

Aufgabenblatt 12

Aufgabe 1

$$A = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & -1 \\ 5 & 7 & 0 \end{pmatrix}$$

a)

$$AB = \begin{pmatrix} 21 - 20 & 28 - 28 & -7 \\ -15 + 15 & -20 + 21 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \text{ Typ } 3 \times 3$$

$$BA = \begin{pmatrix} 21 - 20 & -12 + 12 \\ 35 - 35 & -20 + 21 \end{pmatrix} = E \text{ Typ } 2 \times 2$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -7 \\ 0 & 1 & 5 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Schon vom Typ her nicht gleich.

b)

$$AC = \begin{pmatrix} 7 & -4 \\ -5 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} a & b & c \\ d & e & f \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dafür (für das Feld E_{2_2}) muss folgendes gelten:

$0c + 0f = 1$ Widerspruch

Aufgabe 2

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$$

$$\frac{1}{ad-bc} = \frac{1}{16-20} = \frac{1}{-4}$$

$$A^{-1} = \begin{pmatrix} -2 & 1.25 \\ 1 & -0.5 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1}A \stackrel{?}{=} \begin{pmatrix} -4+5 & -10+10 \\ 4-4 & 5-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \checkmark$$

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} \quad | \text{ mal } A^{-1} \text{ von links}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 & 1.25 \\ 1 & -0.5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 8 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -8+10 \\ 4-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 7 & 4 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(B \mid E) = \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 7 & 4 & 3 & 0 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II}-7\text{I}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 4 & 17 & -7 & 1 & 0 \\ 6 & 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II}/4 \text{ und III}}$$

$$\xrightarrow{\text{II}-3\text{II} \text{ und III} \cdot 4} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 4.25 & -1.75 & 0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -3 & 4 \end{array} \right) \xrightarrow{\text{II}-4.25\text{III}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & -2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 11 & 13 & -17 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -3 & 4 \end{array} \right)$$

$$\xrightarrow{\text{I}+2\text{III}} \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & -5 & -6 & 8 \\ 0 & 1 & 0 & 11 & 13 & -17 \\ 0 & 0 & 1 & -3 & -3 & 4 \end{array} \right)$$

$$B^{-1} = \begin{pmatrix} -5 & -6 & 8 \\ 11 & 13 & -17 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B^{-1}B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -2 \\ 7 & 4 & 3 \\ 6 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 & -6 & 8 \\ 11 & 13 & -17 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$B \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} \quad | \text{ mal } B^{-1} \text{ von links}$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & -6 & 8 \\ 11 & 13 & -17 \\ -3 & -3 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -10-18-8 \\ 22+39+17 \\ -6-9-4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -36 \\ 78 \\ -19 \end{pmatrix}$$

Aufgabe 3

$$\text{a) } \begin{vmatrix} 0 & -\sqrt{6} & 0 \\ \sqrt{2} & 10 & 0 \\ -1 & 5\pi & \sqrt{3} \end{vmatrix} = -\sqrt{2} \begin{vmatrix} -\sqrt{6} & 0 \\ 5\pi & \sqrt{3} \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} -\sqrt{6} & 0 \\ 10 & 0 \end{vmatrix} = -\sqrt{2}(-3\sqrt{2}) = 6$$

b)

$$\begin{vmatrix} 1 & 4 & 0 & 3 \\ 2 & 0 & 7 & -1 \\ 3 & 0 & -2 & -1 \\ 0 & 6 & 1 & -4 \end{vmatrix} \stackrel{\text{2. Spalte entwickeln}}{=} -4 \begin{vmatrix} 2 & 7 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -4 \end{vmatrix} + 6 \begin{vmatrix} 1 & 0 & 3 \\ 2 & 7 & -1 \\ 3 & -2 & 1 \end{vmatrix} = -4($$

c)

$$\begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 & 1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 1 & 5 & -1 \end{vmatrix} \qquad \begin{vmatrix} 0 & -5 & 4 \end{vmatrix}$$