

# oi-lab4

January 14, 2024

###Obrada informacija

#4. Laboratorijska vježba: Multivarijantni financijski vremenski nizovi

*Prosinac 2023.*

##Upute

U ovoj bilježnici dana je priprema sa svim uputama za 4. laboratorijsku vježbu iz predmeta Obrada informacija - uz bilježnicu su dostupni i podatci u datoteci `prices.csv`.

Vaš zadatak je u bilježnicu na odgovarajuća mjesta dopisati kod Vašeg rješenja,.

**Riješenu bilježnicu potrebno je predati kao izvještaj u .pdf formatu na Moodle najkasnije do 14.1.2024. u 23:59h. Datoteka koju predajete se mora zvati *PrezimeImeJMBAG.pdf*.**

## 0.1 Uvod

U laboratorijskoj vježbi razmatra se dinamika cijena vrijednosnica na financijskim tržištima. Dane su povijesne dnevne cijene 24 ETF-a (eng. *exchange traded fund*) koji prate određene dioničke, obvezničke ili druge indekse.

Oznaka	Naziv	Klasa imovine
SPY	SPDR S&P 500 ETF Trust	Equity: U.S. - Large Cap
IEFA	iShares Core MSCI EAFE ETF	Equity: Developed Markets Ex-U.S. - Total Market
VWO	Vanguard FTSE Emerging Markets ETF	Equity: Emerging Markets - Total Market
EWJ	iShares MSCI Japan ETF	Equity: Japan - Total Market
XLF	Financial Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Financials
XLK	Technology Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Technology
XLV	Health Care Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Health Care
XLY	Consumer Discretionary Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Consumer Cyclicals
XLP	Consumer Staples Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Consumer Non-cyclicals

Oznaka	Naziv	Klasa imovine
XLU	Utilities Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Utilities
XLI	Industrial Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Industrials
XLE	Energy Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Energy
XLC	Communication Services Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Telecommunications
XLRE	Real Estate Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Real Estate
XLB	Materials Select Sector SPDR Fund	Equity: U.S. Basic Materials
BND	Vanguard Total Bond Market ETF	Fixed Income: U.S. - Broad Market
LQD	iShares iBoxx USD Investment Grade Corporate Bond ETF	Fixed Income: U.S. - Corporate
BNDX	Vanguard Total International Bond ETF	Fixed Income: Global Ex-U.S. - Broad Market
SHV	iShares Short Treasury Bond ETF	Fixed Income: U.S. - Government
HYG	iShares iBoxx USD High Yield Corporate Bond ETF	Fixed Income: U.S. - Corporate
GLD	SPDR Gold Trust	Commodities: Precious Metals Gold
SLV	iShares Silver Trust	Commodities: Precious Metals Silver
PDBC	Invesco Optimum Yield Diversified Commodity Strategy No K-1 ETF	Commodities: Broad Market
USO	United States Oil Fund LP	Commodities: Energy Crude Oil

Pri modeliranju zajedničkog kretanja i rizika vrijednosnica, koristit ćemo aritmetičke povrate:

$$R(t) = \frac{S(t) - S(t-1)}{S(t-1)},$$

gdje je  $S(t)$  cijena vrijednosnice u danu  $t$ . U sklopu ove laboratorijske vježbe cilj je analizirati kretanje danih ETF-ova i izračunati glavne komponente (PCA) koje utječu na njihovu dinamiku. Laboratorijsku vježbu je potrebno riješiti unutar ove bilježnice i predati riješenu bilježnicu kao izvještaj.

```
[1]: import pandas as pd
import os
from google.colab import drive
```

```

drive.mount('/content/drive')
os.chdir("drive/My Drive/Colab Notebooks/Obrada informacija/Lab4")

prices = pd.read_csv('prices.csv')
prices.set_index('Time', inplace=True)
prices.index = pd.to_datetime(prices.index)

prices.head()

```

Mounted at /content/drive

```

[1]:

```

	SPY	IEFA	VWO	EWJ	XLF	XLK \
Time						
2019-01-02	231.492233	48.000053	33.417080	47.497765	21.776472	59.029892
2019-01-03	225.968170	47.684727	32.893154	47.227894	21.286907	56.050797
2019-01-04	233.537125	49.129986	33.932262	48.828522	21.994057	58.534962
2019-01-07	235.378525	49.366474	34.002121	48.949490	22.021255	59.058445
2019-01-08	237.589920	49.716839	34.194221	49.182148	22.039383	59.553371

	XLV	XLX	XLP	XLU ...	XLB \
Time					
2019-01-02	78.483353	95.259102	44.591763	44.784126 ...	46.068901
2019-01-03	76.889748	93.196533	44.335598	44.775520 ...	44.762505
2019-01-04	79.183434	96.280815	45.280781	45.438545 ...	46.522518
2019-01-07	79.487411	98.457954	45.218948	45.128563 ...	46.685822
2019-01-08	80.104607	99.546509	45.634129	45.688255 ...	47.175724

	BND	LQD	BNDX	SHV	HYG \
Time					
2019-01-02	69.980576	97.039024	48.517841	101.234894	63.253788
2019-01-03	70.253906	97.081886	48.517841	101.271584	63.285011
2019-01-04	70.042305	97.021873	48.473194	101.299133	64.347198
2019-01-07	69.936508	97.030441	48.357071	101.299133	64.971985
2019-01-08	69.848312	97.244827	48.321350	101.289948	65.393723

	GLD	SLV	PDBC	USO
Time				
2019-01-02	121.330002	14.56	8.545244	78.800003
2019-01-03	122.430000	14.75	8.607411	79.599998
2019-01-04	121.440002	14.73	8.731748	81.440002
2019-01-07	121.860001	14.67	8.799566	82.320000
2019-01-08	121.529999	14.69	8.873038	84.000000

[5 rows x 24 columns]

# 1 Zadatak 1 - Računanje korelacijske matrice i matrice kovarijance povrata

1.1. U prvom zadatku ove laboratorijske vježbe potrebno je prvo iz danih cijena (gore učitanih u Pandas DataFrame) izračunati dnevne povrate za sve pojedine vrijednosnice (prateći formulu danu u uvodu).

Izračunajte srednje povrate i volatilnost (standardnu devijaciju povrata) za svaku pojedinu vrijednosnicu. Pri analizi srednjih povrata i volatilnosti, te se brojke često *anualiziraju* - to znači da se srednji povrat pomnože s 252 (cca. broj trgovinskih dana u godini), a volatilnost s  $\sqrt{252}$ .

**Izračunajte anualizirane srednje povrate i volatilnosti. Sve ETF-ove prikažite u dijagramu raspršenja s volatilnošću na x-osi i srednjim povratom na y-osi.**

Razmislite - koji se ETF-ovi ističu po odnosu povrata i rizika (posebno dobri ili posebno loši kao investicije)?

