

線形代数学 I/基礎 練習問題 3

講義担当者: 中村 知繁

問題 1

ある実験を 5 回行ったところ、測定値がデータベクトル $\mathbf{x}^T = (1 \ 2 \ 3 \ 4 \ 5)$ として得られた。 $n = 5$ 次元の $\mathbf{1}$ ベクトル（全ての要素が 1 のベクトル）を $\mathbf{1}_5^T = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1)$ とする。

- (a) データベクトル \mathbf{x} の平均値 \bar{x} を、 $\mathbf{1}_5$ を用いたベクトル表記の定義 $\bar{x} = \frac{1}{n}(\mathbf{1}_5^T \mathbf{x})$ に従って計算しなさい。
- (b) 偏差ベクトル $\mathbf{d} = \mathbf{x} - \bar{x}\mathbf{1}_5$ を計算しなさい。
- (c) 内積 $\mathbf{1}_5^T \mathbf{d}$ を計算しなさい。

問題 2

ある 5 人の生徒が受けた簡単な計算テストの得点（単位：点）が、データセット $S_1 = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ であった。

- (a) データセット S_1 の平均値 \bar{s}_1 と分散 $\sigma_{s_1}^2$ を計算しなさい。（分散は定義通り $\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (s_i - \bar{s})^2$ または別公式 $\sigma^2 = \left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n s_i^2\right) - \bar{s}^2$ のどちらで計算してもよい。）
- (b) このテストの得点が全体的に低かったため、先生は全員の得点を 2 倍してから、さらに 1 点を加えるという調整を行うことにした。すなわち、新しい得点 s'_i は元の得点 s_i を用いて $s'_i = 2s_i + 1$ と変換される。この新しいデータセット $S_2 = \{s'_1, s'_2, s'_3, s'_4, s'_5\}$ を求めなさい。
- (c) 新しいデータセット S_2 の平均値 \bar{s}_2 と分散 $\sigma_{s_2}^2$ を計算しなさい。

問題 3

B さんは、2 種類の小テスト（それぞれ 10 点満点）「国語」と「算数」を受けた。それぞれのテストにおける B さんの得点と、クラス全体の平均点・標準偏差は以下の通りであった。

科目	B さんの得点	クラス平均点	クラス標準偏差
国語	8 点	6 点	2 点
算数	7 点	5 点	1 点

- (a) B さんの「国語」の得点の z スコア（標準得点）と偏差値を計算しなさい。
（ z スコアの定義： $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$ 、偏差値の定義： $T_i = 10z_i + 50$ ）
- (b) B さんの「算数」の得点の z スコアと偏差値を計算しなさい。