Seminario Universitario 2025

por

Ing. Horacio Paulino Pessano

Soporte Teórico

Coordenadas en el plano (2D)

Introducción

Difícil nos resultará en ingeniería que no tengamos que enfrentarnos con alguna ***clase de exposición gráfica*** de datos. Al hojear un libro, una revista informativa, folletos de equipamiento, seguramente nos encontramos con ***ilustraciones gráficas*****,** que, de alguna manera, a través de una interpretación adecuada, resultarán de una gran utilidad respecto a conclusiones vinculadas con la temática que se trate.

Nuestro propósito es ***vincular*** lo que estamos observando gráficamente con **EXPRESIONES MATEMÁTICAS** que nos garanticen que precisamente gobiernan la ***posición*** de todos aquellos puntos que conforman la ***imagen observada.***

Dicho de otra manera; podemos formular **MODELOS MATEMÁTICOS** que al momento de su interpretación gráfica resulten ***líneas*** cuyas formas respondan a nuestro requerimiento.

En el siglo XVII, Fermat y Descartes, al realizar la unión del álgebra y la geometría, modificaron radicalmente el aspecto de las matemáticas. Esta unión, que hoy llamamos **GEOMETRÍA ANALÍTICA,** proporcionó las herramientas que necesitaban los científicos del siglo XVII para **cuantificar** su trabajo.

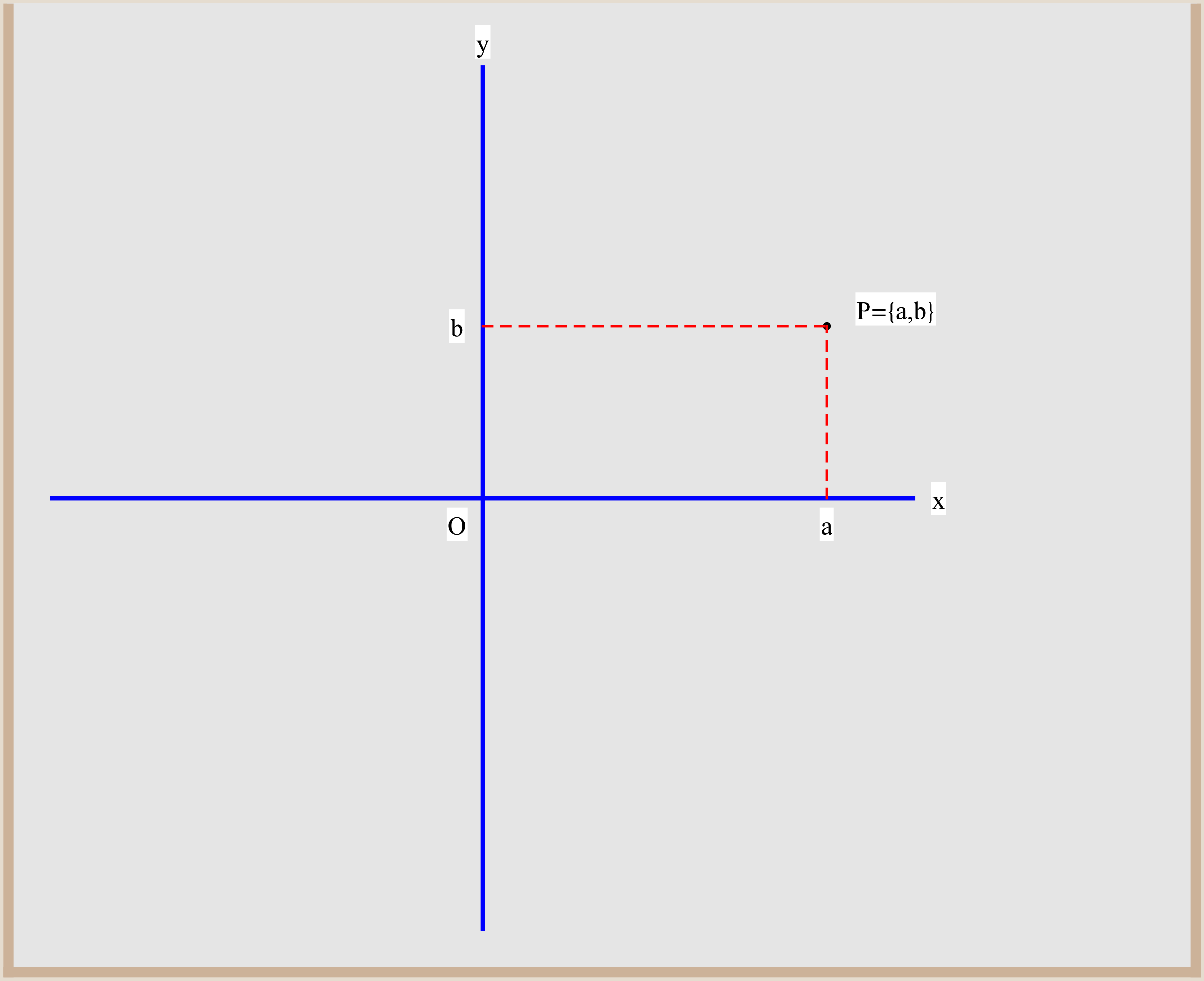
La Geometría Analítica se origina al asignar coordenadas numéricas a todos los puntos de un plano. Estas coordenadas permiten representar gráficamente ***ecuaciones algebraicas*** de dos variables como ***"rectas" y "curvas".*** Hacen posible también calcular ángulos y distancias, y escribir las ecuaciones de las coordenadas que representan las trayectorias a lo largo de las cuales se mueven objetos. Como casi todo el cálculo puede presentarse en términos geométricos, y dado que la mayoría de las aplicaciones del cálculo se refieren a movimientos y cambios, el marco natural para estudiar el cálculo y sus aplicaciones es el plano coordenado de la geometría analítica.

En honor a la verdad, de éstos dos franceses, Fermat y Descartes, el primero llevó las de perder. Pierre de Fermat fue un abogado que hizo de las matemáticas un pasatiempo. En 1629 escribió una nota en la que, en efecto, hizo uso de ***coordenadas*** para describir puntos y curvas. René Descartes (Cartesius) fue un filósofo que pensaba que las matemáticas podían descubrir los secretos del universo. Publicó su ***"Géométrie"*** en 1637. Es un libro famoso y aunque destaca el papel del álgebra en la resolución de problemas geométricos, uno encuentra sólo una insinuación de ***coordenadas****.* En virtud de haber tenido la primera y más explícita idea, Fermat debiera obtener el crédito principal. Pero la historia es una amiga veleidosa; las coordenadas son conocidas como ***cartesianas***, en honor a René Descartes.

