2022 年度　1-IJKL クラス　線形代数学 II 中間試験

2022/11/07　9:15〜10:20

学籍番号　　　　　　　　　　　氏名

注意事項

1. 開始時間になるまでは 2 ページ以降は見ないこと。
2. 開始時間まで、表紙の注意事項を読みましょう。
3. 各ページの裏は計算用紙としてください。
4. 表紙の解答用紙に氏名と学籍番号を書くこと。
   試験開始後、2 ページ以降もなるべく氏名と学籍番号を書くこと。
5. 問題自体に疑問があったら、手を挙げて下さい。
6. この問題兼解答用紙は、このページを含め、6 ページあります。
7. 解答が終わったら、解答用紙を提出し退出しても良いが、その後の解答の変更は認めません。

学籍番号　　　　　　　　　氏名

問題 1

$V = \mathbf{R^3}$ の部分集合 $L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \middle| x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \right\}$ が V の部分 (ベクトル) 空間かどうか調べよ。

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題 2

$V = \boldsymbol{R}^3$ の部分空間 $L = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3 \,\middle|\, x_1 + x_2 - x_3 = 0 \right\}$ の基底を求めよ。

学籍番号　　　　　　　　氏名

問題 3

$\boldsymbol{R}^2$ の部分空間

$$V = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2 \middle| x_1 = x_2 \right\},\ W = \left\{ \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^2 \middle| x_1 + x_2 = 0 \right\}$$

に対して、$V \oplus W = \boldsymbol{R}^2$ となることを示せ。

学籍番号　　　　　　　　氏名

問題 4

次の線形写像 f の $\mathrm{Im}(f)$ と $\mathrm{Ker}(f)$ の基底を求めよ。

$$f:\ \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^3,\ f\left(\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}\right) = \begin{pmatrix} x_1 - x_2 + 3x_3 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 \\ 4x_1 + 3x_2 - 2x_3 \end{pmatrix}$$

学籍番号　　　　　　　　　　氏名

問題 5

$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ で定まる線形写像 $f:\ \boldsymbol{R}^3 \to \boldsymbol{R}^2,\ f(\boldsymbol{x}) = A\boldsymbol{x}$ の、$\boldsymbol{R}^3$ の基底 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ と $\boldsymbol{R}^2$ の基底 $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ に関する表現行列を求めよ。