



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRENTO

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE
Laurea Triennale in Ingegneria Industriale

*Co-Design di Sistemi Robotici:
Analisi Iniziale delle Forze nel
diversi Spazi Operativi*

Candidato:
Tommaso Andina

Relatore:
Andrea Del Prete

Anno Accademico 2023-24

Indice

Introduzione	v
.1 Introduzione Generale	v
.2 Robot Utilizzato: Doosan H2515	vi
.2.1 Problematica del Contatto tra Grinder e Superfici Automobilistiche	vii
.2.2 Obiettivo della Tesi	vii
I Dinamica Del Robot	1
I.1 Introduzione alla Dinamica del Robot	1
I.2 Dinamica Diretta del Robot	1
I.3 Joint Space	2
I.4 Controllore PD	7
I.5 Forze di Contatto End-Effector	10

I.6	Spazi di Controllo: IC (Impedance Control) e OSC (Operational Space Control)	14
I.6.1	Confronto tra OSC e IC	16
II	Simulazioni e Risultati	18
II.1	Introduzione alle Simulazioni	18
II.2	Strumenti di Simulazione Utilizzati	18
II.3	Simulazione nel Joint Space	19
II.4	Simulazione nel Impedance Control (IC)	23
II.5	Simulazione nello Operational Space Control (OSC)	33
II.6	Confronto dell'Accuratezza tra Metodi di Integrazione per il Controllo Operativo (OSC)	36
III	Discussione e Conclusioni	39
III.1	Sintesi dei Risultati Principali	39
III.2	Conclusioni	40
	Ringraziamenti	42
	Bibliografia	43

.1 Introduzione Generale

L'adozione di robot collaborativi in ambienti industriali sta diventando sempre più comune, specialmente per compiti che richiedono precisione e flessibilità operativa. Un esempio tipico di applicazione è la rifinitura di superfici automobilistiche, dove il robot esegue passate su una superficie utilizzando strumenti come un grinder. In questo contesto, è fondamentale comprendere le forze e le sollecitazioni che si generano durante il contatto tra lo strumento montato sull'*end-effector* del robot e la superficie da lavorare. Se queste interazioni non vengono gestite correttamente, possono compromettere la precisione dell'operazione e causare danni sia allo strumento che alla struttura del robot.

Il robot scelto per questo studio è il Doosan H2515, un robot collaborativo con sei gradi di libertà. La configurazione a sei giunti è stata selezionata per la sua capacità di garantire una maggiore flessibilità operativa e movimenti complessi, particolarmente utili nel mantenere un contatto preciso e costante con superfici curve o irregolari, come quelle delle carrozzerie automobilistiche. Grazie a questa configurazione, il robot è in grado di adattare continuamente la posizione e l'orientamento del grinder per seguire accuratamente la geometria della superficie.

L'obiettivo principale delle simulazioni condotte in questo lavoro è analizzare l'effetto delle forze generate durante l'uso del grinder sulla struttura del robot e sull'*end-effector*. Quando il grinder entra in contatto con la carrozzeria dell'auto, si generano forze variabili che possono causare vibrazioni e stress meccanici nel robot. Tali forze non solo possono influire negativamente

te sulla qualità della rifinitura, ma anche accelerare l'usura dei componenti robotici. Le simulazioni mirano a comprendere questi effetti e a identificare le condizioni operative ottimali che riducano il rischio di danni, migliorando la sicurezza e l'efficienza dell'intero processo.

Attraverso un'analisi dettagliata delle dinamiche di contatto e delle forze in gioco, questa tesi fornisce una base per ottimizzare le operazioni robotiche in ambienti industriali, offrendo una migliore comprensione delle interazioni tra strumenti e superfici in scenari operativi reali.

.2 Robot Utilizzato: Doosan H2515

Il Doosan H2515 è un robot collaborativo progettato per operare in sicurezza accanto agli operatori umani in ambienti industriali. La sua natura collaborativa gli consente di condividere lo spazio di lavoro con le persone senza la necessità di barriere fisiche, grazie a funzionalità di sicurezza avanzate come la limitazione della velocità e delle forze di contatto. Questo lo rende particolarmente adatto a contesti industriali che richiedono una stretta interazione uomo-robot, come nelle operazioni di rifinitura di superfici automobilistiche.

Una delle caratteristiche principali del Doosan H2515 è la configurazione a sei giunti, che gli conferisce sei gradi di libertà. Questa configurazione permette al robot di eseguire movimenti complessi e articolati, cruciali per applicazioni che richiedono un alto livello di precisione, come la rifinitura delle superfici automobilistiche. In tali scenari, il robot deve mantenere un contatto costante e preciso tra l'*end-effector*, su cui è montato il grinder, e la superficie da lavorare.

La flessibilità garantita dai sei gradi di libertà consente al robot di adattare continuamente la propria posizione e orientamento per seguire con precisione percorsi curvilinei o lavorare su superfici irregolari, come quelle presenti sulle carrozzerie automobilistiche. Questa capacità di adattamento è fondamentale per assicurare che il grinder mantenga la giusta angolazione e pressione durante il contatto, evitando graffi o danni alla superficie e migliorando la qualità complessiva della rifinitura.

Inoltre, il design del Doosan H2515 riduce al minimo le vibrazioni e le sollecitazioni lungo la catena cinematica del robot, essenziali per operazioni che richiedono movimenti fluidi e controllati. La combinazione di sicurezza collaborativa, flessibilità di movimento e precisione nella manipolazione rende il Doosan H2515 una soluzione ideale per applicazioni di rifinitura robotica,

dove la qualità del risultato e la protezione dell'attrezzatura sono di primaria importanza.

.2.1 Problematica del Contatto tra Grinder e Superfici Automobilistiche

L'utilizzo di un grinder montato sull'*end-effector* di un robot industriale, come il Doosan H2515, per lavorare su superfici automobilistiche presenta diverse sfide tecniche. Durante il contatto con superfici di diversa durezza e geometria, il grinder genera forze che possono indurre vibrazioni significative lungo la struttura del robot. Queste vibrazioni possono tradursi in sollecitazioni impreviste, con il rischio di compromettere la qualità del processo di finitura o, nel peggiore dei casi, danneggiare i componenti del robot.

Il contatto tra il grinder e la superficie automobilistica non produce solo forze tangenziali e normali, ma può anche innescare fenomeni di risonanza all'interno della catena cinematica del robot. Tali forze possono variare rapidamente in funzione della resistenza del materiale della superficie e della pressione esercitata dal grinder. Le vibrazioni risultanti non solo compromettono la precisione delle operazioni di finitura, ma possono anche accelerare l'usura dei componenti del robot, potenzialmente riducendone la durata operativa.

Alla luce di queste sfide, è cruciale determinare se sia necessaria la progettazione di un'interfaccia specifica tra l'*end-effector* e il grinder per mitigare gli effetti negativi del contatto. Un'interfaccia adeguata potrebbe contribuire a smorzare le vibrazioni e a distribuire meglio le forze di contatto, riducendo così il rischio di danni al robot e migliorando la qualità complessiva delle operazioni di finitura.

Per valutare questa necessità, sono state condotte simulazioni approfondite che hanno analizzato le forze di contatto tra il grinder e la superficie automobilistica. L'obiettivo delle simulazioni è stato quello di comprendere meglio le dinamiche del contatto e identificare le condizioni operative ottimali che potrebbero rendere superflua l'introduzione di un'interfaccia addizionale.

.2.2 Obiettivo della Tesi

L'obiettivo principale di questa tesi è analizzare le dinamiche di contatto tra un grinder montato sull'*end-effector* di un robot collaborativo e superfici

automobilistiche, al fine di comprendere meglio le sollecitazioni e le vibrazioni generate durante le operazioni di finitura. Lo studio mira a ottimizzare i parametri operativi del robot, assicurando così operazioni sicure, efficienti e di alta qualità.

Un aspetto cruciale del lavoro è la valutazione della necessità di un'interfaccia tra l'*end-effector* e il grinder. Tale interfaccia potrebbe essere determinante nel ridurre le vibrazioni e distribuire meglio le forze di contatto, prevenendo così eventuali danni al robot e migliorando la precisione delle operazioni di rifinitura. Per raggiungere questo obiettivo, sono state condotte simulazioni dettagliate per replicare il comportamento del sistema robotico durante il contatto con superfici aventi diverse caratteristiche.

Le simulazioni sono state progettate per modellare accuratamente le forze di contatto e le dinamiche risultanti, utilizzando strumenti avanzati come Python e la libreria CasADi. Il simulatore sviluppato è stato calibrato per riprodurre il comportamento reale del robot e dell'interfaccia di contatto, consentendo così di testare diverse configurazioni e parametri di controllo senza rischi per l'integrità del robot.

Gli obiettivi specifici della tesi includono:

- Analizzare le dinamiche di contatto tra il grinder e la superficie automobilistica per comprendere come le forze di contatto influenzano la precisione e la stabilità del robot.
- Ottimizzare i parametri operativi del robot per ridurre le vibrazioni e migliorare la qualità delle operazioni di finitura.
- Valutare, tramite simulazioni, la necessità di progettare un'interfaccia tra l'*end-effector* e il grinder per mitigare gli effetti negativi del contatto.
- Sviluppare un simulatore che rappresenti accuratamente il comportamento del sistema robotico in condizioni operative realistiche, fornendo una piattaforma per ulteriori studi e ottimizzazioni.

Dinamica Del Robot

I.1 Introduzione alla Dinamica del Robot

Le operazioni di finitura delle superfici automobilistiche richiedono un'accurata comprensione della dinamica del robot, poiché la precisione e la stabilità del robot durante il processo dipendono direttamente dalle forze esterne e interne che ne influenzano il movimento. La dinamica del robot riguarda lo studio di come tali forze agiscono sul sistema robotico, determinando la sua risposta motoria. Questo aspetto diventa particolarmente rilevante quando l'end effector del robot è equipaggiato con un grinder per eseguire passate su superfici complesse. In queste condizioni operative, le forze di contatto generate durante l'interazione con la superficie hanno un impatto significativo sulla stabilità e sulla precisione del robot, e pertanto devono essere attentamente modellate e controllate per ottenere risultati ottimali.

I.2 Dinamica Diretta del Robot

La dinamica diretta del robot viene utilizzata per prevedere il movimento del robot in risposta alle forze e coppie applicate ai suoi giunti. In termini più specifici, la dinamica diretta descrive come le accelerazioni dei giunti (\ddot{q}) variano in base alle posizioni (q), velocità (\dot{q}), e alle forze esterne applicate al robot, incluse le coppie applicate al giunto (τ). Questo tipo di analisi è cruciale per simulare il comportamento del robot in condizioni operative realistiche, specialmente quando interagisce con superfici che presentano resistenze

e geometrie variabili, come accade nelle operazioni di finitura superficiale.