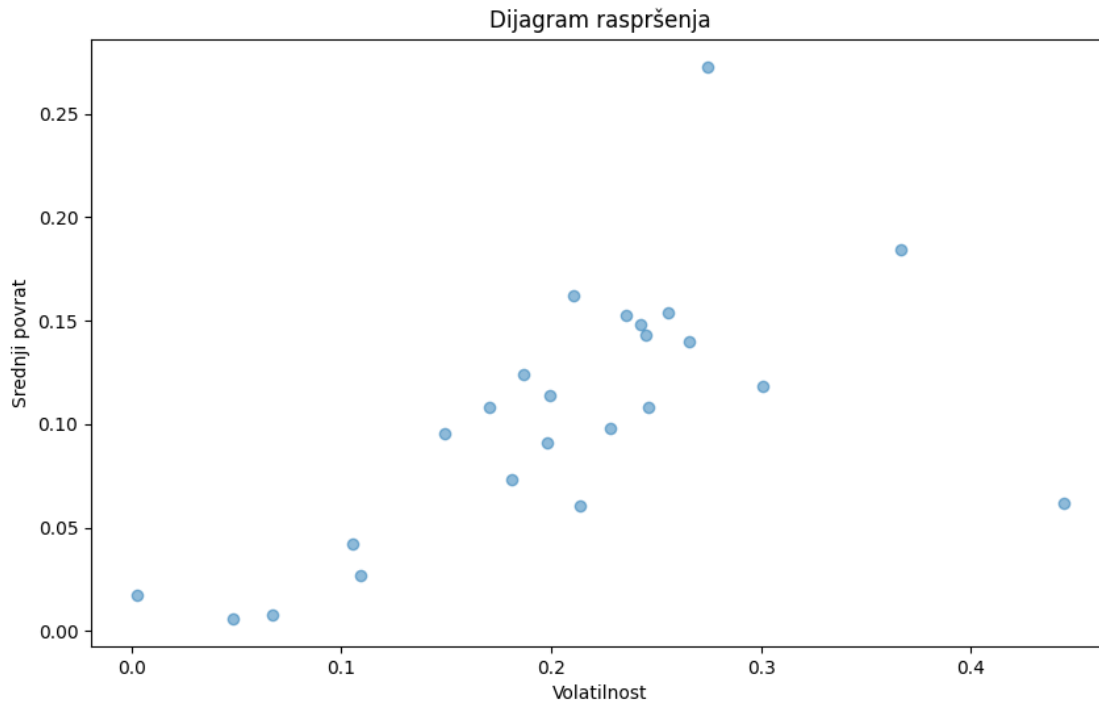
```
[14]: #Vaš kod ide ovdje
import matplotlib.pyplot as plt

dnevni_povrat = prices.pct_change().dropna()
srednji_povrat = dnevni_povrat.mean() * 252
srednja_volatilnost = dnevni_povrat.std() * (252 ** 0.5)
print("anualni srednji povrati: ", srednji_povrat)
print("anualna srednja volatilnost: ", srednja_volatilnost)
plt.figure(figsize=(10, 6))
plt.scatter(srednja_volatilnost, srednji_povrat, alpha=0.5)
plt.title('Dijagram raspršenja')
plt.xlabel('Volatilnost')
plt.ylabel('Srednji povrat')
plt.show()

print("\nIstiču se 2 koja imaju dobar povrat onaj gore i onaj skroz lijevo ->
    >ovaj gore je dobra investicija, te se ističe jedan desno sa jako lošim
    >povratom - loša investicija")
```

anualni srednji povrati:	SPY	0.162342
IEFA		0.091193
VWO		0.060619
EWJ		0.073052
XLF		0.139975
XLK		0.272858
XLV		0.124275
XLY		0.153950
XLP		0.108482
XLU		0.097755
XLI		0.152630
XLE		0.184252
XLC		0.142875

XLRE	0.108111
XLB	0.148092
BND	0.007868
LQD	0.026661
BNDX	0.006089
SHV	0.017299
HYG	0.042089
GLD	0.095262
SLV	0.118609
PDBC	0.113647
USO	0.062010
dtype: float64	
anualna srednja volatilnost: SPY	0.210693
IEFA	0.198465
VWO	0.213897
EWJ	0.180945
XLF	0.266037
XLK	0.274792
XLV	0.186838
XLY	0.255546
XLP	0.170537
XLU	0.228380
XLI	0.235427
XLE	0.366367
XLC	0.245188
XLRE	0.246439
XLB	0.242833
BND	0.067426
LQD	0.109315
BNDX	0.048493
SHV	0.002879
HYG	0.105702
GLD	0.149494
SLV	0.300700
PDBC	0.199155
USO	0.444197
dtype: float64	



Ističu se 2 koja imaju dobar povrat onaj gore i onaj skroz lijevo - ovaj gore je dobra investicija, te se ističe jedan desno sa jako lošim povratom - loša investicija

1.2. Kovarijancu i korelaciju moguće je iz podataka izračunati koristeći Pandas, ali i NumPy ili neke druge biblioteke.

**Koristeći dnevne povrate, izračunajte matricu kovarijance  $\Sigma$  i matricu korelacije  $C$  povrata svih ETF-ova. Matrice ispišite u konzolu ili vizualizirajte.**

Proučite strukturu matrice i razmislite o tome koje zajedničke komponente u podacima možete očekivati.

```
[15]: matrica_kovarijance = dnevni_povrat.cov()
matrica_korelacije = dnevni_povrat.corr()
print("matrica kovarijance: ", matrica_kovarijance)
print("matrica korelacije: " , matrica_korelacije)
```

matrica kovarijance:		SPY	IEFA	VWO
EWJ	XLF \			
SPY	1.761574e-04	1.457528e-04	1.376812e-04	1.170823e-04
IEFA	1.457528e-04	1.563030e-04	1.409613e-04	1.259424e-04
VWO	1.376812e-04	1.409613e-04	1.815550e-04	1.112717e-04
EWJ	1.170823e-04	1.259424e-04	1.112717e-04	1.299253e-04
XLF	1.918401e-04	1.728926e-04	1.534720e-04	1.357587e-04

