$$\frac{C_1(s)}{R_1(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)(1-G_3(s)G_4(s))}{1-G_1(s)G_2(s)-G_3(s)G_4(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1-G_1(s)G_2(s)}$$

②从 R_2 到 C_1 没有前向通道，因此

$$\frac{C_1(s)}{R_2(s)}=0$$

③从 R_1 到 C_2 有两条前向通道

$$P_1=G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_6(s),\Delta_1=1$$

$$P_2=G_1(s)G_4(s)G_5(s),\Delta_1=1$$

$$\frac{C_2(s)}{R_1(s)}=\frac{G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)G_6(s)+G_1(s)G_4(s)G_5(s)}{1-G_1(s)G_2(s)-G_3(s)G_4(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}$$

④从 R_2 到 C_2 有一个前向通道

$$P_1=G_3(s)G_4(s),\Delta_1=1-G_1(s)G_2(s)$$

根据梅森增益公式，可得

$$\frac{C_2(s)}{R_2(s)}=\frac{G_3(s)G_4(s)(1-G_1(s)G_2(s))}{1-G_1(s)G_2(s)-G_3(s)G_4(s)+G_1(s)G_2(s)G_3(s)G_4(s)}=\frac{G_3(s)G_4(s)}{1-G_3(s)G_4(s)}$$

第三章习题答案

A3-1 如图 A3-1 系统，用劳斯判据判别系统的稳定性。若不稳定，确定有几个根在右半 s 平面。

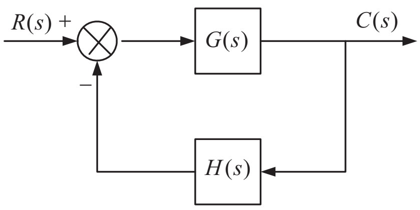


图 A3-1 题 A3-1 的系统方块图

(1) $G(s)=\dfrac{10}{s(s-1)(2s+3)},H(s)=1$

(2) $G(s)=\dfrac{1}{(s-1)},H(s)=\dfrac{s-1}{s+1}$

(3) $G(s)=\dfrac{12}{s(s+1)},H(s)=\dfrac{1}{s+3}$

解（1）：

已知；$G(s)=\dfrac{10}{s(s-1)(2s+3)},H(s)=1$

系统的闭环传递函数为：

$$G(s)=\frac{10}{2s^3+s^2-3s+10},$$

系统的闭环特征方程：$2s^3+s^2-3s+10=0$

系统的劳斯表为：

s^3	2	-3
s^2	1	10
s^1	-23	
s^0	10	

从劳斯表上可以看出首列元素变号两次，所以闭环系统不稳定，有两个根在 S 右半平面。

解（2）：

已知：$G(s)=\dfrac{1}{(s-1)},H(s)=\dfrac{s-1}{s+1}$

系统的闭环传递函数为：

$$G(s)=\frac{s+1}{s^2+s-2},$$

系统的闭环特征方程：$s^2+s-2=0$

系统的劳斯表为：

s^2	1	-2
s^1	1	0
s^0	-2	

从劳斯表上可以看出首列元素变号一次，所以闭环系统不稳定，有一个根在 S 右半平面。**(本题要注意的是，在 *G*(*s*)*H*(*s*)中，不要消去公因子。)**

解(3)：

已知：$G(s)=\dfrac{12}{s(s+1)},H(s)=\dfrac{1}{s+3}$

系统的闭环传递函数为：

$$G(s)=\frac{12s+3}{s^3+4s^2+3s+12},$$

系统的闭环特征方程：$s^3+4s^2+3s+12=0$

系统的劳斯表就是：

s^3	1	3	
s^2	4	12	$\longrightarrow \quad 4s^2+12=0$
s^1	0 8		

s^0 12

从劳斯表上可以看出有全零行的存在，但是首列元素不变号，所以系统有两个根虚轴上，没有根位于 S 右半平面，闭环系统是临界稳定的。

A3-2 确定使下列系统稳定的 K 值范围。

(1) $s^4+22s^3+10s^2+2s+K=0$

(2) $0.1s^3+s^2+s+K=0$

解（1）：

已知系统的特征方程是：$s^4+22s^3+10s^2+2s+K=0$

系统的劳斯表就是：

$$
\begin{array}{llll}
s^4 & 1 & 10 & K \\
s^3 & 22 & 2 & 0 \\
s^2 & 109/11 & K & \\
s^1 & \left(218/11-22K\right)/(109/11) & & \\
s^0 & K & &
\end{array}
$$

