A6-1

解：①根据二阶系统的时域性能指标，有

$$M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 5\%$$

$$t_s = \frac{4}{\varsigma\omega_n}$$

求得要求校正后系统的$\varsigma = 0.68$，$\omega_n = 5.9$。

闭环系统的期望主导极点为：$s_c = -4 \pm 4.3j$

②加上串联校正后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{K_1(s+a)}{s(s+5)}$$

系统是 I 型系统，对于阶跃输入的稳态误差一定为零。

则系统在主导极点$s_c = -4 \pm 4.3j$位置，满足如下的幅值和相角条件表达式：

$$|G(s)G_c(s)| = \frac{|K_1|\cdot|s_c+a|}{|s_c|\cdot|s_c+5|} = \frac{|K_1|\cdot|(a-4)+4.3j|}{|-4+4.3j|\cdot|1+4.3j|} = 1$$

$$\angle G(s)G_c(s) = \angle(s_c+a) - \angle(s_c) - \angle(s_c+5) = \angle((a-4)+4.3j) - \angle(-4-4.3j) - \angle(1+4.3j)$$
$$= \pm(2k+1)\times 180^\circ$$

由方程 2 可以解得，$a = 14.3$ 代入方程 1 解得$K_1 = 0.93$。所以，校正以后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{0.93(s+14.3)}{s(s+5)}$$

A6-2

解：①系统的$\varsigma = 0.45$，$\omega_n = 2.23$。闭环系统的期望主导极点为：$s_c = -1 \pm 2j$

②计算 K

系统在主导极点$s_c = -1 \pm 2j$位置，满足如下的幅值和相角条件表达式：

$$|G(s)G_c(s)| = \frac{|K|\cdot|s_c+0.87|}{3.47\cdot|s_c|\cdot|s_c|\cdot|s_c+0.243|} = \frac{|K|\cdot|-0.13+2j|}{3.47\cdot|-1+2j|\cdot|-1+2j|\cdot|-0.757+2j|} = 1$$

0.0540·|K|=1

K=18.5185

系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{18.5185(s+0.87)}{3.47s^2(s+0.243)}$$

A6-3

解：①求 K_I

经过 PI 控制后，系统的开环传递函数为：$G(s) = (K_P + \frac{K_I}{s})(\frac{1}{s+0.5}) = \frac{K_P s + K_I}{s(s+0.5)}$

系统的速度误差系数 $K_v = 10$，所以系统的开环增益为 $\frac{K_I}{0.5} = 10$。所以，$K_I = 5$

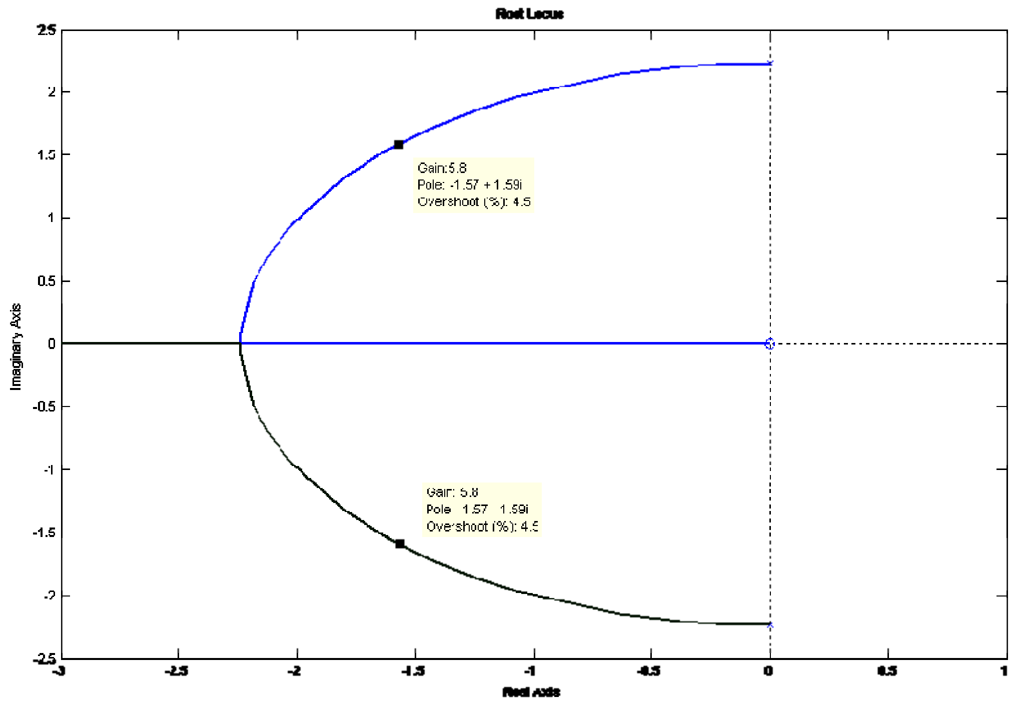
②求 K_P

系统的特征方程为：$s^2 + (K_P + 0.5)s + 5 = 0$

令 $K = K_P + 0.5$。于是特征方程变为：

$s^2 + Ks + 5 = 0$ 即：$1 + \frac{Ks}{(s+\sqrt{5}j)(s-\sqrt{5}j)} = 0$ ……………………… （*）

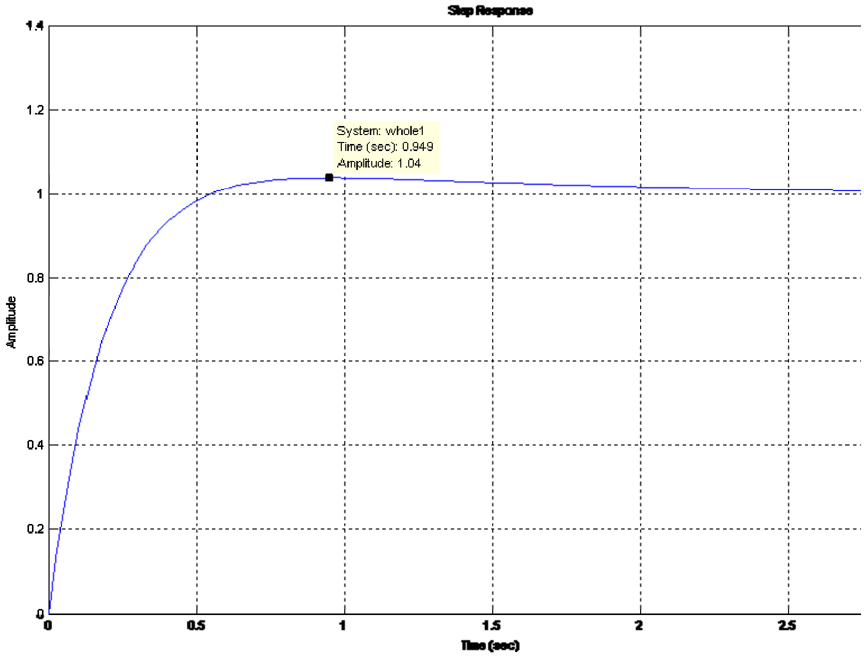
画出由（*）式给出的系统的根轨迹



由 $M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 4.5\%$，得 $\varsigma = 0.7$。在图中找出对应 $\varsigma = 0.7$ 的根的位置，其对应根为：$s_c = -1.57 \pm 1.59j$，其对应的 $K = 5.8$，进而可以求得 $K_P = 5.3$。综上，$K_I = 5$，$K_P = 5.3$

系统的开环传递函数为：$G(s) = \frac{5.3s + 5}{s(s+0.5)}$

系统的阶跃响应为：



超调为 $\frac{(1.04\text{-}1)}{1} \leq 4.5\%$

A6-4

解：1.使用 bode 图

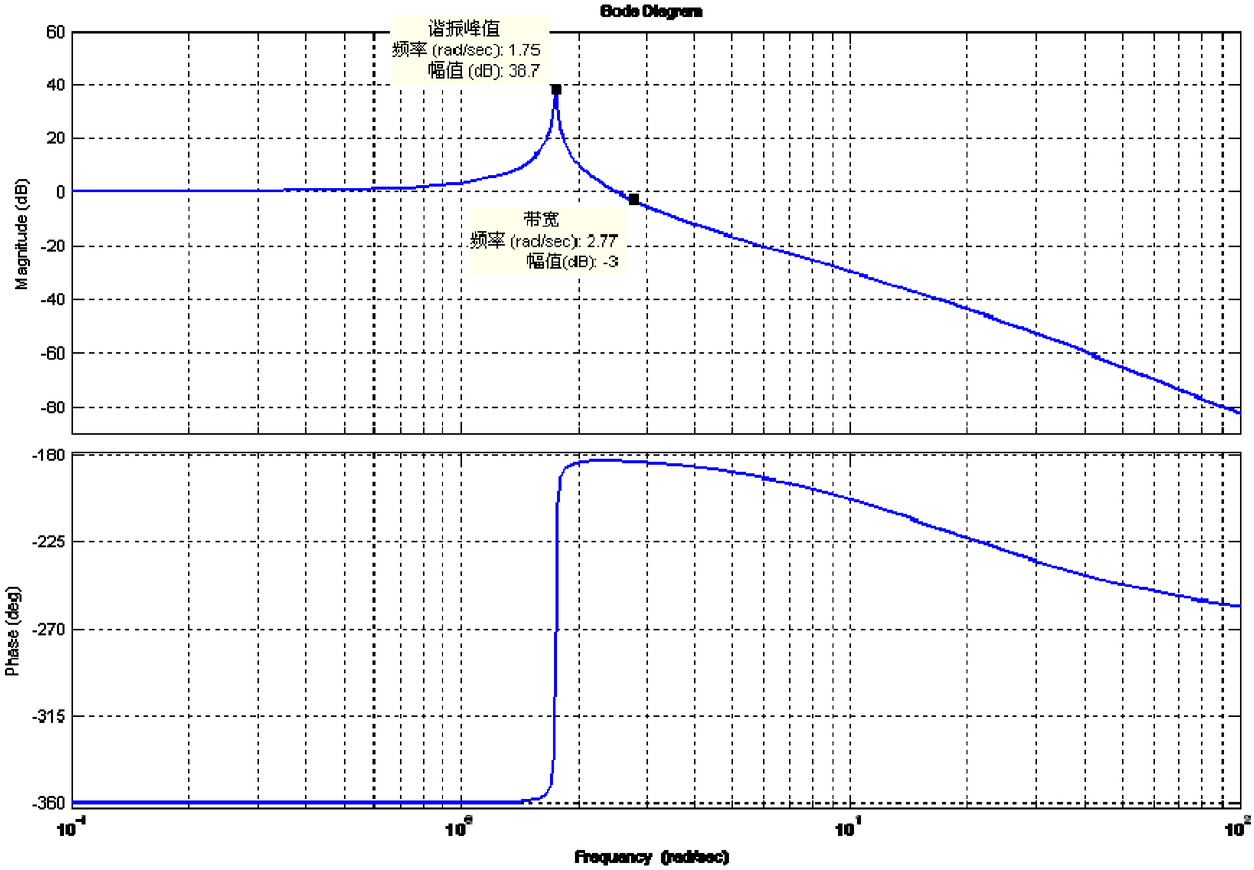
加上超前校正后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{3(1+0.25s)}{s^2(1+0.05s)(1+0.2s)}$$