Sistema de coordenadas cartesianas

Introducimos un ***sistema de coordenadas rectangulares*** *o* ***cartesianas*** en un plano por medio de dos rectas perpendiculares llamadas ***ejes coordenados***, que se cortan en el ***origen O***. La recta horizontal recibe el nombre de ***eje x (abscisas)*** y la vertical el de ***eje y (ordenadas)***; se indican con **x** e **y**, respectivamente. Con lo anterior, se trata de un ***plano coordenado*** o ***plano xy***. Los ejes coordenados lo dividen en cuatro partes llamadas **primero, segundo, tercero** y **cuarto cuadrantes**. Los puntos de los ejes no pertenecen a cuadrante alguno.

```
Graphics[{{Blue, Thickness[0.005], Line[{{-5, 0}, {5, 0}}], Line[{{0, -5}, {0, 5}}]}, Point[{4, 2}],
   Text["P={a,b}", {4.8, 2.2}], Text["a", {4, -0.3}], Text["b", {-0.3, 2}],
   Text["x", {5.3, 0}], Text["y", {0, 5.3}], Text["x", {5.3, 0}], Text["O", {-0.3, -0.3}],
   Dashing[0.01], Red, Line[{{4, 0}, {4, 2}}], Line[{{0, 2}, {4, 2}}]},
 Ticks → None]
```



A cada punto **P** de un plano xy se le puede asignar un par ordenado **{a,b}**; **a** es la **coordenada x** (o **abscisa**) de **P** y **b**, la **coordenada y** (u **ordenada**). Decimos que **P** tiene **coordenadas {a,b}** y nos referimos al **punto {a,b}** o al punto **P={a,b}**. A la inversa, todo par ordenado **{a,b}** determina al punto **P** con **coordenadas a** y **b.**

Gráficos de puntos en el plano

■ Ejemplos

Grafiquemos los puntos **P1={2,3}**; **P2={-2,2}**; **P3={-3,-3}**; y **P4={4,-5}**;

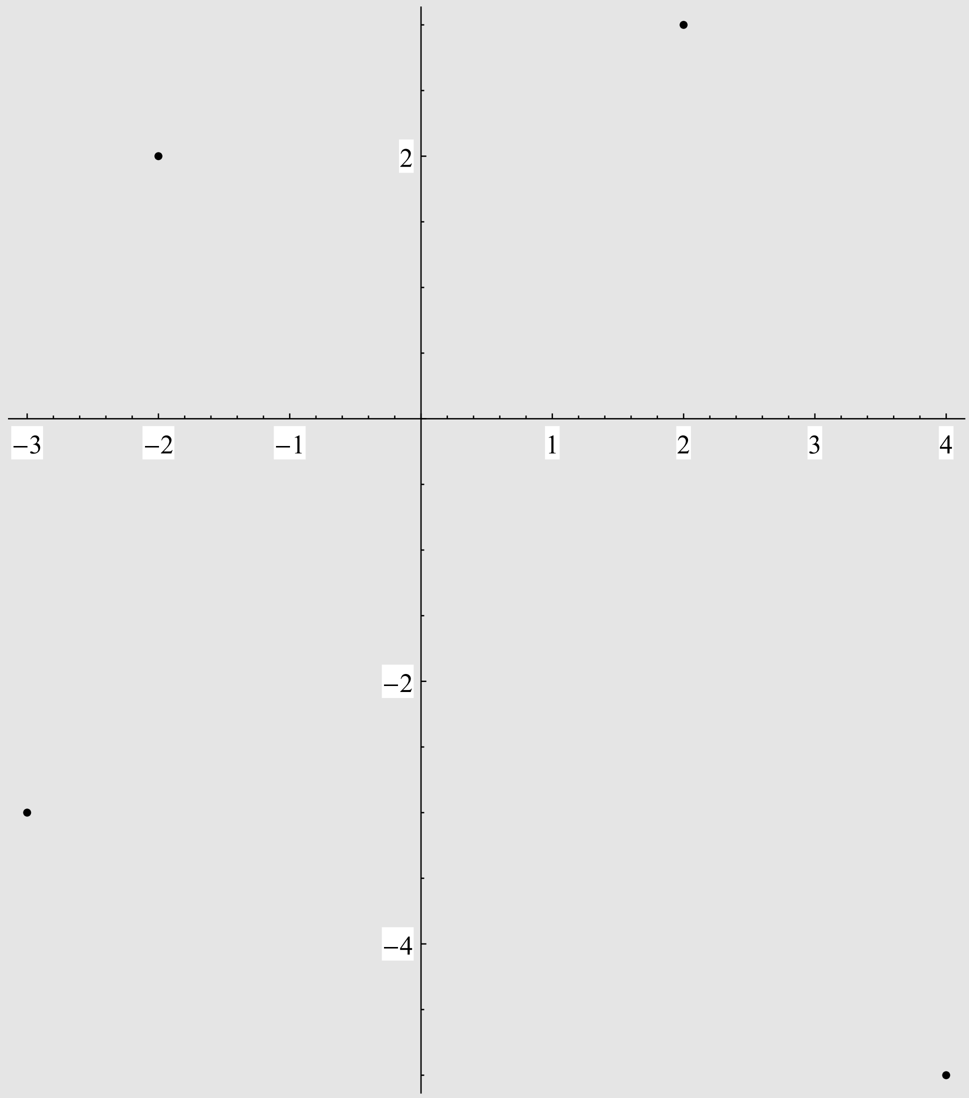
Con el *Mathematica*, etiquetamos los puntos y a posteriori recurrimos al comando **Graphics**

```
? Graphics
```

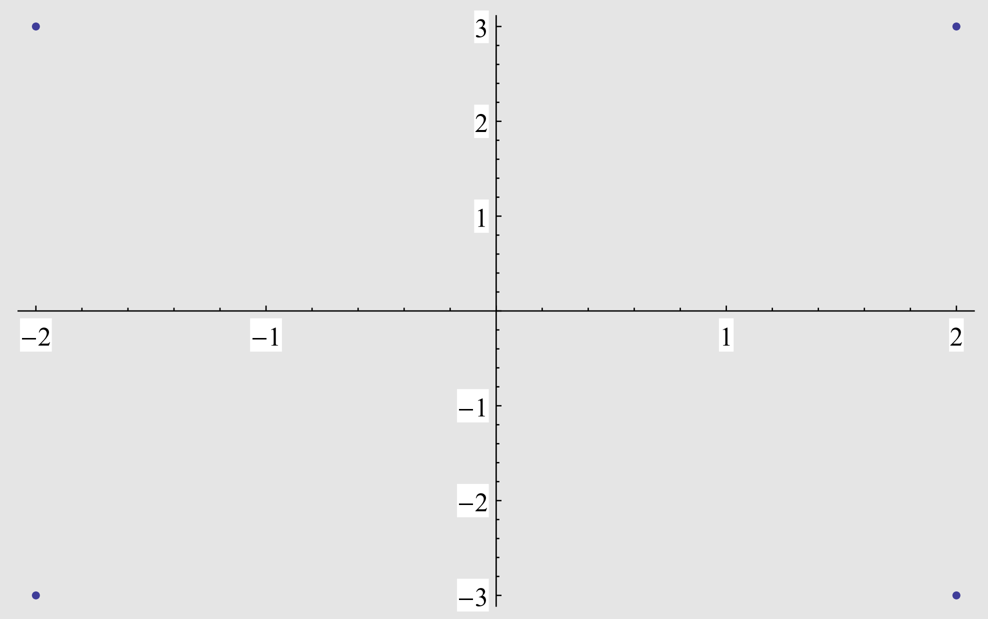
Graphics[*primitives*, *options*] represents a two–dimensional graphical image. >>

```
P1 = {2, 3};
P2 = {-2, 2};
P3 = {-3, -3};
P4 = {4, -5};
```

```
Graphics[Point[{P1, P2, P3, P4}],
  Axes → True]
```



```
g1 = ListPlot[{P1, P2, P3, P4}]
```



