

# 機械学習入門

経済学部 BX584

第10回 正則化 regularization

# 機械学習手法の評価の仕方

- データ集合を3つに分ける！
  - 訓練データ
    - 他よりも多めにとる。全体の6～8割。
    - 正解が分かっているとしてよい。
      - 正解をターゲット(望ましい出力値)として使って、機械学習の手法を動かす。
  - 検証データ
    - 全体の1～2割。
    - 予測結果をこれで評価して、ハイパーパラメータをチューニングする。
      - 予測結果と照らし合わせるときに、正解を使う。
  - テストデータ
    - 訓練データ、検証データ以外の残り。
    - 手法自体の最終的な性能を評価するのに使う。(模擬的な本番運用)

# 予測モデルの良し悪しをどう決める？

- 訓練データ上で分類or回帰による予測が良くても不十分
  - 未知データ(unseen data)上でも良い予測ができないとダメ
  - これを「汎化性能 generalization performance」と呼ぶ
    - 汎化性能が良い＝未知データでも良い予測ができる
- cf. 予測が良い＝予測誤差(error)が小さい

# 過学習(overfitting)

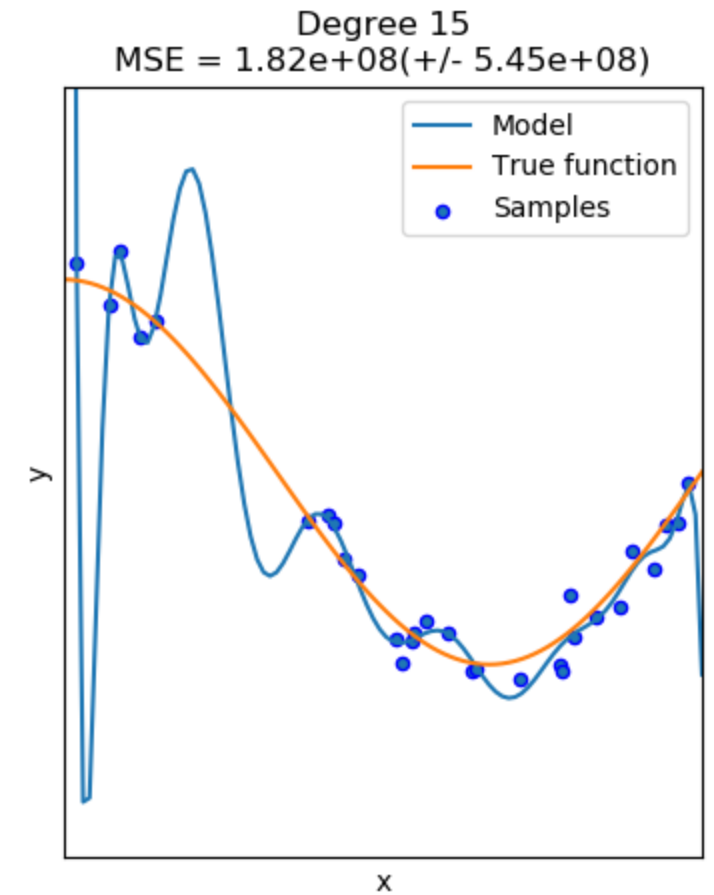
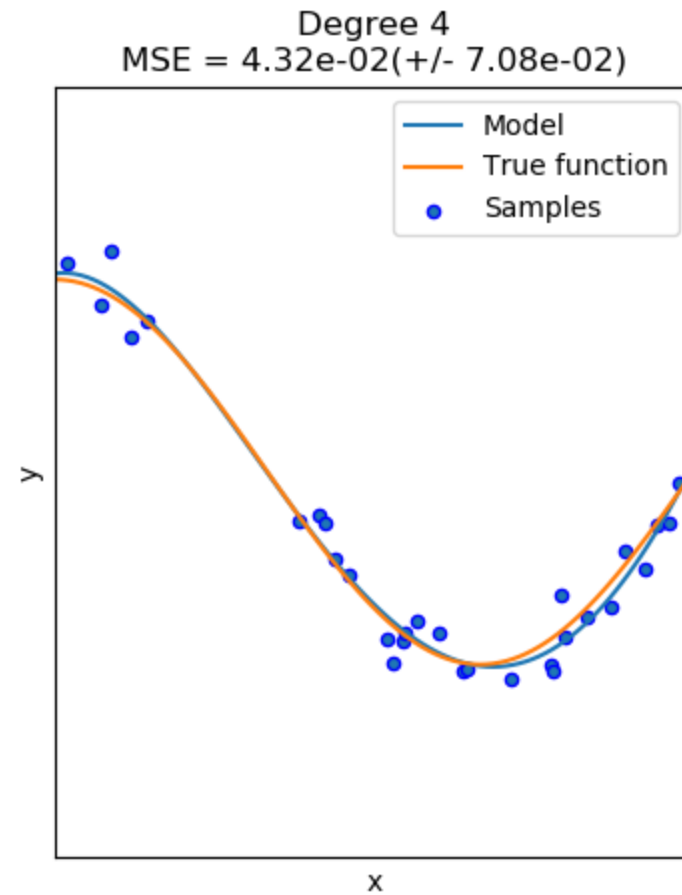