系统的闭环传递函数为：

$$G'(s) = \frac{3(1+0.25s)}{0.01\mathrm{s}^4+0.25\mathrm{s}^3+\mathrm{s}^2+0.75\mathrm{s}+3}$$

画出其 bode 图，如下：



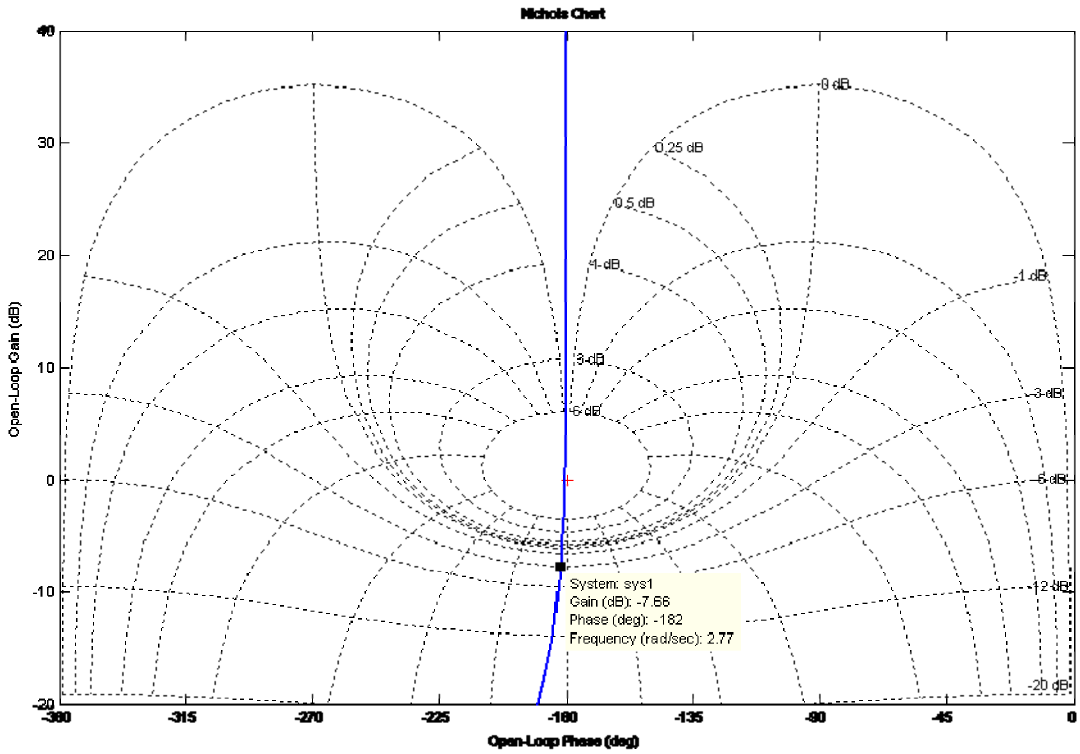
从图中可以读出，谐振峰值 $M_{p\omega}$ 为 38.7dB，带宽 ω_b 为 2.77 rad/sec

2.使用 nichols 图

加上超前校正后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{3(1+0.25s)}{s^2(1+0.05s)(1+0.2s)}$$

画出其 nichols 图，如下：



同样可以得到，谐振峰值 $M_{p\varpi}$ 为 38.7dB，带宽 ω_b 为 2.77 rad/sec

A6-5

解：原系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{40}{s(s+4)}$$

原系统的速度误差系数 $K_v=10$，对于对速度输入 $u(t)=At$ 的稳态误差为 $0.1A$，满足条件。

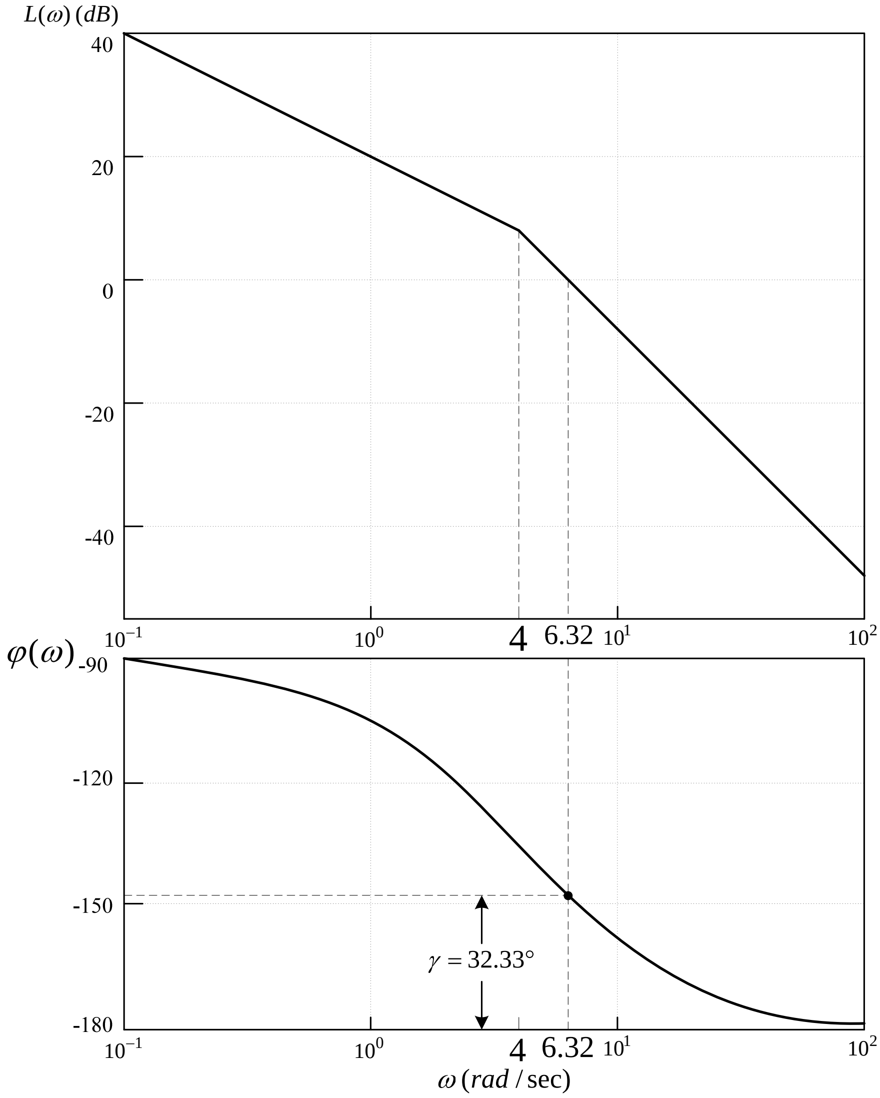
①使用工程方法画出原系统的 bode 图。

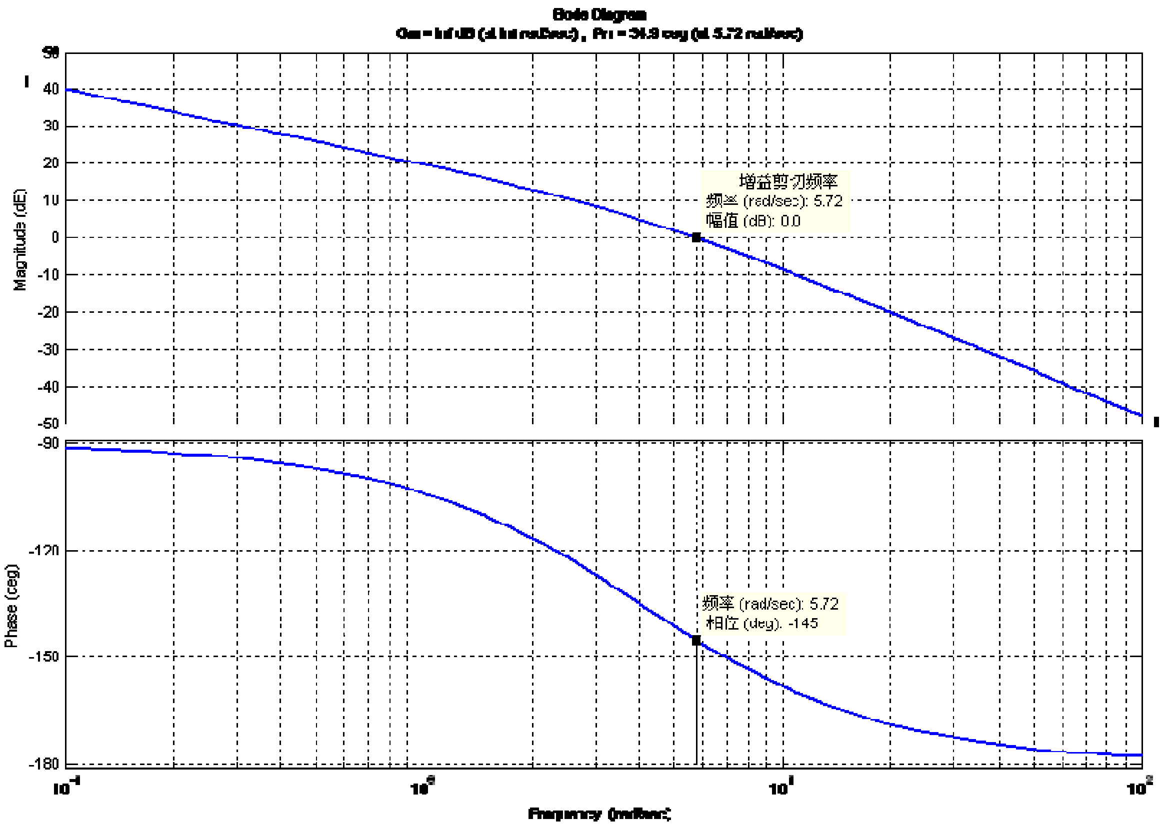
可以得到原系统的相位裕量为： $\gamma=32.33^\circ$ ，增益剪切频率为： $\omega_{c0}=6.32rad/\sec$