XLK	2.158161e-04	1.701803e-04	1.706754e-04	1.387625e-04	2.036297e-04
XLV	1.318726e-04	1.061152e-04	9.604616e-05	8.357183e-05	1.406268e-04
XLY	1.934884e-04	1.614538e-04	1.574461e-04	1.310982e-04	1.994529e-04
XLP	1.107683e-04	8.944329e-05	7.605146e-05	7.151245e-05	1.225315e-04
XLU	1.274866e-04	1.049761e-04	8.575088e-05	8.290778e-05	1.461856e-04
XLI	1.753387e-04	1.551730e-04	1.373171e-04	1.224394e-04	2.245905e-04
XLE	1.907531e-04	1.835906e-04	1.738178e-04	1.417821e-04	2.810847e-04
XLC	1.796809e-04	1.441639e-04	1.424863e-04	1.176312e-04	1.748918e-04
XLRE	1.628937e-04	1.385278e-04	1.222450e-04	1.077890e-04	1.868533e-04
XLB	1.757895e-04	1.626840e-04	1.479333e-04	1.284975e-04	2.209945e-04
BND	1.032848e-05	1.106674e-05	9.632471e-06	9.707243e-06	5.550302e-06
LQD	3.073254e-05	3.035281e-05	2.706990e-05	2.332045e-05	2.590348e-05
BNDX	6.836683e-06	6.458734e-06	5.747600e-06	5.987623e-06	2.102074e-06
SHV	-1.782225e-07	-1.215006e-07	-1.699283e-07	2.821937e-08	-4.059010e-07
HYG	7.076129e-05	6.390899e-05	5.976081e-05	5.006845e-05	8.011112e-05
GLD	1.307499e-05	2.218935e-05	2.325321e-05	1.778782e-05	-1.998805e-06
SLV	6.410859e-05	7.962121e-05	8.086376e-05	5.718553e-05	5.123144e-05
PDBC	5.730408e-05	5.856160e-05	6.037230e-05	4.461771e-05	7.280871e-05
USO	1.171177e-04	1.116622e-04	1.196180e-04	7.435808e-05	1.564442e-04

	XLK	XLV	XLY	XLP	XLU \
SPY	2.158161e-04	1.318726e-04	1.934884e-04	1.107683e-04	1.274866e-04
IEFA	1.701803e-04	1.061152e-04	1.614538e-04	8.944329e-05	1.049761e-04
VWO	1.706754e-04	9.604616e-05	1.574461e-04	7.605146e-05	8.575088e-05
EWJ	1.387625e-04	8.357183e-05	1.310982e-04	7.151245e-05	8.290778e-05
XLF	2.036297e-04	1.406268e-04	1.994529e-04	1.225315e-04	1.461856e-04
XLK	2.996448e-04	1.510928e-04	2.403027e-04	1.222616e-04	1.316509e-04
XLV	1.510928e-04	1.385254e-04	1.271010e-04	9.811664e-05	1.172870e-04
XLY	2.403027e-04	1.271010e-04	2.591421e-04	1.078307e-04	1.199366e-04
XLP	1.222616e-04	9.811664e-05	1.078307e-04	1.154083e-04	1.193987e-04
XLU	1.316509e-04	1.172870e-04	1.199366e-04	1.193987e-04	2.069732e-04
XLI	1.910086e-04	1.299066e-04	1.859044e-04	1.148908e-04	1.390192e-04
XLE	1.834210e-04	1.329837e-04	1.816440e-04	1.091994e-04	1.356845e-04
XLC	2.298729e-04	1.227429e-04	2.057247e-04	1.007367e-04	1.094027e-04
XLRE	1.805967e-04	1.317512e-04	1.722832e-04	1.208262e-04	1.756801e-04
XLB	1.937529e-04	1.310538e-04	1.861967e-04	1.143999e-04	1.386152e-04
BND	1.330583e-05	7.160052e-06	1.404303e-05	8.633379e-06	1.322661e-05
LQD	3.825942e-05	2.096342e-05	3.828408e-05	1.900692e-05	3.080993e-05
BNDX	8.851570e-06	5.695455e-06	9.282111e-06	5.575668e-06	1.193018e-05
SHV	-1.452970e-07	-9.666214e-08	-1.939843e-07	-4.617104e-08	4.848319e-08
HYG	8.294049e-05	5.245450e-05	7.940941e-05	4.330333e-05	5.912695e-05
GLD	1.719533e-05	1.085658e-05	1.310897e-05	1.405772e-05	2.878039e-05
SLV	7.808044e-05	4.390190e-05	7.235107e-05	4.033467e-05	6.391738e-05
PDBC	5.823096e-05	3.552949e-05	5.444496e-05	2.980149e-05	3.136934e-05
USO	1.189163e-04	7.579423e-05	1.034852e-04	6.289437e-05	5.387372e-05

	...	XLB	BND	LQD	BNDX \
SPY	...	1.757895e-04	1.032848e-05	3.073254e-05	6.836683e-06

IEFA	...	1.626840e-04	1.106674e-05	3.035281e-05	6.458734e-06
VWO	...	1.479333e-04	9.632471e-06	2.706990e-05	5.747600e-06
EWJ	...	1.284975e-04	9.707243e-06	2.332045e-05	5.987623e-06
XLF	...	2.209945e-04	5.550302e-06	2.590348e-05	2.102074e-06
XLK	...	1.937529e-04	1.330583e-05	3.825942e-05	8.851570e-06
XLV	...	1.310538e-04	7.160052e-06	2.096342e-05	5.695455e-06
XLY	...	1.861967e-04	1.404303e-05	3.828408e-05	9.282111e-06
XLP	...	1.143999e-04	8.633379e-06	1.900692e-05	5.575668e-06
XLU	...	1.386152e-04	1.322661e-05	3.080993e-05	1.193018e-05
XLI	...	2.047923e-04	7.666242e-06	2.831092e-05	5.608365e-06
XLE	...	2.420647e-04	1.351107e-06	2.017134e-05	-8.716908e-07
XLC	...	1.612733e-04	1.230099e-05	3.346059e-05	7.892247e-06
XLRE	...	1.730627e-04	1.730387e-05	4.088237e-05	1.311175e-05
XLB	...	2.339992e-04	8.019766e-06	2.815773e-05	5.579961e-06
BND	...	8.019766e-06	1.804064e-05	2.506508e-05	9.805009e-06
LQD	...	2.815773e-05	2.506508e-05	4.741936e-05	1.392387e-05
BNDX	...	5.579961e-06	9.805009e-06	1.392387e-05	9.331558e-06
SHV	...	-2.004156e-07	1.783662e-07	1.881198e-07	1.431022e-07
HYG	...	7.358275e-05	1.137993e-05	2.675037e-05	7.607734e-06
GLD	...	2.226311e-05	1.504004e-05	2.333186e-05	1.010811e-05
SLV	...	8.964691e-05	1.956764e-05	3.791384e-05	1.520044e-05
PDBC	...	7.391043e-05	9.697108e-07	9.178127e-06	-1.070061e-06
USO	...	1.377812e-04	-1.954240e-06	7.810558e-06	-3.598700e-06