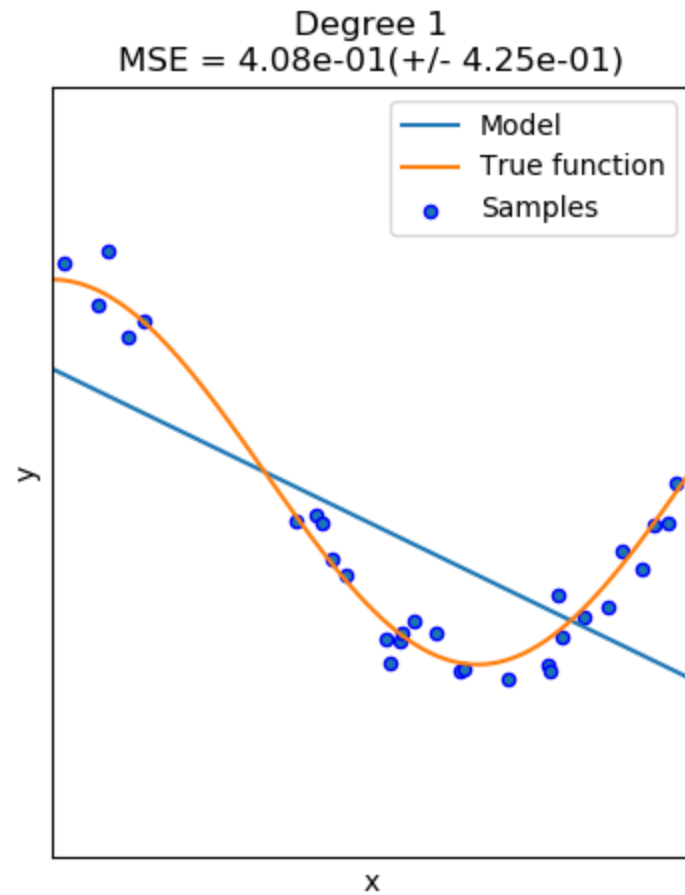
- 訓練データ上でのエラーと未知データ上でのエラーにギャップ
  - もちろん未知データ上でのエラーのほうが大きい、という意味。
  - 訓練データ上でもエラーが大きいときはunderfittingと言う。
- 関数を選ぶ範囲が広すぎるときに過学習を起こしやすい
  - 関数を選ぶ範囲が広すぎる = 予測モデルが複雑すぎる
  - 関数を選ぶ範囲を狭めると、過学習を防げることがある

# 回帰におけるモデルの複雑さ

- ここまで説明した回帰は線型モデル＝1次式で書けるモデル
  - 説明変数が $D$ 個の場合の式:

$$f_w(x) = b + w_1x_1 + \cdots + w_Dx_D$$

- 2次以上の項を含ませることもできるが...
- 式の形がもっと複雑になる(パラメータの個数も増える)
- 複雑な予測モデルほど良いか? というと...実際はそうでもない
  - なぜか? → 過学習を起こしやすくなるため



[http://scikit-learn.org/stable/auto\\_examples/model\\_selection/plot\\_underfitting\\_overfitting.html](http://scikit-learn.org/stable/auto_examples/model_selection/plot_underfitting_overfitting.html)