②也可以使用 MATLAB 画出画出原系统的 bode 图，此时可以得到原系统的相位裕量为： $\gamma=35^\circ$ ，增益剪切频率为： $\omega_{c0}=5.72rad/\sec$

由于题目要求相位余量不小于 45°，这有超前环节可以比较容易的达到要求。但是，超前环节会增大增益剪切频率。

在第一种情况下，要求剪切角频率 $\omega_c=10rad/\sec$，由于 $\omega_c>\omega_{c0}$，使用超前校正的话，可以满足要求；在第二种情况下，要求剪切角频率 $\omega_c=4rad/\sec$，由于 $\omega_c<\omega_{c0}$，无法使用超前校正。由于滞后校正可以减小剪切角频率，同时在一定的程度上增加相位裕量 γ，所以在第二种情况下，可以尝试使用滞后环节进行校正。


$L(\omega)\,(dB)$
40
20
0
-20
-40
10^{-1}
10^{0}
4
6.32
10^{1}
10^{2}
$\varphi(\omega)$
-90
-120
-150
-180
$\gamma = 32.33°$
10^{-1}
10^{0}
4
6.32
10^{1}
10^{2}
$\omega\,(rad\,/\,\sec)$



A6-6

解：因为加入反馈校正（速度反馈或者速度微分反馈）后，系统的增益剪切频率都会增大，而在第一种情况下，要求剪切角频率 $\omega_c = 10 rad/\sec$，由于 $\omega_c > \omega_{c0}$，使用反馈校正的话，可以满足要求；
在第二种情况下，要求剪切角频率 $\omega_c = 4 rad/\sec$，由于 $\omega_c < \omega_{c0}$，所以无法使用反馈校正。

A6-7

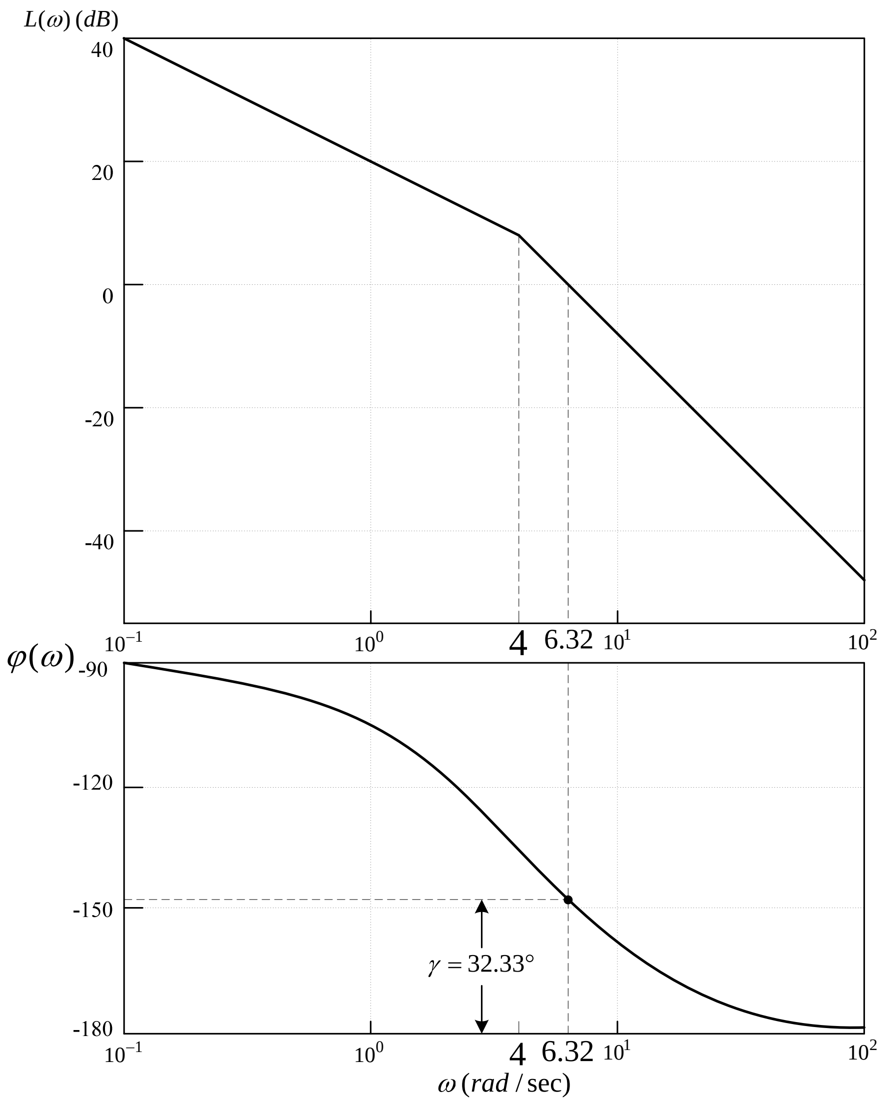
解：原系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{40}{s(s+4)}$$

原系统已经满足稳态要求

（1）设超前环节为：$G_c(s) = \alpha \times \dfrac{s + \dfrac{1}{\alpha T}}{s + \dfrac{1}{T}}$，其开环增益为 1

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图



②计算 α

系统在 $\omega_c = 10 rad/\sec$ 处的幅值为 $L(\omega_c) = -7.96 dB$

利用超前环节的增益补偿 $L(\omega_c)$，使得校正后的系统在 $\omega_c = 10 rad/\sec$ 的 $L'(\omega_c) = 0 dB$

所以有 $10\lg\alpha = 7.96 dB$

解得，$\alpha = 6.25$

③计算 T

$$\frac{1}{T} = \sqrt{\alpha} \bullet \omega_c = 2.5 \times 10 = 25$$

所以，超前校正环节为：$G_c(s) = 6.25 \times \dfrac{s+4}{s+25}$

校正后的系统开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{250(s+4)}{s(s+4)(s+25)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图，系统在 $\omega_c = 10 rad/\sec$ 处的幅值为 $L(\omega_c) = -8.64 dB$

②计算 α

利用超前环节的增益补偿 $L(\omega_c)$，使得校正后的系统在 $\omega_c = 10rad/\sec$ 的 $L'(\omega_c) = 0dB$

所以有 $10\lg\alpha = 8.64dB$

解得，$\alpha = 7.3$

③计算 T

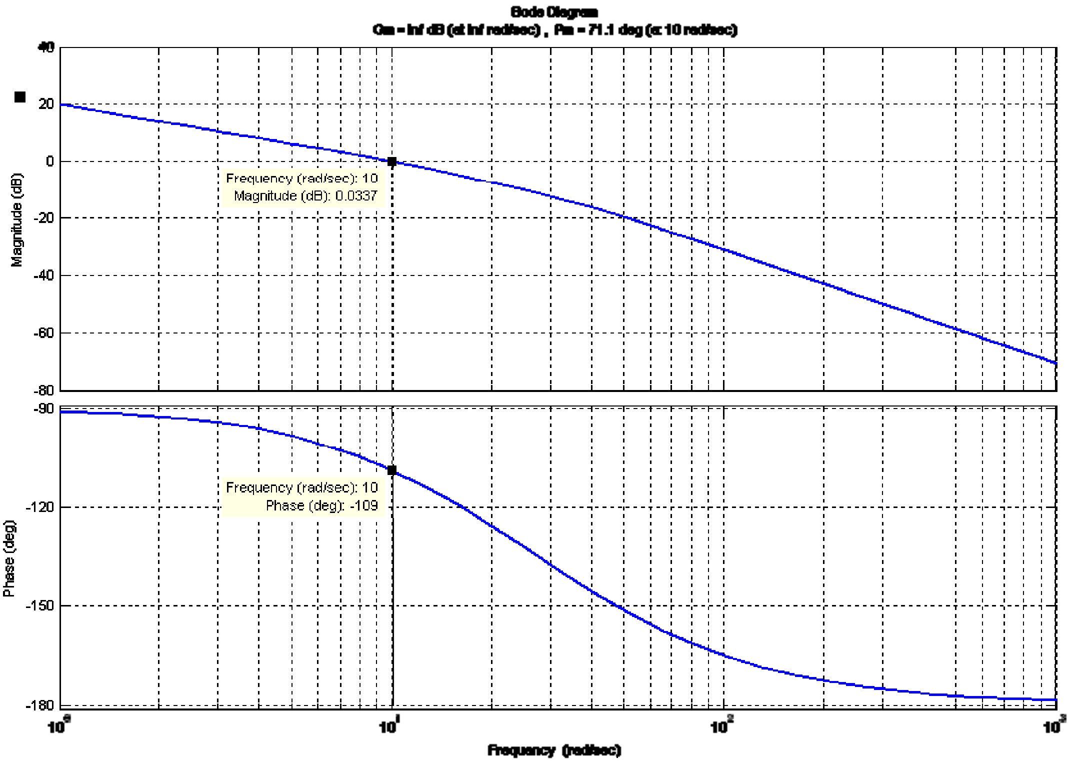
$$\frac{1}{T} = \sqrt{\alpha}\bullet\omega_c = 2.7\times10 = 27$$