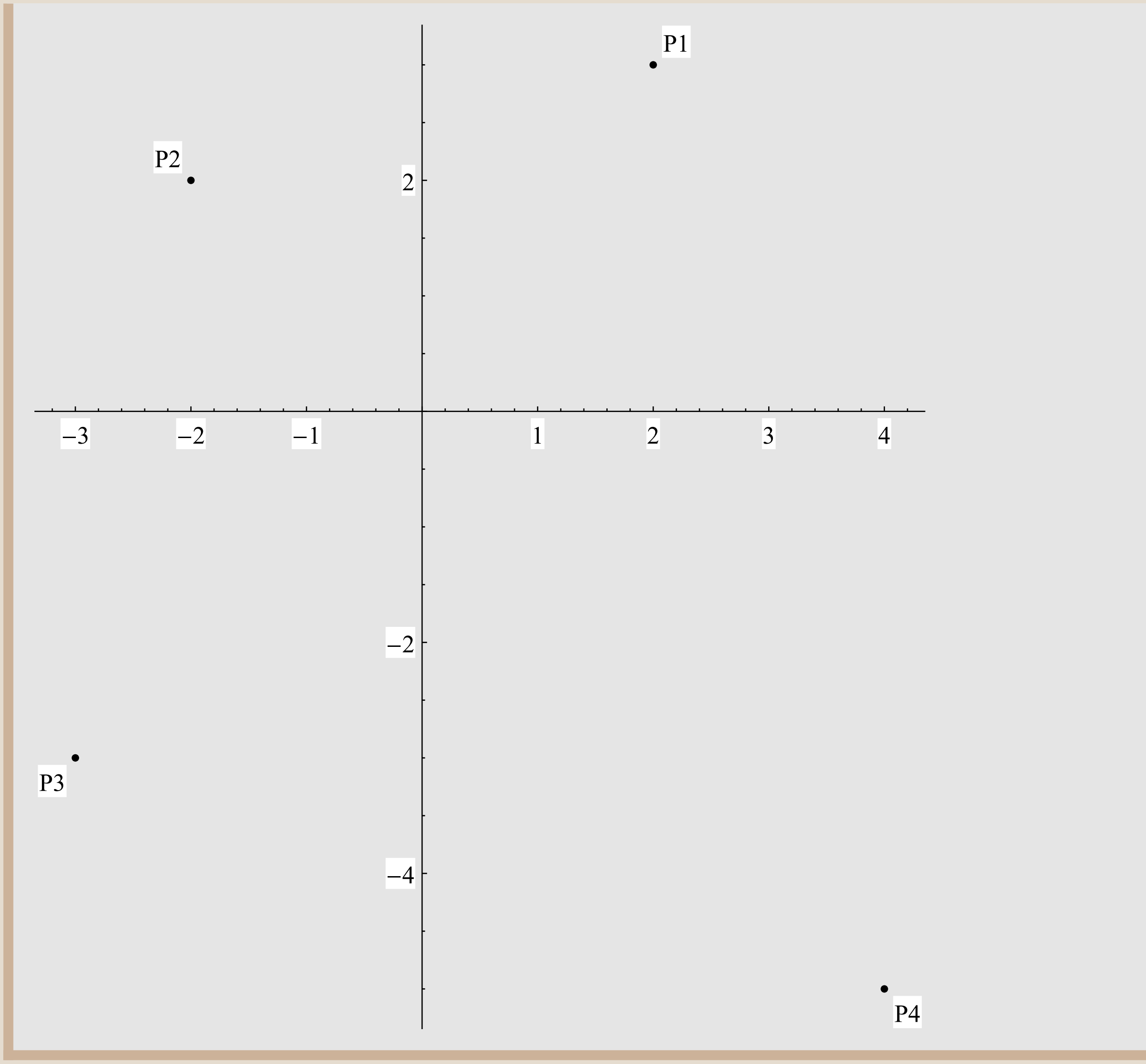
Opciones Gráficas

■ Leyendas

```
{P1, P2, P3, P4}
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \\ -3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

