

# **기계공학실험1**

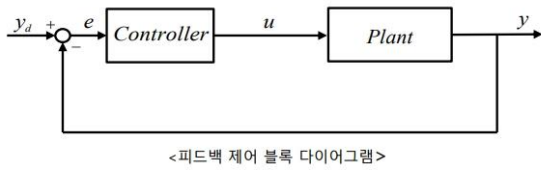
## **제어 2주차 - PID 제어의 이해**

**금요일 3조(12:00)**

**20191820 김형준**

# 1. 실험 이론

## 1-1 피드백 제어 시스템



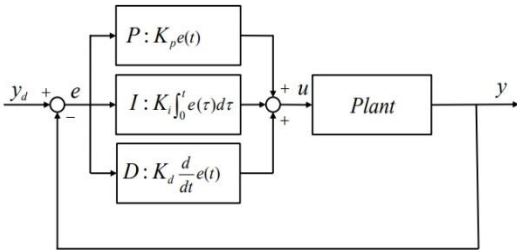
$y_d = \text{reference input}$   
 $e = \text{error}$   
 $u = \text{control input}$   
 $y = \text{output}$

피드백 제어 시스템은 입력과 출력을 비교하고 그 차이(오차)를 이용해서 입력에 영향을 주는 제어 시스템이다. 출력이 정상상태에 도달할 때까지 입력(u)은 계속 바뀐다. 대부분의 제어 시스템에서 제어 대상(Plant)의 동작 특성을 완벽

하게 알 수 없고, 시스템 변수들의 변화나 외부 환경의 영향 때문에 오차가 발생하는데 이러한 상황에 대응하기 위해 Plant에 가해지는 입력을 상황에 맞게 바꿔주기 위해서 피드백 제어 시스템을 주로 사용하게 된다.

제어 시스템의 제어기(Controller)는 설정된 제어 알고리즘에 따라 주어진 오차값을 기반으로 시스템의 입력을 조절하여 오차를 최소화 하고 원하는 출력을 얻을 수 있게 하는 부분이다. 센서를 통해 출력값을 측정하여 피드백 신호로 전달되어 목표값과 비교해 오차값을 계산한다. 계산된 오차는 제어기로 입력되고, 제어기는 제어 입력값을 출력한다. 이런 과정을 통해 피드백 제어 시스템은 출력값이 기준입력과 같아질 때까지 입력값을 변화시키면서 오차를 계속 줄여나간다.

## 1-2 PID 제어기



PID 제어기는 산업용 로봇에서 가장 많이 사용되는 대표적인 피드백 제어기로써, 제어 알고리즘으로 비례제어(P Control), 적분제어(I Control), 미분제어(D Control)를 모두 사용하는 피드백 제어 시스템이다.

제어하고자 하는 대상의 출력값(y)을 측정하여 이를 목표값( $y_d$ )과 비교해서 오차(e)를 계산하고, 이 오차값을 이용해 제어에 필요한 제어 입력값(u)을

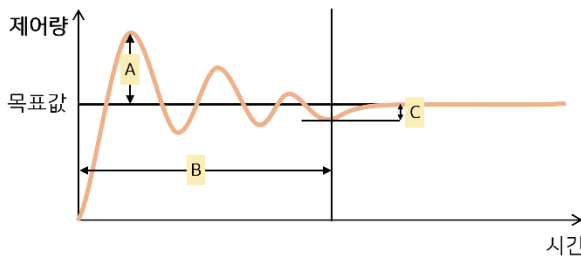
계산하는 구조로 되어있다. PID 제어기의 출력값은 비례제어( $K_p e(t)$ ), 적분제어( $K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$ ), 미분제어( $K_d \frac{d}{dt} e(t)$ )의 제어량 계산식을 모두 대수적으로 합한 형태로 되어있으며, 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(t) = K_p \cdot e(t) + K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + K_d \cdot \frac{d}{dt} e(t)$$

이때, 제어계수  $K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 는 각각 비례 계인, 적분 계인, 미분 계인이며 시스템의 성능과 안정성을 결정한다.