		SHV	HYG	GLD	SLV	PDBC \
SPY	-1.782225e-07	7.076129e-05	1.307499e-05	6.410859e-05	5.730408e-05	
IEFA	-1.215006e-07	6.390899e-05	2.218935e-05	7.962121e-05	5.856160e-05	
VWO	-1.699283e-07	5.976081e-05	2.325321e-05	8.086376e-05	6.037230e-05	
EWJ	2.821937e-08	5.006845e-05	1.778782e-05	5.718553e-05	4.461771e-05	
XLF	-4.059010e-07	8.011112e-05	-1.998805e-06	5.123144e-05	7.280871e-05	
XLK	-1.452970e-07	8.294049e-05	1.719533e-05	7.808044e-05	5.823096e-05	
XLV	-9.666214e-08	5.245450e-05	1.085658e-05	4.390190e-05	3.552949e-05	
XLY	-1.939843e-07	7.940941e-05	1.310897e-05	7.235107e-05	5.444496e-05	
XLP	-4.617104e-08	4.330333e-05	1.405772e-05	4.033467e-05	2.980149e-05	
XLU	4.848319e-08	5.912695e-05	2.878039e-05	6.391738e-05	3.136934e-05	
XLI	-2.654281e-07	7.304679e-05	7.898453e-06	6.205533e-05	6.888892e-05	
XLE	-6.132212e-07	7.971625e-05	1.550908e-05	9.618807e-05	1.797461e-04	
XLC	-1.412257e-07	7.091742e-05	1.449226e-05	6.546367e-05	4.964330e-05	
XLRE	-4.647225e-08	7.650127e-05	2.367132e-05	7.822725e-05	4.649864e-05	
XLB	-2.004156e-07	7.358275e-05	2.226311e-05	8.964691e-05	7.391043e-05	
BND	1.783662e-07	1.137993e-05	1.504004e-05	1.956764e-05	9.697108e-07	
LQD	1.881198e-07	2.675037e-05	2.333186e-05	3.791384e-05	9.178127e-06	
BNDX	1.431022e-07	7.607734e-06	1.010811e-05	1.520044e-05	-1.070061e-06	
SHV	3.290195e-08	3.012192e-08	3.364304e-07	3.191481e-07	-2.125596e-07	
HYG	3.012192e-08	4.433736e-05	1.293071e-05	3.729614e-05	2.542381e-05	
GLD	3.364304e-07	1.293071e-05	8.868473e-05	1.389859e-04	2.891826e-05	
SLV	3.191481e-07	3.729614e-05	1.389859e-04	3.588115e-04	8.087417e-05	
PDBC	-2.125596e-07	2.542381e-05	2.891826e-05	8.087417e-05	1.573913e-04	



USO -8.205055e-07 4.886216e-05 2.067511e-05 1.013434e-04 2.905185e-04

USO

SPY 1.171177e-04  
IEFA 1.116622e-04  
VWO 1.196180e-04  
EWJ 7.435808e-05  
XLF 1.564442e-04  
XLK 1.189163e-04  
XLV 7.579423e-05  
XLY 1.034852e-04  
XLP 6.289437e-05  
XLU 5.387372e-05  
XLI 1.424165e-04  
XLE 3.886086e-04  
XLC 1.016578e-04  
XLRE 9.185401e-05  
XLB 1.377812e-04  
BND -1.954240e-06  
LQD 7.810558e-06  
BNDX -3.598700e-06  
SHV -8.205055e-07  
HYG 4.886216e-05  
GLD 2.067511e-05  
SLV 1.013434e-04  
PDBC 2.905185e-04  
USO 7.829798e-04

[24 rows x 24 columns]

matrica korelacije:			SPY	IEFA	VWO	EWJ	XLF
XLK	XLV	\					
SPY	1.000000	0.878381	0.769875	0.773916	0.862477	0.939356	0.844188
IEFA	0.878381	1.000000	0.836782	0.883774	0.825186	0.786362	0.721156
VWO	0.769875	0.836782	1.000000	0.724492	0.679648	0.731751	0.605635
EWJ	0.773916	0.883774	0.724492	1.000000	0.710689	0.703270	0.622943
XLF	0.862477	0.825186	0.679648	0.710689	1.000000	0.701934	0.712955
XLK	0.939356	0.786362	0.731751	0.703270	0.701934	1.000000	0.741610
XLV	0.844188	0.721156	0.605635	0.622943	0.712955	0.741610	1.000000
XLY	0.905598	0.802224	0.725870	0.714465	0.739316	0.862356	0.670835
XLP	0.776867	0.665956	0.525394	0.584005	0.680594	0.657458	0.775996
XLU	0.667663	0.583646	0.442362	0.505582	0.606326	0.528644	0.692673
XLI	0.890781	0.836904	0.687169	0.724299	0.903636	0.744034	0.744235
XLE	0.622738	0.636284	0.558951	0.538962	0.726742	0.459124	0.489573
XLC	0.876503	0.746577	0.684653	0.668155	0.675663	0.859777	0.675201
XLRE	0.790579	0.713748	0.584411	0.609142	0.718209	0.672044	0.721077
XLB	0.865835	0.850656	0.717719	0.736954	0.862051	0.731708	0.727910
BND	0.183215	0.208406	0.168309	0.200504	0.077974	0.180972	0.143227
LQD	0.336256	0.352564	0.291746	0.297107	0.224460	0.320965	0.258654

BNDX	0.168623	0.169117	0.139639	0.171961	0.041061	0.167394	0.158411
SHV	-0.074029	-0.053578	-0.069527	0.013649	-0.133527	-0.046275	-0.045277
HYG	0.800683	0.767703	0.666082	0.659678	0.717905	0.719579	0.669319
GLD	0.104608	0.188468	0.183254	0.165711	-0.012665	0.105483	0.097950
SLV	0.254996	0.336211	0.316823	0.264854	0.161385	0.238125	0.196918
PDBC	0.344148	0.373370	0.357144	0.312011	0.346300	0.268139	0.240621
USO	0.315353	0.319189	0.317261	0.233134	0.333613	0.245506	0.230142