```
Graphics[{Point[{P1, P2, P3, P4}],
    Text["P1", {2.2, 3.2}],
    Text["P2", {−2.2, 2.2}],
    Text["P3", {−3.2, −3.2}],
    Text["P4", {4.2, −5.2}]},
  Axes → True]
```

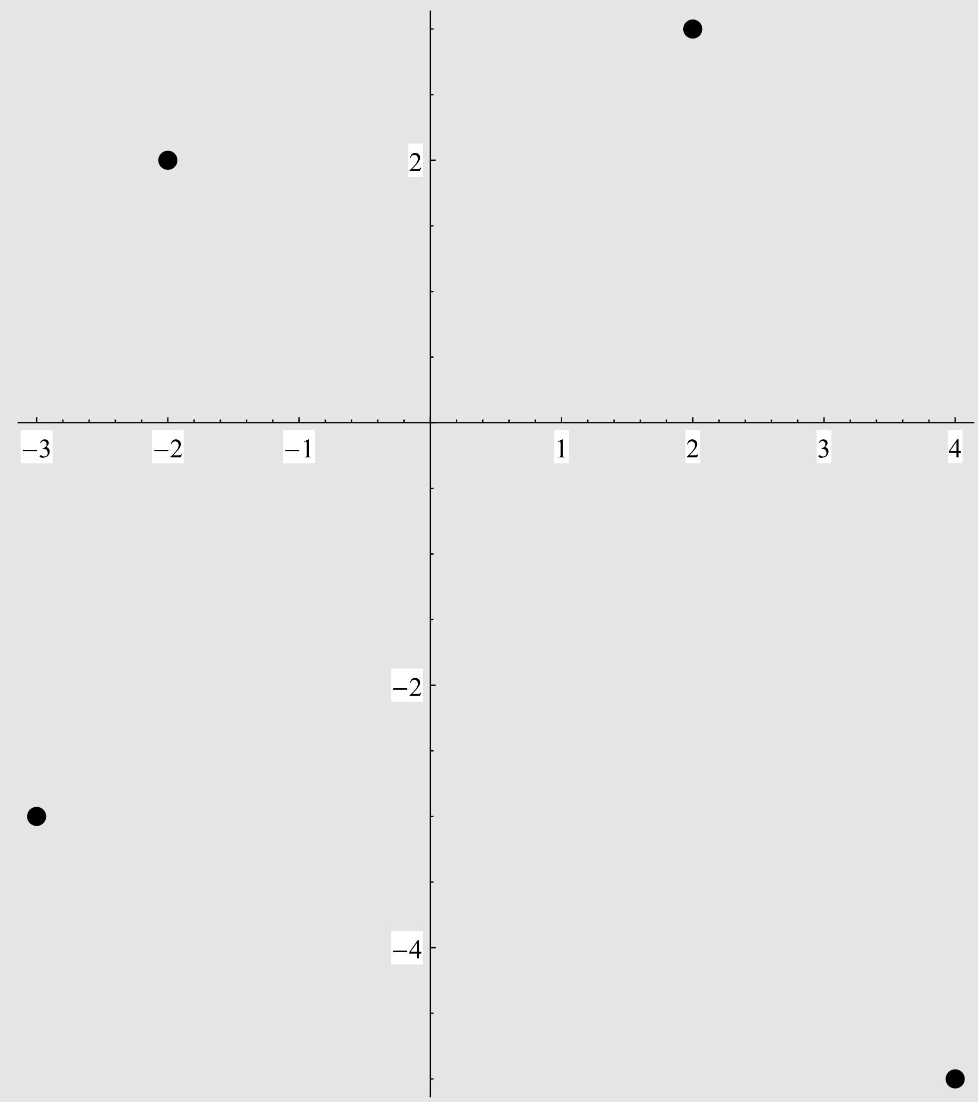


■ Tamaño de Puntos

A los efectos de hacer más visibles los puntos utilizamos la opción

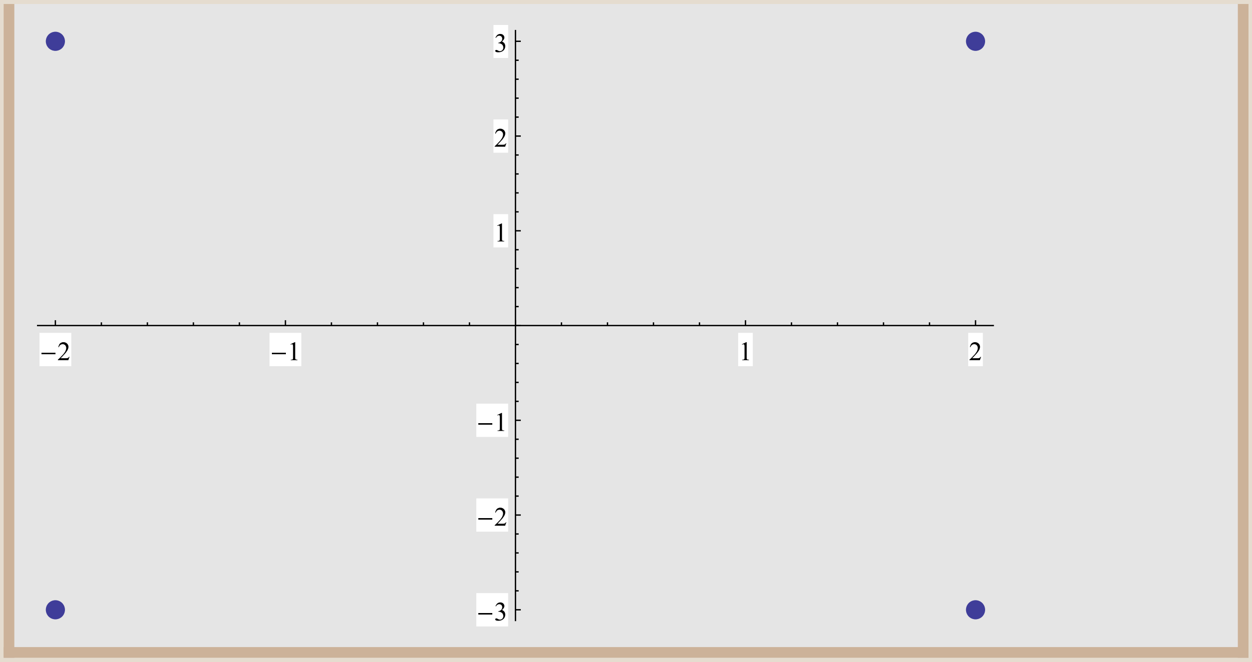
PointSize[ ]

```
Graphics[{PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True]
```



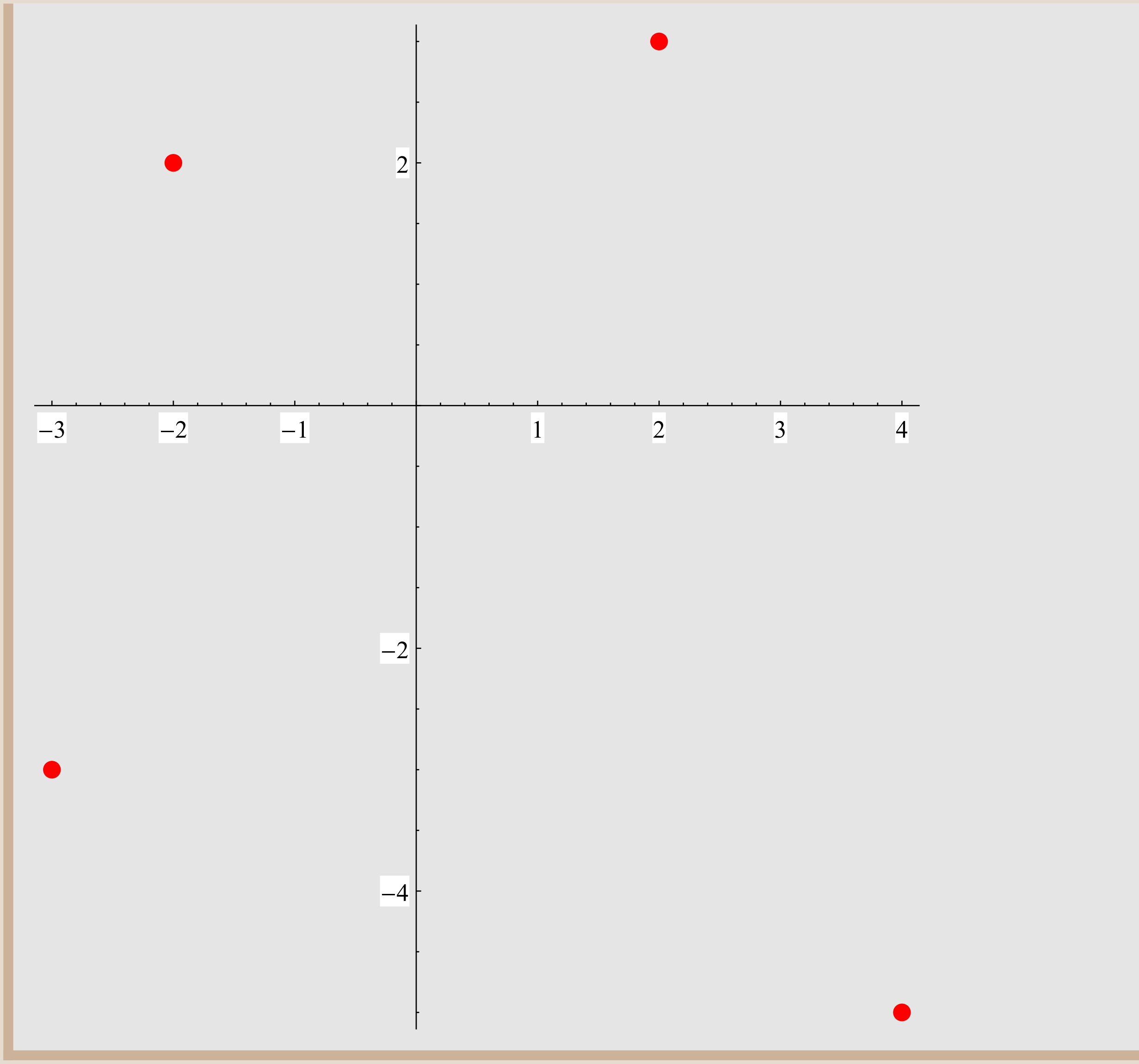