所以，超前校正环节为：$G_c(s) = 7.3\times\dfrac{s+3.7}{s+27}$

校正后的系统开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{292(s+3.7)}{s(s+4)(s+27)}$$

画出校正后的系统的 bode 图：



可见，校正后系统的剪切角频率 $\omega_c = 10rad/\sec$，相位裕量为：$\gamma = 81^\circ$，速度误差系数 $K_v = 10$

满足设计要求。

（2）设滞后环节为：$G_c(s) = \beta\times\dfrac{s+\dfrac{1}{\beta T}}{s+\dfrac{1}{T}}$，其开环增益为 1

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图

②选择校正后系统的剪切角频率

可以发现在新的剪切角频率 $\omega_c = 4rad/\sec$，系统的相位裕量为：$\gamma = 46^\circ$，正好满足要求。

③求 β

欲使校正后 $L(\omega)$ 曲线在 $\omega = \omega_c$ 穿越 $0dB$ 线，从图上可查到，应使 $20Lg\beta = 7.96dB$，则：

$$\beta = 10^{-L(\omega_c)/20} = 10^{-0.25} = 0.4$$

④求 $\frac{1}{\beta T}$

选取滞后校正网络的零点。令

$$\frac{1}{\beta T}=0.1\omega_c=0.4$$

⑤相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s)=\beta\times\frac{s+\frac{1}{\beta T}}{s+\frac{1}{T}}=0.4\times\frac{s+0.4}{s+0.16}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{16(s+0.4)}{s(s+4)(s+0.16)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图

②选择校正后系统的剪切角频率

可以发现在新的剪切角频率 $\omega_c=4rad/\sec$，系统的相位裕量为：$\gamma=46^{\circ}$，正好满足要求。

③求 β

欲使校正后 $L(\omega)$ 曲线在 $\omega=\omega_c$ 穿越 $0dB$ 线，从图上可查到，应使 $20Lg\beta=5dB$，则：

$$\beta=10^{-L(\omega_c)/20}=10^{-0.25}=0.56$$

④求 $\frac{1}{\beta T}$

选取滞后校正网络的零点。令

$$\frac{1}{\beta T}=0.1\omega_c=0.4$$

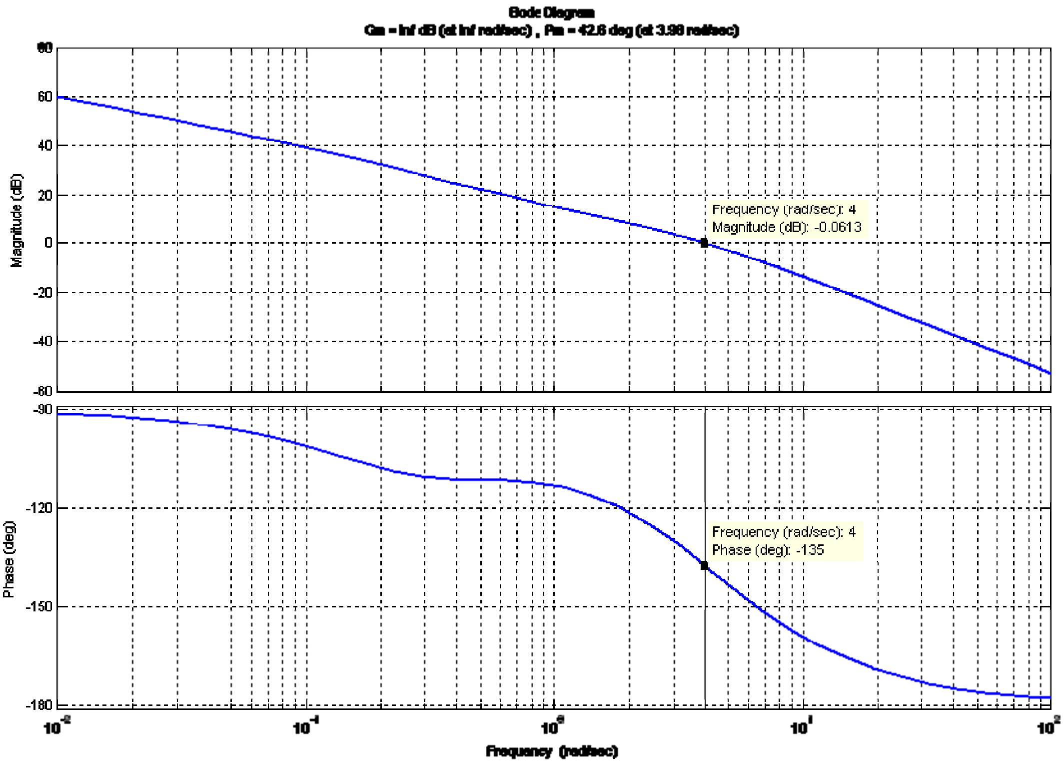
⑤相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s)=\beta\times\frac{s+\frac{1}{\beta T}}{s+\frac{1}{T}}=0.56\times\frac{s+0.4}{s+0.224}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{22.4(s+0.4)}{s(s+4)(s+0.224)}$$

画出校正后的系统的 bode 图：

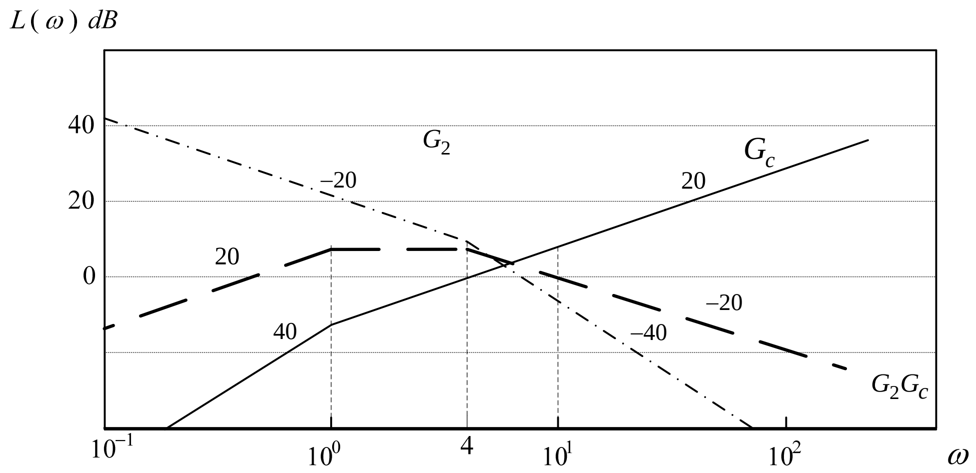


可见，校正后系统的剪切角频率 $\omega_c = 4rad/\sec$，相位裕量为：$\gamma = 45^\circ$，速度误差系数 $K_v = 10$ 满足设计要求。

A6-8

解：①为了不影响系统的稳态指标，选用速度微分校正。

②根据工程方法绘制系统 bode 图



③根据图示，要使 G_2G_c 的剪切频率为 $\omega_2 = 10\text{rad/sec}$，所以可以算出 G_2G_c 的 0db/10 倍频段的增益为 $20(1-\log(4)) = 7.96$，即 G_2G_c 的开环增益为 2.5

根据选择的规则，$\omega_2 \geq 10\dfrac{1}{T_c}$，所以选择 $\dfrac{1}{T_c} = 1$

④写出G_2G_c的传递函数：

$$G(s)=G_2(s)G_c(s)=\frac{2.5s}{(s+1)(0.25s+1)}$$

则$G_c(s)=G(s)/G_2(s)=\dfrac{2.5s}{(s+1)(0.25s+1)}/\dfrac{10}{s(0.25s+1)}=\dfrac{0.25s^s}{s+1}$

A6-9

解：①根据二阶系统的时域性能指标，有

$$M_p=e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}}<4.5\% \qquad t_s=4=\frac{4}{\varsigma\omega_n}$$

求得要求校正后系统的$\varsigma=0.7$，$\omega_n=1.42$。确定闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c=-1\pm 1j$$

②绘制原系统的根轨迹

原系统的开环传递函数为：$G(s)=\dfrac{40}{s(s+4)}$

③计算相位超前量

$$\phi=-135^\circ-18.4^\circ=-153.4^\circ$$

④使用滞后校正，提供的滞后相角为：

$$\phi=-180^\circ+(135^\circ+18.4^\circ)=-26.6^\circ$$

⑤假设滞后校正如下：

$$G_c(s)=K_c\frac{(s+z_c)}{(s+z_c/\beta)} \qquad \text{假设 } z_c=2.5$$

根据相角的条件：$(\angle(s+1)-\angle(s+1/\beta))|_{s=-1+j}=-26.6°\rightarrow 33.7°-\tan^{-1}(\dfrac{1}{1/\beta-2.5})=-26.6°$

解得$\beta=1.6$，再根据幅值条件

$|G(s)G_c(s)|=\dfrac{|40K_c|\cdot|s_c+1|}{|s_c|\cdot|s_c+4|\cdot|s_c+0.5|}|_{s=-1+j}=1$，得$K_c=0.0711$