如果系统是稳定的，则在劳斯表中首列不变号，且没有全零行。

所以：
$$218/11-22K>0$$
$$K>0$$

即使闭环稳定的 K 取值范围是：$109/121>K>0$

解（2）：

已知系统的特征方程是：$0.1s^3+s^2+s+K=0$

系统的劳斯表为：

$$
\begin{array}{lll}
s^3 & 0.1 & 1 \\
s^2 & 1 & K \\
s^1 & 1-0.1K & \\
s^0 & K &
\end{array}
$$

如果系统是稳定的，则在劳斯表中首列不变号，且没有全零行。

所以：
$$1-0.1K>0$$
$$K>0$$

即使闭环稳定的 K 的取值范围是：$10>K>0$

A3-3 试确定下列系统的位置误差系数 K_p，速度误差系数 K_v 和加速度误差系数 K_a。

(1) $G(s)=\dfrac{50}{(1+0.1s)(s+2)}$

(2) $G(s)=\dfrac{K}{s(s^2+4s+200)}$

(3) $G(s)=\dfrac{K(1+2s)(1+4s)}{s^2(s^2+2s+10)}$

(4) $G(s)=\dfrac{6}{s(s+1)(s+2)}$

（本题叙述不严谨，解题时 G(s) 视为开环传递函数，且为单位反馈。）

解(1):

$$G(s)=\frac{50}{(1+0.1s)(s+2)}$$

直接验证闭环系统是稳定的。系统为 0 型，位置误差系数 $K_p=25$，速度误差系数 $K_v=0$，加速度误差系数 $K_a=0$

解(2):

$$G(s)=\frac{K}{s(s^2+4s+200)}$$

当 $0<K<800$ 时，闭环系统稳定。系统为 I 型，稳定时，系统的位置误差系数 $K_p=\infty$，速度误差系数 $K_v=\dfrac{K}{200}$，加速度误差系数 $K_a=0$

解(3):

$$G(s)=\frac{K(1+2s)(1+4s)}{s^2(s^2+2s+10)}$$

当 $K>0$ 时闭环系统稳定，系统为 II 型，稳定时，位置误差系数 $K_p=\infty$，速度误差系数 $K_v=\infty$，加速度误差系数 $K_a=\dfrac{K}{10}$

解(4):

$$G(s)=\frac{6}{s(s+1)(s+2)}$$

系统临界稳定。系统为 I 型。位置误差系数 $K_p=\infty$，速度误差系数 $K_v=3$，加速度误差系数 $K_a=0$。这些误差系数只是形式上的定义，不能用于求稳态误差的计算。

A3-6 某闭环系统如图 A3-2 所示。

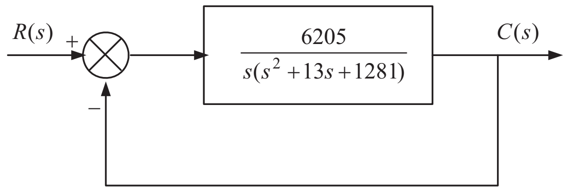


图 A3-2 题 A3-6 闭环系统

⑴ 求系统的传递函数 $C(s)/R(s)$；

⑵ 计算系统的稳态误差系数；

⑶ 求闭环系统的零、极点；

⑷ 用 MATLAB 求系统的单位阶跃响应曲线；

⑸ 讨论闭环极点对系统动态响应的影响，哪些极点起主导作用，哪些极点有重要影响。

解：系统中开环传递函数 $G(s)=\dfrac{6205}{s(s^2+13s+1281)}$，反馈传递函数 $H(s)=1$

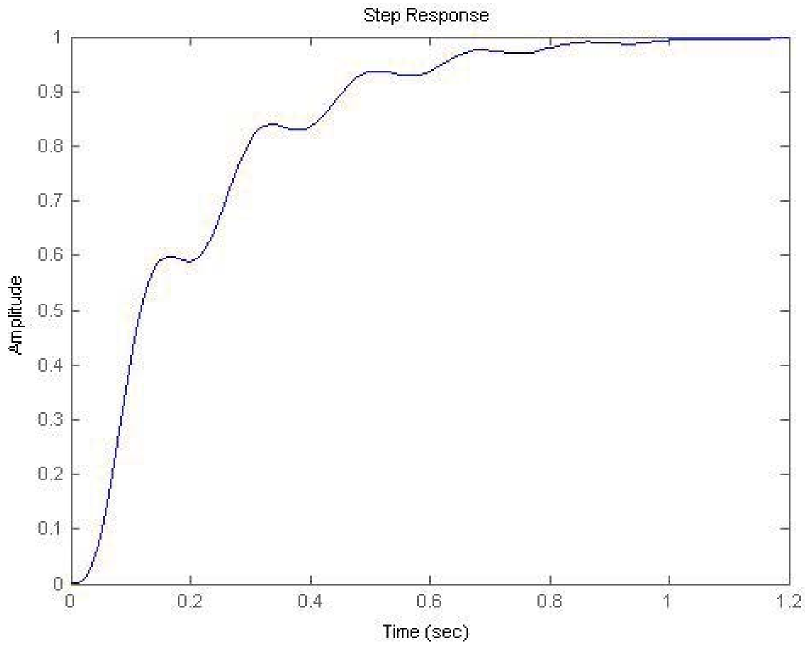
（1）系统的闭环传递函数 $\dfrac{C(s)}{R(s)}=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\dfrac{6205}{s^3+13s^2+1281s+6205}$

