrar utilizando resolución que suponiendo (1), (2), (3) se puede probar *par(suc(suc(cero)))*. Si es posible, aplicar resolución SLD. En caso contrario, utilizar resolución general. Mostrar en cada aplicación de la regla de resolución la sustitución utilizada.

1. $\{\neg SUMA(X_1, Y_1, Z_1), SUMA(X_1, SUC(Y_1), SUC(Z_1))\} \equiv \forall X . \forall Y . \forall Z . (SUMA(X, Y, Z) \Rightarrow SUMA(X, SUC(Y), SUC(Z)))$

2. $\{SUMA(X_2, CERO, X_2)\}$: $\forall X . (SUMA(X, CERO, X))$ ⇝ SUMAR 0 a X DA X. Si agrego 1 a Y eso el RESULTADO TMB incrementa en 1.

3. $\{\neg SUMA(X_3, X_3, Y_3), PAR(Y_3)\}$: $\forall X . \forall Y . (SUMA(X, X, Y) \Rightarrow PAR(Y))$ ⇝ SUMAR DOS NÚMEROS $\overset{\text{IGUALES}}{}$ DA PAR.

$\neg T$: $\neg(PAR(SUC(SUC(CERO))))$ → 2 NO ES PAR.

4. $\{\neg PAR(SUC(SUC(CERO)))\}$

PLAN: Si $2 \stackrel{\equiv SUC(SUC(CERO))}{}$ NO es par, por la cláusula 3 sabemos que entonces no existirá UN PAR de números iguales que dé SUC(SUC(CERO)). Pero SUMA(SUC(CERO), SUC(CERO), X) son iguales, a ambos les sumo 0 y es PAR.

$Y \wedge 3$: $MGU\{PAR(SUC(SUC(CERO))) \stackrel{?}{=} PAR(Y_3)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{SUC(SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} Y_3\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{Y_3 \stackrel{?}{=} SUC(SUC(CERO))\}$

$\xrightarrow{ELIM} \emptyset$

$\{Y_3 := SUC(SUC(CERO))\}$

$MGU: \{Y_3 := SUC(SUC(CERO))\}$

OBTENGO 5: $\{\neg SUMA(X_3, X_3, SUC(SUC(CERO)))\}$

$5 \wedge 1$: $MGU\{SUMA(X_3, X_3, SUC(SUC(CERO))) \stackrel{?}{=} SUMA(X_1, SUC(Y_1), SUC(Z_1))\}$

$\xrightarrow{DEC} \{X_3 \stackrel{?}{=} X_1, X_3 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1), SUC(SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} SUC(Z_1)\}$

$\xrightarrow{ELIM} \{X_1 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1), SUC(SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} SUC(Z_1)\}$

$\{X_3 := X_1\}$

$\xrightarrow{DEC} \{X_1 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1), SUC(CERO) \stackrel{?}{=} Z_1\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{Z_1 \stackrel{?}{=} SUC(CERO), X_1 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1)\}$

$\xrightarrow{ELIM} \{X_1 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1)\}$

$\{Z_1 := SUC(CERO)\}$

$\xrightarrow{ELIM} \emptyset$

$\{X_1 := SUC(Y_1)\}$

$MGU: \{X_1 := SUC(Y_1)\} \circ \{Z_1 := SUC(CERO)\} \circ \{X_3 := X_1\}$

$\{X_1 := SUC(Y_1), Z_1 := SUC(CERO), X_3 := SUC(Y_1)\}$

OBTENEMOS 6: $\{\neg SUMA(SUC(Y_1), Y_1, SUC(CERO))\}$

$6 \wedge 2$: $MGU: \{SUMA(SUC(Y_1), Y_1, SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} SUMA(X_2, CERO, X_2)\}$

$\xrightarrow{DEC} \{SUC(Y_1) \stackrel{?}{=} X_2, Y_1 \stackrel{?}{=} CERO, SUC(CERO) \stackrel{?}{=} X_2\}$

$\xrightarrow{SWAP} \{X_2 \stackrel{?}{=} SUC(Y_1), Y_1 \stackrel{?}{=} CERO, X_2 \stackrel{?}{=} SUC(CERO)\}$

$\xrightarrow{ELIM} \{X_2 \stackrel{?}{=} SUC(CERO), X_2 \stackrel{?}{=} SUC(CERO)\}$

$\{Y_1 := CERO\}$

$\xrightarrow{ELIM}$

$\{X_2 := SUC(CERO)\}$

$MGU: \{X_2 := SUC(CERO), Y_1 := CERO\}$

OBTENGO: $\{\}$ $(\neg SUMA(SUC(CERO), CERO, SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} SUMA(SUC(CERO), CERO, SUC(CERO)))$

$S = \{X_2 := SUC(CERO), Y_1 := CERO\} \circ \{X_1 := SUC(Y_1), Z_1 := SUC(CERO), X_3 := SUC(Y_1)\} \circ \{Y_3 := SUC(SUC(CERO))\}$

$= \{X_2 := SUC(CERO), Y_1 := CERO\} \circ \{X_1 := SUC(Y_1), Z_1 := SUC(CERO), X_3 := SUC(Y_1), Y_3 := SUC(SUC(CERO))\}$

$= \{X_2 := \text{SUC(CERO)}, Y_1 := \text{CERO}, X_1 := \text{SUC(CERO)}, Z_1 := \text{SUC(CERO)}, \underline{X_3 := \text{SUC(CERO)}}, Y_3 := \text{SUC(SUC(CERO))}\}$

RTA: $\underbrace{\text{SUC(CERO)}}_{X_3} + \underbrace{\text{SUC(CERO)}}_{X_3}$ da SUC(SUC(CERO)) son iguales, da 2 y es PAR.

Ejercicio 16 ★

Un lógico estaba sentado en un bar cuando se le ocurrió usar el método de resolución para demostrar el teorema del bebedor: siempre que haya alguien en el bar, habrá allí alguien tal que, si está bebiendo, todos en el bar están bebiendo. Sin embargo, el lógico en cuestión había bebido demasiado y la prueba no le salió muy bien. Esto fue lo que escribió en una servilleta del bar:

Teorema del bebedor:	$[(\exists X.\mathtt{enBar}(X)) \Rightarrow \exists Y.(\mathtt{enBar}(Y) \wedge (\mathtt{bebe}(Y) \Rightarrow \forall Z.(\mathtt{enBar}(Z) \Rightarrow \mathtt{bebe}(Z))))]$
Elimino implicaciones:	$(\neg\exists X.\mathtt{enBar}(X)) \vee \exists Y.(\mathtt{enBar}(Y) \wedge (\neg\mathtt{bebe}(Y) \vee \forall Z.(\neg\mathtt{enBar}(Z) \vee \mathtt{bebe}(Z))))$
Skolemizo:	$(\neg\mathtt{enBar}(c)) \vee (\mathtt{enBar}(k) \wedge (\neg\mathtt{bebe}(k) \vee \forall Z.(\neg\mathtt{enBar}(Z) \vee \mathtt{bebe}(Z))))$
Paso a Forma Clausal:	1. $\{\neg\mathtt{enBar}(c)\}$ 2. $\{\mathtt{enBar}(k)\}$ 3. $\{\neg\mathtt{bebe}(k)\}$ 4. $\{\neg\mathtt{enBar}(Z), \mathtt{bebe}(Z)\}$

Aplico resolución:

De 3 y 4 con $\sigma = \{k \leftarrow Z\}$:

5. $\{\neg\mathtt{enBar}(Z)\}$

De 5 y 1 con $\sigma = \{Z \leftarrow c\}$:

$\square$

a) Identificar los 5 errores cometidos en la demostración. (La fórmula original es correcta, notar que salteó pasos importantes e hizo mal otros).

b) Demostrar el teorema de manera correcta, usando resolución.

c) Indicar si la resolución utilizada en el punto b es o no SLD. Justificar.

a) ERROR 1: No niega lo que quiere DEMOSTRAR. Resolución es POR REFUTACIÓN.

