

第4回 計算機構成

前回の内容

- 2進数から8進数・16進数への変換
- 正数と負数の表現
- 負数の表現
 - ▶ 1の補数
 - ▶ 2の補数
- 浮動小数点形式

今回の内容

- 補数の例題の**合わせ**
- 浮動小数点形式
 - ▶ 課題1の**合わせ**
- ケチ表示
- 非正規化数
- IEEE754

前回配布した資料を使います。

第3回までにできてること

■ 固定小数点形式について説明できる

- 10進数, 2進数, 8進数, 16進数を相互に変換できる
 - ▶ 整数, 小数
- 負数の表現方法
 - ▶ 符号+絶対値, 1の補数, 2の補数
 - 配布資料「補数の演習」
 - ▶ バイアス表現
- 浮動小数点形式
 - ▶ 配布資料「浮動小数点形式」の課題1

■ 教科書

- ▶ 2.4 符号付き数と符号なし数
- ▶ 例題 2進から10進への変換 (p.75)
- ▶ 例題 正負反転の簡便法 (p.77)
- ▶ 例題 符号拡張の簡便法 (p.77)
- ▶ 自己診断 (p.78)

教科書は繰り返し読むこと

浮動小数点形式 (p.190)

■ 指数部と仮数部のビット分配

$$N = (-1)^S \times M \times 2^E$$



- ▶ 指数部 E のビット数を多くすると数値の範囲は広がる。
- ▶ 仮数部 M のビット数を多くすると有効桁数が大きくなる。
- ▶ IEEE754では, 符号1ビット, 指数部8ビット, 仮数部23ビット
- 仮数部の表現方法
 - ▶ **正規化**+固定小数点による小数+**ケチ表示**
- 指数部の表現方法
 - ▶ 整数の表現→**バイアス表現** (ゲタばき表現) ※補数じゃないよ。

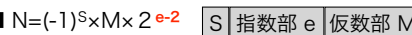
課題1 5ビットの浮動小数点形式について考える

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

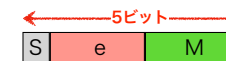
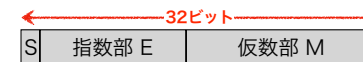
- ▶ 指数 exponent 仮数 mantissa

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

$$N = (-1)^S \times M \times 2^{e-2}$$



<div>e M</div>	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
0.0				
0.1				
1.0				
1.1				



固定小数点: 中央に小数点があるとする。

5ビットの浮動小数点形式 正規化しない

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^S \times M \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 M

■ $(1001)_2$

▶ 指数部e 10, 仮数部M 01

▶ 指数部 10 $\rightarrow 2^0$

▶ 仮数部 01 $\rightarrow 0.1_2 \rightarrow 0.5_{10}$

▶ $0.5 \times 2^0 = 0.5$

$\begin{matrix} e \\ M \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
0.0	0	0	0	0
0.1	0.125	0.25	0.5	1
1.0	0.25	0.5	1	2
1.1	0.375	0.75	1.5	3

5ビットの浮動小数点形式 正規化しない

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^S \times M \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 M

■ $(0101)_2$

▶ 指数部e 01, 仮数部M 01

▶ 指数部 01 $\rightarrow 2^{-1}$

▶ 仮数部 01 $\rightarrow 0.1_2 \rightarrow 0.5_{10}$

▶ $0.5 \times 2^{-1} = 0.25$

$\begin{matrix} e \\ M \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
0.0	0	0	0	0
0.1	0.125	0.25	0.5	1
1.0	0.25	0.5	1	2
1.1	0.375	0.75	1.5	3

正規化とは

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^S \times M \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 M

■ 2つの0.25

▶ $0101 \rightarrow 0.1_2 \times 2^{-1} = 0.25$

▶ $0010 \rightarrow 1.0_2 \times 2^{-2} = 0.25$

■ 2つの0.5

▶ $1001 \rightarrow 0.1_2 \times 2^0 = 0.5$

▶ $0110 \rightarrow 1.0_2 \times 2^{-1} = 0.5$

■ 正規化とは

▶ 仮数部が $1.xxx$ となるように指数を調整する

▶ $0.1_2 \times 2^{-1} \rightarrow 1.0_2 \times 2^{-2}$

▶ $0.1_2 \times 2^0 \rightarrow 1.0_2 \times 2^{-1}$

$\begin{matrix} e \\ M \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
0.0	0	0	0	0
0.1	0.125	0.25	0.5	1
1.0	0.25	0.5	1	2
1.1	0.375	0.75	1.5	3

5ビットの浮動小数点形式 正規化+けち表示

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^S \times 1.m \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 m

