

Logika

= következtetések vizsgálata

idén csak nulladrendű logika

⇒ a világ tényekből áll

Szintaxis

= jelkészlet + formulaképzési szabályok

atomok: betűk

⇒ műveletek, zárójelezés

Szemantika

= jelentés értelmezése

Ítélet változó:

~~A betűhöz rendelt~~
betűhöz igazságérték
rendelése:

pl: igazság táblával

Ítélet konstansok:

I = mindig igaz (vagy 0 és 1)

H = mindig hamis

Negáció (tagadás)

A	$\neg A$
1	0
0	1

↑
ítéletváltozó

Konjunkció (és)

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

↑ szorzat

Diszjunkció (vagy)

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

↑ összeg

Kizáró diszjunkció (xor)

A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

↑ $A \neq B$

Implikáció (következmény)

A	B	$A \rightarrow B$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

↖
nem
következik
belőle

Ekvivalencia (egyenlőség)

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$				
A	B	$A \rightarrow B$	$B \rightarrow A$	$A \leftrightarrow B$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Formula: szimbólumsorozat

- II - interpretációja: ~~A formulához minden~~ \forall ítéletváltozóhoz igaz v. hamis rendelése
- II - kiértékelése: igazságtábla létrehozása

modell: Olyan interpretáció, ahol a formula igaz értéket vesz fel.

tautológia: minden interpretációban igaz formula

α és β ekvivalens formulák, ha \forall interpretációban = az igazságértékük.

$$(A \rightarrow B) \equiv (\neg A \vee B)$$

$$\left. \begin{aligned} \neg(A \vee B) &\equiv \neg A \wedge \neg B \\ \neg(A \wedge B) &\equiv \neg A \vee \neg B \end{aligned} \right\} \text{De Morgan azonosság}$$

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$$

$$\begin{aligned} \neg(A \rightarrow B) &\equiv \neg(\neg A \vee B) \\ &\equiv A \wedge \neg B \end{aligned}$$

kontradikció (ellentmondás): minden interpretációban hamis
pl: $A \wedge \neg A$

Logikai következmény

Definíció: $\alpha \models \beta$; $\alpha \rightarrow \beta$ tautológia
 β legalább ott igaz, ahol α

modus ponens:

Feltétel: 1. Ha elfogy a benzin az autó leáll.
2. Elfogyott a benzin.
következmény: Az autó leáll.

$$\alpha \wedge (\alpha \rightarrow \beta) \models \beta$$

A	B	$\neg A$	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \rightarrow B$
1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1

példák:

$$\begin{aligned} A &\models A \vee B \\ B &\models A \vee B \\ A \wedge B &\models A \vee B \end{aligned}$$

Rezolúció

~~X~~ veszünk a konjunktív normál formát (\neg Feltétel \wedge \neg következmény)

1. Implikációk

2. De-morgan szabályok

Példa:

$$(A \Rightarrow B \wedge B \Rightarrow C) \rightarrow A \Rightarrow C$$

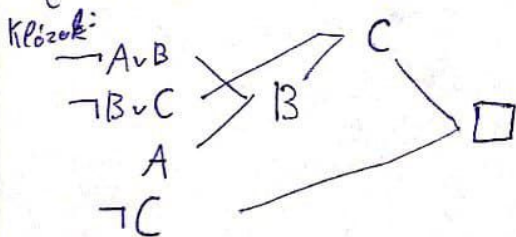
$$\neg [(A \Rightarrow B \wedge B \Rightarrow C) \rightarrow A \Rightarrow C]$$

$$\neg [\neg (\neg A \vee B \wedge \neg B \vee C) \vee \neg A \vee C]$$

$$(\neg A \vee B \wedge \neg B \vee C) \wedge \neg (\neg A \vee C)$$

$$(\neg A \vee B \wedge \neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C$$

$$(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C$$



a tagadás
sosem igaz
(kontradikció)

az eredeti állítás
mindig igaz
(tautológia)

// állítás tagadása

// Implikáció

// De-morgan

TODO:
zárójelek

// Ez a konjunktív normálforma

// Üres klóz táblázat
= nil