ERROR 2 $\neg\exists x.\text{ENBAR}(x)$ NO es $\neg\text{ENBAR}(c)$, sería $\forall x.\neg\text{ENBAR}(x)$.

ERROR 3: No pasó a F.N.P. Por eso se equivocó en la FÓRMULA CLAUSAL.

El $(\neg\text{BEBE}(k) \vee \forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z)))$ DEBERÍA ser: $\forall z.(\neg\text{BEBE}(k) \vee (\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z)))$

y su cláusula sería: $\{\neg\text{BEBE}(k), \neg\text{ENBAR}(z), \text{BEBE}(z)\}$ y no separadas en 3 y 4.

ERROR 4: En $\{k \leftarrow Z\}$ está asignando un valor a una CTE. Debería haber hecho SWAP.

ERROR 5: 5 y 1 no unifican. Ambas están negadas.

$\neg G \equiv \neg[(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \Rightarrow (\exists y.(\text{ENBAR}(y) \wedge (\text{BEBE}(y) \Rightarrow \forall z.(\text{ENBAR}(z) \Rightarrow \text{BEBE}(z)))))]$

$\neg[\neg(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \vee \exists y.(\text{ENBAR}(y) \wedge (\neg\text{BEBE}(y) \vee \forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z))))]$

$[(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \neg\exists y.(\text{ENBAR}(y) \wedge (\neg\text{BEBE}(y) \vee \forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z))))]$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.\neg(\text{ENBAR}(y) \wedge (\neg\text{BEBE}(y) \vee \forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z))))]$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee \neg(\neg\text{BEBE}(y) \vee \forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z))))]$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\text{BEBE}(y) \wedge \neg\forall z.(\neg\text{ENBAR}(z) \vee \text{BEBE}(z))))]$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\text{BEBE}(y) \wedge \exists z.(\text{ENBAR}(z) \wedge \neg\text{BEBE}(z))))]$ F.N.N $\tau \wedge \exists x:\sigma$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\exists z.(\text{BEBE}(y) \wedge (\text{ENBAR}(z) \wedge \neg\text{BEBE}(z)))))]$ $\tau \vee \exists z$

$(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\exists z.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\text{BEBE}(y) \wedge (\text{ENBAR}(z) \wedge \neg\text{BEBE}(z)))))]$ $\exists x:\sigma \wedge \tau$

$[(\exists x.\text{ENBAR}(x)) \wedge \forall y.(\exists z.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\text{BEBE}(y) \wedge (\text{ENBAR}(z) \wedge \neg\text{BEBE}(z)))))]$ $\exists x:\sigma \wedge \tau$

$\exists x.(\text{ENBAR}(x) \wedge \forall y.(\exists z.(\neg\text{ENBAR}(y) \vee (\text{BEBE}(y) \wedge (\text{ENBAR}(z) \wedge \neg\text{BEBE}(z))))))$

$\exists x \cdot \forall y \cdot (\mathrm{ENBAR}(x) \wedge \exists z \cdot (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee (\mathrm{BEBE}(y) \wedge (\mathrm{ENBAR}(z) \wedge \neg \mathrm{BEBE}(z)))))$

$\exists x \cdot \forall y \cdot \exists z \cdot (\mathrm{ENBAR}(x) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee (\mathrm{BEBE}(y) \wedge (\mathrm{ENBAR}(z) \wedge \neg \mathrm{BEBE}(z)))))$

$\forall y \cdot \exists z \cdot (\mathrm{ENBAR}(c) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee (\mathrm{BEBE}(y) \wedge (\mathrm{ENBAR}(z) \wedge \neg \mathrm{BEBE}(z)))))$

$\forall y \cdot (\mathrm{ENBAR}(c)) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee (\mathrm{BEBE}(y) \wedge (\mathrm{ENBAR}(f(y)) \wedge \neg \mathrm{BEBE}(f(y)))))$

$\forall y \cdot (\mathrm{ENBAR}(c) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \mathrm{BEBE}(y)) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \mathrm{ENBAR}(f(y))) \wedge (\neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \neg \mathrm{BEBE}(f(y))))$

$\forall y \cdot \mathrm{ENBAR}(c) \wedge \forall y \cdot \neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \mathrm{BEBE}(y) \wedge \forall y \cdot \neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \mathrm{ENBAR}(f(y)) \wedge \forall y \cdot \neg \mathrm{ENBAR}(y) \vee \neg \mathrm{BEBE}(f(y))$

$C = \{ \underbrace{\{\mathrm{ENBAR}(c)\}}_{1}, \underbrace{\{\neg \mathrm{ENBAR}(y_2), \mathrm{BEBE}(y_2)\}}_{2}, \underbrace{\{\neg \mathrm{ENBAR}(y_3), \mathrm{ENBAR}(f(y_3))\}}_{3}, \underbrace{\{\neg \mathrm{ENBAR}(y_4), \neg \mathrm{BEBE}(f(y_4))\}}_{4} \}$

PLAN: Busco mostrar que hay alguien en el bar que BEBE y todos lo siguen.

Me salió al revés. Busco a alguien en el bar q si está (todos beben)

4 y 2: MGU: $\{ y_2 := f(y_4) \}$ 5: $\{ \neg \mathrm{ENBAR}(f(y_4)), \neg \mathrm{ENBAR}(y_4) \}$

5 y 1: MGU: $\{ \underbrace{y_4 := c}_{\text{ESTA EN BAR}} \}$ 6: $\{ \neg \mathrm{ENBAR}(f(c)) \}$ Plan: Los tres no unifican

6 y 3: MGU: $\{ y_3 := c \}$ 7: $\{ \neg \mathrm{ENBAR}(c) \}$

7 y 1: MGU: $\emptyset$

Luego, es VÁLIDA

iii) FUE SLD. Todas las cláusulas que usamos eran de HORN.

Fue lineal.

Fue BINARIA.

Empezamos con cláusula OBJ.

Ejercicio 18 ★

Dadas las siguientes definiciones de Descendiente y Abuelo a partir de la relación Progenitor:

$\{\neg\mathsf{Progenitor}(X,Y), \mathsf{Descendiente}(Y,X)\}$ $\quad \{\neg\mathsf{Descendiente}(X,Y), \neg\mathsf{Descendiente}(Y,Z), \mathsf{Descendiente}(X,Z)\}$

$\{\neg\mathsf{Abuelo}(X,Y), \mathsf{Progenitor}(X, \mathsf{medio}(X,Y))\}$ $\quad \{\neg\mathsf{Abuelo}(X,Y), \mathsf{Progenitor}(\mathsf{medio}(X,Y), Y)\}$

Demostrar usando resolución general que los nietos son descendientes; es decir, que

$$\forall X. \forall Y. (\mathsf{Abuelo}(X,Y) \Rightarrow \mathsf{Descendiente}(Y,X))$$

Ayuda: tratar de aplicar el método a ciegas puede traer problemas. Conviene tener en mente lo que se quiere demostrar.

Hecho más abajo.

Ejercicio 19 ★

En este ejercicio usaremos el método de resolución para demostrar una propiedad de las relaciones binarias; a saber, que una relación no vacía no puede ser a la vez irreflexiva, simétrica y transitiva.

Para esto se demostrará la propiedad deseada para una relación arbitraria R.