由于要求速度误差系数$K_v=10$，所以再加入一个滞后环节，用于加强稳态指标，同时尽量保持主导极点的位置。其传递函数如下：

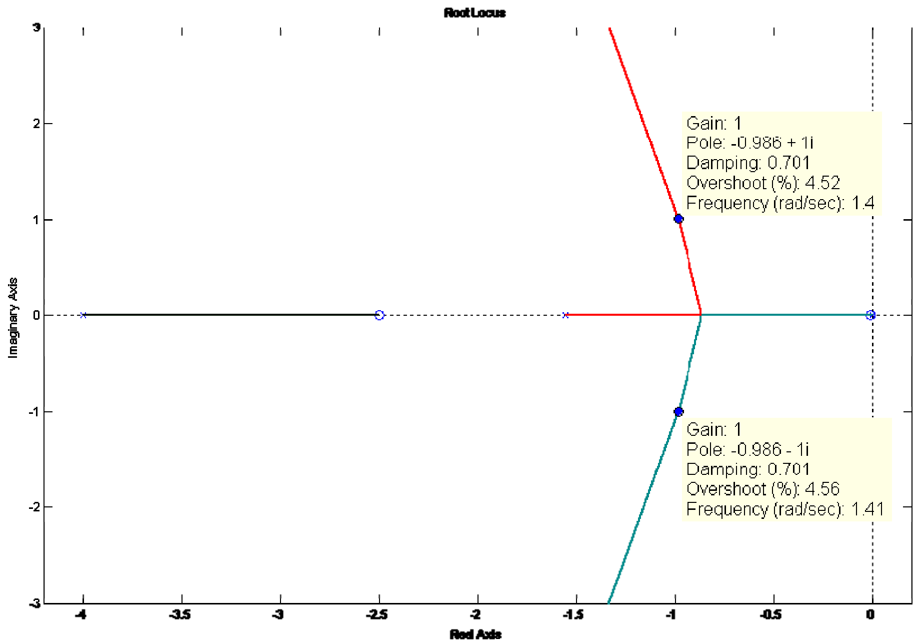
$$G_{c2}(s)=\frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta T})}$$

令$\dfrac{1}{T}=0.1$，根据$10K_c\beta\beta_2=10\rightarrow\beta_2=8.8$

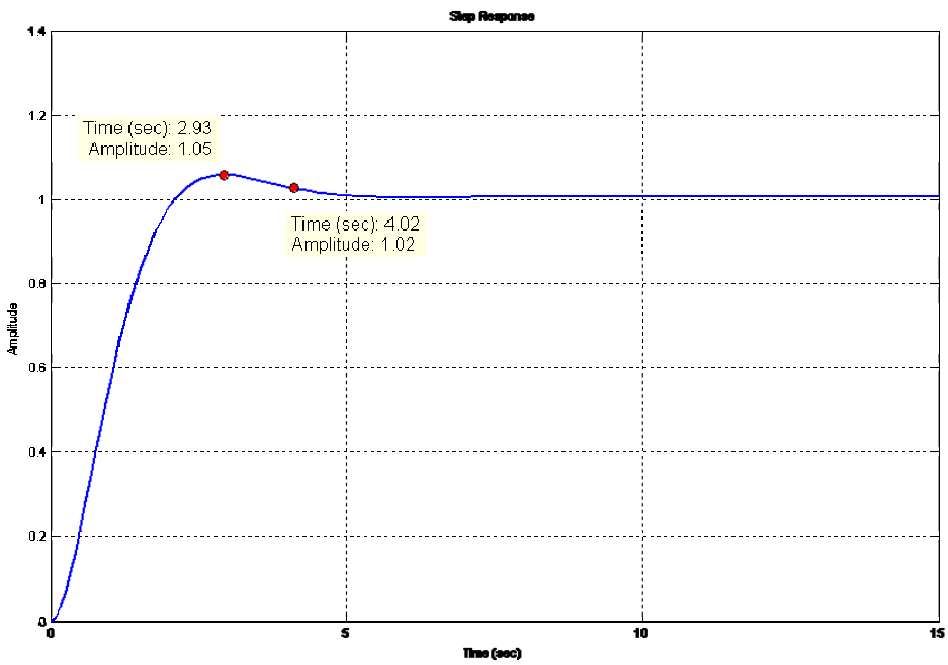
所以，校正以后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)G_{c2}(s)=\frac{2.844(s+2.5)(s+0.01)}{s(s+4)(s+1.56)(s+0.0011)}$$

校正后系统的根轨迹图如下：



系统的阶跃响应如下：



A6-10

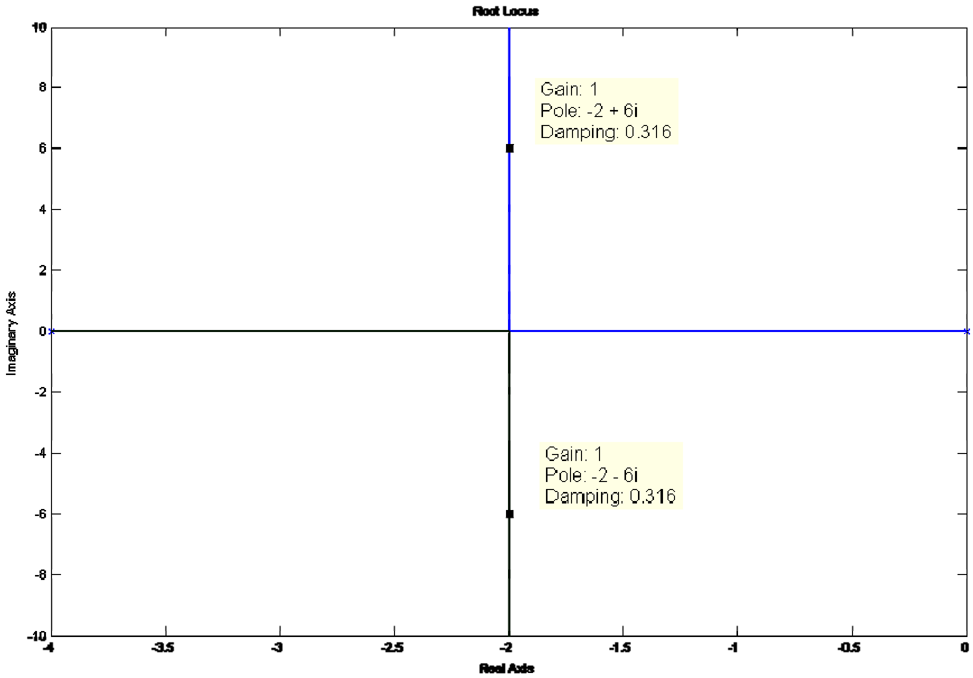
解：要求相位余量已经满足要求，将稳态误差要求提高到：$0.01A$。而滞后校正可以提高稳态响应并不降低动态特性，所以使用滞后校正。

①确定闭环主导极点

原系统闭环传递函数为：

$$\Phi(s)=\frac{40}{s(s+4)+40}=\frac{40}{(s+2+6j)(s+2-6j)}$$

画出根轨迹图：



所以，主导极点为 $s_c = -2 \pm 6j$，阻尼比为 $\varsigma = 0.316$

②计算校正网络的 β

未校正系统的静态速度误差系数为 $K'_v = 40/4 = 10$，要求的静态速度误差系数为 $K_v = 100$

所以 $\beta = \dfrac{K'_v}{K_v} = 0.1$

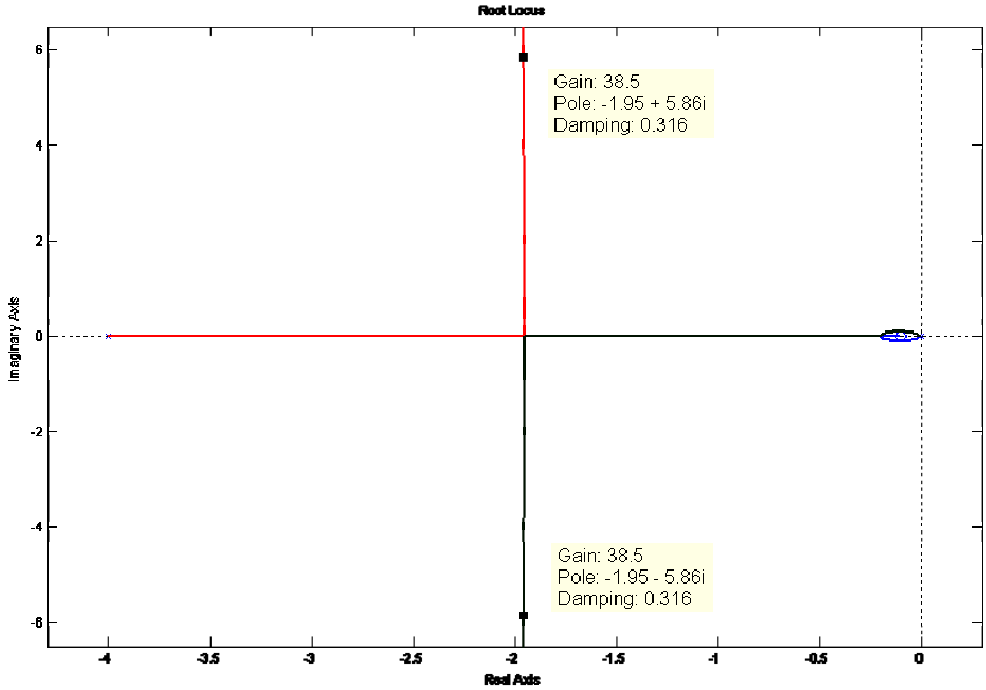
③选 $z_c = -0.1$，因为 $z_c = -\dfrac{1}{bT}$，则 $T = 100$，而 $p_c = -\dfrac{1}{T} = -0.01$，于是相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s) = K_c{}^* \times \frac{s + \dfrac{1}{bT}}{s + \dfrac{1}{T}} = K_c{}^* \times \frac{s + 0.1}{s + 0.01}$$

校正后系统的传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{40K_c{}^* \cdot (s + 0.1)}{s(s+4)(s+0.01)}$$

④绘制校正后的根轨迹图：



⑤校正后系统和原系统有相同的阻尼比，但位置略有变化。 新的主导极点为 $s_c = -1.95 \pm 5.86j$

根据幅值条件

$$|G(s)G_c(s)| = \frac{|40K_c^*|\cdot|s+0.1|}{|s|\cdot|s+4|\cdot|s+0.01|} = \frac{|40K_c^*|\cdot|-1.85+5.86j|}{|-1.95+5.86j|\cdot|2.05+5.86j|\cdot|-1.949+5.86j|} = 1$$

