Aufgabenblatt 9

Aufgabe 1

a) $f(x) = 1 - |x| + \frac{1}{2}x$

$F(x) = x - \frac{1}{4}x^2$

Nullstellen von f:

$1 - |x| + \frac{1}{2}x \Rightarrow |x| = -1 - \frac{1}{2}x$

$\Rightarrow x = -1 - \frac{1}{2}x \Rightarrow x_0 = -\frac{2}{3}$

$\Rightarrow x = 1 + \frac{1}{2}x \Rightarrow x_1 = 2$

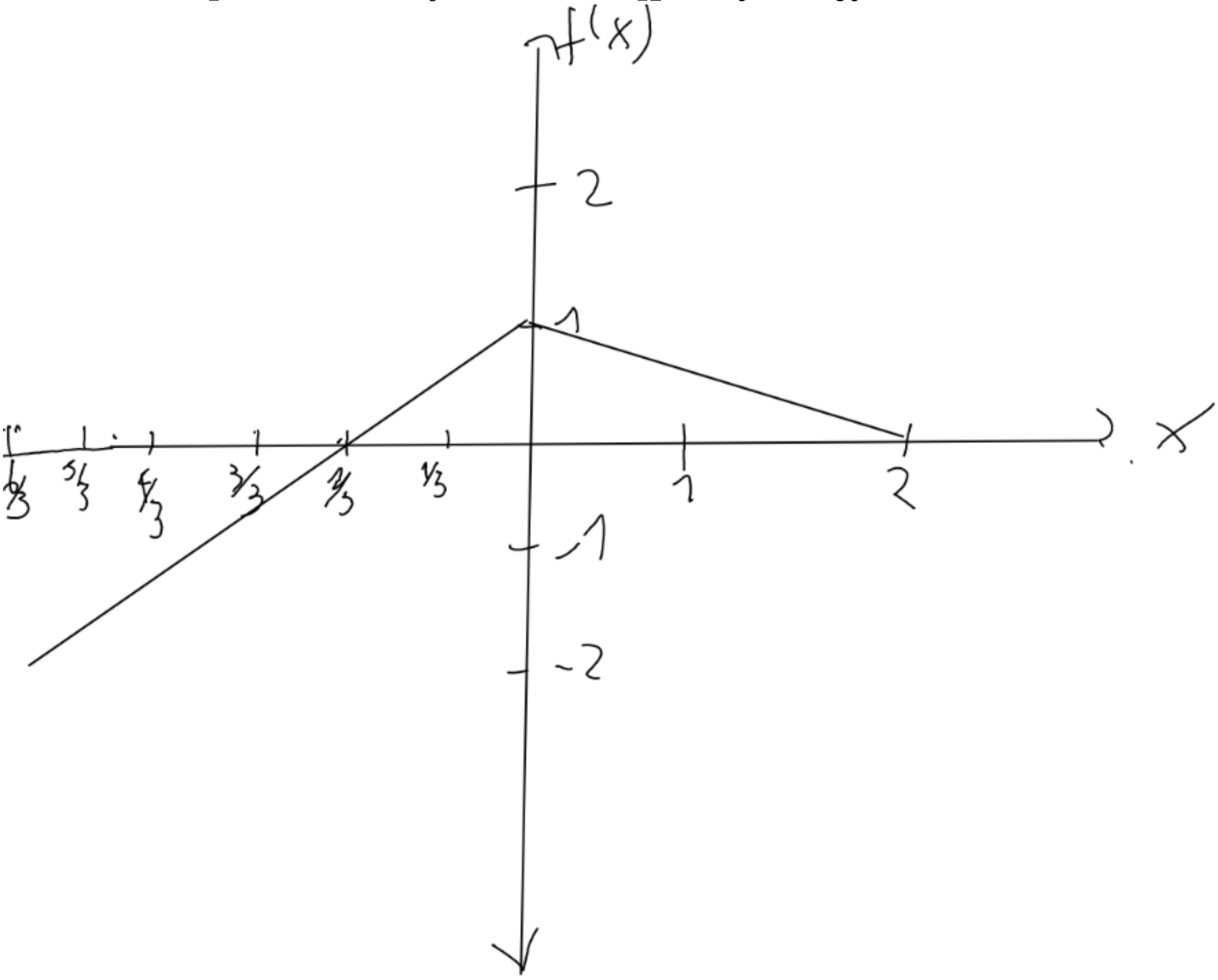
Fläche: $A = |\int_{-2}^{-\frac{2}{3}} f(x)dx| + \int_{-\frac{2}{3}}^{2} f(x)dx = 2.\overline{2} + (3 + \frac{7}{9}) = 6$