	XLY	XLP	XLU	...	XLB	BND	LQD	\
SPY	0.905598	0.776867	0.667663	...	0.865835	0.183215	0.336256	
IEFA	0.802224	0.665956	0.583646	...	0.850656	0.208406	0.352564	
VWO	0.725870	0.525394	0.442362	...	0.717719	0.168309	0.291746	
EWJ	0.714465	0.584005	0.505582	...	0.736954	0.200504	0.297107	
XLF	0.739316	0.680594	0.606326	...	0.862051	0.077974	0.224460	
XLK	0.862356	0.657458	0.528644	...	0.731708	0.180972	0.320965	
XLV	0.670835	0.775996	0.692673	...	0.727910	0.143227	0.258654	
XLY	1.000000	0.623527	0.517876	...	0.756129	0.205384	0.345359	
XLP	0.623527	1.000000	0.772545	...	0.696145	0.189207	0.256930	
XLU	0.517876	0.772545	1.000000	...	0.629864	0.216454	0.310997	
XLI	0.778689	0.721124	0.651570	...	0.902713	0.121703	0.277217	
XLE	0.488918	0.440439	0.408655	...	0.685659	0.013783	0.126923	
XLC	0.827407	0.607115	0.492349	...	0.682585	0.187506	0.314599	
XLRE	0.689391	0.724493	0.786606	...	0.728765	0.262427	0.382428	
XLB	0.756129	0.696145	0.629864	...	1.000000	0.123432	0.267308	
BND	0.205384	0.189207	0.216454	...	0.123432	1.000000	0.856969	
LQD	0.345359	0.256930	0.310997	...	0.267308	0.856969	1.000000	
BNDX	0.188756	0.169903	0.271464	...	0.119412	0.755692	0.661919	
SHV	-0.066433	-0.023694	0.018579	...	-0.072229	0.231513	0.150607	
HYG	0.740829	0.605366	0.617225	...	0.722410	0.402373	0.583401	
GLD	0.086472	0.138954	0.212430	...	0.154545	0.376009	0.359788	
SLV	0.237270	0.198211	0.234546	...	0.309382	0.243209	0.290661	
PDBC	0.269587	0.221121	0.173803	...	0.385131	0.018198	0.106239	
USO	0.229739	0.209227	0.133827	...	0.321890	-0.016443	0.040535	

	BNDX	SHV	HYG	GLD	SLV	PDBC	USO
SPY	0.168623	-0.074029	0.800683	0.104608	0.254996	0.344148	0.315353
IEFA	0.169117	-0.053578	0.767703	0.188468	0.336211	0.373370	0.319189
VWO	0.139639	-0.069527	0.666082	0.183254	0.316823	0.357144	0.317261
EWJ	0.171961	0.013649	0.659678	0.165711	0.264854	0.312011	0.233134
XLF	0.041061	-0.133527	0.717905	-0.012665	0.161385	0.346300	0.333613
XLK	0.167394	-0.046275	0.719579	0.105483	0.238125	0.268139	0.245506
XLV	0.158411	-0.045277	0.669319	0.097950	0.196918	0.240621	0.230142
XLY	0.188756	-0.066433	0.740829	0.086472	0.237270	0.269587	0.229739
XLP	0.169903	-0.023694	0.605366	0.138954	0.198211	0.221121	0.209227
XLU	0.271464	0.018579	0.617225	0.212430	0.234546	0.173803	0.133827
XLI	0.123795	-0.098669	0.739707	0.056554	0.220897	0.370256	0.343185
XLE	-0.012364	-0.146484	0.518735	0.071358	0.220025	0.620802	0.601757
XLC	0.167273	-0.050409	0.689556	0.099635	0.223753	0.256196	0.235216

XLRE	0.276487	-0.016503	0.740074	0.161916	0.266021	0.238749	0.211453
XLB	0.119412	-0.072229	0.722410	0.154545	0.309382	0.385131	0.321890
BND	0.755692	0.231513	0.402373	0.376009	0.243209	0.018198	-0.016443
LQD	0.661919	0.150607	0.583401	0.359788	0.290661	0.106239	0.040535
BNDX	1.000000	0.258261	0.374019	0.351373	0.262691	-0.027922	-0.042101
SHV	0.258261	1.000000	0.024939	0.196952	0.092886	-0.093407	-0.161657
HYG	0.374019	0.024939	1.000000	0.206212	0.295696	0.304344	0.262248
GLD	0.351373	0.196952	0.206212	1.000000	0.779136	0.244770	0.078460
SLV	0.262691	0.092886	0.295696	0.779136	1.000000	0.340319	0.191200
PDBC	-0.027922	-0.093407	0.304344	0.244770	0.340319	1.000000	0.827577
USD	-0.042101	-0.161657	0.262248	0.078460	0.191200	0.827577	1.000000

[24 rows x 24 columns]

## 2 Zadatak 2 - Analiza glavnih komponenti

2.1. Za analizu glavnih komponenti potrebno je izračunati svojstvenu dekompoziciju, koju možete pronaći u sklopu biblioteke NumPy <https://numpy.org/doc/stable/reference/generated/numpy.linalg.eig.html>.

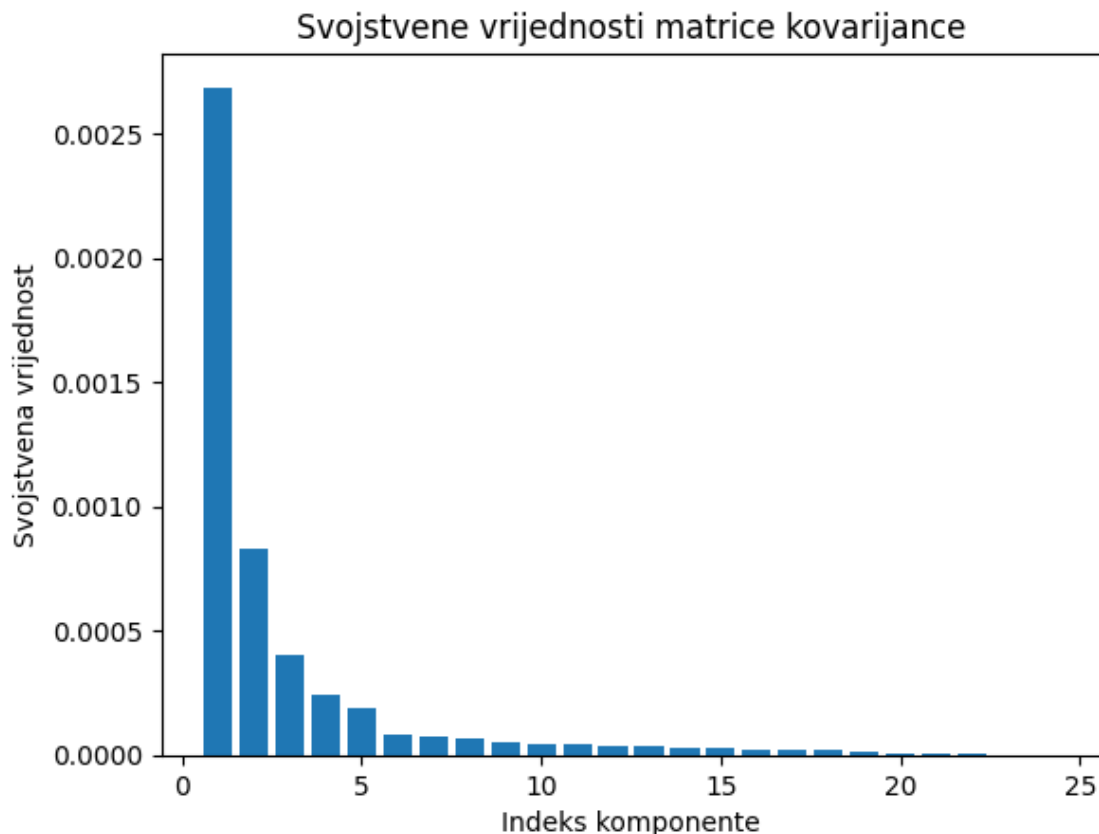
Izračunajte svojstvene vektore i pripadajuće svojstvene vrijednosti matrice kovarijance povrata  $\Sigma$ . Poredajte komponente padajući po svojstvenim vrijednostima i prikazite svojstvene vrijednosti grafički.

```
[16]: #Vaš kod ide ovdje
import numpy as np

svojstvene_vrijednosti, svojstveni_vektori = np.linalg.eig(matrica_kovarijance)

indeksi_sortirano = np.argsort(svojstvene_vrijednosti)[::-1]
svojstvene_vrijednosti_sortirano = svojstvene_vrijednosti[indeksi_sortirano]
svojstveni_vektori_sortirano = svojstveni_vektori[:, indeksi_sortirano]

plt.bar(range(1, len(svojstvene_vrijednosti) + 1),
        svojstvene_vrijednosti_sortirano)
plt.title('Svojstvene vrijednosti matrice kovarijance')
plt.xlabel('Indeks komponente')
plt.ylabel('Svojstvena vrijednost')
plt.show()
```