求得 $K_c^* = \dfrac{38.5320}{40} = 0.9633$

设计的滞后环节传递函数为：

$$G_c(s) = 0.9633 \times \frac{s+0.1}{s+0.01}$$

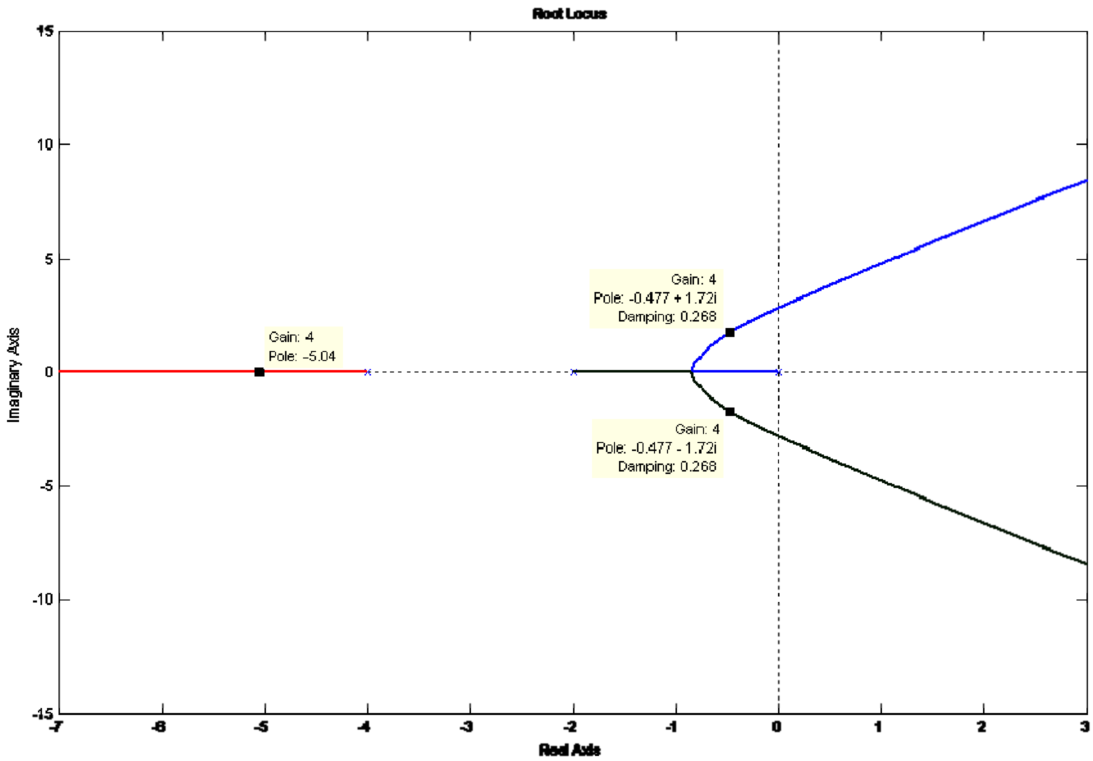
校正后系统的传递函数为： $G(s)G_c(s) = \dfrac{38.532\cdot(s+0.1)}{s(s+4)(s+0.01)}$

A6-11

解：确定闭环主导极点。原系统闭环传递函数为：

$$\Phi(s) = \frac{4}{s(s+2)(s+4)+4} = \frac{4}{(s+0.477+1.72j)(s+0.477-1.72j)(s+5.04)}$$

①绘制系统的根轨迹图：



②在图上求得主导极点为 $s_c = -0.48 \pm 1.72j$，阻尼比为 $\varsigma = 0.268$

③计算校正网络 b

未校正系统的静态速度误差系数为 $K_v' = 4/2 \cdot 4 = 0.5$，要求的静态速度误差系数为 $K_v = 5$

所以 $b = \dfrac{K_v'}{K_v} = 0.1$

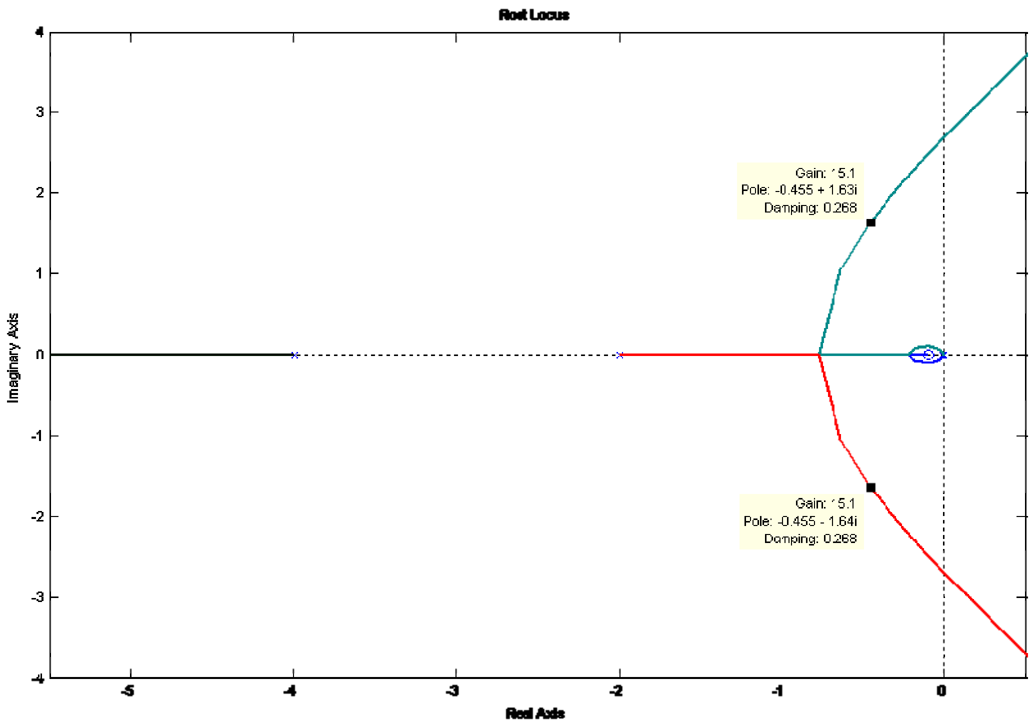
④选 $z_c = -0.1$，因为 $z_c = -\dfrac{1}{bT}$，则 $T = 100$，而 $p_c = -\dfrac{1}{T} = -0.01$，于是相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s) = K_c^* \times \frac{s + \frac{1}{bT}}{s + \frac{1}{T}} = K_c^* \times \frac{s + 0.1}{s + 0.01}$$

校正后系统的传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{4K_c^* \cdot (s + 0.1)}{s(s+2)(s+4)(s+0.01)}$$

⑤绘制校正后的根轨迹图：



⑥校正后系统和原系统有相同的阻尼比，但位置略有变化。 新的主导极点为 $s_c = -0.455 \pm 1.63j$

根据幅值条件

$$|G(s)G_c(s)| = \frac{|4K_c^*|\cdot|s+0.1|}{|s|\cdot|s+2|\cdot|s+4|\cdot|s+0.01|}$$

$$= \frac{|4K_c^*|\cdot|-0.355+1.63j|}{|-0.455+1.63j|\cdot|1.545+1.63j|\cdot|3.545+1.63j|\cdot|-0.454+1.63j|} = 1$$

求得 $K_c^* = \dfrac{15.1}{4} = 3.775$

设计的滞后环节传递函数为： $G_c(s) = 3.775 \times \dfrac{s+0.1}{s+0.01}$

校正后系统的传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{15.1\cdot(s+0.1)}{s(s+2)(s+4)(s+0.01)}$$

A6-12

（1）不接内反馈

①系统输出对与输入的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = \frac{112}{2s(s+3)}$$

系统闭环的传递函数为：

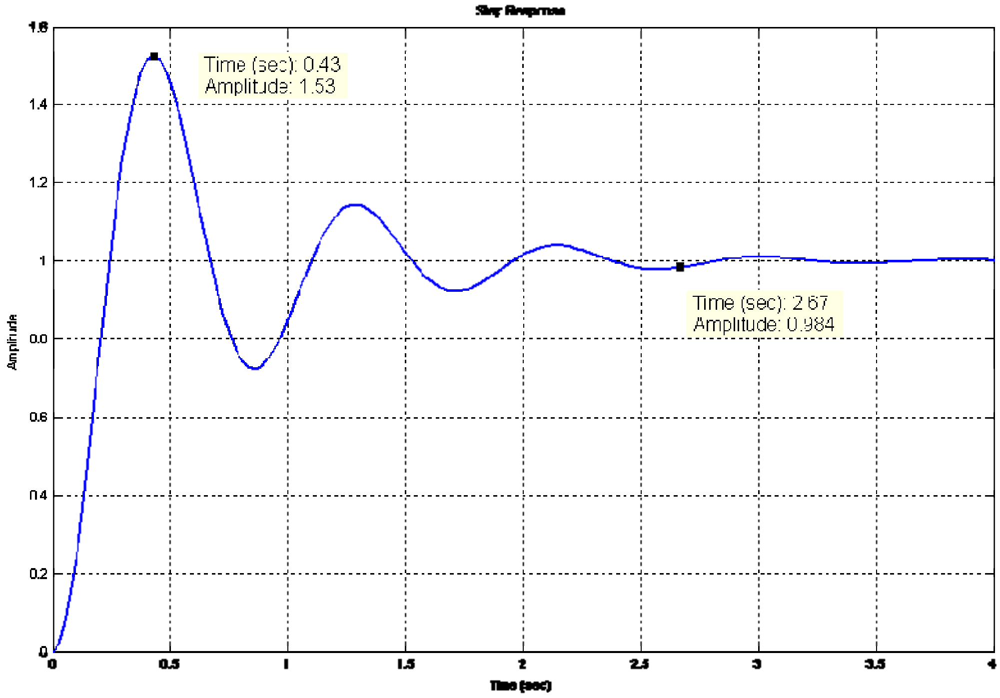
$$G'(s) = \frac{112}{2s(s+3)+112} = \frac{112}{2s^2+6s+112} = \frac{\sqrt{56}^2}{s^2 + 2\times\dfrac{3}{2\times\sqrt{56}}\times\sqrt{56}s + \sqrt{56}^2}$$

求得 $\varsigma = 0.2$， $\omega_n = 7.48$

计算得到

超调量 $M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} = 0.527$ $\quad t_s = \dfrac{4}{\varsigma\omega_n} = \dfrac{4}{1.5} = 2.67$

