Logika

= következtetések vizsgálata

idén csak nulladrendű logika

⇒ a világ tényekből áll

Szintaxis

= jelkészlet + formulaképzési szabályok

↳ műveletek, zárójelezés

atomok: betűk

Szemantika

= jelentés értelmezése

Ítélet változók:

~~A betűhöz rendelt~~

betűhöz igazságérték rendelése:

pl: igazság táblával

Ítélet konstansok:

I = mindig igaz (vagy 0 és 1)

H = mindig hamis

Negáció (tagadás)

A	¬A
1	0
0	1

ítéletváltozó

Konjukció (és)

A	B	$A \wedge B$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

szorzat

diszjunkció (vagy)

A	B	$A \vee B$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

összeg

Kizáró diszjunkció (**xor**)

A	B	$A \oplus B$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$A \neq B$

Implikáció (következmény)

A	B	A → B
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

nem következik belőle

Ekvivalencia (egyenlőség)

$(A \to B) \land (B \to A)$

A	B	A → B	B → A	A ↔ B
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

Formula: igaz szimbólumsorozat

- –||– interpretációja: ~~A formulához minden~~ ∀ ítéletváltozóhoz igaz v. hamis rendelése
- –||– kiértékelése: igazságtábla létrehozása

modell: Olyan interpretáció, ahol a formula igaz értéket vesz fel.

tautológia: minden interpretációban igaz formula

α és β ekvivalens formulák, ha ∀ interpretációban = az igazságértékük.

$$(A \to B) \equiv (\neg A \lor B)$$

$$\left.\begin{aligned} \neg(A \lor B) &\equiv \neg A \land \neg B \\ \neg(A \land B) &\equiv \neg A \lor \neg B \end{aligned}\right\}$$ De Morgan azonosság

$$A \leftrightarrow B \equiv (A \to B) \land (B \to A)$$

$$\neg(A \to B) \equiv \neg(\neg A \lor B) \equiv A \land \neg B$$

kontradikció (ellentmondás): minden interpretációban hamis

pl: $A \land \neg A$

Logikai következmény

Definíció: $\alpha \vDash \beta$; $\alpha \to \beta$ tautológia

β legalább ott igaz, ahol α

A	B	¬A	A∧B	A∨B	A→B
1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	0
0	1	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1

modus ponens:

A Feltétel 1: Ha elfogy a benzin az autó leáll.

B 2: Elfogyott a benzin

következmény: Az autó leáll

$\alpha \land (\alpha \to \beta) \vDash \beta$

példák:

$A \vDash A \lor B$

$B \vDash A \lor B$

$A \land B \vDash A \lor B$

Rezolúció

~~1.~~ veszük a konjuktív normál formát ($\neg$ Feltétel $\wedge$ $\neg$ következmény)

1.1. Implikációk

1.2. De-morgan szabályok

Példa:

$$(A \to B \wedge B \to C) \to A \to C$$ // állítás tagadása

$$\neg[(A \to B \wedge B \to C) \to A \to C]$$ // Implikáció

$$\neg[\neg(\neg A \vee B \wedge \neg B \vee C) \vee \neg A \vee C]$$ // De-morgan

$$(\neg A \vee B \wedge \neg B \vee C) \wedge \neg(\neg A \vee C)$$

$$(\quad -\|- \quad) \wedge A \wedge \neg C$$

TODO: zárójelek

$$(\neg A \vee B) \wedge (\neg B \vee C) \wedge A \wedge \neg C$$ // Ez a konjuktív normálforma

Klózok:

$\neg A \vee B$

$\neg B \vee C$

A

$\neg C$

B

C

$\square$

// Üres klózt találtam = nil

a tagadás sosem igaz (kontradikció)

az eredeti állítás mindig igaz (tautológia)