# 複雑なモデルの問題点

- 複雑なモデルは訓練データにぴったりフィットしやすい
- 訓練データとそれ以外のデータは異なるデータ
- 訓練データにフィットしすぎたモデルが未知データで予測を間違
  - 訓練データだけに特殊な情報も学習してしまうため  
例) データ収集時のノイズ
- 予測モデルは訓練データと未知データとに共通する「何か」を学習しなければならない

# 正則化 (regularization)

- 正則化とは
  - 予測モデルがあまり複雑にならないようにする方法
- 正則化がない場合
  - 予測と目標値とのズレを最小化するだけ
- 正則化がある場合
  - ズレ(損失関数)だけでなく、モデルの複雑さも同時に最小化する
  - モデルの複雑さはどうやって表す？



# 線形回帰の場合の正則化

- 予測モデルに線形関数を使う
  - 線形なので式の次数は1次のまま
- 線形関数の「複雑さ」とは？
  - パラメータの絶対値が大きくなるようにする→関数を選ぶ範囲を狭める
  - パラメータの二乗和や絶対値の和があまり大きくなるようにする
    - 二乗和を小さくする＝リッジ回帰
    - 絶対値の和を小さくする＝Lasso

# リッジ回帰(ridge regression)

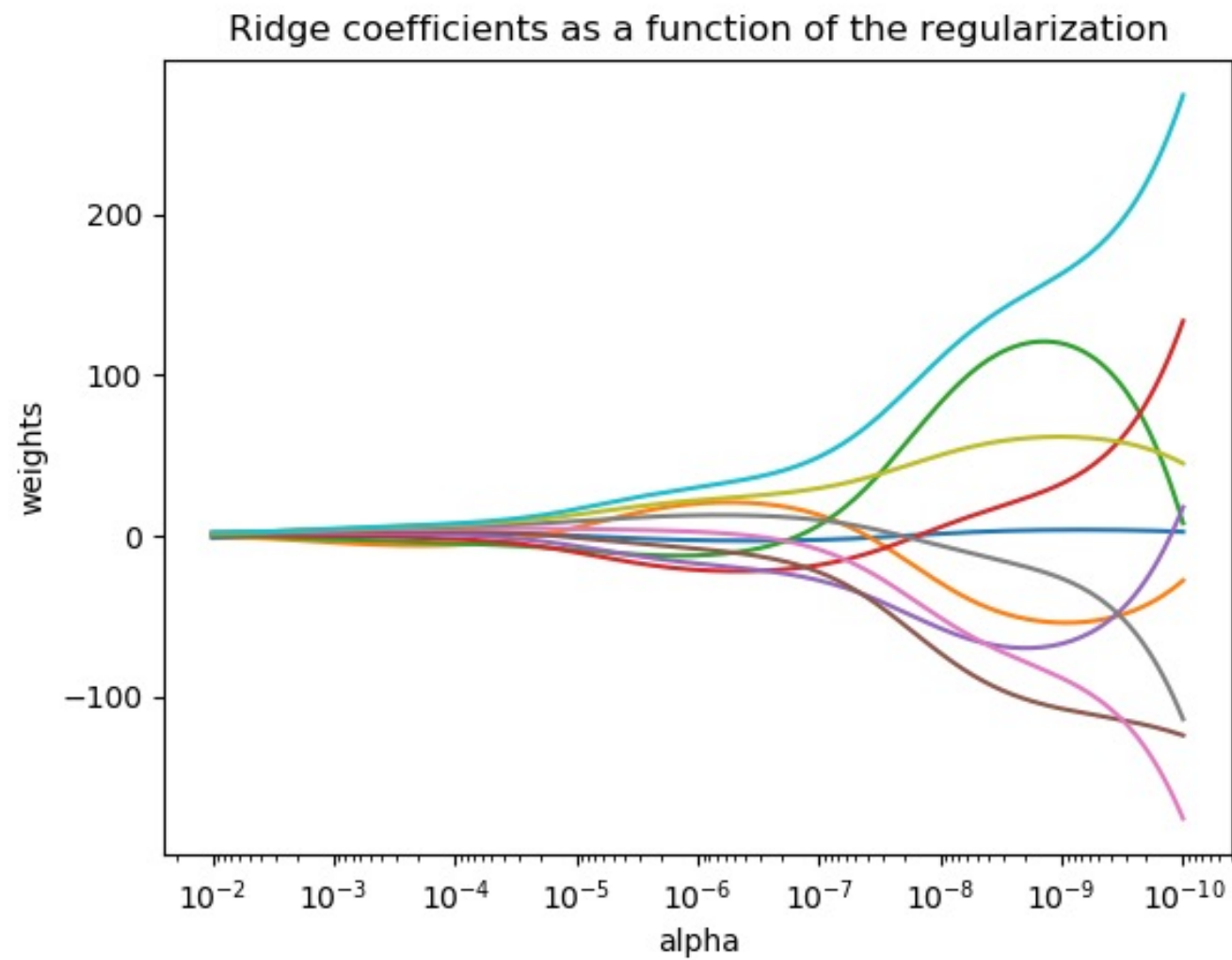
- リッジ回帰で最小化する関数
  - (誤差の二乗和) +  $\alpha \times$  (パラメータの二乗和)
- $\alpha = 0$ にすると・・・
  - 通常の実最小二乗法と同じ
- $\alpha = \text{無限大}$ にすると・・・
  - すべてのパラメータがゼロになる
- $\alpha$ が小さいほどパラメータが自由に動ける(複雑になる)