系统闭环的阶跃响应如下：



②系统输出对与扰动的开环传递函数为：

$$G_2(s) = \frac{C(s)}{E_N(s)} = \frac{0.1}{2s(s+3)}$$

系统闭环的传递函数为：

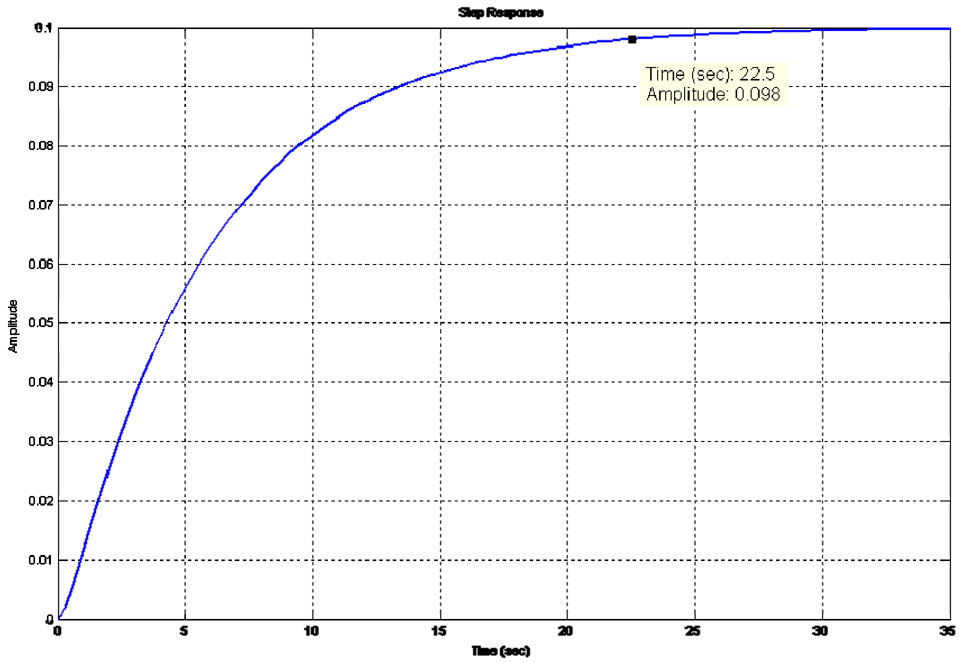
$$G_2'(s) = \frac{0.1}{2s(s+3)+1} = \frac{0.05}{s^2+3s+0.5} = \frac{0.1*\sqrt{0.5}^2}{s^2+2\times\dfrac{3}{2\times\sqrt{0.5}}\times\sqrt{0.5}s+\sqrt{0.5}^2}$$

求得 $\varsigma = 2.12$， $\omega_n = 0.707$

因为是过阻尼，所以不存在超调量

$t_s = 22.5$

系统闭环的阶跃响应如下：



（2）接内反馈

①系统开环的传递函数为：

$$G''(s)=\frac{C(s)}{E(s)}=\frac{112}{2s(s+3)+K_f s}$$

系统的特征方程为：

$$s^2+(0.5K_f+3)s+56=0$$

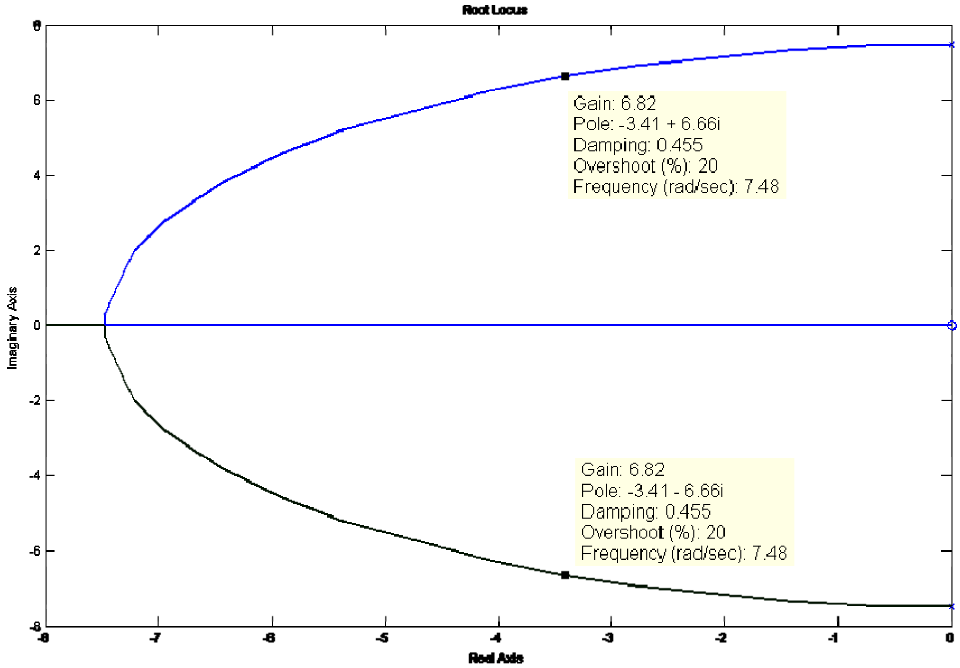
令 $K=0.5K_f+3$

于是特征方程变为：

$s^2+Ks+56=0$ 即：$1+\dfrac{Ks}{(s+\sqrt{56}j)(s-\sqrt{56}j)}=0$

即 $1+\dfrac{Ks}{(s+7.48j)(s-7.48j)}=0$ ……………………（*）

画出由（*）式给出的系统的根轨迹



由 $M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 20\%$，得 $\varsigma = 0.456$，$\omega_n = 7.48$

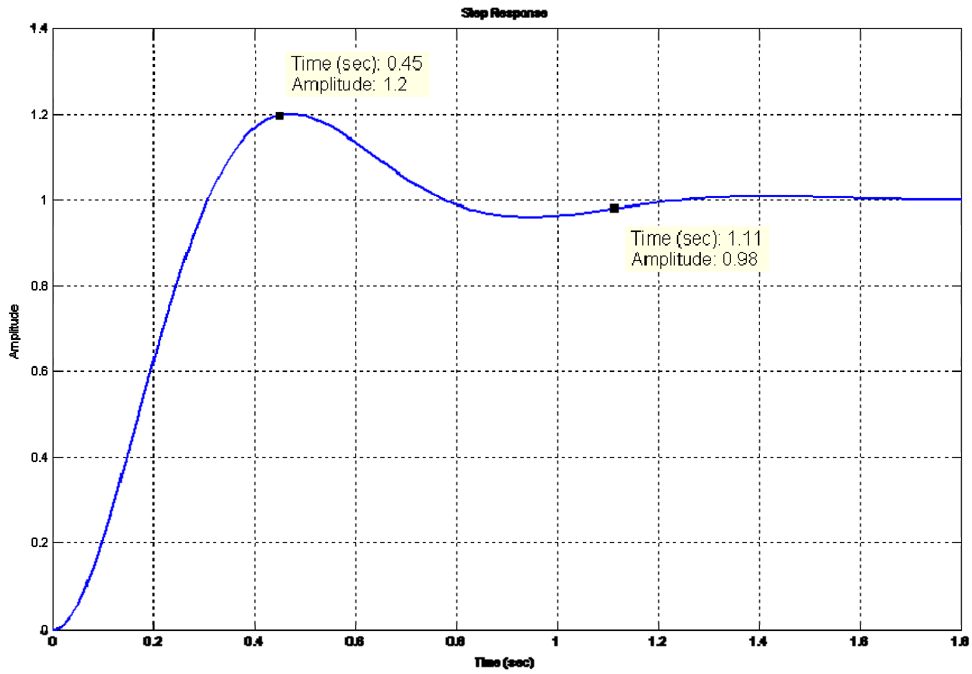
在图中找出对应 $\varsigma = 0.456$ 的根的位置，其对应根为：$s_c = -3.41 \pm 6.66j$

其对应的 $K = 6.82$

进而可以求得 $6.82 = 0.5K_f + 3 \quad => K_f = 7.64$

系统的开环传递函数为：$G''(s) = \dfrac{112}{2s(s+3)+7.64s}$

系统的阶跃响应为：



②系统输出对与扰动的开环传递函数为：

$$G_2''(s) = \frac{C(s)}{E_N(s)} = \frac{0.1}{2s^2 + 13.64s}$$

系统闭环的传递函数为：

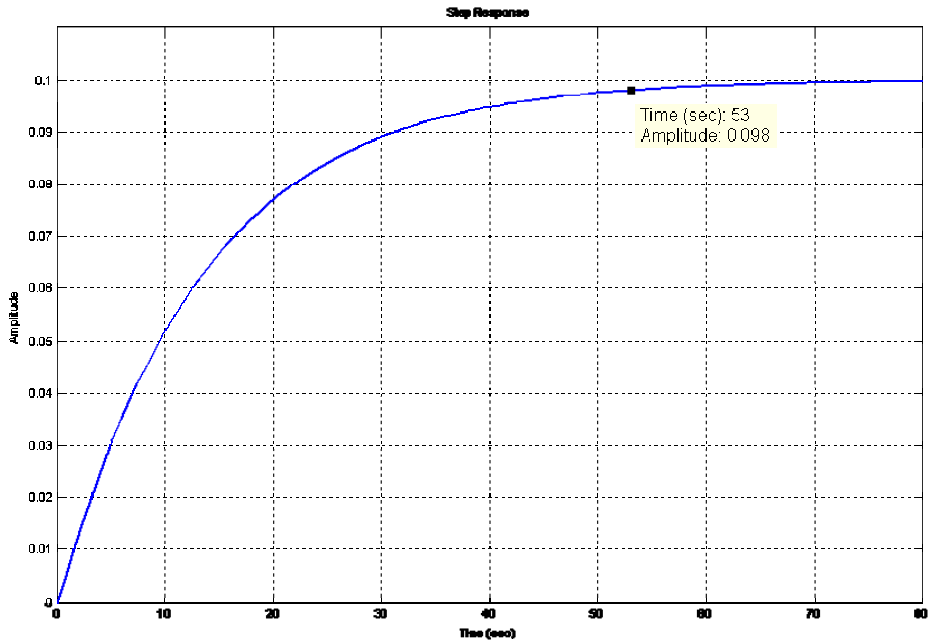
$$G_2'(s)=\frac{0.1}{2s^2+13.64s+1}=\frac{0.1*\sqrt{0.5}^2}{s^2+2\times\frac{6.82}{2\times\sqrt{0.5}}\times\sqrt{0.5}s+\sqrt{0.5}^2}$$