Dadas las siguientes definiciones:

1. R **es irreflexiva:** $\forall X. \neg R(X,X)$
2. R **es simétrica:** $\forall X.\forall Y.(R(X,Y) \Rightarrow R(Y,X))$
3. R **es transitiva:** $\forall X.\forall Y.\forall Z.((R(X,Y) \wedge R(Y,Z)) \Rightarrow R(X,Z))$
4. R **es vacía:** $\forall X.\neg\exists Y.R(X,Y)$

Utilizando resolución, demostrar que si R cumple las propiedades 1 a 3, entonces es vacía. Indicar si el método de resolución utilizado es o no SLD (Y justificar).

RELACIÓN ($\neq \{\}$) No puede ser i, S, T (lo q afirma el ej).

Me piden DEMOSTRAR que si R es i, S, T entonces es VACÍA.

POR EL ABS es SUPONER que $\exists$ R que NO es VACÍA y es i, S, T a la vez. Si el R que quiero debe ser i, S, T significa que:

- R tiene al menos un elem. ↳ lo cual debería llevar A ABS xq el enunciado dice que "una relación no vacía no puede ser a la vez i, S, T."
- R es REFLEXIVA.
- R es SIMÉTRICA (Si ARB, BRA y A≠B)
- R es TRANSITIVA: (Si ARB, BRC, ENT ARC)

Si llego a vacío es ABS.

... => .. ≡ ..., ¬..

PASAMOS A CLAUSAL: La 4 es lo que quiero demostrar ent la niego

1) $\forall X . \neg R(X,X) \rightsquigarrow C_1 = \{\neg R(X_1,X_1)\}$ -> ARMO CJTO QUE SEA SIM, TRANSI, NO VACÍA Y QUE SEA REFLEX.

2) $\forall X . \forall Y . (R(X,Y) \Rightarrow R(Y,X))$

$\forall X . \forall Y . (\neg R(X,Y) \vee R(Y,X)) \rightsquigarrow C_2 = \{\neg R(X_2,Y_2), R(Y_2,X_2)\}$

3) $\forall X . \forall Y . \forall Z . ((R(X,Y) \wedge R(Y,Z)) \Rightarrow R(X,Z))$

$\forall X . \forall Y . \forall Z . (\neg(R(X,Y) \wedge R(Y,Z)) \vee R(X,Z))$

$\forall X . \forall Y . \forall Z . (\neg R(X,Y) \vee \neg R(Y,Z) \vee R(X,Z))$

$C_3 = \{\neg R(X_3,Y_3), \neg R(Y_3,Z_3), R(X_3,Z_3)\}$

4) $\neg(\forall X . \neg \exists Y . R(X,Y))$

$\exists X . \exists Y . \neg R(X,Y)$

$\exists Y . \neg R(X,Y)$

$C_4 = \{R(X,Y)\}$ -> R NO es VACÍA.

PLAN: De la existencia de $R(a,b)$ como R es SIMÉTRICA EXISTE $R(b,a)$.

Luego por TRANSITIVIDAD sé que si $R(a,b)$ y $R(b,c) \Rightarrow R(a,c)$ si $c=a$ ent $R(a,a)$.

Si encuentro que $c=a$, genial.

1 y 2. DSP de $R(b,a)$ APLICO TRANSI para $R(b,a) = R(b,c)$ y así obtengo $R(a,a)$. Luego, 4.

1 y 3: $MGU(\{R(X_1,X_1) \doteq R(X_3,Z_3)\})$

$\xrightarrow{DEC} (\{X_1 \doteq X_3, X_1 \doteq Z_3\})$

ELIM

$\xrightarrow{\{X_1:=X_3\}} (\{X_3:=Z_3\})$

$\xrightarrow[\{X_3:=Z_3\}]{\text{Elim}} \emptyset$

$C_1 = \{\neg R(X_1,X_1)\}$ IR

$C_2 = \{\neg R(X_2,Y_2), R(Y_2,X_2)\}$ S

$C_3 = \{\neg R(X_3,Y_3), \neg R(Y_3,Z_3), R(X_3,Z_3)\}$ T

$C_4 = \{R(X,Y)\}$ → TENGO Q LLEGAR A $\neg R(X,Y)$.

$C_5 = \{\neg R(Z_3,Y_3), \neg R(Y_3,Z_3)\}$

$C_6 = \{\neg R(Y,X)\}$

$C_7 = \{\neg R(X,Y)\}$

$R(X_1,X_1)$. $X_1:=X_3$, $X_3:=Z_3$
Que $X_1:=Z_3 (X,Y)$

$S = \{X_3:=Z_3\} \circ \{X_1:=X_3\}$

$= \{X_3:=Z_3, X_1:=Z_3\}$

5: $\{\neg R(Z_3,Y_3), \neg R(Y_3,Z_3)\}$

5 y 4: $\{R(X,Y) \stackrel{?}{=} R(Y_3,Z_3)\}$

$\rightarrow \{Y_3:=X, Z_3:=Y\}$

6: $\{\neg R(Y,X)\}$

6 y 2: $\{Y_2:=Y, X_2:=X\}$

7: $\{\neg R(X,Y)\}$

7 y 4: $\emptyset$ $\square$

Luego, es VÁLIDA.

Mi error había sido EMPEZAR A DEMOSTRAR SIN CLAUSULA OBJ.

Otro error es que NO entendí que el ser R(X,Y) (POSITIVO) lo q necesito DEMOSTRAR contradice con la negación $\neg R(X,Y)$

Otro error fue pasar a cláusula lo que quería DEMOSTRAR. Era $\exists X \exists Y$ y yo había dejado $\exists X \forall Y$ y fue por no empujar el $\neg$ de $\forall X . \neg \exists Y . R(X,Y)$ ANTES DE EMPEZAR

Ejercicio 17

Dadas las siguientes afirmaciones:

- Toda persona tiene un contacto en Facebook:
  $\forall X.\exists Y.\mathsf{esContacto}(X,Y)$
  1. $\{\mathsf{esContacto}(X,\mathsf{f}(X))\}$
- La relación entre contactos es simétrica:
  $\forall X.\forall Y.(\mathsf{esContacto}(X,Y) \Rightarrow \mathsf{esContacto}(Y,X))$
  2. $\{\neg\mathsf{esContacto}(X,Y), \mathsf{esContacto}(Y,X)\}$

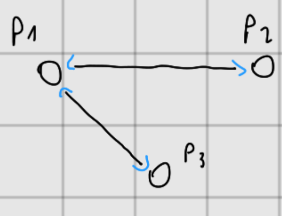
I. La siguiente es una demostración de que toda persona es contacto de sí misma, es decir, de que $\forall X\ \mathsf{esContacto}(X,X)$.

- Negando la conclusión: ✓
  $\neg\forall X.\mathsf{esContacto}(X,X)$
- Forma normal negada:
  $\exists X.\neg\mathsf{esContacto}(X,X)$ ✓
- Skolemizando y en forma clausal: ✓
  3. $\{\neg\mathsf{esContacto}(\mathsf{c},\mathsf{c})\}$
- De 1 y 3, con $\sigma = \{X := \mathsf{c}, \mathsf{f}(X) := \mathsf{c}\}$: ✗
  $\square$

¿Es correcta? Si no lo es, indicar el o los errores.

II. ¿Puede deducirse de las dos premisas que toda persona es contacto de alguien (es decir, de que $\forall Y.\exists X.\mathsf{esContacto}(X,Y)$)? En caso afirmativo dar una demostración, y en caso contrario explicar por qué.