2.2. Izračunajte koliki udio varijance objašnjavaju prve tri komponente?

```
[18]: ukupna_varijanca = np.sum(svojstvene_vrijednosti)

udio_varijance_prve_tri = np.sum(svojstvene_vrijednosti_sortirano[:3]) /
    ↪ ukupna_varijanca

print(f"Udio varijance prve tri komponente: {udio_varijance_prve_tri * 100:.
    ↪ 2f}%")
```

Udio varijance prve tri komponente: 79.71%

2.3. Komponente PCA će u financijama često opisivati neke zajedničke faktore u podacima, što je moguće analizirati promatranjem pojedinih elemenata svojstvenih vektora. Ako je neki element određenog svojstvenog vektora velik po magnitudi (pozitivan ili negativan), to znači da ta komponenta opisuje odgovarajuću vrijednosnicu i objašnjava njenu varijancu, za razliku od slučaja kad je element blizu 0, što znači da razmatrana vrijednosnica ne ovisi previše o toj komponenti.

**Prikažite grafički (npr. stupčastim dijagramom za svaku komponentu posebno) koeficijente prve 3 glavne komponente (elemente prva tri svojstvena vektora).**

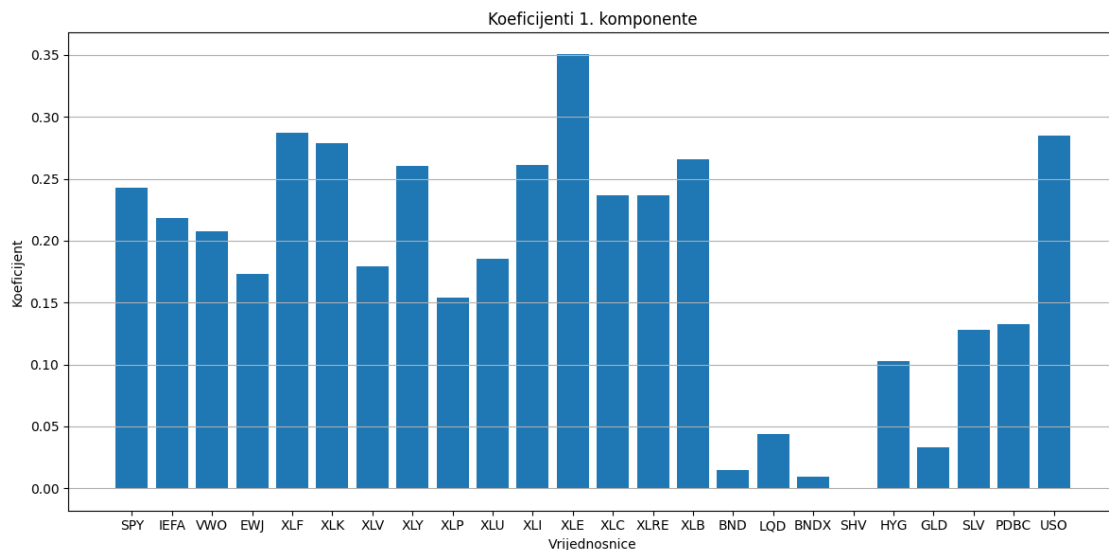
S obzirom na to koje vrijednosnice opisuju prve tri komponente, razmislite možete li zaključiti

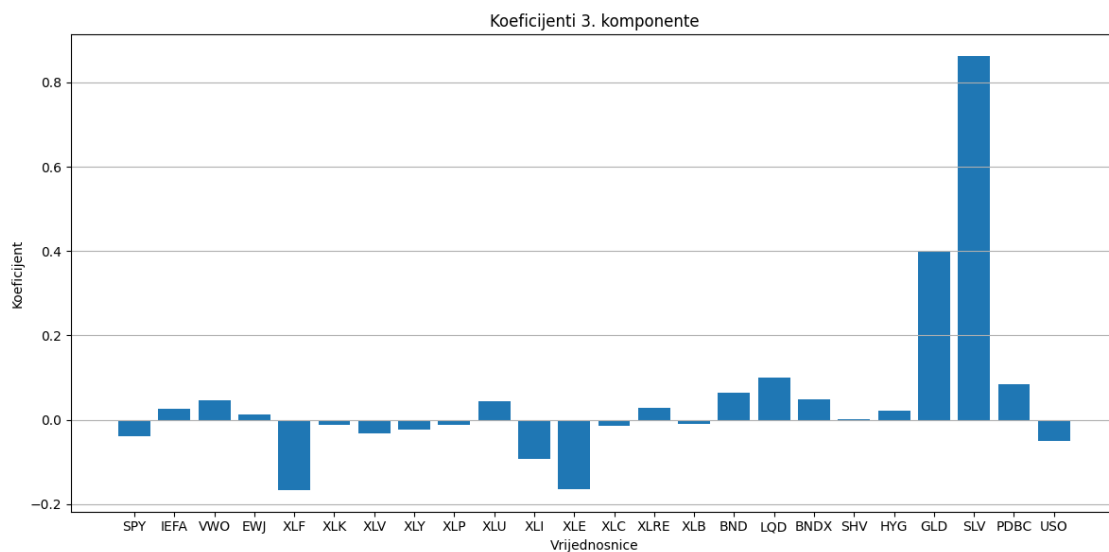
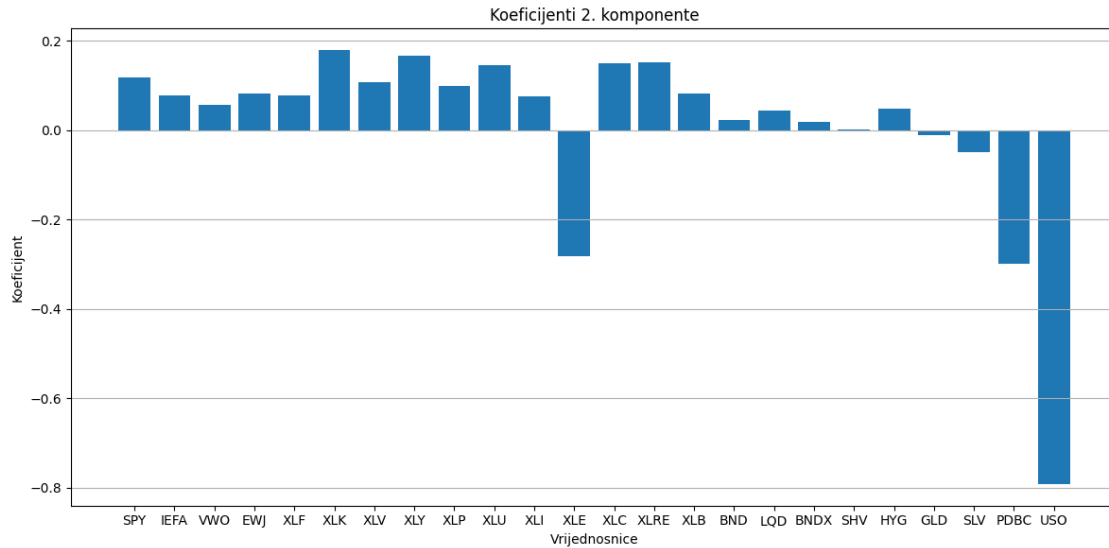
kakve zajedničke faktore u tržištu opisuju razmatrane komponente?

