

線形代数学 I/基礎 テスト演習（練習問題 12）

講義担当者: 中村 知繁

問 1

次の連立 1 次方程式を解きなさい。

$$\begin{cases} x - 4y - 11z + 11w = 3 \\ 3x - 15y - 42z + 42w = 1 \\ 2x - 12y - 34z + 34w = 2 \\ x - 7y - 20z + 20w = 1 \end{cases}$$

問 2

連立 1 次方程式 $\begin{cases} x + y + 2z = 5 \\ 2x - 2y + az = 5 \\ x + ay + z = 2 \end{cases}$ が、解を持つための定数 a の条件と、その時の解を求めなさい。

問 3

次の行列 $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 4 & 7 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$ が逆行列を持つなら、逆行列を求めなさい。

問 4

行列 A, E を $A = \begin{pmatrix} -7 & 40 \\ -2 & 11 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とする。行列 $A - kE = \begin{pmatrix} -7-k & 40 \\ -2 & 11-k \end{pmatrix}$ が逆行列を持たない k の値を k_1, k_2 ($k_1 < k_2$) とすると、 $k_1 = [\text{ウ}], k_2 = [\text{エ}]$ である。 $A \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix} = k_1 \begin{pmatrix} a \\ 1 \end{pmatrix}, A \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix} = k_2 \begin{pmatrix} b \\ 1 \end{pmatrix}$ を満たす a, b は、 $a = [\text{オ}], b = [\text{カ}]$ であり、この a, b に対し、 $B = \begin{pmatrix} a & b \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ とおき、 $B^{-1}AB$ を利用すれば、正の整数 n に対して $A^n = \begin{pmatrix} [\text{キ}] & [\text{ク}] \\ [\text{ケ}] & [\text{コ}] \end{pmatrix}$ となる。

問 5

$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ とするとき、 $A^6 + 2A^4 + 2A^3 + 2A^2 + 2A + 3E$ を求めよ。

問 6

a を実数とする。行列 $X = \begin{pmatrix} x & -y \\ y & x \end{pmatrix}$ が $X^2 - 2X + aE = O$ をみたすような実数 x, y を求めよ。ただし、 $E = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, O = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$ とする。