제어계수의 값은 Ziegler-Nichols Method과 같은 튜닝(tuning)을 통해 적절한 값을 비교적 정확하게 결정할 수 있다.

## 1-3 비례제어, 적분제어, 미분제어



비례제어( $P: K_p e(t)$ )는 제어량과 목표값의 차이에 비례하여 제어하는 방법으로, 목표값 도달시간(그림에서 B)을 감소시키는데 사용된다.

비례 계인( $K_p$ )값을 크게 하면 편차에 따른 조작량이 커져, 상승시간이 줄어 빠르게 목표값에 도달하는 대신, 오버슈트 값이 커져 시스템에 무리를 줄 수 있다. 반대로,  $K_p$ 를 작게하면 상승시간이 길어져 목표값에 느리게 도달하고, 오버슈트가 감소한다. 비례제어만으로는

출력이 목표값에 매우 근접한 지점에서 안정화되는 현상이 일어나 정상상태 오차를 완전히 제거할 수 없다는 단점이 있다.

적분제어( $I: K_i \int_0^t e(\tau) d\tau$ )는 편차를 시간에 대해 적분해 과거의 오차를 누적하고, 적분값을 사용해 누적된 오차에 대해 보상하여 편차를 줄이는 방법으로, 정상상태 오차(그림에서 C)를 감소 시키는데 사용된다. 적분 계인( $K_i$ ) 값을 크게 하면 상승시간과 오버슈트가 증가하고 상승시간이 약간 감소하고,  $K_i$ 값을 작게 하면 반대로 상승시간과 오버슈트가 감소하고 상승시간이 약간 증가한다. 또한, 외란이나 오차의 누적이 계속된다면 적분값이 커져 제어량의 발산이 유발될 수 있다는 단점이 있다.

미분제어( $D: K_d \frac{d}{dt} e(t)$ )는 오차의 변화율에 반응하여 제어입력을 조절하여 편차를 줄이는 방법으로, 오버슈트(그림에서 A)를 억제하기 위해 사용된다. 미분 계인( $K_d$ ) 값이 클수록 오버슈트가 감소하고, 응답속도를 빠르게 해 상승시간, 정착시간이 감소한다. 그러나 시스템에 노이즈가 끼어드는 경우, 노이즈에 실린 기율기에 의해 미분값이 커지게 되어 제어입력에 나쁜 영향을 줄 수 있다는 단점이 있다.

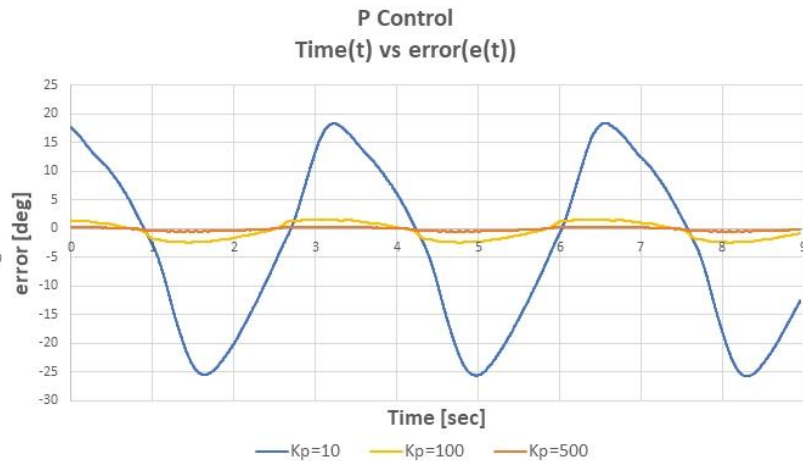
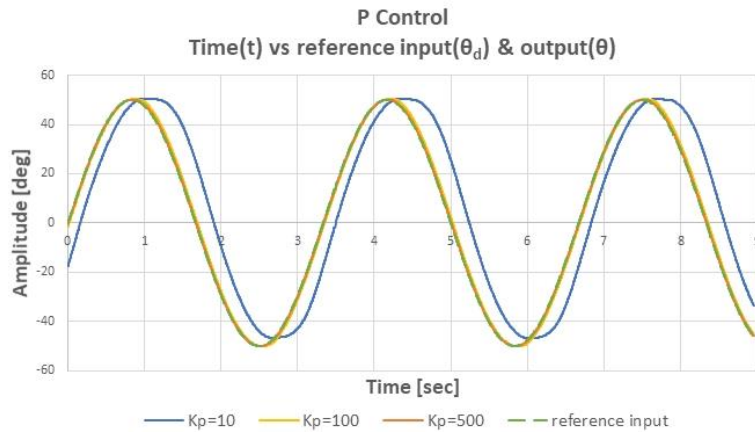
## 2. 실험 방법

