

注意事項

1. 開始時間になるまでは裏を見ないこと。
2. この問題用紙は、両面印刷の1枚です。
3. レポート用紙は3枚程度を取り、2枚を解答用紙、1枚を計算用紙として下さい。解答用紙は裏面も使って下さい。
4. 解答用紙や計算用紙が不足した場合は、手をあげてください。
5. 使用した解答用紙が○枚の場合、解答用紙1枚目の氏名の上あたりに「○枚使用」と書いてください。
6. すべての解答用紙に氏名と学籍番号を書くこと。これらが無い時は採点できない場合があります。
7. 解答が終わったら途中で退出しても良いが、その後の解答の変更は認めません。
8. 問題用紙は持ち帰って良いです。
9. 問題に不備があると思ったら、手をあげてください。
10. 授業アンケートを行ってください。

問 1 (a) $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ 0 & 3 & -2 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ の固有値は 1 と 2 であることを示せ。

(b) A の固有値 1 における固有空間 $V(1)$ の基底の一例が $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ であることを示せ。

(c) A の固有値 2 における固有空間 $V(2)$ の基底の一例が $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ であることを示せ。

(d) $\begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ の逆行列が $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -2 \\ 0 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ であることを示せ。

(e) A を対角化すると、 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ となることを示せ。

(f) A^n を求めよ。

問 2 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$ を基底とする \mathbf{R}^3 の部分空間を L とする。直交化法により、 L の正規直交基底を求めよ。

問 3 (i) $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ は互いに直交していることを示せ。

(ii) a, b, c, d, e, f を実数とする。実行列 $A = \begin{pmatrix} a & d & 0 \\ b & e & 1 \\ c & f & 0 \end{pmatrix}$ の形をしているユニタリ行列を 1 つ挙げよ。