```
g1 = ListPlot[{P1, P2, P3, P4}]
```

```
g1 = ListPlot[{P1, P2, P3, P4}, PlotStyle -> PointSize[.02]]
```



■ Color

```
Graphics[{Red, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True]
```

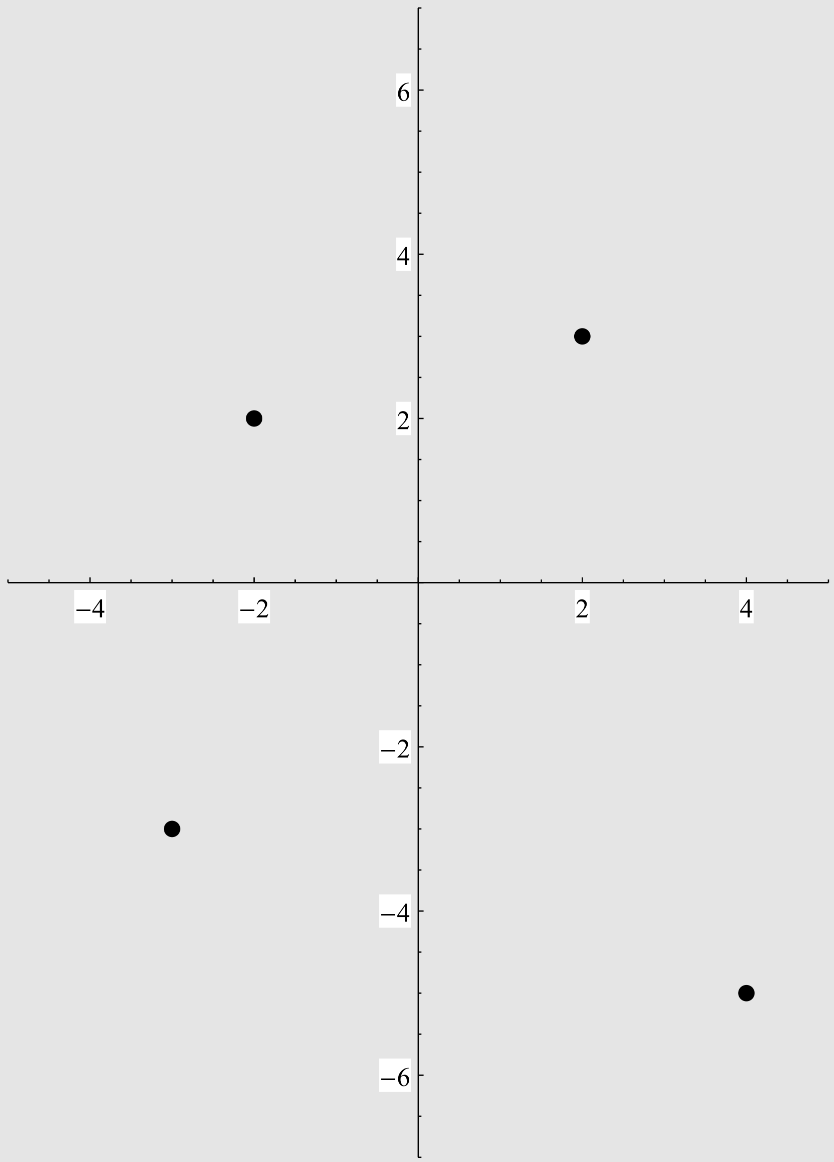


■ Rango

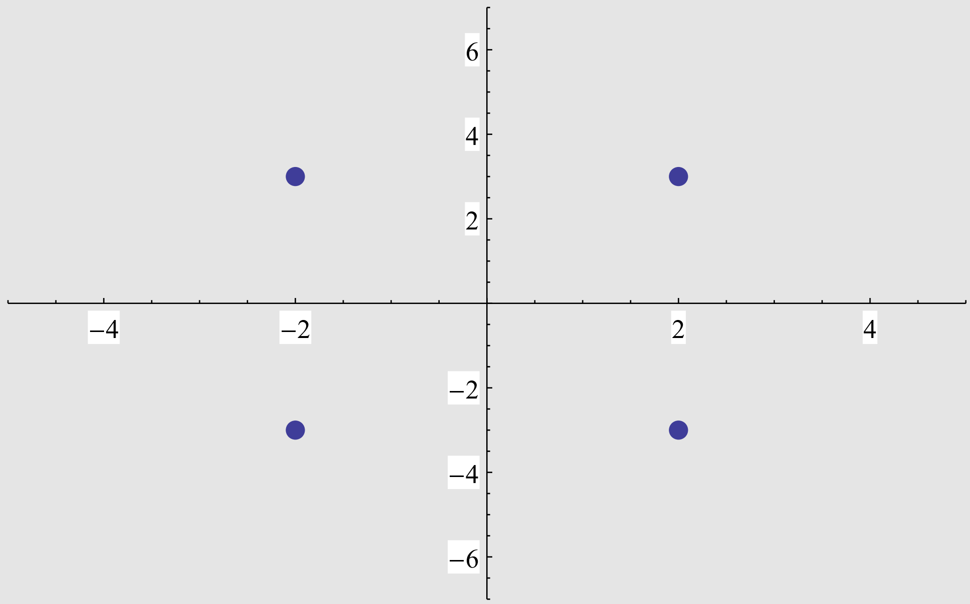
La opción **PlotRange**

permite personalizar el *rango* de trabajo sobre cada uno de los *ejes coordenados*