1. Toda persona tiene un contacto en FB.
2. Si ARB entonces BRA.



i. No, no es correcta $f(X) := c$ da CLASH. Son dos constructores diferentes. Además,

$f(X)$ es una función, no una variable.

ii. Sí. Si toda persona tiene UN contacto en FB (sin contarse el mismo), como las relaciones son simétricas $\exists$ algún Y tal que X está relacionado con él y viceversa.

$$\forall Y.\ \exists X.\ ESCONTACTO(X,Y)$$

$$\neg \forall Y.\ \exists X.\ ESCONTACTO(X,Y)$$

$$\exists Y.\ \forall X.\ \neg ESCONTACTO(X,Y)$$ "EXISTE UNA PERSONA g QUE NO ES CONTACTO DE NADIE"

$$\forall X.\ \neg ESCONTACTO(X,g)$$ BUSCO UN CONTACTO PARTICULAR.

$$\{\underbrace{\{ESCONTACTO(X_1, f(X_1))\}}_{1}, \underbrace{\{\neg ESCONTACTO(X_2,Y_2), ESCONTACTO(Y_2,X_2)\}}_{2}, \underbrace{\{\neg ESCONTACTO(X_3,g)\}}_{3}\}$$

PLAN: Como XRY, por SIMETRÍA vale YRX. Encuentro un X para ese Y.

3 y 2: $\{EC(X_3,g) \stackrel{?}{=} EC(Y_2,X_2)\}$

$\to \{X_3 \stackrel{?}{=} Y_2,\ g \stackrel{?}{=} X_2\}$

$\xrightarrow{\{X_3:=Y_2\}} \{X_2 \stackrel{?}{=} g\}$

$\xrightarrow{\{X_2:=g\}} \emptyset$

$S: \{X_2:=g, X_3:=Y_2\}$

$Y: \{\neg EC(g, Y_2)\}$ ¿Esta podría ser Y_1 o como Y_2 no se sustituyó queda con el 2? xq sino al final me queda $X_3 := Y_1$ y queda raro.

?

Y y 1: $\{g \stackrel{?}{=} X_1,\ Y_2 \stackrel{?}{=} f(X_1)\}$

$\to \{X_1 \stackrel{?}{=} g,\ Y_2 \stackrel{?}{=} f(X_1)\}$

$\to \emptyset$

$\{Y_2 := f(X_1), X_1 := g\}$

$S = \{Y_2 := f(X_1), X_1 := g\} \circ \{X_2 := g, X_3 := Y_2\}$

$= \{Y_2 := f(X_1), X_1 := g, X_2 := g, X_3 := f(g)\}$

RTA.

Ejercicio 21

Ejercicio 21

Dado el siguiente programa en Prolog, pasarlo a forma clausal y demostrar utilizando resolución que hay alguien que es inteligente pero analfabeto.

```
analfabeto(X) :- vivo(X), noSabeLeer(X).     noSabeLeer(X) :- mesa(X).
vivo(X) :- delfín(X).                        noSabeLeer(X) :- delfín(X).
inteligente(flipper).                        delfín(flipper).
inteligente(alan).
```

1) $\forall x.\ (\text{VIVO}(x) \wedge \text{NOSABELEER}(x) \Rightarrow \text{ANALFABETO}(x))$

2) $\forall x.\ (\text{DELFIN}(x) \Rightarrow \text{VIVO}(x))$

3) $\text{INTELIGENTE}(\text{FLIPPER})$

4) $\text{INTELIGENTE}(\text{ALAN})$

5) $\forall x.\ (\text{MESA}(x) \Rightarrow \text{NOSABELEER}(x))$

6) $\forall x.\ (\text{DELFIN}(x) \Rightarrow \text{NOSABELEER}(x))$

7) $\text{DELFIN}(\text{FLIPPER})$

8) $\exists x.\ (\text{INTELIGENTE}(x) \wedge \text{ANALFABETO}(x))$ $\leadsto$ TENGO QUE BUSCAR UN X QUE SEA ANALFABETO Y INTELIGENTE.

RTA: FLIPPER.

Hay 2 inteligentes: FLIPPER y ALAN. 3,4

Para ser analfabeto tenés que estar vivo y no saber leer. 1.

Para estar vivo tenés que ser un delfín. 2.

Flipper es un delfín. 7.

Y luego, si sos un delfín no sabés leer. Entonces, FLIPPER es inteligente y analfabeto. 6.

PASO A CLAUSAL.

1. $\forall x.\ (\neg \text{VIVO}(x) \vee \neg \text{NOSABELEER}(x) \vee \text{ANALFABETO}(x))$ $\leadsto$ $\{\neg \text{VIVO}(x_1), \neg \text{NOSABELEER}(x_1), \text{ANALFABETO}(x_1)\}$
2. $\forall x.\ (\neg \text{DELFIN}(x) \vee \text{VIVO}(x))$ $\leadsto$ $\{\neg \text{DELFIN}(x_2), \text{VIVO}(x_2)\}$
3. $\text{INTELIGENTE}(\text{ALAN})$ $\leadsto$ $\{i(\text{ALAN})\}$
4. $\text{INTELIGENTE}(\text{FLIPPER})$ $\leadsto$ $\{I(\text{FLIPPER})\}$
5. $\forall x.\ (\neg \text{MESA}(x) \vee \text{NOSABELEER}(x))$ $\leadsto$ $\{\neg \text{MESA}(x_5), \text{NOSABELEER}(x_5)\}$
6. $\forall x.\ (\neg \text{DELFIN}(x) \vee \text{NOSABELEER}(x))$ $\leadsto$ $\{\neg \text{DELFIN}(x_6), \text{NOSABELEER}(x_6)\}$
7. $\text{DELFIN}(\text{FLIPPER})$ $\leadsto$ $\{\text{DELFIN}(\text{FLIPPER})\}$
8. $\forall x.\ (\neg \text{INTELIGENTE}(x) \vee \neg \text{ANALFABETO}(x))$ $\leadsto$ $\{\neg \text{INTELIGENTE}(x_8), \neg \text{ANALFABETO}(x_8)\}$

8 y 4: $x_8 := \text{FLIPPER}$

9: $\{\neg \text{ANALFABETO}(\text{FLIPPER})\}$

9 y 1: $x_1 := \text{FLIPPER}$

10 : {¬VIVO(FUPPER), ¬NOSABELEER(FUPPER)}

10 y 2 : X_2 := FUPPER

11 : {¬DELFIN(FUPPER), ¬NOSABELEER(FUPPER)}

11 y 7 : □

12 : {¬NOSABELEER(FUPPER)}

12 y 6 : {X_6 := FUPPER}

13 : {¬DELFIN(FUPPER)}

13 y 7 : □.

RTA: FUPPER.

Ejercicio 20 ★

Considerar las siguientes definiciones en Prolog:

```
natural(cero).                    mayorOIgual(suc(X),Y) :- mayorOIgual(X, Y).
natural(suc(X)) :- natural(X).    mayorOIgual(X,X) :- natural(X).
```

- ¿Qué sucede al realizar la consulta `?- mayorOIgual(suc(suc(N)), suc(cero))`?
- Utilizar el método de resolución para probar la validez de la consulta del ítem 1. Para ello, convertir las cláusulas a forma clausal.
- Indicar si el método de resolución utilizado es o no SLD, y justificar. En caso de ser SLD, ¿respeta el orden en que Prolog hubiera resuelto la consulta?

i) MAYOROIGUAL(SUC(X),Y) :- MAYOROIGUAL(X,Y) MAYOROIGUAL(SUC(SUC(N)), SUC(CERO))

{X := SUC(N)}

MAYOROIGUAL(SUC(N), SUC(CERO))

MAYOROIGUAL(SUC(X_1),Y) :- MAYOROIGUAL(X_1,Y)

{X_1 := N}

MAYOROIGUAL(N, SUC(CERO))

{X_2 := N}

MAYOROIGUAL(SUC(X_2),Y) :- MAYOROIGUAL(X_2,Y)

→ se cuelga. Como N es variable unifica siempre con SUC(X).

MAYOROIGUAL(N, SUC(CERO))

Prolog hace DFS, lo quiere decir que va en profundidad. Hace SLD+ BACKTRACK pero siempre elijo el primer literal de cada cláusula.