L'equazione fondamentale che descrive la dinamica diretta del robot è:

$$M(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + g(q) = \tau + J(q)^T w$$

dove:

- $M(q)$ è la matrice delle masse, che rappresenta l'inerzia del robot in funzione della configurazione articolare q .
- $C(q, \dot{q}) \dot{q}$ è il termine che rappresenta le forze centrifughe e di Coriolis, che dipendono dalle velocità articolari \dot{q} .
- $g(q)$ descrive le forze gravitazionali che agiscono sui giunti del robot in funzione della sua configurazione.
- τ è il vettore delle coppie applicate ai giunti, responsabili del movimento del robot.
- $J(q)$ è il jacobiano dell'end effector, che mette in relazione le velocità dei giunti con la velocità dell'end effector nello spazio operativo.
- w rappresenta la forza di contatto applicata sull'end effector, che include una componente di forza e una di momento (momento torcente).

L'analisi della dinamica diretta è essenziale per garantire il controllo accurato del robot, poiché permette di prevedere come il sistema reagirà in risposta alle forze esterne, come quelle che derivano dal contatto con superfici rigide o variabili.

I.3 Joint Space

Nel contesto del controllo robotico, il **Joint Space** rappresenta lo spazio delle configurazioni del robot, descritto dalle posizioni angolari dei suoi giunti. Le dinamiche del robot possono essere analizzate in questo spazio per comprendere come le forze applicate influenzino il comportamento del sistema. Per simulare correttamente il movimento del robot durante le operazioni, dobbiamo calcolare le accelerazioni dei giunti, \ddot{q} , in risposta alle coppie applicate, e successivamente determinare la velocità \dot{q} e la posizione q dei giunti nel tempo.

Calcolo delle Accelerazioni dei Giunti con RNEA

Per ottenere le accelerazioni \ddot{q} , utilizziamo l'algoritmo *Recursive Newton-Euler Algorithm (RNEA)*. Questo metodo ci consente di calcolare l'accelerazione dei giunti \ddot{q} partendo dalle coppie di giunto τ , tenendo conto delle forze di bias che influenzano il sistema, come forze centrifughe, di Coriolis e gravitazionali. La formula utilizzata per il calcolo delle accelerazioni è la seguente:

$$\ddot{q} = M^{-1}(q) \cdot (\tau - h(q, \dot{q}))$$

dove:

- $M(q)$ è la matrice delle masse del robot, che dipende dalla configurazione q .
- τ è il vettore delle coppie applicate ai giunti, calcolato con la *control law*
- $h(q, \dot{q}) = C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q)$ rappresenta il vettore delle forze di bias, che include le forze centrifughe, di Coriolis e gravitazionali.

Questo approccio consente di determinare l'accelerazione dei giunti in base alle forze applicate e allo stato corrente del robot. Successivamente, l'integrazione numerica viene utilizzata per calcolare la velocità \dot{q} e la posizione q dei giunti nel tempo.

Integrazione delle Equazioni del Moto

Una volta calcolata l'accelerazione dei giunti \ddot{q} attraverso il modello dinamico, è necessario integrare le equazioni del moto per determinare la velocità \dot{q} e la posizione q nel tempo. Le equazioni differenziali del moto descrivono come la velocità e la posizione evolvono nel tempo in funzione dell'accelerazione.

Il metodo di integrazione più semplice è quello di **Eulero**, che calcola la nuova velocità e posizione dei giunti con le seguenti equazioni:

$$\dot{q}_{k+1} = \dot{q}_k + \ddot{q}_k \Delta t$$

$$q_{k+1} = q_k + \dot{q}_k \Delta t$$

dove:

- \dot{q}_k e q_k sono rispettivamente la velocità e la posizione dei giunti al passo di tempo k ,
- \ddot{q}_k è l'accelerazione dei giunti calcolata usando RNEA,
- Δt è l'intervallo di tempo tra due passi di simulazione.

Tuttavia, il metodo di Eulero, pur essendo semplice, ha dei limiti in termini di accuratezza e stabilità, specialmente per sistemi dinamici complessi come un robot manipolatore. Per ottenere una maggiore precisione, utilizziamo il metodo di **Runge-Kutta di quarto ordine (RK4)**.

Integrazione Numerica con RK4

Il metodo di Runge-Kutta di quarto ordine (RK4) è uno strumento numerico molto diffuso per la risoluzione di equazioni differenziali ordinarie. La sua popolarità deriva dall'ottimo equilibrio che offre tra accuratezza e complessità computazionale, rendendolo particolarmente adatto per la simulazione di sistemi dinamici complessi, come quelli robotici. In questo contesto, RK4 è stato utilizzato per calcolare l'evoluzione temporale della posizione e della velocità dei giunti del robot.

L'obiettivo di questo metodo è stimare in modo accurato lo stato del sistema al passo di tempo successivo t_{n+1} , partendo dalle condizioni attuali al tempo t_n . La stima si ottiene attraverso una combinazione ponderata delle derivate calcolate in più punti temporali all'interno dell'intervallo $[t_n, t_{n+1}]$.

La formula generale di RK4 per l'aggiornamento dello stato x , che rappresenta una grandezza come la posizione o la velocità di un giunto, è data da:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

Qui, x_n è lo stato del sistema al tempo t_n e h è il passo temporale. Le stime intermedie delle derivate, k_1, k_2, k_3, k_4 , vengono calcolate all'inter-

no dell'intervallo temporale, e rappresentano le pendenze della funzione in diversi punti dell'intervallo $[t_n, t_{n+1}]$.

Le stime k_1, k_2, k_3, k_4 vengono calcolate come segue:

- $k_1 = f(x_n, t_n)$, che rappresenta la pendenza della funzione all'inizio dell'intervallo,
- $k_2 = f\left(x_n + \frac{h}{2}k_1, t_n + \frac{h}{2}\right)$, una stima della pendenza a metà intervallo, basata su k_1 ,
- $k_3 = f\left(x_n + \frac{h}{2}k_2, t_n + \frac{h}{2}\right)$, simile a k_2 , ma più accurata,
- $k_4 = f(x_n + hk_3, t_n + h)$, che rappresenta la pendenza alla fine dell'intervallo temporale.

Queste quattro stime vengono poi combinate secondo specifici pesi $(\frac{1}{6}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{6})$ per ottenere un'approssimazione accurata del cambiamento dello stato del sistema durante l'intervallo di integrazione.

Applicazione di RK4 alle Dinamiche dei Giunti

Nel caso delle dinamiche robotiche, RK4 viene applicato per integrare le accelerazioni dei giunti e ottenere le velocità \dot{q} e le posizioni q dei giunti.

Il processo si svolge in più fasi:

1. **Calcolo dell'accelerazione dei giunti:** L'accelerazione dei giunti \ddot{q} viene determinata utilizzando l'equazione della dinamica del robot:

$$\ddot{q} = M^{-1}(q) \cdot (\tau - h(q, \dot{q}))$$

dove $M(q)$ è la matrice delle masse, τ rappresenta le coppie applicate ai giunti, e $h(q, \dot{q})$ è il vettore delle forze di bias, che include le forze centrifughe, di Coriolis e gravitazionali.

2. **Integrazione della velocità:** Una volta ottenuta l'accelerazione dei giunti \ddot{q} , il metodo RK4 viene utilizzato per aggiornare la velocità \dot{q} . La formula per l'aggiornamento della velocità tramite RK4 è la seguente:

$$\dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

dove i valori intermedi k_1, k_2, k_3, k_4 vengono calcolati in base alle derivate della velocità, ottenute dall'accelerazione calcolata nel passo precedente.

3. **Integrazione della posizione:** Analogamente, la posizione q dei giunti viene aggiornata seguendo lo stesso schema di integrazione, partendo dalla velocità ottenuta in precedenza. La formula per la posizione è:

$$q_{n+1} = q_n + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

In questo caso, i coefficienti k_1, k_2, k_3, k_4 vengono calcolati a partire dalla velocità \dot{q} , che è stata determinata nell'integrazione precedente.

Tabella di Butcher del Metodo RK4

Il metodo RK4 è descritto formalmente dal **Butcher Tableau**, una rappresentazione tabellare che organizza i coefficienti necessari per calcolare le stime intermedie k_1, k_2, k_3, k_4 . Il tableau fornisce un modo strutturato per capire come le stime vengono combinate per aggiornare lo stato del sistema.

Per il metodo RK4, il Butcher Tableau è il seguente:

0	0	0	0	0
$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0	0
$\frac{1}{2}$	0	$\frac{1}{2}$	0	0
1	0	0	1	0
	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

- Nella colonna a sinistra, troviamo i punti temporali in cui vengono calcolati i coefficienti intermedi.
- I valori nella tabella centrale a_{ij} rappresentano i coefficienti che descrivono come combinare i valori intermedi di k_j .
- La riga inferiore fornisce i pesi che vengono utilizzati per combinare le stime intermedie k_1, k_2, k_3, k_4 nell'equazione finale.

Vantaggi del Metodo RK4

Il metodo RK4 offre notevoli vantaggi rispetto ad altri metodi di integrazione, come il metodo di Eulero. Innanzitutto, garantisce un'elevata accuratezza anche con passi temporali relativamente grandi, poiché calcola le pendenze della funzione in più punti all'interno dell'intervallo. Questo riduce significativamente gli errori di integrazione rispetto ai metodi di ordine inferiore. Inoltre, RK4 garantisce una maggiore stabilità in sistemi con dinamiche non lineari o rigide, permettendo di utilizzare passi temporali più grandi senza compromettere la stabilità della simulazione.

Sebbene RK4 sia più complesso rispetto a metodi di ordine inferiore, come il metodo di Eulero, rappresenta un compromesso ideale tra accuratezza e costo computazionale. Questo lo rende particolarmente adatto per la simulazione delle dinamiche di robot manipolatori, dove è fondamentale mantenere un alto grado di precisione nella modellazione delle dinamiche e delle forze di contatto.

I.4 Controllore PD

Un controllore **Proporzionale-Derivativo (PD)** è una tecnica ampiamente utilizzata nel controllo dei sistemi robotici, in particolare per assicurare che il robot segua una traiettoria desiderata o mantenga una posizione specifica. Nelle operazioni di finitura, il controllore PD regola le coppie di giunto τ per minimizzare l'errore tra la posizione e la velocità effettive del robot rispetto a quelle desiderate. Questo metodo si rivela essenziale per garantire precisione durante la levigatura di superfici complesse, come quelle automobilistiche.

Descrizione del Controllore PD

Il controllore PD agisce sulla base di due componenti principali:

- **Componente Proporzionale (P):** Questa componente genera una forza correttiva proporzionale all'errore di posizione. Quando l'end effector si discosta dalla traiettoria desiderata, la forza proporzionale agisce per correggere tale errore e riportare il robot sul percorso corretto.