NAPOMENA: pripazite na to što vraća funkcija koju koristite i u kojoj se dimenziji (stupac ili red) nalaze svojstveni vektori.

```
[45]: prve_tri_svojstvene_komponente = svojstveni_vektori_sortirano[:, :3]
      etf_names = prices.columns[:].tolist()

      for i in range(3):
          plt.figure(figsize=(12,6 ))
          plt.bar(etf_names, prve_tri_svojstvene_komponente[:, i])
          plt.title(f'Koeficijenti {i+1}. komponente')
          plt.xlabel('Vrijednosnice')
          plt.ylabel('Koeficijent')
          plt.grid(axis='y')
          plt.tight_layout()
          plt.show()
```





2.4. Ponovite prethodnu analizu za matricu korelacije povrata  $C$  (prikažite svojstvene vrijednosti, udio varijance i koeficijente pojedinih komponenti za prve tri komponente).

Usporedite rezultate - mijenjaju li se interpretacije komponenti?

```
[41]: %matplotlib inline
matrica_korelacije = dnevni_povrat.corr()
svojstvene_vrijednosti_corr, svojstveni_vektori_corr = np.linalg.
    eig(matrica_korelacije)

indeksi_sortirano_corr = np.argsort(svojstvene_vrijednosti_corr)[::-1]
```

```

svojstvene_vrijednosti_sortirano_corr =
    svojstvene_vrijednosti_corr[indeksi_sortirano_corr]
svojstveni_vektori_sortirano_corr = svojstveni_vektori_corr[:,
    indeksi_sortirano_corr]

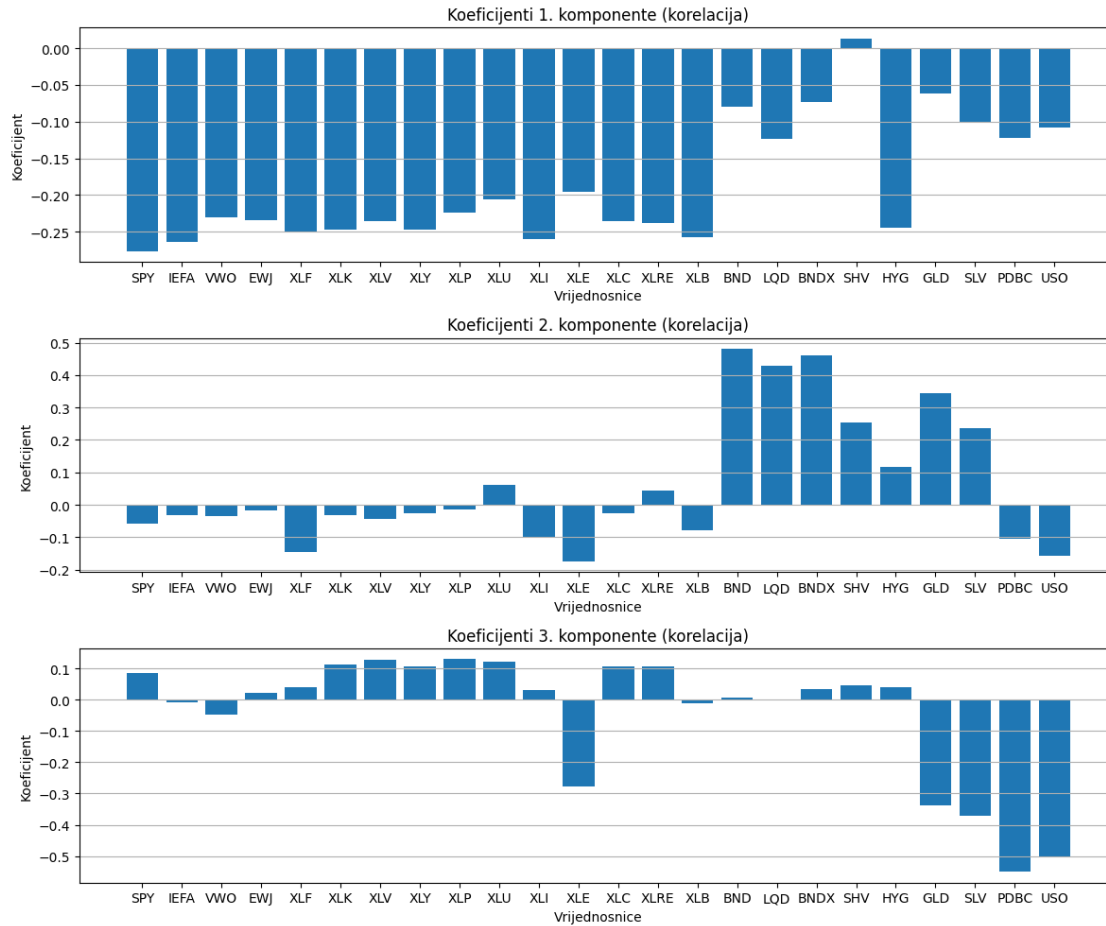
ukupna_varijanca_corr = np.sum(svojstvene_vrijednosti_corr)
udio_varijance_prve_tri_corr = np.sum(svojstvene_vrijednosti_sortirano_corr[:
    3]) / ukupna_varijanca_corr

prve_tri_svojstvene_komponente_corr = svojstveni_vektori_sortirano_corr[:, :3]

plt.figure(figsize=(12, 10))
for i in range(3):
    plt.subplot(3, 1, i+1)
    plt.bar(etf_names, prve_tri_svojstvene_komponente_corr[:, i])
    plt.title(f'Koeficijenti {i+1}. komponente (korelacija)')
    plt.xlabel('Vrijednosnice')
    plt.ylabel('Koeficijent')
    plt.grid(axis='y')

plt.tight_layout()
plt.show()