¿Cuál es la JUSTIF correcta por la cual la Prolog se cuelga pero a mano no? xq Acá eligió la PRIMERA CLAUSULA DE MOI SIEMPRE.

Este predicado te dice si el primer arg de MAYOROIGUAL es ≥ al 2do.

ii). NATURAL(CERO) ≡ {NATURAL(CERO)} 1

$\forall X.$ (NATURAL(X) ⇒ NATURAL(SUC(X))) ≡ {¬NATURAL(X_1), NATURAL(SUC(X_1))} 2

$\forall X. \forall Y.$ (MAYOROIGUAL(X,Y) ⇒ MAYOROIGUAL(SUC(X),Y)) ≡ {¬MAYOROIGUAL(X_2,Y_2), MAYOROIGUAL(SUC(X_2),Y_2)} 3

$\forall X.$ (NATURAL(X) ⇒ MAYOROIGUAL(X,X)) ≡ {¬NATURAL(X_3), MAYOROIGUAL(X_3,X_3)} 4'

$\forall N.$ (¬MAYOROIGUAL(SUC(SUC(N)), SUC(CERO))) ≡ {¬MAYOROIGUAL(SUC(SUC(N)), SUC(CERO))} 5

si llego a $SUC(CERO) \stackrel{?}{=} SUC(CERO)$ es $\emptyset$. "No existe p. tal que SUC(SUC(N)) es SUC(CERO)"
Claramente es FALSO. Como N es o bien CERO O SUC(N), siempre puede UNIFICAR con la 1ERA cláusula, y cuando X,Y son iguales aplica la 4, luego la 2DA y la 1ERA.
Me hacía con hacer MAYOROIGUAL(SUC(SUC(0)), SUC(0))
S y 3: $\{X_2 := SUC(N_4), Y_2 := SUC(CERO)\}$
6: $\{\neg MAYOROIGUAL(SUC(N_4), SUC(CERO))\}$
6 y 4: $MGU\{Mi(SUC(N_4), SUC(CERO)) \stackrel{?}{=} Mi(X_3, X_3)\}$
$\xrightarrow{DEC} \{SUC(N_4) \stackrel{?}{=} X_3, SUC(CERO) \stackrel{?}{=} X_3\}$
$\xrightarrow{SWAP} \{X_3 \stackrel{?}{=} SUC(N_4), X_3 \stackrel{?}{=} SUC(CERO)\}$
$\xrightarrow{ELIM} \{SUC(CERO) \stackrel{?}{=} SUC(N_4)\}$
$\xrightarrow{DEC} \{N_4 \stackrel{?}{=} CERO\}$
$\xrightarrow{ELIM} \square$
$\{N_4 := CERO\} \circ \{X_3 := SUC(CERO)\}$
7: $\{\neg NATURAL(SUC(CERO))\}$
7 y 2: $\{X_1 := CERO\}$
8: $\{\neg NATURAL(CERO)\}$
8 y 1: $\square$
$\{X_1 := CERO\} \circ \{N_4 := CERO\} \circ \{X_3 := SUC(CERO)\} \circ \{X_2 := SUC(N_4), Y_2 := SUC(CERO)\}$
$\{X_1 := CERO, N_4 := CERO, X_3 := SUC(CERO), X_2 := SUC(CERO), Y_2 := SUC(CERO)\}$
RTA: N_4: CERO.
iii) Sí, fue SLD.
Empecé con cláusula OBS, fue lineal, binaria y todas son cláusulas de HORN.
No, no fue igual que Prolog. Porque al OBTENER 6 vuelve a intentar 3 llevando a recursión INFINITA.
Yo usé 6+4.

- **Ejercicio 23**

Dada la siguiente base de conocimientos en Prolog:

```
parPositivo(X,Y) :- mayor(X, 0), mayor(Y, 0).

natural(0).
natural(succ(N)) :- natural(N).

mayor(succ(X),0) :- natural(X).
mayor(succ(X),succ(Y)) :- mayor(X,Y).
```

X>Y sii X≠CERO Y=CERO
ACHICA AMBOS.

a) Explicar con palabras qué sucede al realizar la siguiente consulta:
`parPositivo(A,B), mayor(A,B).`

b) Expresar la base de conocimientos y la consulta anterior como fórmulas lógicas, y luego encontrar una solución a la consulta utilizando resolución SLD.

a) PARPOSITIVO(A,B), MAYOR(A,B).

La intención es generar todos los pares (A,B) y quedarse con aquellos para los cuales A>B.
El problema es que hay INFINITOS PARES, pero nunca terminamos de generar el B.

PARPOSITIVO(A,B), MAYOR(A,B) ≡ MAYOR(A',0), MAYOR(B',0), MAYOR(A,B)

Este es el árbol de resolución (NO DA PASOS)

Este es ∞. Nunca se termina de generar. A siempre 0, B cambia.

PP(X,Y) :- MAYOR(X,0), MAYOR(Y,0)

PARPOSITIVO(A,B), MAYOR(A,B)

{X:=A, Y:=B}

MAYOR(SUC(X1),0) :- NATURAL(X)

MAYOR(X,0), MAYOR(Y,0), MAYOR(X,Y)

{X:=SUC(X1)}

NATURAL(SUCC(X2)) :- NATURAL(X2)

NATURAL(X1), MAYOR(Y,0), MAYOR(SUC(X1),Y)

{X1:=SUCC(X2)}

NATURAL(X2), MAYOR(Y,0), MAYOR(SUC(SUC(X2)),Y)

{X2:=0}

NATURAL(0)

MAYOR(Y,0), MAYOR(SUC(SUC(CERO)),Y)

NATURAL(SUC(X),0) :- NATURAL(X)

{Y:=SUC(X3)}

NATURAL(X_3), MAYOR(SUC(SUC(CERO)), SUC(X_3))

$\{X_3 := 0\}$

NATURAL(0) — MAYOR(SUC(SUC(CERO)), SUC(CERO))

MAYOR(SUC(X_4), SUC(Y_4)) :- MAYOR(X,Y) — MAYOR(SUC(CERO), CERO)

$\{X_4 := 0\}$

NATURAL(CERO)

NATURAL(0) — $\square$

$S = \{X_4 := 0\} \circ \{X_3 := 0\} \circ \{Y := SUC(X_3)\} \circ \{X_2 := 0\} \circ \{X_1 := SUCC(X_2)\} \circ \{X := SUCC(X_1)\} \circ \{A := X, B := Y\}$

$\{X := SUCC(X_1), A := SUCC(X_1), B := Y\}$

$\{X_1 := SUCC(X_2), X := SUCC(SUCC(X_2)), A := SUCC(SUCC(X_2)), B := Y\}$

$\{X_2 := 0, X_1 := SUCC(0), X := SUCC(SUCC(0)), A := SUCC(SUCC(0)), B := Y\}$

$\{Y := SUC(X_3), X_2 := 0, X_1 := SUCC(0), X := SUCC(SUCC(0)), A := SUCC(SUCC(0)), B := SUC(X_3)\}$

$\{X_3 := 0, Y := SUC(0), X_2 := 0, X_1 := SUCC(0), X := SUCC(SUCC(0)), A := SUCC(SUCC(0)), B := SUC(0)\}$

$\{X_4 := 0, X_3 := 0, Y := SUC(0), X_2 := 0, X_1 := SUCC(0), X := SUCC(SUCC(0)), A := SUCC(SUCC(0)), B := SUC(0)\}$

RTA: A = SUC(SUC(0)) B = SUC(0) ✓

6) $\forall X \cdot \forall Y \cdot (MAYOR(X,0) \wedge MAYOR(Y,0) \Rightarrow PARPOSITIVO(X,Y))$

2 $\{NATURAL(0)\}$

$\rightarrow \{\neg MAYOR(X_1,0), \neg MAYOR(Y_1,0), PARPOS(X_1,Y_1)\}$ 1

$\forall N \cdot (NATURAL(N) \Rightarrow NATURAL(SUCC(N))) \equiv \{\neg NATURAL(N_2), NATURAL(SUCC(N_2))\}$ 3

$\forall X \cdot (NATURAL(X) \Rightarrow MAYOR(SUCC(X), 0)) \equiv \{\neg NATURAL(X_3), MAYOR(SUCC(X_3), 0)\}$ 4

$\forall X \cdot (MAYOR(X,Y) \Rightarrow MAYOR(SUCC(X), SUCC(Y))) \equiv \{\neg MAYOR(X_4,Y_4), MAYOR(SUCC(X_4), SUCC(Y_4))\}$ 5

$\exists A \cdot \exists B \cdot (PARPOSITIVO(A,B) \wedge MAYOR(A,B))$

$\forall A \cdot \forall B \cdot (\neg PARPOSITIVO(A,B) \vee \neg MAYOR(A,B)) \equiv \{\neg PARPOSITIVO(A_5, B_5), \neg MAYOR(A_5, B_5)\}$ 6.