- **Componente Derivativa (D):** La componente derivativa fornisce una correzione che dipende dalla velocità di variazione dell'errore. Questa parte è cruciale per smorzare le oscillazioni indesiderate, stabilizzando così il movimento del robot e riducendo le vibrazioni.

L'equazione generale del controllore PD è data da:

$$\tau = K_p(q_d - q) + K_d(\dot{q}_d - \dot{q})$$

dove:

- τ è il vettore delle coppie di giunto generate dal controllore,
- q_d e \dot{q}_d rappresentano rispettivamente la posizione e la velocità desiderate dei giunti,
- q e \dot{q} sono la posizione e la velocità attuali dei giunti,
- K_p è la matrice dei guadagni proporzionali, che determina l'entità della correzione applicata per l'errore di posizione,
- K_d è la matrice dei guadagni derivativi, che regola la risposta in base alla velocità di cambiamento dell'errore.

Implementazione del Controllore PD nelle Simulazioni

Nelle simulazioni effettuate, il controllore PD è stato implementato per gestire il comportamento dinamico del robot durante le operazioni di finitura. Attraverso l'uso del PD, vengono calcolate le coppie di giunto necessarie per correggere gli errori di posizione e velocità, garantendo che l'end effector, su cui è montato il grinder, segua con precisione la traiettoria desiderata lungo la superficie dell'automobile.

In ogni ciclo di simulazione, il controllore PD calcola le coppie di giunto τ basandosi sull'errore di posizione corrente $e_p = q_d - q$ e sull'errore di velocità $e_v = \dot{q}_d - \dot{q}$. Questi valori vengono poi applicati ai giunti, e la risposta del sistema viene calcolata utilizzando l'algoritmo *Recursive Newton-Euler (RNEA)* insieme ai metodi di integrazione presentati nelle sezioni precedenti.

Ottimizzazione dei Parametri del Controllore PD

Un passo cruciale nell'implementazione di un controllore PD efficace è la scelta appropriata dei guadagni K_p e K_d . Se i valori di K_p sono troppo elevati, possono verificarsi oscillazioni e instabilità. Al contrario, se K_p è troppo basso, la risposta sarà lenta e poco precisa. Allo stesso modo, la scelta di K_d influenza la stabilità e la rapidità di risposta del sistema.

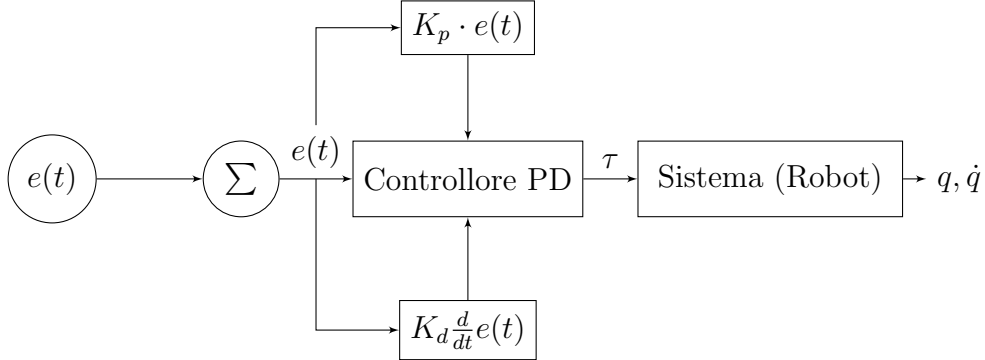
Nelle simulazioni, il processo di ottimizzazione dei guadagni è stato effettuato tramite un approccio di *trial-and-error*, provando diverse combinazioni di K_p e K_d e valutando la risposta del sistema. I criteri di valutazione utilizzati sono stati la riduzione dell'errore di posizione, la minimizzazione delle vibrazioni e la stabilità complessiva del robot durante l'operazione di finitura.

Risultati dell'Implementazione del Controllore PD

Le simulazioni hanno mostrato che, con parametri ottimizzati, l'implementazione del controllore PD ha portato a una riduzione significativa delle vibrazioni e delle forze di contatto instabili, migliorando la precisione del robot. Questo ha permesso al robot di mantenere un contatto stabile con la superficie dell'automobile, garantendo un'alta qualità del lavoro di finitura e riducendo il rischio di danni sia alla macchina che al robot stesso.

L'efficacia del controllore PD è stata ulteriormente validata tramite analisi di stabilità nelle simulazioni, confermando una risposta robusta anche in condizioni operative complesse, come variazioni di attrito o forza di contatto.

Diagramma a Blocchi del controllore



Il diagramma mostra il flusso di segnale in un controllore PD, dove l'errore di posizione e velocità è corretto attraverso le componenti proporzionale e derivativa per controllare il movimento del sistema robotico.

I.5 Forze di Contatto End-Effector

Nelle operazioni di levigatura, l'end effector del robot è sottoposto a diverse forze durante il contatto con la superficie da lavorare. Le due principali forze che influenzano il comportamento del robot in queste condizioni sono: le forze di attrito, generate quando l'end effector viene a contatto con la superficie, e le forze di vibrazione, che derivano dalle dinamiche interne del levigatore montato sull'end effector.

Le forze di attrito emergono quando il levigatore tocca la superficie, opponendosi al movimento e contribuendo a influenzare la precisione del robot durante le operazioni di finitura. Queste forze includono la forza normale, che agisce perpendicolarmente alla superficie, e la forza di attrito tangenziale, che si oppone al movimento lungo il piano di contatto. Entrambe giocano un ruolo cruciale nella stabilità del robot, poiché influenzano la capacità del robot di mantenere il contatto con la superficie senza scivolare o generare movimenti indesiderati.

Parallelamente, il levigatore stesso introduce delle vibrazioni nel sistema. Queste vibrazioni, che possono variare in ampiezza e frequenza, dipendono dal tipo di strumento utilizzato e dalle sue caratteristiche operative. Nel nostro modello, abbiamo semplificato le forze generate dal levigatore rappresentandole come forze sinusoidali lungo i tre assi cartesiani (x, y, z). Questo ap-

proccio, pur essendo una semplificazione, cattura efficacemente l'effetto delle vibrazioni sul robot, aiutando a comprendere l'impatto di queste forze sulle prestazioni complessive del sistema. Le vibrazioni possono influenzare negativamente la precisione dell'end effector, generando oscillazioni indesiderate che il sistema di controllo deve essere in grado di compensare.

La modellazione di queste due categorie di forze – attrito e vibrazioni – è essenziale per garantire che il robot possa eseguire operazioni di finitura con precisione e stabilità, mantenendo un controllo accurato sulla posizione e sul movimento dell'end effector nonostante le forze esterne che agiscono su di esso.

Modellazione delle Vibrazioni Generate dal Levigatore

Per simulare le vibrazioni generate dal levigatore montato sull'end effector del robot, si è ipotizzata la presenza di forze sinusoidali lungo i tre assi cartesiani x , y , e z . Queste forze rappresentano le vibrazioni indotte dal contatto tra il levigatore e la superficie di lavoro.

Abbiamo scelto di considerare un range di frequenze da 10 a 200 Hz. Questa scelta si basa su studi esistenti che analizzano le vibrazioni tipiche degli strumenti di levigatura, come i levigatori orbitali. In particolare, uno studio di *Radwin et al. (1990)* dimostra che strumenti come il “palm grip orbital sander” producono accelerazioni significative fino a 150 Hz. Tuttavia, per includere potenziali variazioni nel comportamento vibratorio e garantire una modellazione completa delle dinamiche del sistema, è stata considerata una sovrastima fino a 200 Hz.

La tabella seguente riassume le accelerazioni ponderate per la frequenza a_{rms} per i principali strumenti di levigatura, lungo i tre assi:

Strumento	Frequenza (Hz)	Acc. RMS Asse X (m/s^2)	Acc. RMS Asse Y (m/s^2)	Acc. RMS Asse Z (m/s^2)
Palm Grip Orbital	150	25.4	30.3	45.6

Le accelerazioni ponderate per la frequenza, espresse in m/s^2 , sono state utilizzate per calcolare le forze applicate sull'end effector del robot attraverso la relazione $F = ma$, dove m rappresenta la massa combinata dell'end effector e del levigatore.

Determinazione delle Forze di Vibrazione

Le forze di vibrazione sono state modellate come sinusoidi lungo ciascun asse:

$$\begin{aligned}f_x(t) &= A_x \sin(2\pi f_x t + \phi_x) \\f_y(t) &= A_y \sin(2\pi f_y t + \phi_y) \\f_z(t) &= A_z \sin(2\pi f_z t + \phi_z)\end{aligned}$$

dove:

- A_x, A_y, A_z rappresentano le ampiezze delle vibrazioni lungo gli assi x, y, z, rispettivamente.
- f_x, f_y, f_z sono le frequenze delle vibrazioni scelte nel range da 10 a 200 Hz.
- ϕ_x, ϕ_y, ϕ_z sono le fasi iniziali delle vibrazioni.

Le frequenze e le ampiezze delle vibrazioni sono state selezionate sulla base dei dati sperimentali per riflettere accuratamente il comportamento degli strumenti di levigatura durante l'operazione di finitura.

Forza Normale (F_n)

La forza normale F_n rappresenta la reazione della superficie al contatto con il levigatore. È modellata combinando un componente elastico e uno viscoso:

dove:

$$F_n = K \cdot (\Delta z) + C \cdot v_z$$

dove:

- K è la costante elastica della superficie.
- Δz è la deformazione della superficie lungo l'asse z a causa del contatto con il levigatore.
- C è il coefficiente di smorzamento viscoso.

- v_z è la velocità relativa lungo l'asse z.

Questo modello cattura sia l'effetto elastico che quello smorzante della superficie durante il contatto. Dopo un'analisi, è stato determinato che la rigidità standard di un'automobile corrisponde ai seguenti valori:

Rigidezza K	Smorzamento C
$3 \times 10^4 \text{ N/m}$	173.21 Ns/m

Forza di Attrito Tangenziale (F_{attrito})

La forza di attrito tangenziale è una forza vettoriale che agisce lungo il piano tangente alla superficie di contatto. Dipende dalla forza normale e dalla velocità relativa tangenziale del levigatore sulla superficie. La forza di attrito tangenziale è modellata come:

$$F_{\text{attrito}} = -k_{\text{attr}} \cdot F_n \cdot \frac{v_t}{\|v_t\|}$$

dove:

- k_{attr} è una costante che descrive la relazione tra la forza normale e la forza di attrito tangenziale.
- F_n è la forza normale calcolata come descritto sopra.
- $v_t = (v_x, v_y)$ è il vettore della velocità relativa tangenziale tra il levigatore e la superficie.
- $\|v_t\|$ è il modulo della velocità tangenziale.

Il segno negativo indica che la forza di attrito è sempre opposta alla direzione del movimento tangenziale del levigatore. F_{attrito} agisce in direzione opposta a v_t , frenando il movimento lungo la superficie.