```
Graphics[{PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}}]
```



```
g1 = ListPlot[{P1, P2, P3, P4}, PlotStyle -> PointSize[.02],
  PlotRange → {{-5, 5}, {-7, 7}}]
```



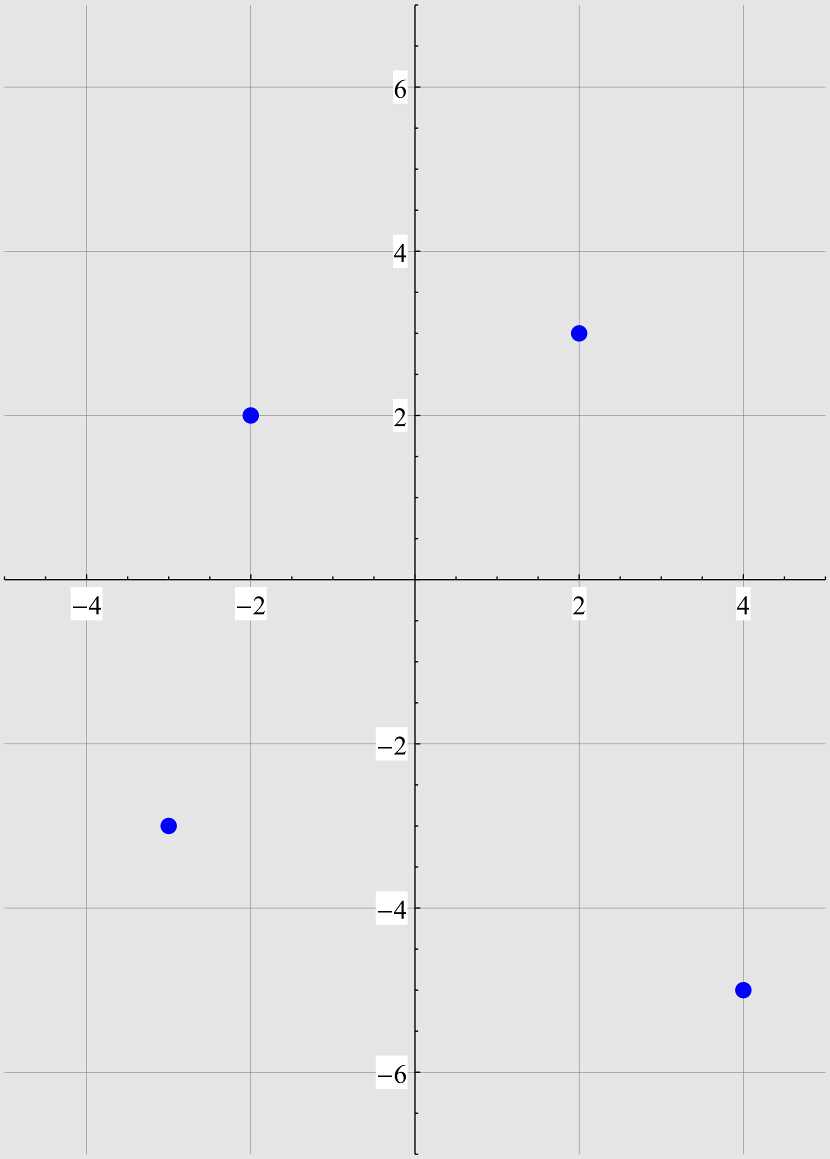
■ Grillas

Podemos consultar las alternativas que nos ofrece el comando **GridLines**

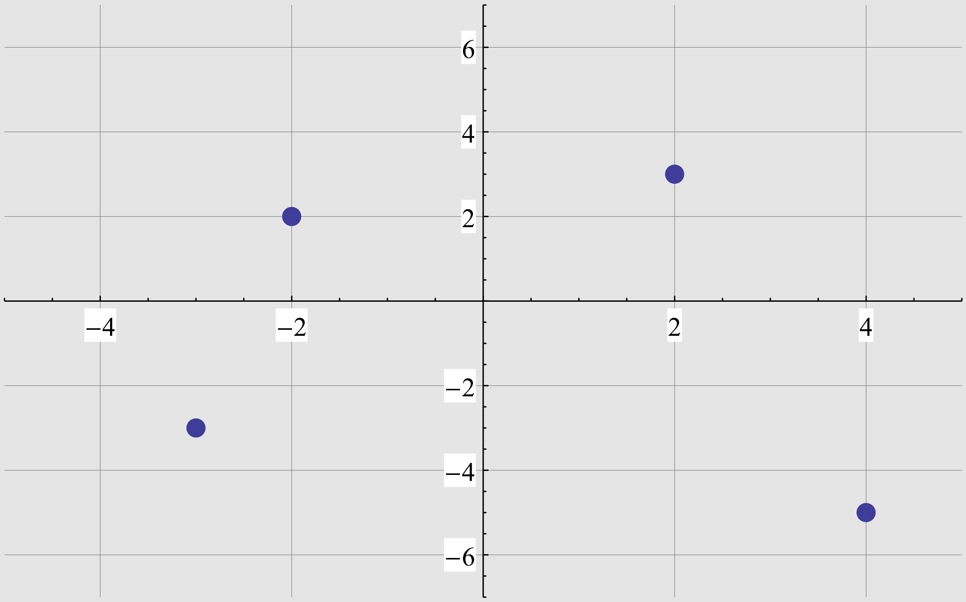
```
? GridLines
```

GridLines is an option for two−dimensional graphics functions that specifies grid lines. >>

```
Graphics[{Blue, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines → Automatic]
```

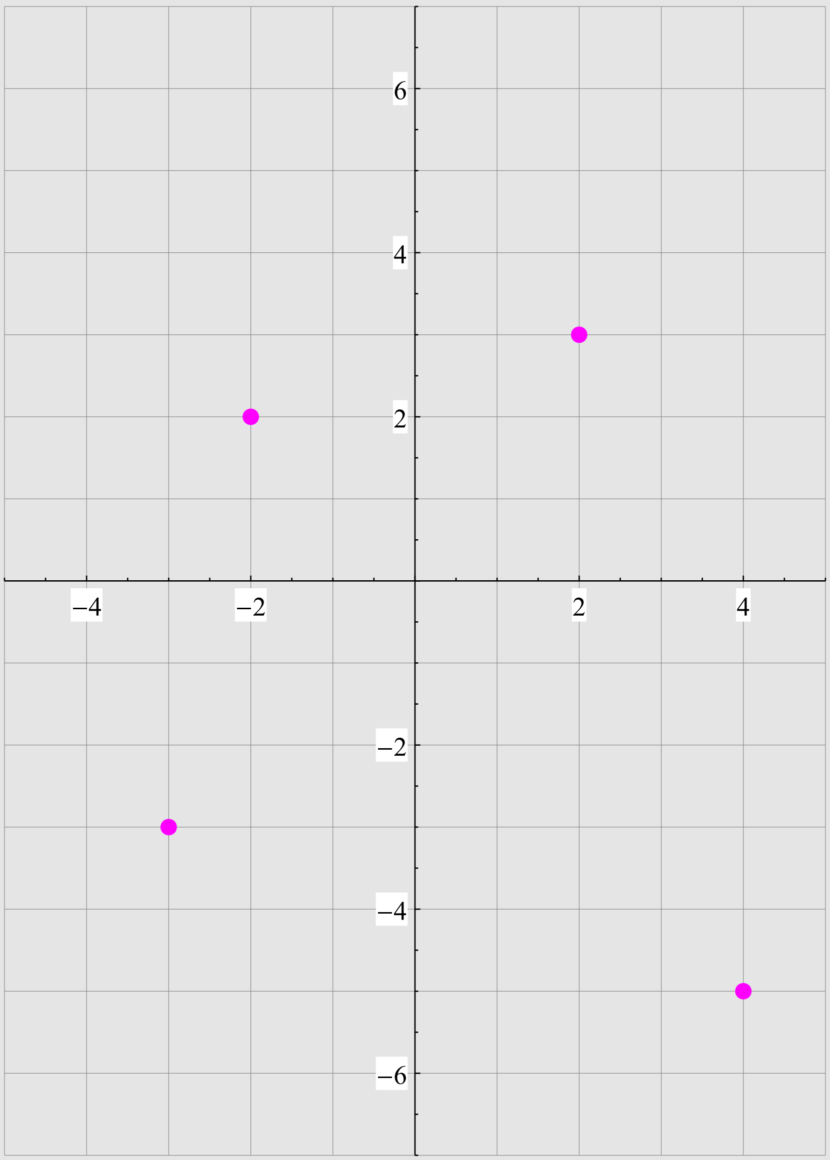