1 $\{\neg MAYOR(X_1,0), \neg MAYOR(Y_1,0), PARPOS(X_1,Y_1)\}$

2 $\{NATURAL(0)\}$

3 $\{\neg NATURAL(N_2), NATURAL(SUCC(N_2))\}$

4 $\{\neg NATURAL(X_3), MAYOR(SUCC(X_3), 0)\}$

6 y 1: $\{A_5 := X_1, B_5 := Y_1\}$

7: $\{\neg MAYOR(X_1,Y_1), \neg MAYOR(X_1,0), \neg MAYOR(Y_1,0)\}$

7 y 4: $\{X_1 := SUCC(X_3)\}$

8: $\{\neg MAYOR(SUCC(X_3),Y_1), \neg MAYOR(Y_1,0), \neg NATURAL(X_3)\}$

8 y 2: $\{X_3 := 0\}$

9: $\{\neg MAYOR(SUC(0), Y_1), \neg MAYOR(Y_1,0)\}$

9 y 5: $\{X_4 := 0, Y_1 := SUCC(Y_4)\}$

10: { ¬MAYOR(SUCC(Y1),0), ¬MAYOR(0,X)}
llego a MAYOR(0,0).

5 { ¬MAYOR(X4, Y4), MAYOR(SUCC(X4), SUCC(Y4)) }

6 { ¬PARPOSITIVO(A_S, B_S), ¬MAYOR(A_S, B_S) }

PLAN BRIAN: "Existe algún PAR positivo (A,B) tal que A>B? sí, ej: A=1, B=0" pero me no funciona xq MAYOR($\underbrace{0}_{B}$, $\underbrace{0}_{B'}$) no funca, así me dijo POR LO MENOS, B=1.

Entonces BUSCO ARMAR A=2, B=1.

6 y 1: { A_S := X1, B_S := Y1 }

BUSCO QUE SEA 2

BUSCO QUE SEA 1.

7: { ¬MAYOR(X1, 0), ¬MAYOR(Y1, 0), ¬MAYOR(X1, Y1) }

7 y 4: { X1 := SUCC(X3) }

8: { ¬NATURAL(X3), ¬MAYOR(Y1, 0), ¬MAYOR(SUCC(X3), Y1) }

8 y 3: { X3 := SUCC(N2) }

9: { ¬MAYOR(Y1, 0), ¬MAYOR(SUCC(SUCC(N2)), Y1) }

9 y 4: { Y1 := SUCC(X3) }

10: { ¬NATURAL(X3), ¬MAYOR(SUCC(SUCC(N2)), SUCC(X3)) }

11 y 2: { X3 := 0 }

12: { ¬MAYOR(SUCC(SUCC(N2)), SUCC(0)) }

12 y 4: { X4 := SUCC(N2), Y4 := 0 }

13: { ¬MAYOR(SUCC(N2), 0) }

13 y 4: { X3 := N2 }

14: { ¬NATURAL(N2) }

14 y 2: { N2 := 0 }

$\square$

{ N2 := 0 } o { X3 := N2 } o { X4 := SUCC(N2), Y4 := 0 } o { X3 := 0 } o { Y1 := SUCC(X3) } o { X3 := SUCC(N2) } o { X1 := SUCC(X3) } o { A_S := X1, B_S := Y1 }

{ N2 := 0, X3 := 0, X4 := SUCC(0), Y4 := 0, X3 := 0, Y1 := SUCC(0), X3 := SUCC(0), X1 := SUCC(SUCC(0)), A_S := SUCC(SUCC(0)),
B_S := SUCC(0) }

Ejercicio 19 ★

En este ejercicio usaremos el método de resolución para demostrar una propiedad de las relaciones binarias; a saber, que una relación no vacía no puede ser a la vez irreflexiva, simétrica y transitiva.

Para esto se demostrará la propiedad deseada para una relación arbitraria R.

Dadas las siguientes definiciones:

1. R **es irreflexiva:** $\forall X.\neg R(X,X)$
2. R **es simétrica:** $\forall X.\forall Y.(R(X,Y) \Rightarrow R(Y,X))$
3. R **es transitiva:** $\forall X.\forall Y.\forall Z.((R(X,Y) \land R(Y,Z)) \Rightarrow R(X,Z))$
4. R **es vacía:** $\forall X.\neg\exists Y.R(X,Y)$

Utilizando resolución, demostrar que si R cumple las propiedades 1 a 3, entonces es vacía. Indicar si el método de resolución utilizado es o no SLD (Y justificar).

Si R es 1,2,3 entonces es mocia.

PLAN: ? no entiendo qué debería ir armando.

?

NATURAL(0).

NATURAL(SUC(N)) :- NATURAL(N).

COLLATZ(N,N).

COLLATZ(N,S) :- N > 1, ESPAR(N), M is N/2, COLLATZ(M,S).

COLLATZ(N,S) :- N > 1, NOT(ESPAR(N)), M is 3*N+1, COLLATZ(M,S).

- Representar en forma clausal la siguiente información referida a conjuntos, pertenencia (predicado Pert) e inclusión (predicado Inc).
  - i $\forall X.\forall Y.(\mathrm{Inc}(X,Y) \Leftrightarrow \forall Z.(\mathrm{Pert}(Z,X) \Rightarrow \mathrm{Pert}(Z,Y)))$
    X está incluido en Y si y solo si cada elemento de X es un elemento de Y.
  - ii $\forall X.\neg\mathrm{Pert}(X,\emptyset)$
    Ningún elemento pertenece al vacío.
- Usar resolución para probar que el vacío está incluido en todo conjunto.
- Indicar justificando si la prueba realizada es SLD (volveremos sobre esto más adelante).