# リッジ回帰における正則化

- L2ノルムを使って係数が大きくなるようにする
  - 正則化項と損失関数の和を最小化する

$$\min_w \left[ \underbrace{\alpha \|\mathbf{w}\|_2^2}_{\text{正則化項}} + \sum_{i=1}^N \{y_i - f(\mathbf{x}_i)\}^2 \right]$$

正則化項



[http://scikit-learn.org/stable/auto\\_examples/linear\\_model/plot\\_ridge\\_path.html](http://scikit-learn.org/stable/auto_examples/linear_model/plot_ridge_path.html)

# Lasso (least absolute shrinkage and selection operator)

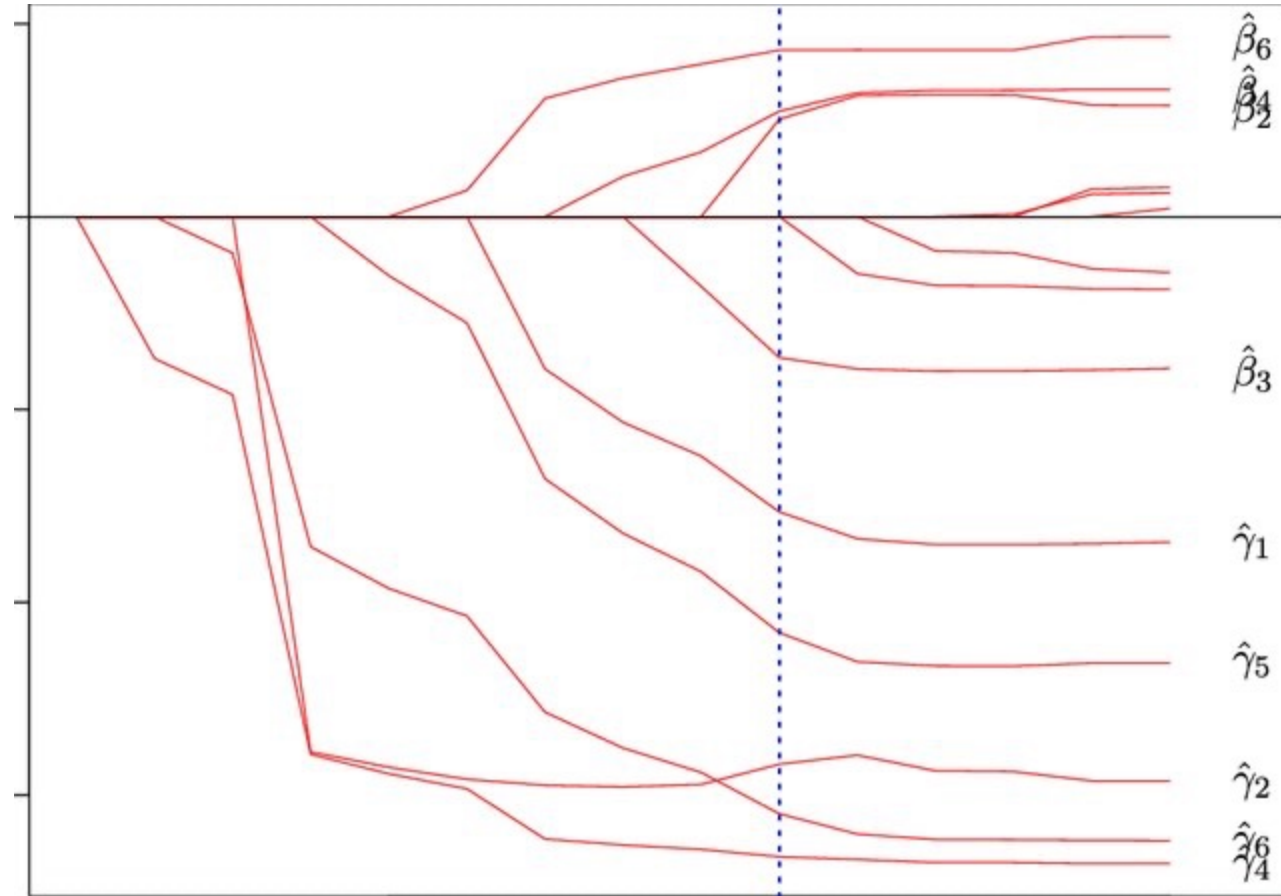
- Lassoで最小化する関数
  - (誤差の二乗和) +  $\alpha \times$  (パラメータの絶対値の和)
- $\alpha = 0$ にすると...
- 通常 of 最小二乗法と同じ
- $\alpha = \text{無限大}$ にすると...
- すべてのパラメータがゼロになる
- $\alpha$ が小さいほどパラメータが自由に動ける(複雑になる)