（2）直接验证闭环系统是稳定的。系统的稳态误差系数：位置误差系数 $K_p=\infty$，速度误差系数 $K_v=4.84$，加速度误差系数 $K_a=0$。

（3）由系统的闭环传递函数 $M(s)=\dfrac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\dfrac{6205}{s^3+13s^2+1281s+6205}$

闭环系统的不存在零点，极点为 $s_1=-5$、$s_2=-4+35i$、$s_3=-4-35i$

（4）系统的阶跃响应曲线：



（5）系统的闭环极点对于系统的阶跃响应的影响分析：

系统的三个极点$s_1 = -5$、$s_2 = -4 + 35i$、$s_3 = -4 - 35i$比较接近，没有主导极点，因此阶跃响应与典型二阶系统有较大的区别。

A3-7 某反馈系统如图 A3-3 所示。

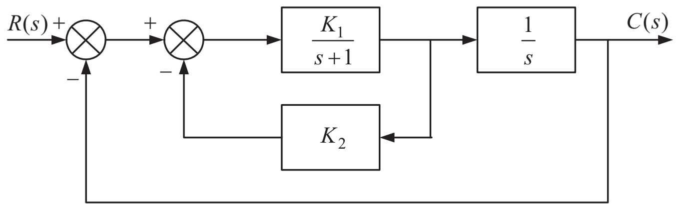


图 A3-3 题 A3-7 系统图

⑴ 选择K_1, K_2，使系统的$\varsigma = 0.707$，$\omega_n = 2rad/\sec$；

⑵ 选择K_1, K_2，使系统有两个相等的实根$s = -10$；

⑶ 分别求⑴、⑵两种情况下，系统的超调量M_p，调整时间t_s和上升时间t_r。

解：视系统为单位反馈，其等效开环传递函数为$G(s) = \dfrac{K_1}{s(s+1+K_1K_2)}$，闭环传递函数

$$\frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{K_1}{s^2 + (1+K_1K_2)s + K_1}$$

（1）若系统的$\varsigma = 0.707$，$\omega_n = 2rad/\sec$

则期望的系统的闭环特征方程就是

$$f^*(s)=s^2+2\sqrt{2}s+4$$

系统的闭环特征方程是

$$f(s)=s^2+(1+K_1K_2)s+K_1,$$

比较对应项的系数得出参数 $K_1=4;K_2=(2\sqrt{2}-1)/4$ =0.457

（2）若系统有两个相等的实根 $s=-10$

则期望的系统的闭环特征方程就是

$$f^*(s)=s^2+20s+100$$

系统的闭环特征方程是

$$f(s)=s^2+(1+K_1K_2)s+K_1$$

根据对应项的系数相同的关系得出参数 $K_1=100;K_2=0.19$

（3）

在情况（1）下，

最大超调量：$M_p=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}\times100\%=4.3\%$

上升时间： $t_r=\dfrac{\pi-\cos^{-1}\xi}{\omega_n\sqrt{1-\xi^2}}=1.667s$；

调整时间： $t_s\approx\dfrac{3}{\xi\omega_n}=2.12s$ （$\Delta=5\%$）

在情况（2）下，系统的 $\xi=1$

最大超调量：$M_p=0$

上升时间： $1-e^{-\omega_n t_1}\left(1+\omega_n t_1\right)=0.1$ (这两个为超越方程，无法解，要用 Matlab 解。)