```



Udio varijance prve tri komponente - kovarijanca: 0.7971142095323

Udio varijance prve tri komponente - korelacija: 0.71860375988872

```
[42]: print()
print(f"Udio varijance prve tri komponente - kovarijanca:␣
↪{udio_varijance_prve_tri}")
print(f"Udio varijance prve tri komponente - korelacija:␣
↪{udio_varijance_prve_tri_corr}")
```

Udio varijance prve tri komponente - kovarijanca: 0.7971142095323

Udio varijance prve tri komponente - korelacija: 0.71860375988872

### 3 Zadatak 3 - Svojstveni portfelji

U primjeni PCA i svojstvenoj dekompoziciji kovarijanca u financijama, svojstveni vektori se često zovu i tzv. svojstveni portfelji.



Općenito, portfelj je vektor  $w = [w_1, \dots, w_N]$  u kojem svaki element predstavlja težinu ili udio kapitala u određenoj vrijednosnici. Same težine svojstvenih portfelja mogu biti rotirane i skalirane u odnosu na elemente svojstvenih vektora.

U ovoj analizi ćemo pomnožiti njihove težine s predznakom njihove sume - na taj način zapravo samo “okrećemo” predznak svojstvenog vektora tako da mu je suma pozitivna (konačni PCA rastav je i dalje isti ako svojstveni vektor pomnožimo s -1). Također, dobro je i skalirati svojstvene portfelje sa sumom njihovih apsolutnih vrijednosti:

$$\tilde{w}_i = \frac{w_i}{\sum_j |w_j|}.$$

Na taj način se osigurava da visoke magnitude pojedinih elemenata ne uzrokuju velike razlike u volatilitetima svojstvenih portfelja.

Ukoliko znamo povrate  $R \in \mathbb{R}^{T \times N}$  (gdje je  $R_i \in \mathbb{R}^T$  vektor povrata za vrijednosnicu  $i$ ) za  $N$  vrijednosnica u nekom vremenskom periodu od  $T$  dana, povrate portfelja  $w$  u tom istom periodu možemo izračunati kao:

$$R_p = \sum R_i w_i = R \cdot w.$$

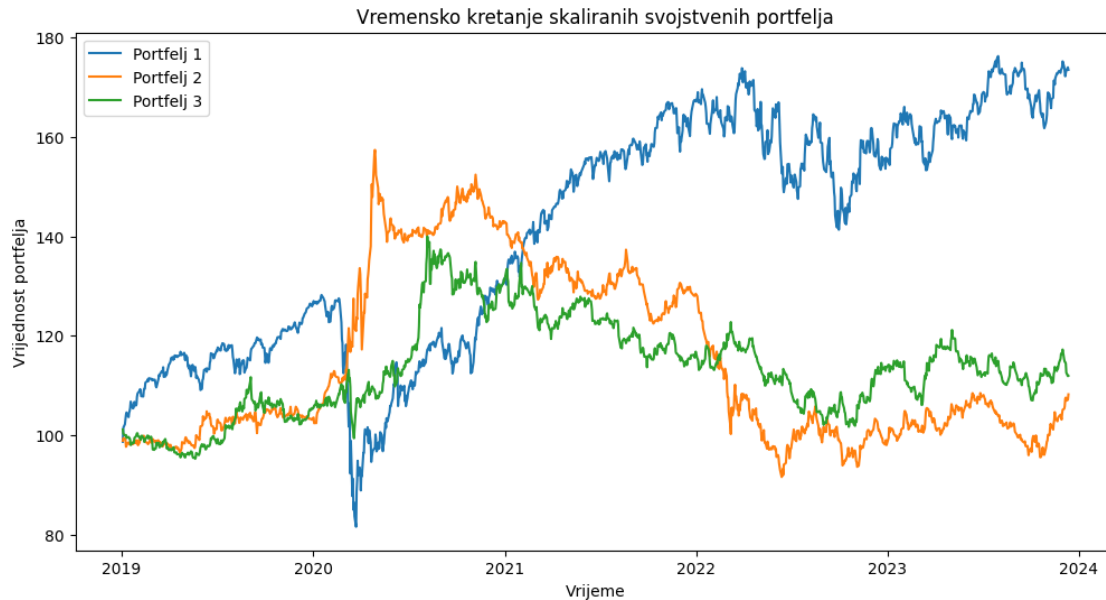
**Izračunajte skalirane svojstvene portfelje  $\tilde{w}$  koji proizlaze iz prve tri glavne komponente dobivene iz matrice kovarijance  $\Sigma$ . Za ta tri svojstvena portfelja izračunajte povijesne povrate kroz razmatrani period. Grafički prikažite vremensko kretanje njihovih vrijednosti (njihove povrate “vratite” natrag u cijene, s tim da početna cijena bude jednak za oba portfelja, npr. 100).**

```
[46]: skalirani_svojstveni_portfelji = prve_tri_svojstvene_komponente / np.sum(np.
      ↪abs(prve_tri_svojstvene_komponente), axis=0)

povratna_vrijednost_portfelja = dnevni_povrat @ skalirani_svojstveni_portfelji

cijene_portfelja = (1 + povratna_vrijednost_portfelja).cumprod() * 100

plt.figure(figsize=(12, 6))
plt.plot(cijene_portfelja)
plt.title('Vremensko kretanje skaliranih svojstvenih portfelja')
plt.xlabel('Vrijeme')
plt.ylabel('Vrijednost portfelja')
plt.legend([f'Portfelj {i+1}' for i in range(3)])
plt.show()
```



Ako usporedite dobivene rezultate s kretanjem cijena originalnih vrijednosnica, vidjet ćete sličnosti između vrijednosnica koje pripadaju određenim klasama imovina i pojedinih svojstvenih portfelja. Svojstveni portfelji dakle predstavljaju niže-dimenzionalan prostor tzv. sintetičkih vrijednosnica (u našem slučaju 3 umjesto originalnih 24) koje najbolje opisuju cijeli razmatrani skup podataka. Dobra procjena tih komponenti je ključna u razumijevanju zajedničkog kretanja većih skupova dionica i upravljanju financijskim rizikom.

Razmislite što to znači za tržište koje smo analizirali - koji su glavni izvori rizika prevladavali u razmatranom periodu?