```
g1 = ListPlot[{P1, P2, P3, P4}, PlotStyle -> PointSize[.02],
  PlotRange → {{-5, 5}, {-7, 7}},
  GridLines → Automatic]
```

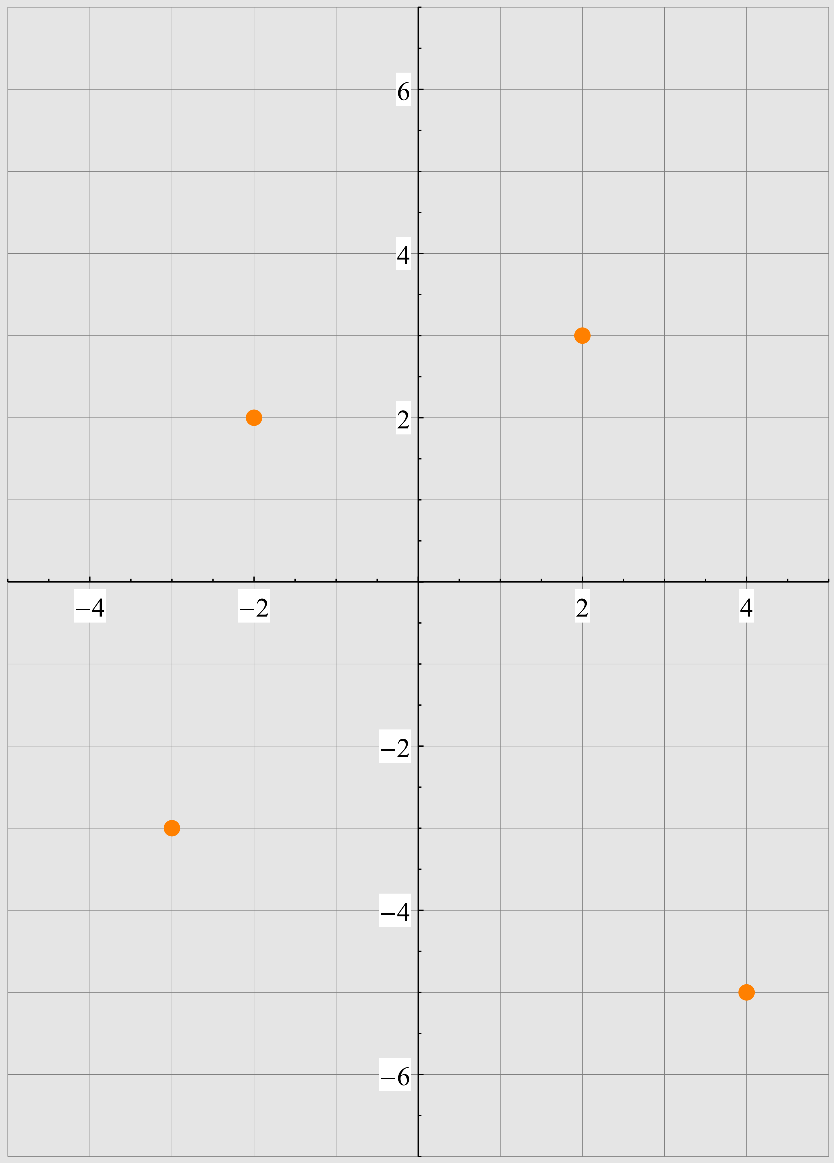


o bien personalizado

```
Graphics[{Magenta, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines →
    {{−1, −2, −3, −4, −5, 1, 2, 3, 4, 5}, {−1, −2, −3, −4, −5, −6, −7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}}]
```



```
Graphics[{Orange, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines → {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]}]
```



In[ ]:=

```
?? Ticks
```

Out[ ]=

Symbol

Ticks is an option for graphics functions that specifies tick marks for axes.

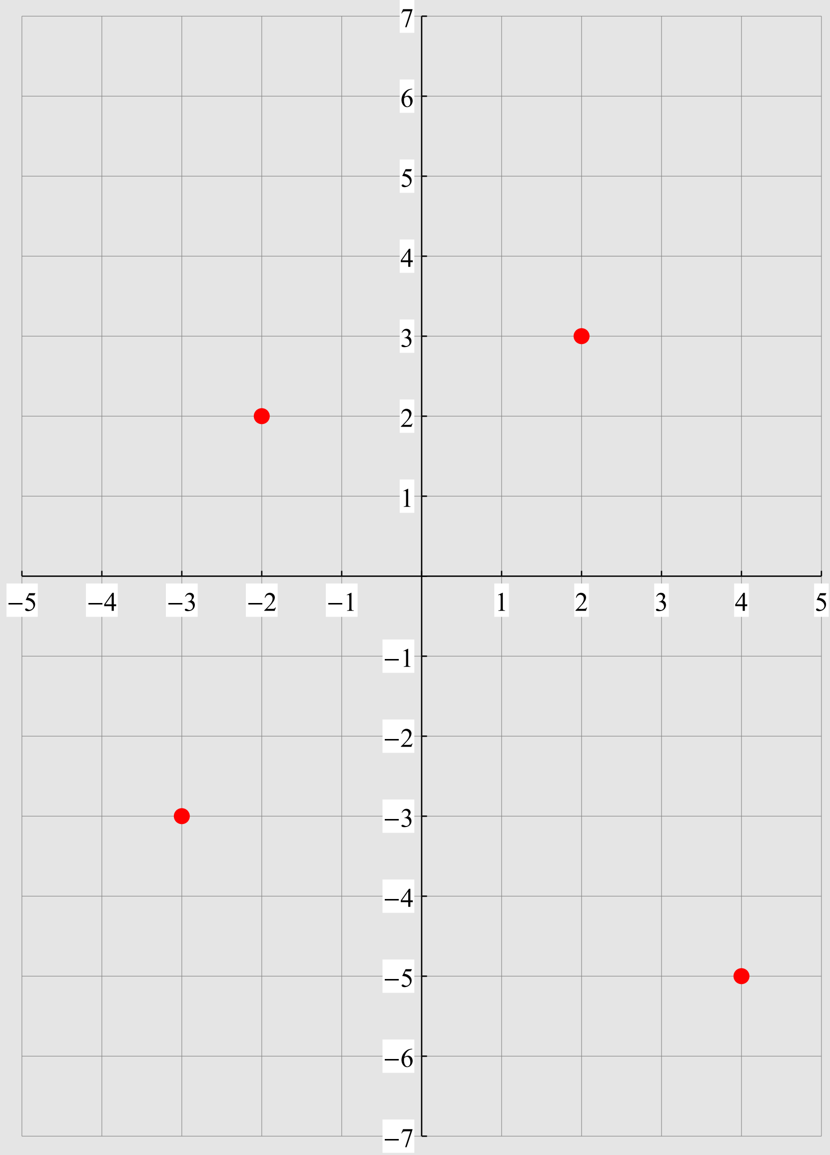
Documentation Local » | Web »

Attributes {Protected}

Full Name System`Ticks

■ Ticks