Il segno negativo indica che la forza di attrito è sempre opposta alla direzione del movimento tangenziale del levigatore. È importante notare che F_{attrito} agisce in direzione opposta a \mathbf{v}_t , frenando il movimento lungo la superficie.

Determinazione della Costante k_{attr}

La costante k_{attr} deve essere determinata per caratterizzare accuratamente l'attrito tangenziale tra il levigatore e la superficie. Questa costante può essere ottenuta empiricamente attraverso esperimenti o stimata tramite simulazioni dettagliate che replicano le condizioni operative reali del levigatore.

I.6 Spazi di Controllo: IC (Impedance Control) e OSC (Operational Space Control)

Operational Space Control (OSC)

L'*Operational Space Control* (OSC) è un approccio avanzato per controllare la posizione dell'*end effector* di un robot manipolatore. Questo metodo si focalizza sul controllo diretto delle coordinate cartesiane dell'*end effector*, piuttosto che sulle coordinate dei giunti. L'idea principale dell'OSC è di trasformare le equazioni della dinamica del robot dallo spazio dei giunti allo spazio operativo, dove il controllo può essere applicato direttamente alla posizione e alla velocità dell'*end effector*.

Dalla dinamica standard nello spazio dei giunti:

$$M(q)\ddot{q} + h(q, \dot{q}) = \tau$$

possiamo scrivere la dinamica nello spazio operativo:

$$\Lambda(\mathbf{x})\ddot{\mathbf{x}} + \mu(\mathbf{x}, \dot{\mathbf{x}}) = J^{\top\ddagger}\tau = \mathbf{f}$$

dove:

- $\Lambda \equiv (JM^{-1}J^{\top})^{-1}$ è l'inerzia nello spazio operativo dell'*end effector*.
- $\mu \equiv \Lambda(JM^{-1}h - \dot{J}\dot{q})$ rappresenta le forze di bias nello spazio operativo (dovute a gravità, forze di Coriolis e centrifughe).
- $J^{\top\ddagger} \equiv \Lambda JM^{-1}$ è la pseudo-inversa di J^{\top} utilizzando M^{-1} come matrice di peso.

- \mathbf{f} è il nuovo input di controllo definito via $\tau = J^\top \mathbf{f}$.

Per una data accelerazione desiderata $\ddot{\mathbf{x}}_d$, tipicamente calcolata con una legge di controllo PD lineare:

$$\ddot{\mathbf{x}}_d = \ddot{\mathbf{x}}_{\text{ref}} + K_p(\mathbf{x}_{\text{ref}} - \mathbf{x}) + K_d(\dot{\mathbf{x}}_{\text{ref}} - \dot{\mathbf{x}})$$

dove K_p e K_d hanno elementi diagonali k_p e k_d , il valore desiderato di \mathbf{f} è calcolato come:

$$\mathbf{f}_d = \Lambda \ddot{\mathbf{x}}_d + \mu$$

Le corrispondenti coppie di giunti sono date da $\tau = J^\top \mathbf{f}_d$. Inoltre, possiamo aggiungere a τ un segnale di controllo aggiuntivo per stabilizzare una particolare configurazione dei giunti senza influenzare l'accelerazione nello spazio operativo:

$$\tau = J^\top \mathbf{f}_d + (I - J^\top J^{\top\dagger})\tau_0$$

dove:

$$\tau_0 \equiv M\ddot{q}_{\text{dpos}} + h, \quad \ddot{q}_{\text{dpos}} \equiv K_{pj}(q_{\text{dpos}} - q) - K_{dj}\dot{q}$$

K_{pj} e K_{dj} hanno elementi diagonali k_{pj} e k_{dj} , rispettivamente.

Questo approccio permette un controllo preciso dell'*end effector* nello spazio cartesiano, consentendo al robot di eseguire movimenti complessi e precisi in applicazioni che richiedono un alto grado di accuratezza e reattività.

Impedance Control (IC)

L'*Impedance Control (IC)* mira a far comportare il sistema come un'impendenza lineare, ossia un sistema massa-molla-smorzatore soggetto a una forza esterna applicata all'*end effector*:

$$\Lambda \ddot{e} + B\dot{e} + Ke = \mathbf{f}_{\text{ext}}$$

dove:

- $e \equiv \mathbf{x}_{\text{ref}} - \mathbf{x}$ è l'errore di tracciamento.
- \mathbf{f}_{ext} sono le forze esterne applicate all'*end effector*.

- Λ , B , K sono rispettivamente le matrici di inerzia, smorzamento e rigidità nello spazio operativo.

Questa legge di controllo impone che l'*end effector* segua un comportamento dinamico desiderato:

$$\tau = J^T(Ke + B\dot{e} + \mu)$$

dove μ rappresenta le forze di bias (dovute a gravità, Coriolis e forze centrifughe). Per evitare il calcolo delle forze di bias μ , si può usare una versione semplificata dell'IC:

$$\tau = h + J^T(Ke + B\dot{e})$$

Similmente all'*Operational Space Control*, un segnale di controllo aggiuntivo può essere aggiunto per stabilizzare il movimento nello spazio dei giunti. La versione modificata dell'IC diventa:

$$\tau = h + J^T K(\mathbf{x}_{\text{ref}} - \mathbf{x}) + B(\dot{\mathbf{x}}_{\text{ref}} - \dot{\mathbf{x}}) + (I - J^T J^{\dagger})\tau_0$$

dove $\tau_0 \equiv M\ddot{q}_{\text{dpos}}$ senza includere le forze di bias h , che sono già compensate.

L'*Impedance Control* è particolarmente utile per modellare il contatto dell'*end effector* con l'ambiente circostante, permettendo al robot di adattarsi in modo sicuro e reattivo alle forze esterne. Questo metodo è vantaggioso quando è necessario un comportamento flessibile e adattivo del robot, come nel caso di operazioni di manipolazione che coinvolgono contatti incerti o dinamici con l'ambiente.

I.6.1 Confronto tra OSC e IC

Sia l'*Operational Space Control* che l'*Impedance Control* hanno i loro punti di forza. L'OSC è più adatto per applicazioni in cui è richiesto un controllo preciso della posizione e della traiettoria dell'*end effector* nello spazio cartesiano. L'IC, d'altra parte, è più flessibile e permette un comportamento dinamico adattivo che è utile in situazioni di contatto o quando si lavora in ambienti incerti.

Il controllo nello spazio cartesiano, sia con OSC che con IC, richiede una conoscenza accurata del modello dinamico del robot e delle forze esterne

applicate. L'accuratezza del modello e la capacità di compensare le forze di bias sono cruciali per l'efficacia di questi controlli.

Simulazioni e Risultati

II.1 Introduzione alle Simulazioni

Le simulazioni sono state condotte per analizzare il comportamento dinamico del robot durante il contatto tra l'end effector, equipaggiato con un levigatore, e una superficie rigida. Lo scopo principale era studiare l'effetto delle forze di vibrazione e di attrito sull'accuratezza e la stabilità del robot durante le operazioni di finitura. Attraverso queste simulazioni, è stato possibile valutare l'efficacia dei controlli implementati, come il controllore PD, il controllo nello spazio operativo (OSC) e il controllo di impedenza (IC), e ottimizzare i parametri di controllo per migliorare le prestazioni complessive.

II.2 Strumenti di Simulazione Utilizzati

Le simulazioni sono state realizzate utilizzando Python e la libreria adam (Automatic Differentiation for Rigid-Body-Dynamics Algorithms). Adam è stata scelta per la sua capacità di calcolare in modo efficiente le dinamiche dei robot, utilizzando la differenziazione automatica per generare gradienti, Jacobiani e Hessiani delle quantità dinamiche. Questo ha permesso di simulare con precisione le forze esterne applicate, come le vibrazioni e l'attrito, e di ottimizzare i parametri di controllo dinamico in tempo reale.

II.3 Simulazione nel Joint Space

In questa fase della simulazione, l'obiettivo principale era ottimizzare i parametri del controllore *proporzionale-derivativo* (*PD*) nel Joint Space. Il processo di simulazione è stato avviato assegnando specifici angoli di riferimento ai vari giunti del robot, simulando così una configurazione iniziale definita per il sistema. Le simulazioni sono state eseguite “a vuoto”, ovvero senza contatto tra l'*end-effector* e la superficie, concentrandosi esclusivamente sugli effetti delle forze sinusoidali applicate dal levigatore. Queste forze sono state modellate con diverse ampiezze e frequenze per simulare una condizione dinamica controllata, senza il contatto diretto con una superficie fisica.

Forze Sinusoidali del Levigatore

Durante la simulazione, le forze applicate dal levigatore sono state modellate come sinusoidi con diverse ampiezze, agendo sui giunti del robot. Questo approccio ha permesso di osservare la risposta dinamica del sistema ai comandi esterni, valutando l'efficacia del controllo PD nel Joint Space in un ambiente privo di forze di contatto complesse.

Le forze sinusoidali applicate possono essere descritte dalla seguente equazione generica:

$$f(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

dove:

- A è l'ampiezza della forza sinusoidale,
- ω è la frequenza angolare della forza,
- t è il tempo,
- ϕ è la fase iniziale.

Questa modellazione ha consentito di testare la risposta dei giunti e il comportamento complessivo del sistema sotto forze esterne variabili nel tempo.

Time Step della Simulazione

Le simulazioni sono state eseguite utilizzando due diversi time step. Il controllore PD è stato implementato con un *time step* di 1 ms, che ha permesso di aggiornare le azioni di controllo con una frequenza elevata, garantendo una buona precisione nelle regolazioni. Parallelamente, la simulazione globale è stata eseguita con un *time step* più piccolo, pari a 1/16 ms, al fine di assicurare una modellazione accurata delle dinamiche del sistema e minimizzare possibili errori di integrazione numerica.

Scelta del guadagno K_p tramite processo *trial-and-error*

Per ottimizzare i parametri K_p e K_d , è stato utilizzato un approccio di *trial-and-error*. Inizialmente, sono stati scelti valori molto bassi per il guadagno proporzionale K_p , partendo da 1 e incrementandolo gradualmente fino a ottenere una risposta stabile del sistema. Il guadagno derivativo K_d è stato impostato come $K_d = 2 \cdot \sqrt{K_p}$ per evitare oscillazioni e migliorare la stabilità del sistema.

Per valutare l'efficacia di ogni valore di K_p , è stata calcolata la norma all'infinito dell'errore tra la posizione desiderata e quella effettiva. La norma all'infinito è stata utilizzata come misura della stabilità del sistema, ed è definita come:

$$\|e(t)\|_{\infty} = \max |e_i(t)|$$

dove:

- $e_i(t)$ è l'errore tra la posizione desiderata e quella effettiva per il giunto i al tempo t ,
- la norma all'infinito rappresenta l'errore massimo su tutti i giunti in qualsiasi momento del tempo.

Il grafico in Figura II.1 mostra come la norma all'infinito dell'errore si riduce al crescere di K_p , stabilizzandosi intorno al valore di $K_p = 1000$.