Pendulum의 목표 각도를 사인함수의 형태로 움직이도록 한다.

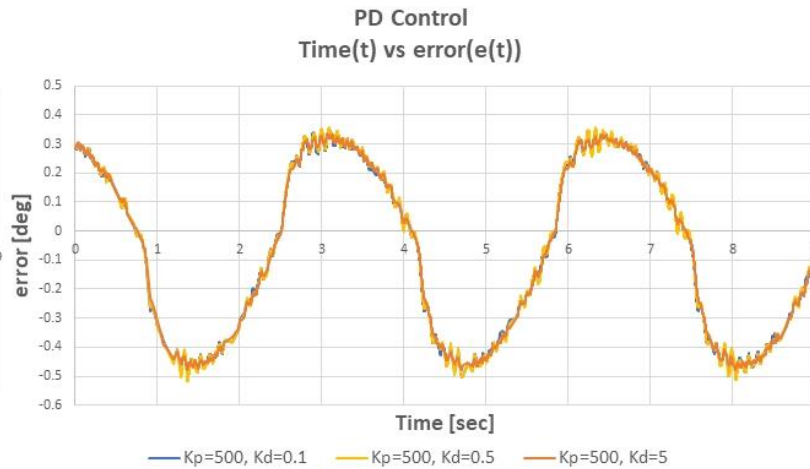
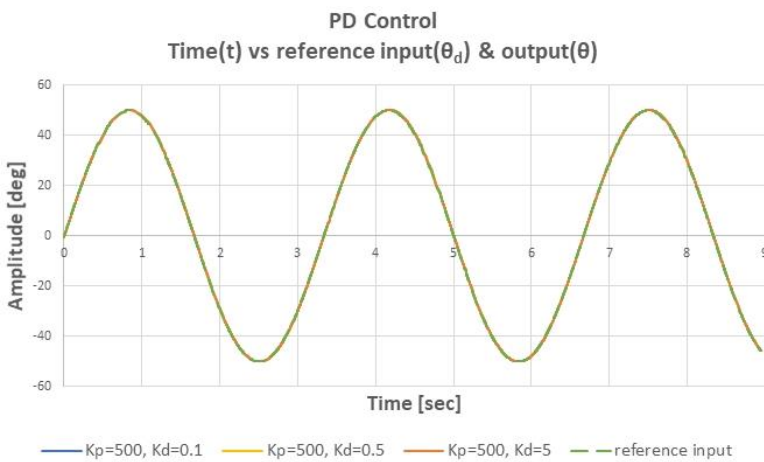
P, I, D 제어기의 계수를 조절하면서 목표 각도에 가장 잘 도달하는 계수를 찾는다.