■ 正規化

▶ 仮数部が $1.xxx$ となるように指数を調整する

▶ $0.1_2 \times 2^{-1} \rightarrow 1.0_2 \times 2^{-2}$

▶ 正規化すると1以上になる

– 1.00, 1.01, 1.10, 1.11

■ けち表示

▶ 1を除いた小数点以下2ビットをメモリに格納する

– 1.00, 1.01, 1.10, 1.11

▶ 1ビット得する

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
.00	0.25	0.5	1.0	2.0
.01	0.3215	0.625	1.25	2.5
.10	0.375	0.75	1.5	3
.11	0.4375	0.875	1.75	3.5

5ビットの浮動小数点形式 正規化+けち表示

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 m

■ 正規化+けち表示

▶ 0101 → $1.01 \times 2^{-1} = 0.625$

▶ 0010 → $1.10 \times 2^{-2} = 0.375$

▶ 1001 → $1.01 \times 2^0 = 1.25$

▶ 0110 → $1.10 \times 2^{-1} = 0.75$

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
.00	0.25	0.5	1.0	2.0
.01	0.3215	0.625	1.25	2.5
.10	0.375	0.75	1.5	3
.11	0.4375	0.875	1.75	3.5

5ビットの浮動小数点形式 正規化+けち表示

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$ S 指数部 e 仮数部 m

■ 4ビットで16通りの数値表現

▶ 下線の数値

– 正規化によって増えた数値

■ 問題点

▶ ゼロがない

■ ゼロがない原因

▶ ケチ表現→1が省略されている

■ ゼロの場所

▶ $(0000)_2$ をゼロとするのが自然

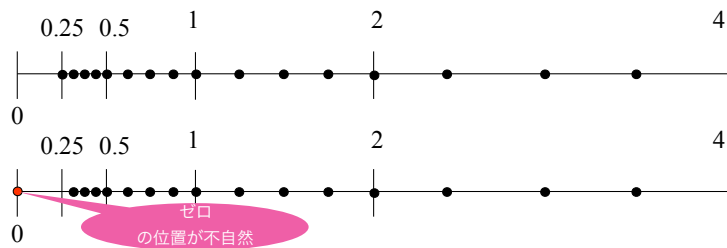
■ 数直線で考えてみる

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(-2)	01(-1)	10(0)	11(1)
.00	0.25	0.5	1.0	2.0
.01	0.3215	0.625	1.25	2.5
.10	0.375	0.75	1.5	3
.11	0.4375	0.875	1.75	3.5

ゼロ Zeroをどうするか？

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(2 ⁻²)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	0.25	0.5	1	2
01	0.3125	0.625	1.25	2.5
10	0.375	0.75	1.5	3
11	0.4375	0.875	1.75	3.5

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(2 ⁻²)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	Zero	0.5	1	2
01	0.3125	0.625	1.25	2.5
10	0.375	0.75	1.5	3
11	0.4375	0.875	1.75	3.5



5ビットの浮動小数点形式

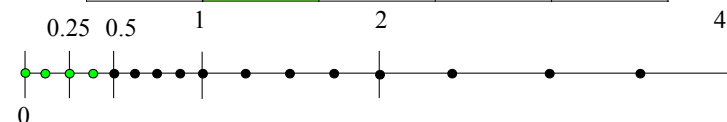
■ 5ビットの2進浮動小数点形式

$$N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$$

$$N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$$

S e m

$\begin{matrix} e \\ 1.m \end{matrix}$	00(2 ⁻¹)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	Zero	0.5	1	2
01	0.125	0.625	1.25	2.5
10	0.25	0.75	1.5	3
11	0.375	0.875	1.75	3.5



5ビットの浮動小数点形式

■ 5ビットの2進浮動小数点形式

$$N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$$

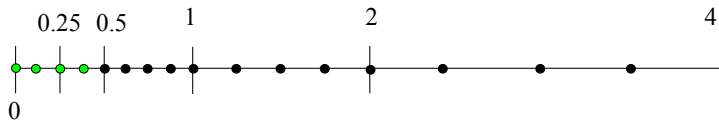
$$N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$$

S	e	m
---	---	---

1.m \ e	00(2 ⁻¹)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	Zero	0.5	1	2
01	0.125	0.625	1.25	2.5
10	0.25	0.75	1.5	3
11	0.375	0.875	1.75	3.5

非正規化数

正規化数



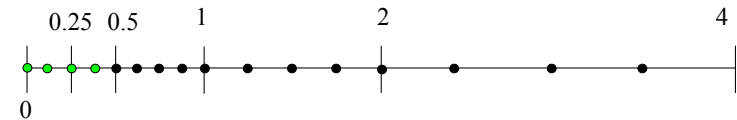
5ビットの浮動小数点形式（正規化+けち表示, バイアスが2）

■ 最終的な浮動小数点形式

■ 無限大∞の追加, IEEE754.