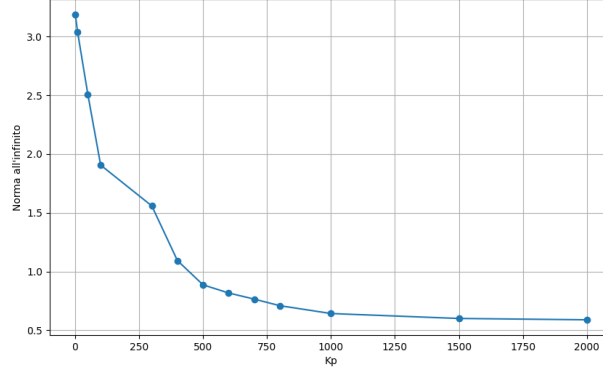


Figura II.1: Grafico della norma all'infinito dell'errore rispetto a K_p durante la simulazione nel Joint Space.

Valore scelto del K_p

Dopo aver eseguito numerose simulazioni con diversi valori di K_p , è stato deciso di adottare un valore di $K_p = 1000$. Questo valore ha fornito una buona risposta del sistema, rappresentando un ottimo compromesso tra la riduzione dell'errore e la reattività del sistema. Il controllore è stato in grado di gestire in modo efficace le dinamiche dei giunti, senza introdurre oscillazioni indesiderate.

Il grafico seguente (Figura II.2) mostra il confronto tra la posizione desiderata per ciascun giunto e la posizione effettiva raggiunta dal sistema con il valore scelto di $K_p = 1000$.

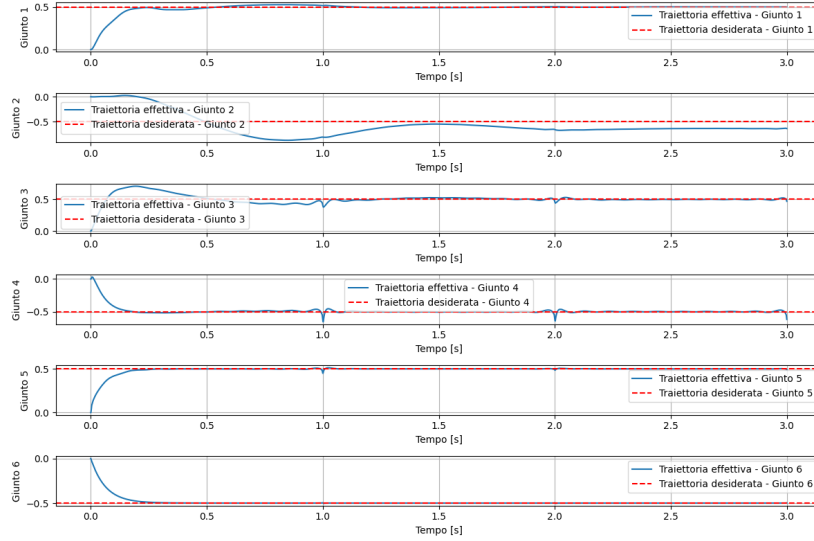


Figura II.2: Confronto tra la traiettoria desiderata e la traiettoria effettiva dei giunti con $K_p = 1000$. Il sistema mostra un buon inseguimento della traiettoria desiderata.

Come si può osservare, i giunti riescono a seguire la traiettoria desiderata con un errore ridotto e una buona risposta dinamica.

Conclusione

In conclusione, il processo di ottimizzazione del controllore PD nel **Joint Space** ha portato alla scelta di un valore di $K_p = 1000$, che ha dimostrato di offrire una risposta stabile e soddisfacente del sistema, rappresentando un compromesso efficace tra la riduzione dell'errore e la stabilità generale. Tuttavia, per simulare in modo efficace l'interazione tra l'*end-effector* e una superficie rigida, come nel caso della levigazione, il controllo nel Joint Space si rivela inadeguato.

Per proseguire con simulazioni che includano interazioni più complesse, sarà necessario passare a metodi di controllo più adatti, come il **Impedance Control (IC)** e il **Operative Space Control (OSC)**. Questi approcci, infatti, forniscono una modellazione più diretta dell'interazione dell'*end-effector* con l'ambiente, rendendo più semplice gestire il contatto

con la superficie e garantire un controllo più preciso del movimento nello spazio cartesiano.

II.4 Simulazione nel Impedance Control (IC)

Il controllo di impedenza permette al robot di regolare l'interazione con l'ambiente esterno, gestendo la relazione tra forze e spostamenti. L'obiettivo di questa simulazione è eseguire un'operazione di levigazione su una superficie piana posta a un metro da terra, mantenendo l'*end-effector* in contatto costante con la superficie. Durante la levigazione, il robot deve contrastare due forze principali:

- **Forza normale:** agisce perpendicolarmente alla superficie, garantendo il contatto costante tra l'*end-effector* e la superficie.
- **Forza di attrito:** agisce opposta al movimento dell'*end-effector*, generata dal contatto tra il robot e la superficie.

Per modellare il contatto tra l'*end-effector* e la superficie, abbiamo considerato la rigidità della superficie, con una costante di rigidezza $k_{\text{contatto}} = 3 \times 10^4 \text{ N/m}$, tipica per una macchina standard. La forza normale esercitata dalla superficie è stata modellata considerando sia la compressione che lo smorzamento dovuto alla velocità verticale v_z :

$$F_{\text{normale}} = k_{\text{contatto}} \cdot \Delta z + d_{\text{contatto}} \cdot v_z$$

dove Δz rappresenta la compressione verticale dell'*end-effector* rispetto alla superficie, e v_z è la velocità verticale. Il coefficiente di smorzamento $d_{\text{contatto}} = \sqrt{k_{\text{contatto}}}$ è stato introdotto per modellare l'effetto dissipativo del contatto, riducendo le oscillazioni causate dalla rigidità della superficie.

Controllo Proporzionale-Derivativo (PD)

Per garantire stabilità e un *tracking* corretto della traiettoria, è stato implementato un controllo **proporzionale-derivativo (PD)**. I parametri principali del controllo sono:

- K_p : rappresenta la componente elastica del controllo, determinando la rigidità del sistema.

- K_d : gestisce la parte smorzante, regolando la velocità di risposta del sistema e riducendo le oscillazioni.

La traiettoria di riferimento per l'*end-effector* è una sinusoide con ampiezze variabili, progettata per verificare la capacità del robot di seguire movimenti fluidi. Il *time step* del controllore è stato fissato a 1 ms, per garantire aggiornamenti frequenti del sistema. Per una risoluzione più precisa delle dinamiche rapide, la simulazione è stata eseguita con un *time step* di 1/16 ms, che assicura che le forze esterne, come l'attrito e la forza normale, siano modellate con maggiore accuratezza.

Calcolo del Feedback di Impedenza

La legge di controllo utilizzata nel sistema è la seguente:

$$ddx_{fb} = K_p(x_{ref} - x) + K_d(dx_{ref} - dx)$$

Questa equazione rappresenta il feedback di accelerazione, che tiene conto dell'errore di posizione e velocità tra la traiettoria di riferimento e quella reale. L'accelerazione desiderata è data dalla somma del feedback e dell'accelerazione di riferimento:

$$ddx_{des} = ddx_{ref} + ddx_{fb}$$

Calcolo delle Forze e Coppie

Le forze che agiscono sull'*end-effector* vengono trasformate in coppie sui giunti tramite il *Jacobiano* trasposto J^T . In particolare, la forza normale modellata in precedenza e la forza di attrito vengono combinate per generare la coppia applicata sui giunti:

$$\tau = J^T(F_{normale} + F_{attrito}) + N_J \cdot \tau_0$$

In questa equazione:

- $F_{\text{normale}} = k_{\text{contatto}} \cdot \Delta z + d_{\text{contatto}} \cdot v_z$ rappresenta la forza normale di contatto.
- F_{attrito} è la forza di attrito, che si oppone al movimento dell'*end-effector*.
- $N_J \cdot \tau_0$ tiene conto delle dinamiche del sistema e delle forze residue.

Determinazione del valore k_{attrito}

La scelta del parametro k_{attrito} è stata effettuata attraverso un processo iterativo basato su simulazioni, con l'obiettivo di trovare un valore che bilanciasse efficacemente la stabilità del sistema e la fluidità del movimento. Questo parametro gioca un ruolo chiave nel ridurre le oscillazioni generate dal contatto tra l'*end-effector* del robot e la superficie dell'automobile, mantenendo un movimento regolare.

Simulazione a vuoto

Il primo passo nella determinazione del valore ottimale di k_{attrito} è stato eseguire una simulazione a vuoto, senza l'attrito applicato. Durante questa simulazione, la traiettoria dell'*end-effector* è stata monitorata per osservare il comportamento del sistema in assenza di contatto con la superficie. La posizione di riferimento della superficie è stata fissata a 1 metro da terra, rappresentando la distanza tra l'*end-effector* del robot e la superficie dell'automobile.

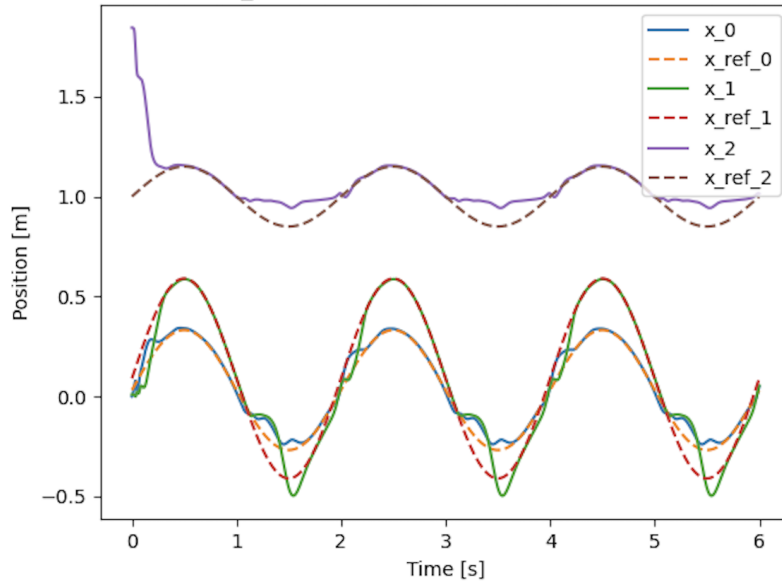


Figura II.3: Simulazione della traiettoria dell'*end-effector* in assenza di attrito, con la superficie situata a 1 metro da terra.

Questa simulazione ha permesso di individuare i punti di contatto con la superficie e le zone in cui l'attrito avrebbe avuto il maggiore impatto. La posizione dell'*end-effector* si avvicina e supera la superficie in più riprese durante il movimento, rendendo evidente la necessità di introdurre un valore di attrito adeguato per smorzare le oscillazioni residue.

