$$\hat{m}_{ij} = \frac{m_{i+}\, m_{j+}}{m} \qquad\qquad \hat{f}_{ij} = f_{i+}\, f_{+j}$$

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \frac{(m_{ij} - \hat{m}_{ij})^2}{\hat{m}_{ij}} = \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \frac{m^2}{m^2} \frac{(m_{ij} - \hat{m}_{ij})^2}{\hat{m}_{ij}} =$$

$$= \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \frac{(f_{ij} - \hat{f}_{ij})^2}{\hat{f}_{ij}} \cdot m =$$

$$= m \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \frac{f_{ij}^2 - 2 f_{ij}\hat{f}_{ij} + \hat{f}_{ij}^2}{\hat{f}_{ij}} =$$

$$= m \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \left[ \frac{f_{ij}^2}{f_{i+} f_{+j}} - 2 f_{ij} + \hat{f}_{ij} \right]$$

$$= m \left[ \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \left( \frac{f_{ij}^2}{f_{i+} f_{+j}} \right) + \overbrace{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \hat{f}_{ij}}^{=1} - 2 \overbrace{\sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} f_{ij}}^{=1} \right]$$

$$= m \left[ \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \left( \frac{f_{ij}^2}{f_{i+} f_{+j}} \right) + 1 - 2 \right]$$

$$= m \left[ \sum_{i=1}^{h}\sum_{j=1}^{k} \left( \frac{f^2_{ij}}{f_{i+} f_{+j}} \right) - 1 \right]$$