$1-e^{-\omega_n t_2}\left(1+\omega_n t_2\right)=0.9$

$t_r=t_2-t_1=0.39-0.055=0.335s$；

调整时间： $e^{-\omega_n t_s}\left(1+\omega_n t_s\right)=0.05$

$t_s\approx0.48s$ （$\Delta=5\%$）

B3-4 某系统的方块图如图 B3-3 所示。

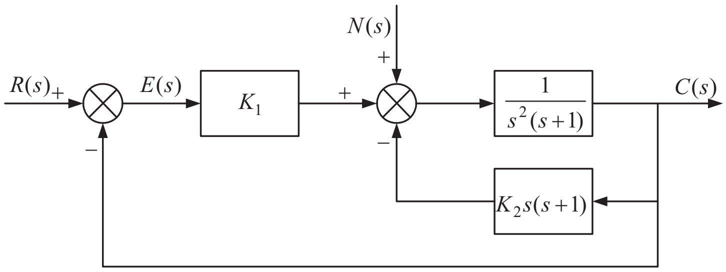


图 B3-3 题 B3-4 系统方块图

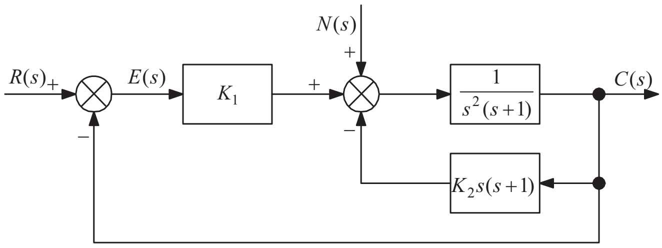
试求：

⑴ 系统的稳态误差系数：K_p、K_v、K_a；

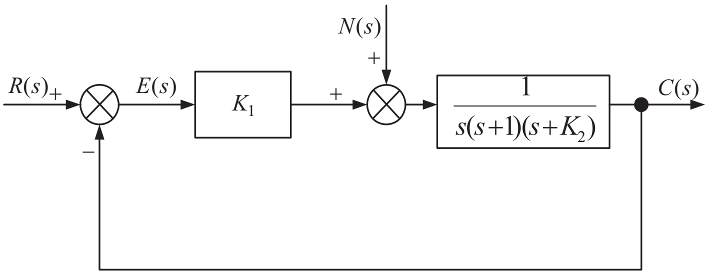
⑵ 由单位阶跃扰动引起的稳态误差 e_{ssn}；

⑶ 系统的阻尼比 ς 与无阻尼振荡角频率 ω_n；

解：系统的方块图为



系统的方块图可以简化为



（**1**）系统的稳态误差系数：K_p K_v K_a

当考虑 $R(s)$ 与 $C(s)$ 关系时，系统的开环函数为

$$G(s)H(s)=\frac{K_1}{s(s+1)(s+K_2)}$$

为 I 型系统，其位置误差系数 $K_p=\infty$，速度误差系数 $K_v=\dfrac{K_1}{K_2}$，加速度误差系数

$K_a=0$

（**2**）单位阶跃扰动引起的稳态误差 e_{ssn}

设闭环系统稳定，由前题

$$e_{ssn}=\lim_{s\to 0}sE_N(s)=\lim_{s\to 0}sN(s)\frac{-G_2(s)H(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

$$e_{ssn}=\lim_{s\to 0}s\bullet\frac{1}{s}\bullet\frac{-\frac{1}{s(s+1)(s+K_2)}}{1+\frac{K_1}{s(s+1)(s+K_2)}}=-\frac{1}{K_1}$$

（3）无法求解（因为无法获得主导极点）

（4）系统单位阶跃响应的超调量 $M_p\le 5\%$；在斜坡输入下，稳态误差最小；尽量减小阶跃扰动引起的稳态误差。

系统的闭环传递函数为：

$$M(s)=\frac{G(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{K_1}{s^3+(1+K_2)s^2+K_2s+K_1}$$

由 $M_p=e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}\times 100\%\le 5\%$，得到 $\xi=0.7$

选择 K_1,K_2，使得共轭极点为主导极点，且 $\xi=0.7$。（不对的，本题有误，用根轨迹可以进行一些分析，下面的关于稳态误差是可以有些分析的。）

斜坡输入引起的误差：

$$\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)}=\frac{s(s+1)(s+K_2)}{s^3+(1+K_2)s^2+K_2s+K_1}$$

$$e_{ssv}=\lim_{s\to 0}sR(s)\frac{s(s+1)(s+K_2)}{s^3+(1+K_2)s^2+K_2s+K_1}=\frac{K_2}{K_1}$$

扰动引起的稳态误差：

$$e_{ssn}=\frac{R}{K_1}$$

若减小 e_{ssv} 与 e_{ssn}，则应该在保持系统稳定条件下 $(K_1<K_2(K_2+1))$ 增大 K_1 的值。

第四章习题答案

A4-1 已知单位反馈系统的开环传递函数为 $G(s)=\frac{K_r(s+1)}{s^2(s+a)}$ 分别画出 $a=5, a=9, \alpha=10$ 的根轨迹草图，并计算根轨迹在实轴上的分离点（或会合点），根轨迹渐近线与实轴的夹角和交点。

解:

1. 由题可知,根轨迹有 3 条分支.。

当 a=5 时,根轨迹的起点分别是 p_1=0, p_2=0, p_3= -5.一条终止于 z_1= -1,另两条趋向无穷远.

当 a=9 时,根轨迹的起点分别是 p_1=0, p_2=0, p_3= -9.一条终止于 z_1= -1,另两条趋向无穷远.