Selezione del valore ottimale di k_{attrito}

In seguito alla simulazione a vuoto, è stata eseguita un'analisi iterativa con diversi valori di k_{attrito} . Si è notato che valori superiori a 2 causavano un eccessivo smorzamento, riducendo drasticamente la fluidità del movimento e la capacità del robot di seguire la traiettoria desiderata. Questo comportamento è dovuto alla predominanza dell'attrito, che riduce la velocità e aumenta le forze resistenti, rendendo il sistema meno reattivo. Di seguito si mostrano grafici di dell'accelerazione della forza nel tempo durante la simulazione, si nota che aumentando il valore della costante diminuisce l'accelerazione durante il contatto con la superficie.

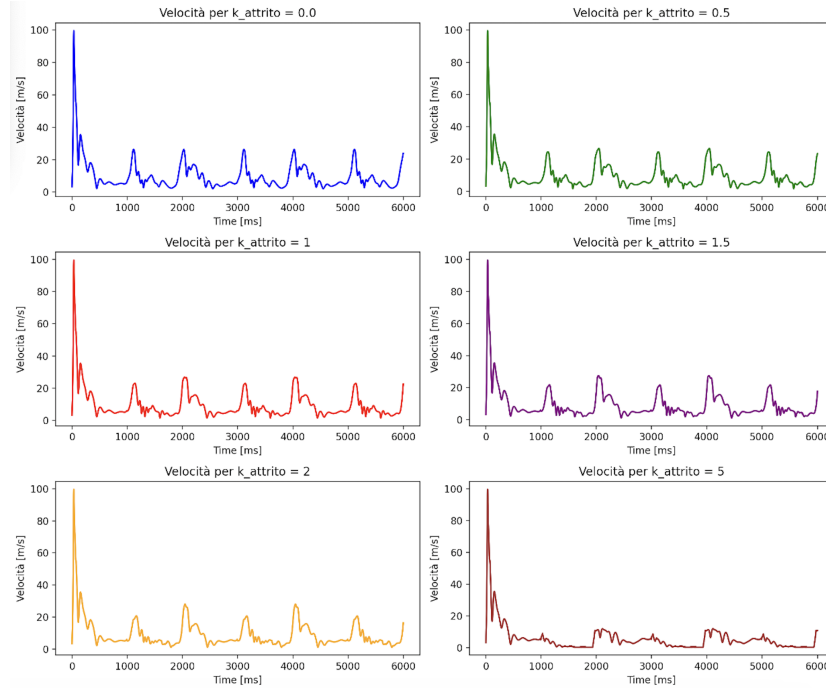


Figura II.4: Grafico dell'accelerazione per diversi valori di k_{attrito} .

Il picco iniziale di accelerazione, circa 100 m/s^2 , è dovuto al fatto che le forze sinusoidali del levigatore non sono sfasate tra loro, portando a un'accelerazione improvvisa all'inizio della simulazione. Una volta applicato l'attrito con il contatto della superficie, l'accelerazione si riduce drasticamente e il sistema si stabilizza.

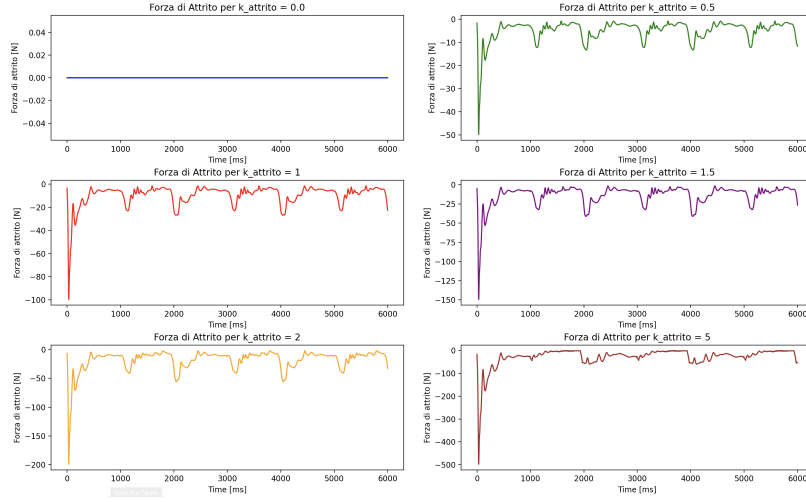


Figura II.5: Grafico della forza di attrito per diversi valori di $k_{attrito}$.

Valori inferiori a 1 non sono sufficienti a smorzare le vibrazioni residue causate dal contatto con la superficie rigida dell'automobile, producendo oscillazioni persistenti e un comportamento dinamico irregolare. Valori superiori a 1.5, come $k_{attrito} = 2$ o $k_{attrito} = 5$, comportano un eccessivo smorzamento, riducendo la reattività del sistema e causando un aumento dell'inerzia dovuta all'attrito eccessivo.

Pertanto, il valore di $k_{attrito}$ compreso tra 1 e 1.5 rappresenta il miglior compromesso tra la riduzione delle vibrazioni e il mantenimento della fluidità del movimento. Questo valore tiene conto anche della rigidità della superficie dell'automobile (pari a 3×10^4 N/m), che richiede un attrito moderato per garantire una risposta stabile senza compromettere la reattività del sistema.

In conclusione, il valore di $k_{attrito}$ compreso tra 1 e 1.5 ha dimostrato di essere ottimale per smorzare efficacemente le oscillazioni residue, mantenendo al contempo una buona fluidità dell'*end-effector*. Questi valori hanno permesso al sistema di eseguire movimenti precisi sulla superficie rigida dell'automobile, garantendo stabilità, accelerazioni controllate e velocità adeguate per un comportamento dinamico realistico.

Traiettorie Cartesiane dell'End-Effector

Per la seguente simulazione si è scelto un valore di $k_{attrito} = 1.25$. Il grafico seguente mostra le traiettorie cartesiane dell'*end-effector*, confrontando il movimento effettivo del robot con la traiettoria di riferimento impostata durante la simulazione.

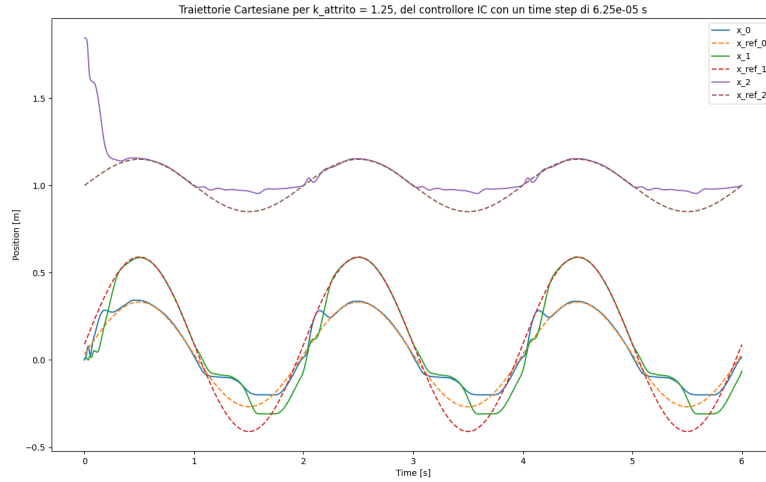


Figura II.6: Traiettorie cartesiane dell'*end-effector* confrontate con la traiettoria di riferimento. Le linee continue rappresentano la posizione effettiva in x_0 , x_1 e x_2 , mentre le linee tratteggiate indicano la traiettoria di riferimento.

Si può osservare, in Figura II.6, che lungo l'asse verticale x_2 , la traiettoria effettiva dell'*end-effector* segue la superficie rigida, che è posta a un metro da terra. In particolare, si nota che l'*end-effector* non riesce a compenetrare la superficie, come previsto, a causa della rigidità imposta dal piano. Ciò determina una limitazione nel movimento lungo l'asse x_2 , con il robot costretto a seguire la geometria della superficie.

Inoltre, si nota che durante lo stesso intervallo di tempo, anche lungo gli assi x_0 e x_1 (corrispondenti ai movimenti orizzontali), la posizione dell'*end-effector* non è accurata. Questa discrepanza è dovuta all'effetto della forza normale e dell'attrito esercitato sulla superficie. Questi fattori influenzano il movimento e impediscono all'*end-effector* di seguire la traiettoria desiderata con precisione. Nonostante ciò, il parametro di attrito $k_{attrito} = 1.25$ ha

permesso di mantenere il movimento sufficientemente stabile, contenendo le oscillazioni e rendendo il movimento più controllato.

Traiettorie dei Giunti

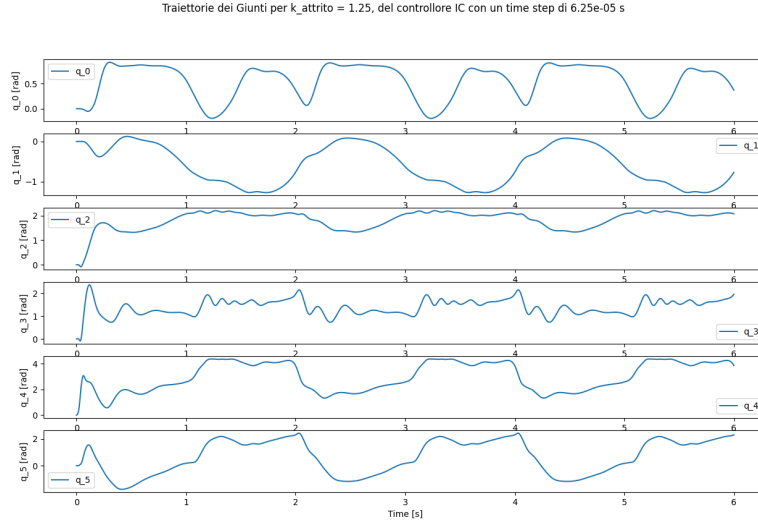


Figura II.7: Traiettorie angolari dei giunti durante la simulazione IC. Ogni curva rappresenta l'evoluzione temporale della posizione angolare di ciascun giunto mentre il robot cercava di mantenere il contatto con la superficie durante la levigazione.

Il grafico in Figura II.7 mostra l'evoluzione temporale delle traiettorie angolari dei giunti del robot durante l'operazione di levigazione. Sebbene l'*end-effector* sia stato impostato per seguire traiettorie sinusoidali, le traiettorie dei giunti risultano non sinusoidali, a causa della complessità delle dinamiche del sistema e del controllo di impedenza applicato.

Conclusione

Questi risultati evidenziano che, sebbene *Impedance Control (IC)* si sia rivelato efficace nella gestione delle interazioni tra il robot e la superficie, la rigidità del sistema e le forze esterne impongono delle limitazioni sulla precisione con cui il robot può seguire una traiettoria di riferimento, specialmente quando opera su una superficie rigida. Il parametro di attrito $k_{\text{attrito}} = 1.25$

ha svolto un ruolo cruciale nel smorzare le oscillazioni e migliorare la stabilità del sistema, ma non è stato sufficiente a eliminare completamente le difficoltà nel seguire esattamente la traiettoria desiderata.