```
Graphics[{Red, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines → {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]},
  Ticks −> {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]}]
```

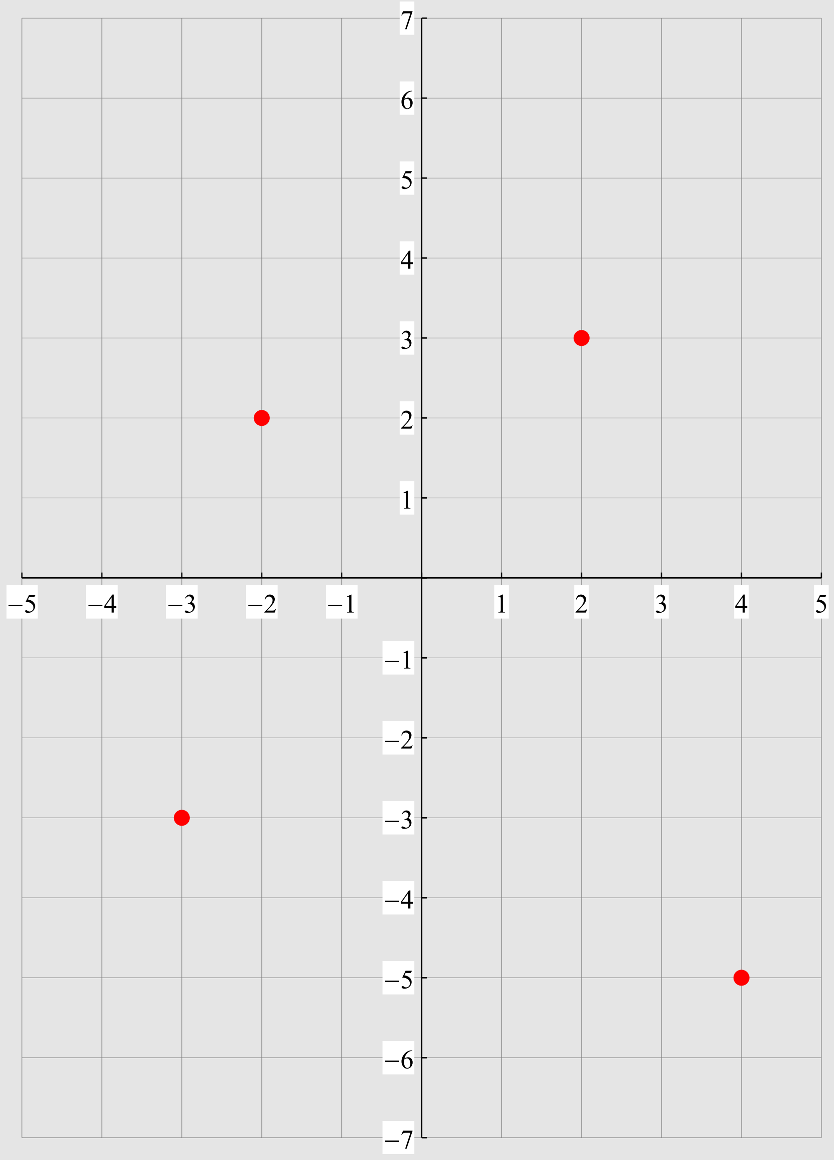


■ **Fondo**

```
? Background
```

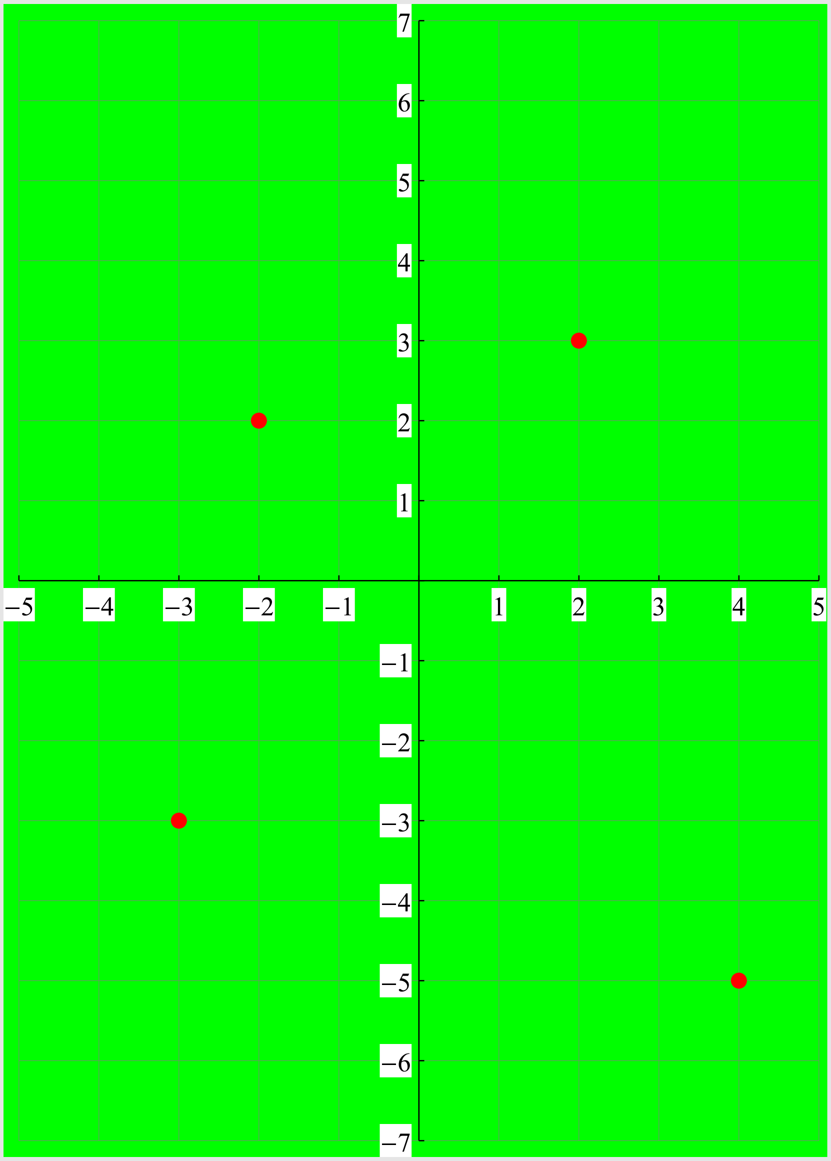
Background is an option that specifies what background color to use. >>

```
Graphics[{Red, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines → {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]},
  Ticks −> {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]},
  Background → GrayLevel[0.9]]
```



o bien

```
Graphics[{Red, PointSize[0.02], Point[{P1, P2, P3, P4}]},
  Axes → True,
  PlotRange → {{−5, 5}, {−7, 7}},
  GridLines → {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]},
  Ticks −> {Range[−5, 5, 1], Range[−7, 7, 1]},
  Background → Green]
```



■ Alternativa

```
{P1, P2, P3, P4}
```

$$\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ -2 & 2 \\ -3 & -3 \\ 4 & -5 \end{pmatrix}$$

```
ListPlot[{P1, P2, P3, P4, P1},
 PlotStyle -> PointSize[.02],
 PlotRange → {{-5, 5}, {-7, 7}},
 GridLines →
  {{-1, -2, -3, -4, -5, 1, 2, 3, 4, 5}, {-1, -2, -3, -4, -5, -6, 1, 2, 3, 4, 5, 6}},
 Background → GrayLevel[0.8],
 Joined → True]
```