1. $\forall X.\forall Y.(\mathrm{INC}(X,Y) \Leftrightarrow \forall Z.(\mathrm{PERT}(Z,X) \Rightarrow \mathrm{PERT}(Z,Y)))$

$\forall X.\forall Y.(\mathrm{INC}(X,Y) \Rightarrow \forall Z.(\mathrm{PERT}(Z,X) \Rightarrow \mathrm{PERT}(Z,Y)) \wedge \forall Z.(\mathrm{PERT}(Z,X) \Rightarrow \mathrm{PERT}(Z,Y)) \Rightarrow \mathrm{INC}(X,Y))$

$\forall X.\forall Y.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \forall Z.(\neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y)) \wedge \neg\forall Z.(\neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y))$

$\forall X.\forall Y.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \forall Z.\neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge \exists W.(\mathrm{PERT}(W,X) \wedge \neg\mathrm{PERT}(W,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y))$

$\forall X.\forall Y.(\forall Z.\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge \exists W.((\mathrm{PERT}(W,X) \wedge \neg\mathrm{PERT}(W,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y))$

$\forall X.\forall Y.\forall Z.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge \exists W.((\mathrm{PERT}(W,X) \wedge \neg\mathrm{PERT}(W,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y)))$

$\forall X.\forall Y.\forall Z.\exists W.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge ((\mathrm{PERT}(W,X) \wedge \neg\mathrm{PERT}(W,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y)))$

$\forall X.\forall Y.\forall Z.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge ((\mathrm{PERT}(C,X) \wedge \neg\mathrm{PERT}(C,Y)) \vee \mathrm{INC}(X,Y)))$

$\forall X.\forall Y.\forall Z.(\neg\mathrm{INC}(X,Y) \vee \neg\mathrm{PERT}(Z,X) \vee \mathrm{PERT}(Z,Y) \wedge \mathrm{PERT}(C,X) \vee \mathrm{INC}(X,Y) \wedge \neg\mathrm{PERT}(C,Y) \vee \mathrm{INC}(X,Y)$

$\forall X.\forall Y.\forall Z.\ \neg INC(X,Y) \vee \neg PERT(Z,X) \vee PERT(Z,Y) \wedge \forall X.\forall Y.\forall Z.\ PERT(C,X) \vee INC(X,Y) \wedge \forall X.\forall Y.\forall Z.\ \neg PERT(C,Y) \vee INC(X,Y)$

$C = \{\{\neg INC(X_1,Y_1), \neg PERT(Z_1,X_1), PERT(Z_1,Y_1)\}, \{PERT(C,X_2), INC(X_2,Y_2)\}, \{\neg PERT(C,Y_3), INC(X_3,Y_3)\}\}$

¿Cómo me doy cuenta si lo hice bien? ¿Cómo lo comparo contra la original?

$\forall X.\ \neg PERT(X,\emptyset) \rightsquigarrow \{\neg PERT(X,\emptyset)\}$ ↳ No hay xq. Hay que ser cuidadosos.

PROBAR: $T = \forall X.(INC(\emptyset,X))$

$\neg T = \exists X.\ \neg INC(\emptyset,X)$

$\neg INC(\emptyset, g)$

$\{\neg INC(\emptyset,g)\}$

Cláusulas

1. $\{\neg INC(X_1,Y_1), \neg PERT(Z_1,X_1), PERT(Z_1,Y_1)\}$
2. $\{PERT(C,X_2), INC(X_2,Y_2)\}$
3. $\{\neg PERT(C,Y_3), INC(X_3,Y_3)\}$
4. $\{\neg PERT(X_4,\emptyset)\}$
5. $\{\neg INC(\emptyset,g)\}$ → Existe un conj g que no tiene al vacío → Tengo q demostrar que todos tienen al vacío (g particularmente).

Que $\emptyset \subseteq g$ significa que está incluido.

La primera cláusula me habla de X, Y conjuntos y Z elemento común.

El $\emptyset_c$ como cjto no tiene elementos pero el $\emptyset \subseteq \emptyset_c$.

4 y 2: $\{X_4 := C, X_2 := \emptyset\}$

6: $\{INC(\emptyset, Y_2)\}$

6 y 5: $\{INC(\emptyset,Y_2) \doteq INC(\emptyset,g)\}$

$\xrightarrow{DES} \{\emptyset = \emptyset,\ Y_2 \doteq g\}$

$\xrightarrow{ELIM} \square$

$S = \{Y_2 := g\}$

No sé cómo dar una RTA que me convenza: Brian: si llegué a vacío y no me mandé cagadas, cualquier RES a consulta vale.

En este caso la consulta no tiene VAR no instanciada.

Así que con llegar a $\emptyset$ está.

$S = \{Y_2 := g\} \circ \{X_2 := \emptyset\} \circ \{X_4 := C\}$

$\{Y_2 := g, X_2 := \emptyset, X_4 := C\}$

Mi resolución no fue SLD xq usé 2 que no es de Horn.

Dadas las siguientes definiciones de Descendiente y Abuela a partir de la relación Madre:

- Los hijos son descendientes:
  $\forall X.\forall Y.(\text{Madre}(X, Y) \Rightarrow \text{Descendiente}(Y, X))$
- La relación de descendencia es transitiva:
  $\forall X.\forall Y.\forall Z.(\text{Descendiente}(X, Y) \wedge \text{Descendiente}(Y, Z) \Rightarrow \text{Descendiente}(X, Z))$
- La abuela es madre de alguien que es madre de la nieta:
  $\forall X.\forall Y.(\text{Abuela}(X, Y) \Rightarrow \exists Z.(\text{Madre}(X, Z) \wedge \text{Madre}(Z, Y)))$

Demostrar usando resolución general que los nietos son descendientes; es decir, que

$$\forall X.\forall Y.(\text{Abuela}(X, Y) \Rightarrow \text{Descendiente}(Y, X))$$

Ayuda: tratar de aplicar el método a ciegas puede traer problemas. Conviene tener en mente lo que se quiere demostrar.

1. $\forall X.\forall Y.(\neg MADRE(X,Y) \vee DESCENDIENTE(Y,X))$

2. $\forall X.\forall Y.\forall Z.(\neg DESCENDIENTE(X,Y) \vee \neg DESCENDIENTE(Y,Z) \vee DESCENDIENTE(X,Z))$

3. $\forall X.\forall Y.(\neg ABUELA(X,Y) \vee \exists Z.(MADRE(X,Z) \wedge MADRE(Z,Y)))$

   $\forall X.\forall Y.\exists Z.(\neg ABUELA(X,Y) \vee (MADRE(X,Z) \wedge MADRE(Z,Y)))$

   $\forall X.\forall Y.(\neg ABUELA(X,Y) \vee (MADRE(X, MEDIO(X,Y)) \wedge MADRE(MEDIO(X,Y),Y)))$

   $\forall X.\forall Y.\neg ABUELA(X,Y) \vee MADRE(X, MEDIO(X,Y)) \wedge \forall X.\forall Y.\neg ABUELA(X,Y) \vee MADRE(X, MEDIO(X,Y))$

4. $\neg\forall X.\forall Y.(ABUELA(X,Y) \Rightarrow DESCENDIENTE(Y,X))$

   $\exists X.\exists Y.(ABUELA(X,Y) \wedge \neg DESCENDIENTE(Y,X))$

   $\exists Y.(ABUELA(C,Y) \wedge \neg DESCENDIENTE(Y,C))$

   $ABUELA(C,W) \wedge \neg DESCENDIENTE(W,C)$

   C: alguna ABUELA; W: DESCENDIENTE

A · M · N

M: DESCENDIENTE DE A (HIJX)

N: DESCENDIENTE DE A (NIETO)

1. $\{\neg MADRE(X_1,Y_1), DESCENDIENTE(Y_1,X_1)\}$ si X_1 es MADRE de Y_1 entonces Y_1 es DESCENDIENTE de X_1.
2. $\{\neg DESCENDIENTE(X_2,Y_2), \neg DESCENDIENTE(Y_2,Z_2), DESCENDIENTE(X_2,Z_2)\}$ DES(N,A) :- DES(N,M), DES(M,A) → Completa camino.
3. $\{\neg ABUELA(X_3,Y_3), MADRE(X_3, MEDIO(X_3,Y_3))\}$ X_3: ABUELA, Y_3: NIETA, $MEDIO(X_3,Y_3)$: hijo de X_3 MADRE de Y_3. A → N → obtengo MADRE.
4. $\{\neg ABUELA(X_4,Y_4), MADRE(MEDIO(X_4,Y_4), Y_4)\}$ X_4: ABUELA, Y_4: NIETA, $MEDIO(X_4,Y_4)$: hijo de X_4, MADRE de Y_4. → llego a NIETA.
5. $\{ABUELA(C,W)\}$ → C: ABUELA, W: NIETA. ¿Son nietos no DESCENDIENTES? sí.
6. $\{\neg DESCENDIENTE(W,C)\}$ → NIETA ES DESC DE ABUELA. DESC(NIETA, ABUELA) :- DESC(NIETA, MADRE), DESC(MADRE, ABUELA).