Algorithm 1 Schema del ciclo di simulazione per il Controllo di Impedenza (IC) con due time step

Require: N_{control} : Numero di passi di controllo, t : tempo iniziale, x_0 : stato

iniziale, dt_{control} : time step controllore, $dt_{\text{simulazione}}$: time step simulazione

```

1: for  $i = 0$  to  $N_{\text{control}} - 1$  do
2:    $t_{\text{start}} \leftarrow$  tempo corrente
                                      $\triangleright$  Generazione della traiettoria di riferimento
3:    $x_{\text{ref}}, dx_{\text{ref}}, ddx_{\text{ref}} \leftarrow \text{generate\_sin\_trajectory}(t, x_0)$ 
                                      $\triangleright$  Calcolo delle dinamiche del sistema
4:    $M \leftarrow \text{mass\_matrix\_fun}, h \leftarrow \text{bias\_force\_fun}, J_{\text{full}} \leftarrow \text{jacobian\_fun}$ 
                                      $\triangleright$  Calcolo del feedback di impedenza (PD)
5:    $ddx_{\text{fb}} \leftarrow K_p(x_{\text{ref}} - x) + K_d(dx_{\text{ref}} - dx)$ 
                                      $\triangleright$  Calcolo delle coppie di controllo
6:    $\tau \leftarrow J_{\text{full}}^T \cdot f + N_J \cdot (\tau_0 + h)$ 
                                      $\triangleright$  Inizializza simulazione con time step ridotto
7:   for  $j = 1$  to  $\frac{dt_{\text{control}}}{dt_{\text{simulazione}}}$  do
8:      $\text{simu.simulate}(\tau, dt_{\text{simulazione}})$ 
9:     Controlla  $ddx$  e verifica stabilità
10:  end for
                                      $\triangleright$  Aggiorna il tempo per il controllore
11:   $t \leftarrow t + dt_{\text{control}}$ 
12:  Verifica se è necessario attendere
13: end for

```

II.5 Simulazione nello Operational Space Control (OSC)

Lo *Operational Space Control (OSC)* rappresenta un approccio alternativo per il controllo del robot, progettato per gestire in modo più diretto l'interazione dell'*end-effector* con l'ambiente. A differenza del controllo nel *Joint Space*, dove i comandi vengono applicati ai giunti del robot, l'OSC permette di agire direttamente nello spazio cartesiano, garantendo un controllo più preciso della posizione e della forza applicata dall'*end-effector* rispetto all'ambiente esterno. Questo approccio risulta particolarmente utile nelle applicazioni che prevedono un contatto continuo con una superficie, come nel caso della levigazione.

Implementazione del Controllo OSC

Nel contesto di questa simulazione, l'obiettivo era mantenere l'*end-effector* in contatto costante con la superficie e seguire una traiettoria di riferimento sinusoidale nello spazio cartesiano. Le forze principali che agiscono sull'*end-effector* sono:

- **Forza normale:** imposta per mantenere l'*end-effector* aderente alla superficie, contrastando il distacco.
- **Forza di attrito:** forza opposta al movimento, introdotta per modellare l'interazione del robot con la superficie.

Il *time step* utilizzato per il controllore OSC è stato fissato a 1 ms, mentre per la simulazione globale è stato adottato un time step più piccolo di 1/16 ms per garantire una risoluzione accurata delle dinamiche rapide. Questa configurazione ha permesso una modellazione precisa delle forze esterne e delle coppie di controllo.

Traiettorie Cartesiane dell'End-Effector

Nel grafico seguente, Figura II.8, vengono mostrate le traiettorie cartesiane dell'*end-effector*, confrontate con la traiettoria di riferimento. L'obiettivo

principale era mantenere il contatto con la superficie a un metro di altezza mentre l'*end-effector* seguiva una traiettoria sinusoidale negli assi orizzontali.

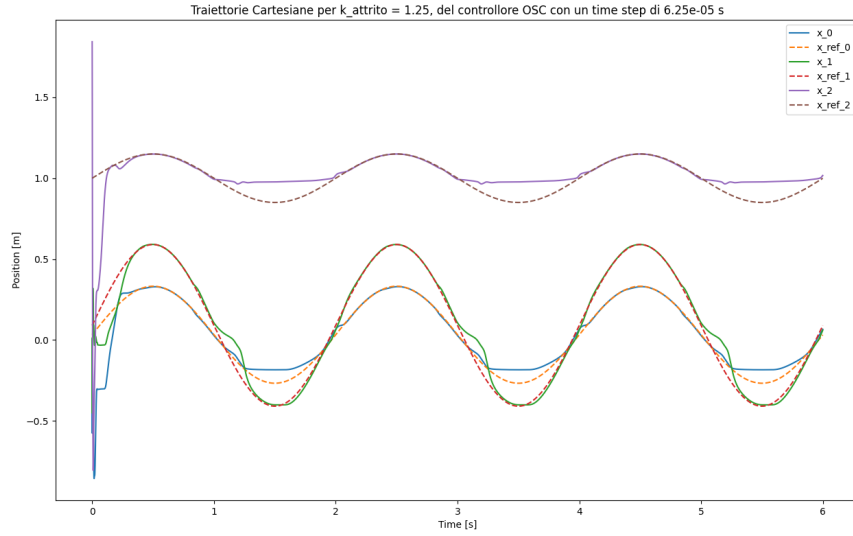


Figura II.8: Traiettorie cartesiane dell'*end-effector* per $k_{\text{attrito}} = 1.25$, durante il controllo OSC. Le linee continue rappresentano la posizione effettiva mentre le linee tratteggiate indicano la traiettoria di riferimento.

Come si può osservare dalla Figura II.8, lungo l'asse x_2 (verticale), la posizione dell'*end-effector* rimane aderente alla superficie rigida, non potendo compenetrare il piano, come previsto dalla rigidità della superficie stessa. Tuttavia, si notano piccole oscillazioni durante la fase iniziale, probabilmente dovute all'impostazione del guadagno del controllore e al contatto iniziale con la superficie.

Lungo gli assi orizzontali (x_0 e x_1), la traiettoria effettiva segue abbastanza accuratamente quella di riferimento, con qualche discrepanza dovuta principalmente alla presenza della forza di attrito. Questo suggerisce che il valore del parametro di attrito $k_{\text{attrito}} = 1.25$ ha garantito un buon compromesso tra stabilità e fluidità del movimento.

Traiettorie Angolari dei Giunti

Il grafico in Figura II.9 mostra le traiettorie angolari dei giunti del robot durante la simulazione. In questo caso, le traiettorie non sono sinusoidali come quelle cartesiane, ma riflettono la complessità delle dinamiche dei giunti, influenzate dalle forze applicate sull'*end-effector* e dall'interazione con la superficie.

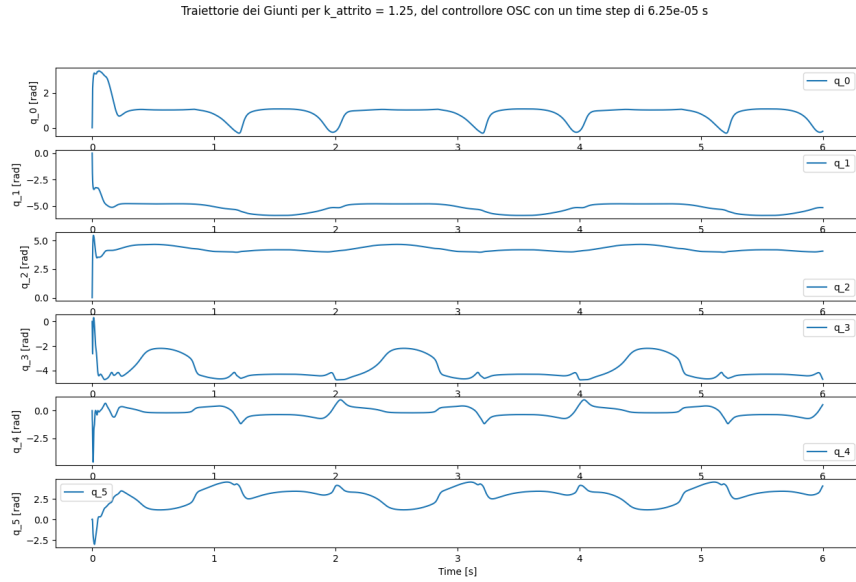


Figura II.9: Traiettorie angolari dei giunti per $k_{\text{attrito}} = 1.25$, durante il controllo OSC.

Le traiettorie dei giunti mostrano delle oscillazioni residue, visibili soprattutto nei giunti che controllano il movimento verticale, dovute alla forza normale esercitata dalla superficie e alla complessità del modello OSC. Si nota inoltre che i giunti che gestiscono il movimento orizzontale presentano un andamento più regolare, segno che l'OSC è stato in grado di gestire con efficacia il movimento dell'*end-effector* lungo la traiettoria di riferimento.

Conclusione

La simulazione con il controllo OSC ha dimostrato di essere più adatta rispetto al *Joint Space Control* per la gestione delle interazioni dirette tra l'*end-effector* e l'ambiente esterno. Grazie all'approccio OSC, è stato possibile mantenere un contatto costante con la superficie rigida, garantendo un controllo più preciso delle traiettorie cartesiane. Il parametro di attrito $k_{\text{attrito}} = 1.25$ ha svolto un ruolo cruciale nel contenere le oscillazioni e garantire una fluidità adeguata del movimento.

Tuttavia, sono state osservate alcune discrepanze lungo l'asse verticale x_2 , dovute principalmente alla rigidità della superficie e all'interazione complessa tra il robot e l'ambiente. Nel complesso, il controllo OSC ha dimostrato una buona capacità di seguire le traiettorie desiderate e di mantenere una stabilità generale soddisfacente.

II.6 Confronto dell'Accuratezza tra Metodi di Integrazione per il Controllo Operativo (OSC)

In questa sezione, analizziamo l'accuratezza dei metodi di integrazione numerica *Runge-Kutta di quarto ordine (RK4)* e *Eulero*, applicati al *Operational Space Control (OSC)*. L'accuratezza del sistema è stata valutata confrontando le traiettorie ottenute con diversi passi di integrazione rispetto a una traiettoria di riferimento calcolata con un passo di integrazione estremamente piccolo, pari a 1/64 ms, che viene considerato come *ground truth*.

L'obiettivo è determinare come la precisione della simulazione vari in base alla scelta del metodo di integrazione e del time step, con quest'ultimo che è stato variato da 1/32 ms fino a 1 ms, raddoppiando il valore a ogni iterazione.

