

2021 年度 1-IJKL クラス 線形代数学 II 中間試験

2021/11/17 9:30～10:30

学籍番号

氏名

---

注意事項

1. 開始時間になるまでは2ページ以降は見ないこと。
2. 開始時間まで、表紙の注意事項を読みましょう。
3. 各ページの裏は計算用紙としてください。
4. 表紙の解答用紙に氏名と学籍番号を書くこと。  
試験開始後、2ページ以降もなるべく氏名と学籍番号を書くこと。
5. 問題自体に疑問があったら、手を挙げて下さい。
6. この問題兼解答用紙は、このページを含め、6ページあります。
7. 解答が終わったら、解答用紙を提出し退出しても良いが、その後の解答の変更は認めません。

**問題 1**

$V = \mathbf{R}^3$  の部分集合  $L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid 2x_1 + 3x_2 - x_3 = 0 \right\}$  が  $V$  の部分  
(ベクトル) 空間かどうか調べよ。

## 問題 2

$V = \mathbf{R}^4$  の部分空間  $L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^4 \mid 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0 \right\}$  の基底を求めよ。

**問題 3** $\mathbf{R}^3$  の部分空間

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 = x_2 = x_3 \right\}, \quad W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \right\}$$

に対して、 $V \oplus W = \mathbf{R}^3$  となることを示せ。

**問題 4**

次の線形写像  $f$  の  $\text{Im}(f)$  と  $\text{Ker}(f)$  の基底を求めよ。

$$f: \mathbf{R}^3 \rightarrow \mathbf{R}^3, f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 + 5x_2 + 3x_3 \\ -x_1 - 4x_2 - 3x_3 \\ 2x_1 + 9x_2 + 6x_3 \end{pmatrix}$$

## 問題 5

$\mathbf{R}^3$  の列ベクトルの組  $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$ ,  $\begin{pmatrix} a^2 \\ b^2 \\ c^2 \end{pmatrix}$  は 1 次独立であるかどうか、 $a, b, c$  の値で場合分けし、理由を示して判定せよ。