En Prolog:

1. DES(Y,X) :- MADRE(X,Y)

2. DES(X,Z) :- DESC(X,Y), DESC(Y,Z)

¿Cómo serían 3 y 4 en Prolog? ?

¿Cómo el conector ni en realidad funciona ser 1?

Debo poder que los nietos son descendientes (HAGO BACKTRACK DESDE NIETA HASTA ENCONTRAR MADRE, DSP "PUEGO")

6 y 2: $\{X_2 := W, Z_2 := C\}$ DES(W,C) W: NIETA C: ABUELA.

7: $\{\neg DESCENDIENTE(\overset{N}{W}, \overset{M}{Y_2}), \neg DESCENDIENTE(\overset{M}{Y_2}, \overset{AB}{C})\}$ W: NIETA, C: ABUELA si MADRE ES DESC ENT NIETA TMB.

7 y 1: $\{Y_1 := W, X_1 := Y_2\}$ Necesito $\neg ABUELA(C, W)$.

8: $\{\neg DESCENDIENTE(Y_2, C), \neg MADRE(Y_2, W)\}$

8 y 4: $\{Y_2 := MEDIO(X_4, Y_4), Y_4 := W\}$ W: NIETA, C: ABUELA.

$S = \{Y_2 := MEDIO(X_4, W)\}$

9: $\{\neg DESCENDIENTE(MEDIO(X_4, W), C), \neg ABUELA(X_4, W)\}$

9 y 5: $\{X_4 := C, W := W\}$

10: $\{\neg DESCENDIENTE(MEDIO(C, W), C)\}$

10 y 1: $\{Y_1 := MEDIO(C, W), X_1 := C\}$

11: $\{\neg MADRE(C, MEDIO(C, W))\}$

11 y 3: $\{X_3 := C, Y_3 := W\}$

12: $\{\neg ABUELA(C, W)\}$

12 y 5: $\square$

¿Cuál es la DUDA? ? ¿Hay o en realidad solo hay ni la una CONSULTA?

Luego hacé clic en las cláusulas para seleccionarlas, y elegí el o los literales a unificar para cada cláusula.

1: $\{\neg$progenitor(X_1,Y_1), descendiente$(Y_1,X_1)\}$
2: $\{\neg$descendiente(X_2,Y_2), $\neg$descendiente(Y_2,Z_2), descendiente$(X_2,Z_2)\}$
3: $\{\neg$abuelo(X_3,Y_3), progenitor$(X_3$,medio$(X_3,Y_3))\}$
4: $\{\neg$abuelo(X_4,Y_4), progenitor(medio$(X_4,Y_4),Y_4)\}$
5: {abuelo(a,b)}
6: {¬descendiente(b,a)}

De 6 y 2 con $\{X_2 := b, Z_2 := a\}$:
7: $\{\neg$descendiente(b,Y_2), $\neg$descendiente$(Y_2,a)\}$

De 7 y 1 con $\{Y_1 := b, X_1 := Y_2\}$:
8: $\{\neg$progenitor(Y_2,b), $\neg$descendiente$(Y_2,a)\}$

De 8 y 4 con $\{Y_2 :=$ medio$(X_4,b), Y_4 := b\}$:
9: $\{\neg$abuelo(X_4,b), $\neg$descendiente(medio(X_4,b),a)$\}$

De 9 y 5 con $\{X_4 := a\}$:
10: {¬descendiente(medio(a,b),a)}

De 10 y 1 con $\{Y_1 :=$ medio(a,b), $X_1 := a\}$:
11: {¬progenitor(a,medio(a,b))}

De 11 y 3 con $\{X_3 := a, Y_3 := b\}$:
12: {¬abuelo(a,b)}

De 12 y 5 con {}:
13: $\square$

Ejercicio 2 - Resolución

a) Representar en forma clausal las siguientes fórmulas de lógica de primer orden, que tratan acerca de términos cerrados del cálculo lambda:

i) $\forall T_1.\forall T_2.\forall M.\forall N.((\mathsf{Tipo}(M, T_1 \to T_2) \wedge \mathsf{Tipo}(N, T_1)) \implies \mathsf{Tipo}(\mathsf{app}(M,N), T_2))$
Si el tipo de un término es $T_1 \to T_2$, y el tipo de otro término es T_1, entonces el tipo de la aplicación es T_2.

ii) $\exists M.\mathsf{Tipo}(M, \alpha \to (\beta \to \gamma))$
Existe un término de tipo $\alpha \to (\beta \to \gamma)$.

iii) $\exists M.\mathsf{Tipo}(M, \alpha \to \beta)$
Existe un término de tipo $\alpha \to \beta$.

iv) $\exists M.\mathsf{Tipo}(M, \alpha)$
Existe un término de tipo α.

Ayuda: se puede pensar en el constructor de tipos $\to$ como una función binaria, por ejemplo el término $T_1 \to T_2$ se puede pensar como $\mathsf{flecha}(T_1, T_2)$. *Además, α, β y γ son constantes distintas entre sí.*

b) Utilizando resolución, determinar si la siguiente fórmula es consecuencia del conjunto anterior: $\exists M.\mathsf{Tipo}(M, \gamma)$ *(Existe un término de tipo γ).*

Indicar la sustitución utilizada en cada paso. Es importante tener un plan (escrito o en la cabeza).

c) ¿Fue SLD la resolución utilizada en el punto anterior? Justificar.

a)

i) $\forall T_1.\forall T_2.\forall M.\forall N.\ ((\mathrm{TIPO}(M, T_1 \to T_2) \wedge \mathrm{TIPO}(N, T_1)) \Rightarrow \mathrm{TIPO}(\mathrm{APP}(M,N), T_2))$

$\forall T_1.\forall T_2.\forall M.\forall N.\ (\neg\mathrm{TIPO}(M, T_1 \to T_2) \vee \neg\mathrm{TIPO}(N, T_1) \vee \mathrm{TIPO}(\mathrm{APP}(M,N), T_2))$

ii) $\exists M.\ \mathrm{TIPO}(M, \alpha \to (\beta \to \gamma))$

$\mathrm{TIPO}(C, \alpha \to (\beta \to \gamma))$

iii) $\exists M.\ \mathrm{TIPO}(M, \alpha \to \beta)$

$\mathrm{TIPO}(g, \alpha \to \beta)$

iv) $\exists M.\ \mathrm{TIPO}(M, \alpha)$

$\mathrm{TIPO}(W, \alpha)$

b) $\neg \exists M.\ \mathrm{TIPO}(M, \gamma)$

$\forall M.\ \neg\mathrm{TIPO}(M, \gamma)$

$C = \{\{\neg\mathrm{TIPO}(M_1, T_1 \to T_2)\}\}$

Preguntar:
1. "si tenés clausulas que no están en forma de horn, pero no las utilizas en tu demostración, podés dar una demo sld si las ignoras"
2. "Si bien poner distintos subindices en las cláusulas ayuda también está bueno cambiarlas a la hora de usarlas. Porque puede que quieran usar la misma cláusula varias veces"

21:12

$\{X_4 := \mathrm{succ}(X_4)\}$ ¿Si uso dos veces la cláusula y me queda así es O-C?

Cada vez que conseguimos una cláusula resolvente con $\mathrm{VAR}_{\mathrm{NUEVA\,CLAUSULA}}$. Si llegaste a X_4 en dos momentos dif es para que sea O-C. Por eso se recomienda RENOMBRAR.