# Lassoにおける正則化

- L1ノルムを使って係数が大きくなるようにする
  - 正則化項と損失関数の和を最小にする

$$\min_w \left[ \underbrace{\alpha \|\mathbf{w}\|_1}_{\text{正則化項}} + \frac{1}{2N} \sum_{i=1}^N \{y_i - f(\mathbf{x}_i)\}^2 \right]$$

正則化項



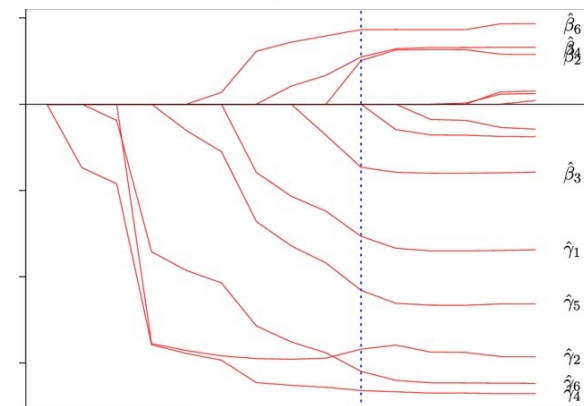
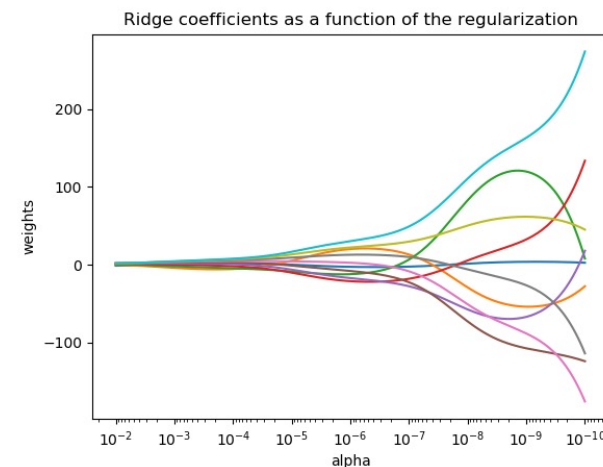
# リッジ回帰とLassoはどう違う？

- リッジ回帰

- パラメータが全体的にゼロに近づいていく

- Lasso

- ゼロになるパラメータが増えていく





# 今日の課題

- リッジ回帰とLassoで住宅価格を予測してください
- 検証データを使って、正則化パラメータをいくりにするのがいいか、調べてください
  - リッジ回帰でのベストな結果とLassoでのベストな結果の、どちらが良いか？
- テストデータで最終評価してください
  - 全体で一番良かった設定を使う