KOMBINATORIK-POSTER

--- Das Urnen-Modell ---

Die Kombinatorik beschäftigt sich mit der Bestimmung der Anzahl möglicher Anordnungen oder Auswahlen von unterscheidbaren oder nicht unterscheidbaren Objekten mit oder ohne Beachtung der Reihenfolge. Sie bildet eine wesentliche Grundlage für die Wahrscheinlichkeitsrechnung.

http://docs.tx7.de/TT-YXC

Abkürzungen:

U = Grundgesamtheit (Menge der Kugeln in der Urne) | **n** = Anzahl der Elemente (der Kugeln) in U | **z** = Ziehungen (Auswahl) aus U | **k** = Anzahl gleicher Kugeln

<table>
<tr><td rowspan="3">Betrachtete Menge</td><td colspan="6">Werden alle Kugeln aus der Urne herausgenommen/gezogen?</td></tr>
<tr><td colspan="2">ja</td><td colspan="4">nein</td></tr>
<tr><td colspan="2">=> Anordnung
(z=n)</td><td colspan="4">=> Auswahl/Stichprobe
(z<n ∨ z>n)</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Reihenfolge</td><td colspan="6">Soll die Reihenfolge beachtet werden?</td></tr>
<tr><td colspan="2">Die Reihenfolge muss immer beachtet werden, sonst ist das Ergebnis identisch mit der Ausgangslage / Grundgesamtheit).</td><td colspan="2">ja</td><td colspan="2">nein</td></tr>
<tr><td colspan="2">=> Permutation *
(1, 2, …, z)</td><td colspan="2">=> Variation
{a,b} ≠ {b,a}</td><td colspan="2">=> Kombination
{a,b} = {b,a}</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Unterscheid-barkeit</td><td colspan="2">Gibt es gleiche (nicht unterscheidbare) Kugeln in der Urne? **</td><td colspan="4">Werden gezogene Kugeln zurück gelegt?</td></tr>
<tr><td>ja</td><td>nein</td><td>ja (z<n ∨ z>n)</td><td>nein (z<n)</td><td>ja (z<n ∨ z>n)</td><td>nein (z<n)</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Formel(n)</td><td>[1]</td><td>[2]</td><td>[3]</td><td>[4]</td><td>[5]</td><td>[6]</td></tr>
<tr><td>$\frac{n!}{k_1! \times k_2! \times \cdots \times k_s!}$
$= \binom{n}{k_1, k_2, \cdots, k_s}$
Multi- bzw. Polynomial-koeffizent</td><td>$n!$</td><td>n^z</td><td>$\frac{n!}{(n-z)!}$
$= \binom{n}{z} \times z!$</td><td>$\frac{(n+z-1)!}{(n-1)! \times z!}$
$= \binom{n+z-1}{z}$</td><td>$\frac{n!}{(n-z)! \times z!}$
$= \binom{n}{z} = \binom{n}{n-z}$
Binomialkoefizient</td></tr>
<tr><td rowspan="3">Beispiel</td><td colspan="6">Beispiele</td></tr>
<tr><td>Transpositionsverfahren</td><td>Ausverkauftes Kino</td><td>Passwörter</td><td>Sitzordnung</td><td>Briefmarkenserien</td><td>Lotto (6 aus 49)</td></tr>
<tr><td>Wieviele Möglichkeiten gibt es, den Klartext
MONOTON
zu transponieren?</td><td>Ein kleines Kino mit 10 Plätzen und freier Platzwahl ist ausverkauft. Wieviele Möglichkeiten zur Belegung der Sitzplätze gibt es?</td><td>Für ein 6-stelliges Passwort sind nur die Ziffern 0 - 9 und die deutschen Großbuch-staben zugelassen. Wieviele mögliche Passwörter gibt es?</td><td>Ein Besprechungsraum hat 10 Sitzplätze. Wieviele mögliche Verteilungen für die Plätze gibt es, wenn genau 8 Teilnehmer den Raum belegen?</td><td>Das Porto für einen Brief beträgt 5 €. Zum frankieren stehen 1€ Marken aus 3 Serien zur Verfügung. Wieviel Möglichkeiten zur Freimachung gibt es?</td><td>Wieviele Möglichkeiten gibt es beim klassischen Lotto aus 49 Zahlen 6 zu ziehen?</td></tr>
<tr><td>Die "Kugeln" aus der Urne</td><td>Die Buchstaben:
U = {M, N, N, O, O, O, T}
n = 7, k_1 = 2, k_2 = 3
(k_1 mit 2xN und k_2 mit 3xO)</td><td>Die Plätze:
U = {P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10}
n = 10</td><td>Die Ziffern und Buchstaben:
U = {0, 1, 2, …, 9} ∪ {A, B, C, …, Z}
n = 36</td><td>Die Plätze:
U = {P1, P2, P3, P4, P5, P6, P7, P8, P9, P10}
n = 10</td><td>Die Briefmarken:
U = {S1, S2, S3}
n = 3</td><td>Die 49 Zahlen/Kugeln:
U = {1, 2, 3, …, 49}
n = 49</td></tr>
<tr><td>Anzahl der Ziehungen</td><td>7 Ziehungen
z = 7 (= n)</td><td>10 Ziehungen
z = 10</td><td>6 Ziehungen
z = 6</td><td>8 Ziehungen
z = 8</td><td>5 Ziehungen
z = 5</td><td>6 Ziehungen
z = 6</td></tr>
<tr><td>Lösung</td><td>$\frac{7!}{2! \times 3!} = \frac{5.040}{2 \times 6}$
= 420</td><td>$10!$
= 3.628.800</td><td>$(10+26)^6 = 36^6$
= 2.176.782.336</td><td>$\frac{10!}{(10-8)!}$
$= \frac{10!}{2!}$
= 1.814.400</td><td>$\frac{(3+5-1)!}{2! \times 5!}$
$= \frac{7!}{2! \times 5!}$
= 21</td><td>$\binom{49}{6}$
$= \frac{49!}{(49-6)! \times 6!}$
$= \frac{49!}{(43)! \times 6!}$
= 13.983.816</td></tr>
</table>

* Wenn genau alle Kugeln aus der Urne gezogen werden, handelt es sich IMMER um eine Permutation!

** Es gibt kein Zurücklegen bei Permutationen.

Farblegende:

Frage	Ja-Antwort	Nein-Antwort	Definition	Formel