Metrica di Accuratezza: Norma all'Infinito

L'accuratezza di ciascun test è stata misurata come la differenza tra la traiettoria calcolata con un certo time step e la traiettoria di riferimento, ottenuta con il time step più basso possibile (1/64 ms). Questa differenza è espressa

in termini di norma all'infinito dell'errore tra la traiettoria di riferimento e la traiettoria effettivamente calcolata dal sistema, definita come:

$$e(t) = \|x_{\text{ref}}(t) - x(t)\|_{\infty}$$

dove $x_{\text{ref}}(t)$ rappresenta la traiettoria di riferimento e $x(t)$ è la traiettoria calcolata dal metodo di integrazione. Questa misura riflette l'errore massimo in qualsiasi momento nel tempo, e fornisce una stima dell'accuratezza complessiva del sistema sotto controllo.

Configurazione dei Test

Sono stati eseguiti test utilizzando il controllore *Operational Space Control (OSC)* combinato con i metodi di integrazione *RK4* ed *Eulero*. Il time step è stato variato a partire da 1/32 ms fino a 1 ms, raddoppiando il valore a ogni iterazione. In questo modo, è stato possibile osservare l'andamento dell'accuratezza in funzione del time step e comprendere il comportamento del sistema sotto diverse configurazioni.

Risultati del Confronto

La figura seguente mostra come varia l'accuratezza (errore medio) in funzione del time step per ciascun metodo di integrazione:

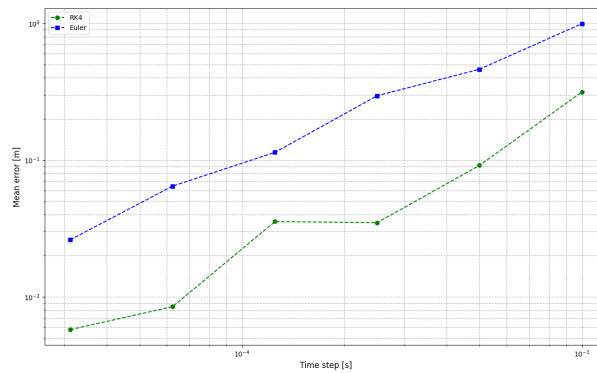


Figura II.10: Accuratezza rispetto al time step per il controllo OSC con metodi di integrazione RK4 e Eulero.

Analisi dei Risultati

Dall'analisi dei risultati, si osserva che il metodo *RK4* fornisce un'accuratezza migliore rispetto al metodo di *Eulero*, specialmente con time step più grandi. Il metodo di *Eulero* mostra un aumento significativo dell'errore medio già con time step intermedi, mentre *RK4* mantiene un errore contenuto fino a time step maggiori. Questo comportamento evidenzia la maggiore robustezza di *RK4*, che riesce a gestire meglio la dinamica del sistema anche con time step più ampi.

Il metodo di *Eulero*, pur essendo semplice da implementare, richiede un time step molto piccolo per mantenere l'accuratezza desiderata. Quando il time step supera i 1 ms, l'errore cresce rapidamente, indicando che per sistemi con dinamiche veloci o rigide, questo metodo diventa inefficace senza una riduzione significativa del time step.

Conclusioni sui Test

I risultati confermano che l'accuratezza dipende fortemente dal metodo di integrazione e dal time step scelto. Il metodo *RK4* si è dimostrato più robusto rispetto al metodo di *Eulero*, soprattutto per time step più grandi, offrendo una soluzione più accurata e stabile. In applicazioni che richiedono alta precisione e stabilità, è preferibile utilizzare *RK4* con time step ridotti. Tuttavia, se le risorse computazionali lo consentono e l'accuratezza richiesta non è particolarmente elevata, il metodo di *Eulero* può essere una soluzione più semplice da implementare, a patto di utilizzare un time step adeguatamente piccolo.

III

Discussione e Conclusioni

III.1 Sintesi dei Risultati Principali

Le simulazioni hanno permesso di analizzare il comportamento di un robot durante operazioni di finitura su superfici rigide, utilizzando tre diversi metodi di controllo: **Controllo Proporzionale-Derivativo (PD)**, **Controllo di Impedenza (IC)** e **Operational Space Control (OSC)**. L'obiettivo principale era valutare l'efficacia di ciascun approccio nel mantenere la precisione della traiettoria dell'end-effector e nella gestione delle forze di contatto con la superficie.

Controllo PD nel Joint Space:

Il controllore PD ha dimostrato buone prestazioni nel controllo dei movimenti angolari dei giunti, ma ha evidenziato difficoltà nel gestire con precisione la traiettoria dell'end-effector. Questo approccio, concentrato sulla regolazione dei singoli giunti, non permette di specificare direttamente una traiettoria per l'end-effector nello spazio cartesiano, il che crea problemi soprattutto durante il contatto con superfici rigide, dove la precisione è fondamentale.

Nonostante i giunti siano regolati correttamente, la traiettoria cartesiana dell'end-effector risulta difficile da gestire in modo ottimale. Questo evidenzia i limiti del controllo PD nel Joint Space nelle operazioni di finitura, dove è richiesta una maggiore accuratezza per seguire con precisione il percorso desiderato.

Controllo di Impedenza (IC):

Il controllo di impedenza ha migliorato la gestione del contatto tra l'end-effector e la superficie. Le simulazioni hanno dimostrato che, grazie all'ottimizzazione del parametro $k_{\text{attrito}} = 1.25$, il robot è stato in grado di ridurre le vibrazioni e mantenere un contatto stabile. Questo ha reso il movimento più fluido e ha ridotto le oscillazioni residue. Nonostante alcune discrepanze dovute alle forze di attrito, il controllo di impedenza si è rivelato efficace per gestire le forze di contatto e garantire una buona precisione durante la levigazione.

Operational Space Control (OSC):

Il controllo nello spazio operativo ha permesso un'efficace gestione della traiettoria dell'end-effector, garantendo precisione sia nella posizione sia nelle forze applicate lungo gli assi cartesiani. L'OSC ha ridotto le oscillazioni e ha migliorato l'aderenza alla traiettoria desiderata. Questo approccio si è dimostrato particolarmente utile per applicazioni che richiedono un controllo accurato della posizione, come le operazioni di levigazione su superfici rigide, garantendo stabilità e precisione.

Confronto tra i metodi di integrazione:

Per quanto riguarda i metodi di integrazione, *Runge-Kutta di quarto ordine (RK4)* ha mostrato una maggiore accuratezza rispetto al metodo di Eulero, soprattutto con time step più grandi. RK4 ha mantenuto un errore contenuto anche per intervalli di tempo più ampi, mentre Eulero ha evidenziato un rapido aumento dell'errore con time step maggiori. Di conseguenza, RK4 si è dimostrato il metodo di integrazione preferito per simulazioni complesse, dove è necessaria una gestione precisa delle dinamiche del sistema.

III.2 Conclusioni

Le simulazioni hanno permesso di evidenziare i punti di forza e le limitazioni di ciascun approccio di controllo e integrazione. Il controllo PD nel Joint Space si è dimostrato efficace nella gestione dei movimenti angolari dei giunti, ma ha incontrato difficoltà nel gestire la traiettoria dell'end-effector,

soprattutto durante il contatto con superfici rigide. Questo ha sottolineato la necessità di adottare metodi di controllo più diretti per gestire in modo preciso l'interazione con l'ambiente.

Il controllo di impedenza (IC), invece, ha migliorato sensibilmente la gestione delle forze di contatto, riducendo le vibrazioni e garantendo un movimento più fluido dell'end-effector. Sebbene ci siano state alcune discrepanze legate all'attrito, l'IC si è rivelato una scelta valida per operazioni che richiedono un contatto costante con la superficie, mantenendo una buona stabilità operativa.

L'Operational Space Control (OSC) ha dimostrato di essere efficace nella gestione della traiettoria dell'end-effector nello spazio cartesiano, offrendo precisione nella gestione sia della posizione sia delle forze applicate. Questo approccio si è rivelato particolarmente adatto per operazioni di finitura, dove il controllo accurato della traiettoria e delle forze è cruciale per garantire la qualità del processo.

Infine, il metodo di integrazione *Runge-Kutta di quarto ordine (RK4)* si è dimostrato il più affidabile per garantire un'elevata accuratezza, anche con time step più grandi. Il metodo di Eulero, pur essendo più semplice da implementare, ha mostrato un aumento significativo dell'errore con time step maggiori, rendendolo meno adatto per simulazioni che richiedono un alto livello di precisione.

Prospettive future

A partire dai risultati ottenuti, ci sono diverse possibilità per migliorare ulteriormente il sistema. Una delle principali aree di sviluppo riguarda la realizzazione di un'interfaccia tra l'end-effector e il levigatore, progettata per ridurre le vibrazioni durante l'operazione di levigazione. Ciò migliorerebbe la precisione del movimento e prevenirebbe eventuali danni al robot causati dall'usura meccanica, contribuendo a migliorare la qualità del processo di finitura.

Un altro passo avanti consisterebbe nell'estendere le simulazioni per includere superfici più complesse e condizioni ambientali variabili, in modo da validare l'efficacia dei controllori e delle tecniche di integrazione sviluppate, garantendo la loro applicabilità anche in contesti industriali reali, dove le condizioni operative sono spesso meno prevedibili.

Ringraziamenti

Desidero esprimere la mia più sincera gratitudine al mio relatore per avermi proposto questo progetto e per il continuo supporto fornito durante tutto il percorso. La sua guida e i suoi consigli sono stati fondamentali per il raggiungimento degli obiettivi prefissati.

Un ringraziamento speciale va anche alla mia famiglia, per il sostegno e l'incoraggiamento costanti, che mi hanno permesso di affrontare le sfide di questo lavoro con serenità e determinazione.

Bibliografia

- [ami23] ami-iit. *adam: Automatic Differentiation for Rigid-Body-Dynamics Algorithms*. Accessed: 2024-09-13. 2023. URL: <https://github.com/ami-iit/adam>.
- [And24] Tommaso Andina. *Doosan h2515: Repository for Doosan H2515 Robot Control*. Accessed: 2024-09-13. 2024. URL: https://github.com/tommasoandina1/Doosan_h2515.
- [Mat23] Andrea Del Prete Matteo Dalle Vedove Nicolo Cavalieri. *Advanced Optimization-Based Robot Control - Lecture Notes*. Course: Advanced Optimization-Based Robot Control. 2023. URL: [link%20to%20the%20document](#).
- [RAC90] Robert G. Radwin, Thomas G. Armstrong e William P. Chaffin. “Power hand tool vibration effects on grip exertions”. In: *Ergonomics* 33.5 (1990), pp. 605–618. DOI: 10.1080/00140139008925301.
- [Rob23] Doosan Robotics. *doosan-robot: DSR Description and Xacro Files for Doosan H2515 Robot*. Accessed: 2024-09-13. 2023. URL: https://github.com/doosan-robotics/doosan-robot/tree/main/dsr_description/xacro.