

第1回の補足資料

ベイズ則の読み方

正田 備也

masada@rikkyo.ac.jp

ベイズ則

ベイズ則とは

$$p(z|x) \propto p(x|z)p(z) \quad (1)$$

省略なしで書けば、例えば

$$p(z = s|x = a) \propto p(x = a|z = s)p(z = s) \quad (2)$$

- ▶ \propto は、「左の値が右の値に比例する」という意味。
- ▶ 細かい注意：
 - ▶ たとえ $p(z|x)$ と書いていても、常に、 x や z が特定の値（例えば $x = a$ と $z = s$ など）を取っている状況を考えている。
 - ▶ ベイズ則に限らず、いつでもこのことに注意する。

問題

ベイズ則を使って計算した結果、以下のようになったとする。

$$\begin{aligned}p(z = r|x = a) &\propto 0.01 \\p(z = s|x = a) &\propto 0.02 \\p(z = t|x = a) &\propto 0.03\end{aligned}\tag{3}$$

左辺の3つの確率 $p(z = r|x = a)$, $p(z = s|x = a)$, $p(z = t|x = a)$ を、確率としてちゃんと求めるには、どうすればいいか？

- ▶ 上のままだと、 $0.01 + 0.02 + 0.03 \neq 1$ と、足して1にならない。何に比例するかが分かっているだけの状態。

確率が計算できる場合

- ▶ もし、確率変数 z のとる値が、 r, s, t の3種類の値で尽くされているのであれば、前のスライドの式(3)のように比例関係さえ分かっているならば、確率を求めることができる。
- ▶ なぜなら・・・
 - ▶ 確率は、すべての場合にわたって和をとったものがぴったり1にならなければならない。
 - ▶ だが、いまの例では、 r, s, t ですべての場合がつくされている。
 - ▶ ということは、あとは、足して1になるように、3つの値を一斉に何かで割ればいいだけ。

問題の答え(1/2)

- ▶ 確率変数 z のとる値が、 r, s, t の3種類の値で尽くされているとする。

$$p(z = r|x = a) \propto 0.01$$

$$p(z = s|x = a) \propto 0.02$$

$$p(z = t|x = a) \propto 0.03$$

- ▶ 右辺の値をすべて足すと $0.01 + 0.02 + 0.03 = 0.06$
 - ▶ これを規格化定数と呼ぶ。(それで割れば確率になる、という値。)
- ▶ この値で、ベイズ則によって求められたそれぞれの値を割れば、確率、つまり、足して1になる値が得られる。

問題の答え(2/2)

$$p(z = r|x = a) = \frac{0.01}{0.01 + 0.02 + 0.03} = \frac{1}{6}$$

$$p(z = s|x = a) = \frac{0.02}{0.01 + 0.02 + 0.03} = \frac{1}{3}$$

$$p(z = t|x = a) = \frac{0.03}{0.01 + 0.02 + 0.03} = \frac{1}{2}$$

- ▶ 規格化定数を求めることがポイント。
 - ▶ 規格化定数で割ることによって、比例記号 \propto を外せている。
 - ▶ つまり、等号 $=$ で答えを求めることができる。

確率が計算できない場合

- ▶ 規格化定数が求められない場合、つまり・・・
- ▶ 「ベイズ則の右辺をその値で割れば、確率が得られるよ、という値」が求められない場合、上のように確率を計算することは、できない。

問 規格化定数が計算できない場合とは、どのような場合か？