## 3. 실험 결과

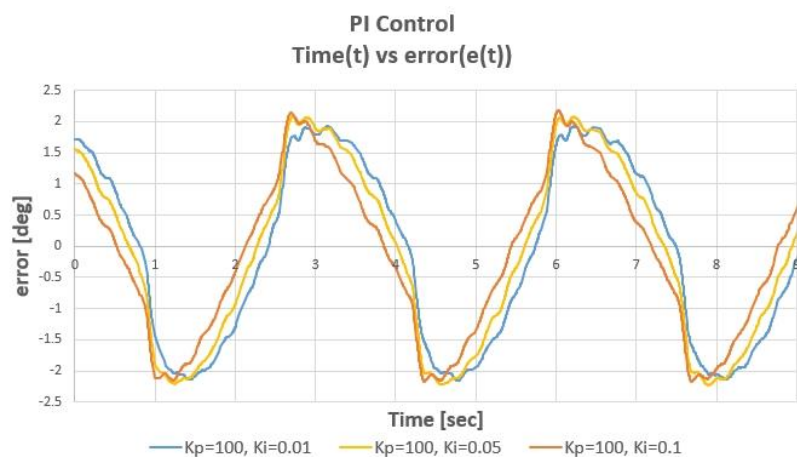
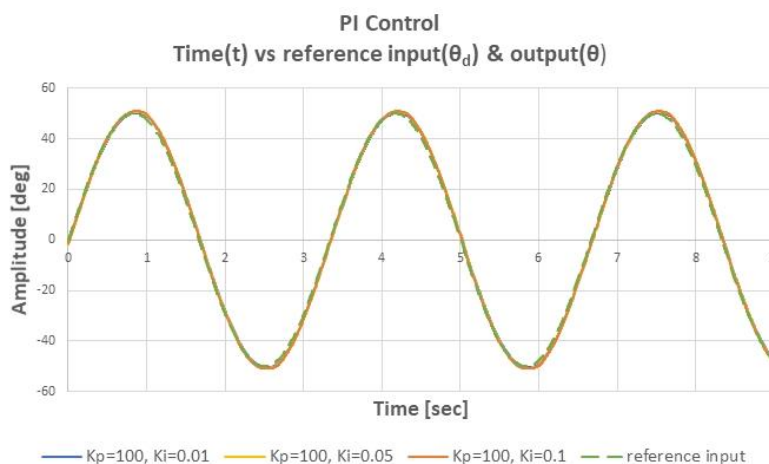
3-1. 비례 제어(P 제어)를 사용했을 때 다양한 P계수에 따른 3가지 결과



3-2. 비례 / 미분 제어(PD 제어)를 사용한 결과 중 다양한 D 계수에 따른 3가지 결과



3-3. 비례 / 적분 제어(PI 제어)를 사용한 결과 중 다양한 I계수에 따른 3가지 결과



## 4. 결과 분석 및 고찰

### 4-1. P, I, D 제어기 계수의 의미

P Control(비례 제어): 비례 제어는 오차에 비례하는 값을 제어 입력으로 출력하는 제어기다. 비례 제어기의 제어량 계산식은  $u(t) = K_p \cdot e(t)$ 로 나타낼 수 있으며, 이때 비례 게인  $K_p$ 는 오차에 곱해져서 제어 입력으로 나가게 만드는 비례 계수이다.

$K_p$ 의 값이 클수록 상승시간이 줄어 빠르게 목표값에 도달하고, 오버슈트가 커진다. 반대로,  $K_p$ 를 작게하면 상승시간이 길어져 목표값에 느리게 도달하고, 오버슈트는 감소한다.  $K_p$ 값이 너무 커지면 목표값 주위로 출력값이 진동하는 현상을 유발할 수 있다.

I Control(적분 제어): 적분 제어는 오차 누적의 합에 비례하는 값을 제어 입력으로 출력하는 제어기다. 적분 제어기의 제어량 계산식은  $u(t) = K_i \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau$ 로 나타낼 수 있다. 적분 게인  $K_i$ 의 값이 클수록 오버슈트가 커지고 정상상태 오차가 감소하지만, 응답시간이 길어지고(외란 발생시), 안정도가 악화된다.  $K_i$ 값이 너무 커지면 불안정한 시스템이 되어 출력값이 발산할 수 있다.

D Control(미분 제어): 미분 제어는 오차의 변화율에 비례하는 값을 제어 입력으로 출력하는 제어기다. 미분 제어기의 제어량 계산식은  $u(t) = K_d \cdot \frac{d}{dt}e(t)$ 로 나타낼 수 있다. 미분 게인  $K_d$ 의 값이 클수록 오버슈트가 감소하고 오차를 빠르게 교정해, 상승시간과 정착시간이 감소한다. 이는 Damping(감쇠)를 증가시켜 시스템의 안정성을 증가시킨다. 그러나  $K_d$ 값이 너무 커지면 노이즈에 의한 영향이 확대되어 외부 진동에 취약해질 수 있다.