1.m \ e	00(2 ⁻¹)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	Zero	0.5	1	2
01	0.125	0.625	1.25	2.5
10	0.25	0.75	1.5	3
11	0.375	0.875	1.75	3.5

1.m \ e	00(2 ⁻¹)	01(2 ⁻¹)	10(2 ⁰)	11(2 ¹)
00	Zero	0.5	1	∞
01	0.125	0.625	1.25	NaN
10	0.25	0.75	1.5	NaN
11	0.375	0.875	1.75	NaN



S	e	m
---	---	---

$$N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$$

$$N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$$

浮動小数点形式 (p.190)

■ 指数部と仮数部のビット分配

$$N = (-1)^s \times M \times 2^E$$

S	指数部 E	仮数部 M
---	-------	-------

- ▶ 指数部 E のビット数を多くすると数値の範囲は広がる.
- ▶ 仮数部 M のビット数を多くすると有効桁数が大きくなる.
- ▶ IEEE754では, 符号 1 ビット, 指数部 8 ビット, 仮数部 23 ビット

■ 仮数部の表現方法

- ▶ 正規化+固定小数点による小数+ケチ表示

■ 指数部の表現方法

- ▶ 整数の表現→バイアス表現 (ゲタばき表現) ※補数じゃないよ.

5ビットの浮動小数点形式 正規化+けち表示

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

$$N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$$

$$\text{指数部が0のとき } N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$$

S	指数部 e	仮数部 m
---	-------	-------

1.m \ E	00(-1)	01(-1)	10(0)	11(1)
.00	0	0.5	1.0	2.0
.01	0.125	0.625	1.25	2.5
.10	0.25	0.75	1.5	3
.11	0.375	0.875	1.75	3.5

■ 指数部が00の場合は正規化しない

$$N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$$

■ 非正規化数

- ▶ 指数部00の数値

■ 浮動小数点に関するキーワード

- ▶ ゲタばき表現 (バイアス表現)
- ▶ 正規化
- ▶ けち表現
- ▶ 非正規化数
- ▶ 無限大

5ビットの浮動小数点形式 正規化+けち表示

■ 符号1ビット, 指数部2ビット, 仮数部2ビット

■ 指数部はバイアス2のバイアス表現

■ $N = (-1)^s \times 1.m \times 2^{e-2}$

S 指数部 E 仮数部 M

指数部が0のとき $N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{-1}$

■ 指数部がすべて0

▶ 非正規化数 $N = (-1)^s \times 0.m \times 2^{e-1}$

■ 指数部がすべて1

▶ 無限大, NaN: Not a Number

■ 浮動小数点に関するキーワード

▶ ゲタばき表現 (バイアス表現)

▶ 正規化

▶ けち表現

▶ 非正規仮数

E	00(-1)	01(-1)	10(0)	11(1)
1.m				
.00	0	0.5	1.0	∞
.01	0.125	0.625	1.25	NaN
.10	0.25	0.75	1.5	Nan
.11	0.375	0.875	1.75	Nan

浮動小数点形式の表現について

■ 符号ビット, 指数部, 仮数部の並びになっている理由

■ 符号ビットを最上位ビットにする.

▶ 正負の判定が速い.

▶ 整数型と同じように正負の判定ができる.

■ ゲタばき表現の指数部が仮数部より上位にある

▶ 整数比較命令を使って整列ができる.

S	指数部 E	仮数部 M
---	-------	-------

2進数	符号なし (正数)	符号つき バイアス3
000	0	-3
001	1	-2
010	2	-1
011	3	0
100	4	1
101	5	2
110	6	3
111	7	4

IEEE標準形式 IEEE754

■ 単精度(32ビット)

S	e(8)	M(23)
---	------	-------

▶ $e = 255 \& M \neq 0$; Not A Number

▶ $e = 255 \& M = 0$; $(-1)^s \times \infty$

▶ $0 < e < 255$; $(-1)^s \times 2^{e-127} \times (1.m)$

▶ $e = 0 \& M \neq 0$; $(-1)^s \times 2^{-126} \times (0.m)$

▶ $e = 0 \& M = 0$; 0

e	0...00	0...01		1...01	1...11
1.m					
0...00	0				∞
0...01					NaN
					NaN
1...01					NaN
1...11					NaN

$(-1)^s \times 2^{e-126} \times (0.m)$ $(-1)^s \times 2^{e-127} \times (1.m)$

次回

■ 教科書 2 命令: コンピュータの言葉

▶ 2.1 はじめに

▶ 2.2 コンピュータ・ハードウェアの演算

▶ 2.3 コンピュータ・ハードウェアのオペランド

▶ 2.4 符号付き数と符号なし数

▶ 2.5 コンピュータ内での命令の表現

▶ 2.6 論理演算

▶ 2.7 条件判定用の命令

if, else, while, do-while, switch-case

論理演算

Cの演算子

左シフト

<<

右シフト

>>

ビット単位のAND

&

ビット単位のOR

|

ビット単位のNOT

~

AND

&&

OR

||

NOT

!