

# Física: Selectividad 2022

tomiock

16 de mayo de 2022

Los contenidos consisten en tres grandes bloques (Álgebra Lineal, Geometría y Análisis), pero el examen tiene tan solo 6 preguntas (de las cuales se escogen 4).

## 1. Álgebra Lineal

### 1.1. Operaciones con matrices

Las matrices tienen definida una suma, producto y producto por escalar.

Ejemplo de suma de matrices  $2 \times 2$ :

$$\begin{pmatrix} a_1 & a_2 \\ a_3 & a_4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ b_3 & b_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 + b_1 & a_2 + b_2 \\ a_3 + b_3 & a_4 + b_4 \end{pmatrix}$$

Tiene que tener las mismas dimensiones.

En cambio con el producto entre dos matrices, estas no tienen que tener las mismas dimensiones necesariamente. Tal solo el número de filas de una tiene que ser igual que el número de columnas de la otra y viceversa<sup>1</sup>. Producto entre dos matrices:

$$\begin{pmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} b_{11} & \cdots & b_{1p} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & \cdots & b_{np} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} + \cdots + a_{1n}b_{n1} & \cdots & a_{11}b_{1p} + \cdots + a_{1n}b_{np} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{11} + \cdots + a_{mn}b_{n1} & \cdots & a_{m1}b_{1p} + \cdots + a_{mn}b_{np} \end{pmatrix}$$

O un ejemplo más claro con 2 matrices ( $2 \times 2$ ):

$$\begin{pmatrix} e & f \\ g & h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} ea + fc & eb + fd \\ ga + hc & gb + hd \end{pmatrix}$$

Se puede ver como es un producto escalar entre vectores que forman columnas y filas:

FIGURA 1: Esquema de la multiplicación entre dos matrices, el producto escalar de los vectores resaltados en verde dan lugar al escalar marcado en azul. Se coge una fila de la primera matriz y una columna de la segunda. Debido a esto el producto de matrices no es conmutativo  $AB \neq BA$ .

Al multiplicar una matriz por un escalar (número), se multiplican todos los elementos de la matriz por ese escalar:

$$\begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 \times (1) & 5 \times (4) \\ 5 \times (3) & 5 \times (2) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 5 & 20 \\ 15 & 10 \end{pmatrix}$$

<sup>1</sup> $(m \times n) \cdot (n \times m) \mapsto (m \times m)$

## 1.2. Determinantes

El determinante es la variación el área/norma que causa una transformación lineal aplicada a una superficie/vector.

El determinantes de una matriz  $(2 \times 2)$  se calcula con la siguiente regla:

$$\det \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = \begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$$

Mientras que para una matriz  $(3 \times 3)$  se puede utilizar la expansión de Laplace<sup>2</sup>:

$$\begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = a \begin{vmatrix} e & f \\ h & i \end{vmatrix} - b \begin{vmatrix} d & f \\ g & i \end{vmatrix} + c \begin{vmatrix} d & e \\ g & h \end{vmatrix}$$

Donde se puede utilizar cualquier columna o fila para expandir la matriz

## 2. Geometría

## 3. Análisis

---

<sup>2</sup>Muy útil para el cálculo de productos vectoriales entre vectores.