$K_p$ ,  $K_i$ ,  $K_d$ 의 값에 따른 영향을 표로 정리하면 다음과 같다.

제어기 계수 (Gain)	상승시간 (Rise Time)	오버슈트 (Overshoot)	정착 시간 (Settling Time)	정상상태 오차 (Steady-state error)	안정성 (Stability)
$K_p$ 증가	감소	증가	미세 변화	감소	저하
$K_i$ 증가	소폭 감소	증가	증가	대폭 감소(제거)	저하
$K_d$ 증가	감소	감소	감소	미세 변화	향상

### 4-2. P, I, D 계수 변화에 따른 시스템의 변화 분석

1번째 실험 결과(P Control)에서 출력과 오차 그래프를 보면,  $K_p$ 가 10, 100, 500으로 점점 커질수록 오차가 줄어들어 점점 reference input과 그래프가 일치하게 되는 것을 확인 할 수 있다. 이를 통해 P 제어기에서는  $K_p$ 값이 증가할수록 (너무 큰 값이 아니면) 상승시간이 줄어 빠르게 목표값(reference input)에 도달하는 것을 알 수 있다. 실험에서 사용된  $K_p$ 값에서는  $K_p = 500$ 에서도 추가적인 오차의 증가를 발견할 수 없어  $K_p = 500$ 일 때도 stable하다는 것을 확인 할 수 있었다.

2번째 실험 결과(PD Control)에서 출력 그래프를 보면,  $K_p$ 가 500으로 고정된 상태에서  $K_d$ 가 0.1, 0.5, 5로 변하는데, 모든 실험 결과에서 이미  $K_p$ 의 값이 500인 상태이므로 각각의 출력값들과 reference input의 그래프가 모두 거의 일치하는 것을 확인 할 수 있다.

오차 그래프를 보면,  $K_d$ 가 0.1, 0.5, 5일 때 모두 오차의 크기는 거의 비슷하나,  $K_d$ 의 크기가 클수록 오차 그래프의 각 부분들의 국소적인 진동들의 진폭이 더 작아지는 것을 확인 할 수 있다. 즉,  $K_d$ 의 크기가 클수록 오버슈트가 감소하는 것을 확인할 수 있으므로(0.1과 0.5는  $K_d$ 가 거의 비슷하므로 약간 밖에 차이가 나지 않음), PD 제어기에서는  $K_p$ 의 값이 동일한 경우  $K_d$ 의 값이 클수록 시스템의 안정성이 향상되므로 오버슈트가 감소하고 오차를 빠르게 수정하는 것을 알 수 있다.

3번째 실험 결과(PI Control)에서 출력 그래프를 보면,  $K_p$ 가 100으로 고정된 상태에서  $K_i$ 가 0.01, 0.05, 0.1로 변하는데, 모든 실험 결과에서 이미  $K_p$ 의 값이 100인 상태이므로 각각의 출력값들과 reference input의 그래프가 모두 거의 일치하는 것을 확인 할 수 있다.

오차 그래프를 보면,  $K_i$ 가 0.01, 0.05, 0.1일 때 모두 오차의 크기는 거의 비슷하나,  $K_i$ 의 크기가 클수록 오차 그래프의 위치가 왼쪽으로 이동하고( $t=0$ 일때의 위상이 점점 증가), 그래프의 최대값이 점점 커지는 것(약간씩 커짐)을 확인할 수 있다. 즉,  $K_i$ 의 크기가 클수록 상승시간이 소폭 감소하고, 오버슈트가 증가하는 것을 확인할 수 있으므로 PI 제어기에서는  $K_p$ 의 값이 동일한 경우  $K_i$ 의 값이 클수록 수렴속도가 향상되어 상승시간이 감소하고 오버슈트가 증가하는 것을 알 수 있다.