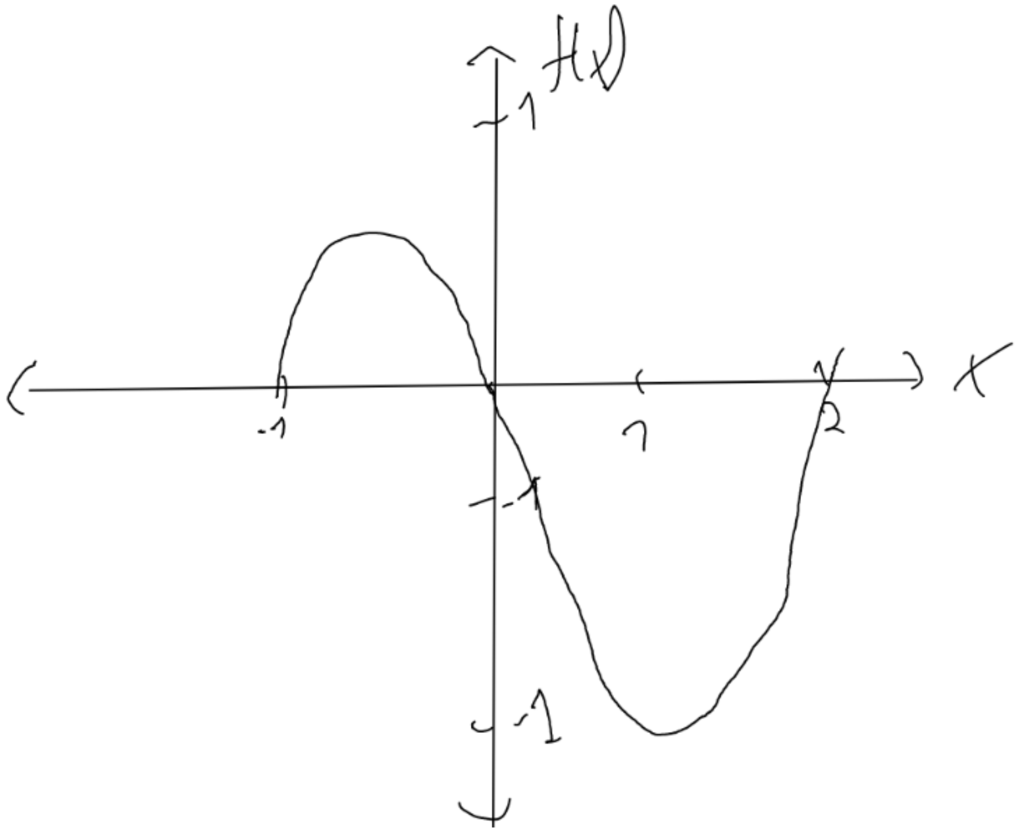
b) $f(x) = x^3 - x^2 - 2x = x(x+1)(x-2)$

$F(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{3}x^3 - x^2$

Nullstellen: $x_0 = -1$, $x_1 = 0$, $x_2 = 2$

Fläche: $|\int_{-1}^{0} f(x)dx| + \int_{0}^{2} f(x)dx = \frac{5}{12} + \frac{28}{9} = \frac{127}{36}$





Aufgabe 2

a) $F(x) = \frac{1}{2}\ln|\frac{1+x}{1-x}|$

$f(x) = \frac{1}{1-x^2}$

$F'(x) \stackrel{?}{=} f(x)$

$F'(x) = \frac{1}{2}\frac{1}{\frac{1+x}{1-x}}$, da $\ln'(|x|) = \frac{1}{x}$ laut Tabelle Stammfunktionen im Skript

$F'(x) = \frac{1-x}{2+2x}$

b) $F(x)\frac{1}{\sqrt{c}}\arctan(\frac{x}{\sqrt{c}})$

$f(x) = \frac{1}{c+x^2}$

$F' = f$ direkt ablesbar aus Tabelle der Stammfunktionen im Skript.

Herleitung:

$(\frac{1}{\sqrt{c}}\arctan(\frac{x}{\sqrt{c}}))' = \frac{\frac{\sqrt{c}(\frac{\sqrt{c}-\frac{x}{2\sqrt{c}}}{c})}{1+\frac{x^2}{c}} * \frac{1}{x\sqrt{c}} arctan(\frac{x}{\sqrt{c}})}{c}$

$= \frac{\frac{c-\frac{x}{2}}{c+x^2} * \frac{1}{x\sqrt{c}} arctan(\frac{x}{\sqrt{c}})}{c} = \frac{c-\frac{x}{2} * arctan(\frac{x}{\sqrt{c}})}{c(x\sqrt{c}(c+x^2))}$, weiter komme ich nicht.

c) $F(x) = \arcsin(x)$

$f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

$F' = f$ direkt ablesbar aus der Tabelle der Stammfunktionen im Skript.

Hier hergeleitet:

$(sin^{-1}(x))' = \frac{1}{sin'(arcsin(x))}$ nach Umkehrregel

$(sin^{-1}(x))' = \frac{1}{cos(arcsin(x))} = \frac{1}{\sqrt{1-sin^2(arcsin(x))}}$ Da $cos^2(x) + sin^2(x) = 1$

Daraus folgt:

$arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

Aufgabe 3

a) $\int_0^\pi sin(x)x^2 + sin(x)dx$

$\int_0^\pi \cos(x)\frac{1}{3}x^3 + (sin(x) + \frac{1}{3}x^3)|_0^\pi + (-cos(x))|_0^\pi$

b) $\int_1^a x^n \ln(x)dx = -\int_1^a \frac{x^n}{n+1}dx + \frac{1}{n+1}x^{n+1}\ln(x)|_1^a$

c)