求得 $\varsigma=4.82$， $\omega_n=0.707$

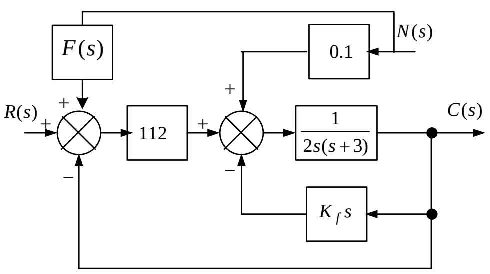
因为是过阻尼，所以不存在超调量。

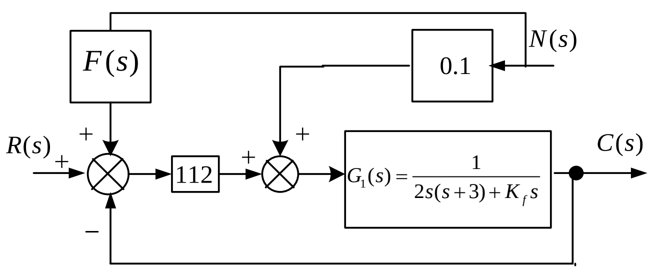
$t_s=53$

系统闭环的阶跃响应如下：



A6-13





解：加上扰动补偿 F(s)，系统输出对于扰动的传递函数为：

$$G_2'''(s)=\frac{C(s)}{N(s)}=\frac{(0.1+112F(s))G_1(s)}{1+112G_1(s)}$$

要消除扰动对输出的影响，则 $(0.1+112F(s))G_1(s)=0\Rightarrow 0.1+112F(s)=0$

$F(s)=-1/1120$

B6-1

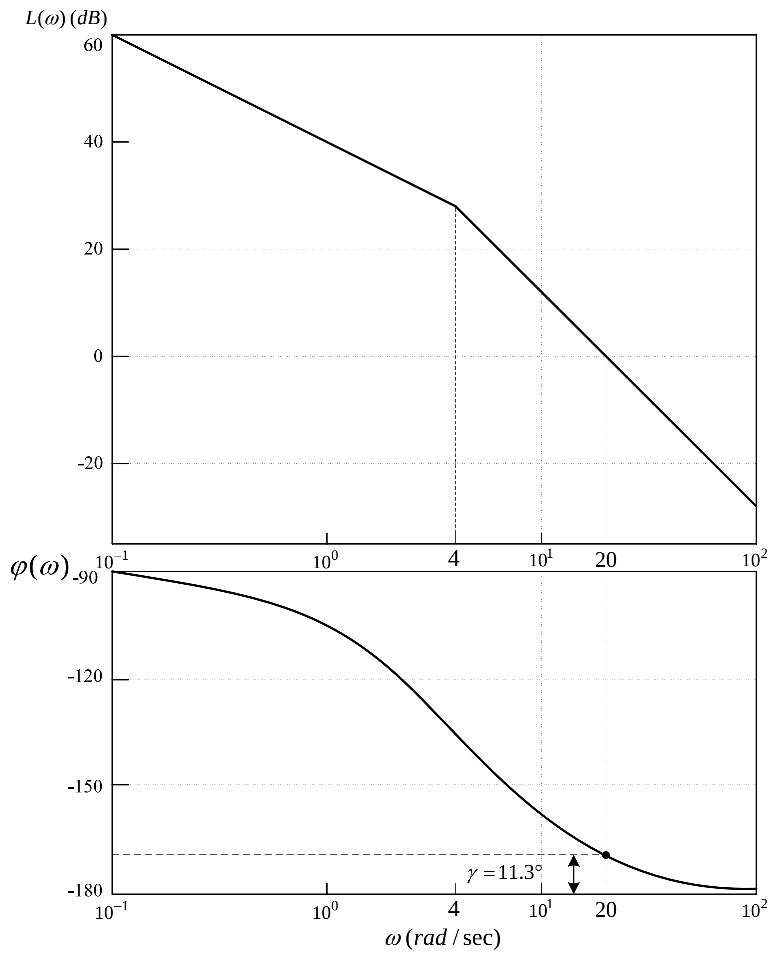
解：原系统的开环传递函数为：

$G(s)=\dfrac{40}{s(s+4)}$

为了满足稳态条件，先加上增益 10 的环节并将加上增益环节后的系统作为新的原系统，调整后的原系统的开环传递函数为：

$G'(s)=\dfrac{400}{s(s+4)}$

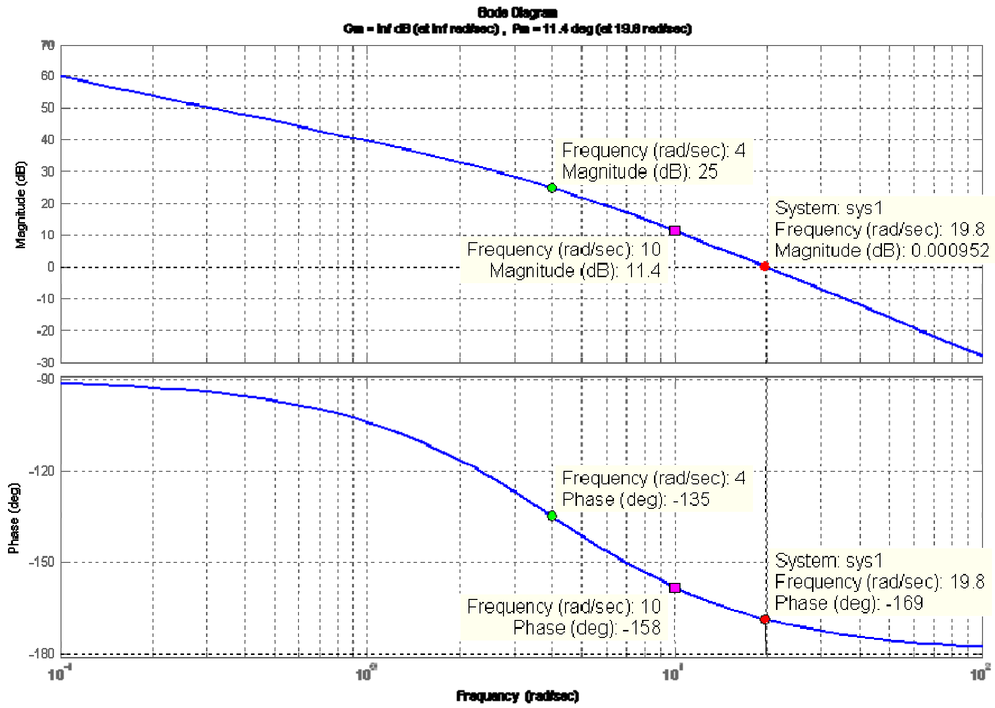
①使用工程方法绘制系统 bode 图



增益剪切频率为：$\omega_{c0}=20rad/\sec$，可以得到原系统的相位裕量为：$\gamma=180^\circ-90^\circ-\tan^{-1}(20/5)=11.3^\circ$

此外，也可以使用 MATLAB 画出其 bode 图：

可以得到原系统的相位裕量为：$\gamma=11^\circ$ ，增益剪切频率为：$\omega_{c0}=19.8rad/\sec$



（1）在第一种情况下，要求剪切角频率 $\omega_c = 10 rad/\sec$，此时由于 $\omega_c < \omega_{c0}$，无法仅仅使用超前校正。而且虽然滞后校正可以减小剪切角频率，同时在剪切角频率 $\omega_c = 10 rad/\sec$ 相位裕量 $\gamma = 22^\circ$，所以仅仅使用滞后校正也很难达到要求。所以，使用超前-滞后校正。

设超前-滞后校正为：

$$G_c(s) = \frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\beta}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图，新的剪切角频率 $\omega_c = 10 rad/\sec$，所需的相位超前角 $\phi_m = 45^\circ - 22^\circ + 7^\circ = 30^\circ$ 由超前环节提供。

②确定滞后部分的转角频率。

选择转角频率 $\omega = 1/T_2$ 在新的剪切角频率以下十倍频程处，即 $\omega = 1 rad/\sec$，所以 $T_2 = 1$

在超前部分，最大超前相位角 ϕ_m 有以下方程确定：

$$\sin\phi_m = \frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}} = \frac{\beta-1}{\beta+1} \qquad \text{取 } \beta = 5$$

③确定超前部分的转角频率

从原系统的 bode 图可以看到 $G'(j10) = 12dB$，超前-滞后校正可以产生 $-14dB$ 的幅值。画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-12dB，10rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg5 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为 $\omega = 8 rad/\sec$

④超前-滞后校正为

$$G_c(s) = \frac{(s+8)(s+1)}{(s+40)(s+0.2)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{400(s+8)(s+1)}{s(s+4)(s+40)(s+0.2)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图，新的剪切角频率 $\omega_c=10rad/\sec$，所需的相位超前角 $\phi_m=45^{\circ}-22^{\circ}+7^{\circ}=30^{\circ}$ 由超前环节提供。

②确定滞后部分的转角频率。选择转角频率 $\omega=1/T_2$ 在新的剪切角频率以下十倍频程处，即 $\omega=1rad/\sec$，所以 $T_2=1$

③确定超前部分

最大超前相位角 ϕ_m 有以下方程确定：

$$\sin\phi_m=\frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}}=\frac{\beta-1}{\beta+1} \qquad 取\ \beta=5$$

超前部分确定如下：

从原系统的 bode 图可以看到 $G'(j10)=11.4dB$，超前-滞后校正可以产生 $-14dB$ 的幅值。画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-11.4dB，10rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg5 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为 $\omega=8.4rad/\sec$

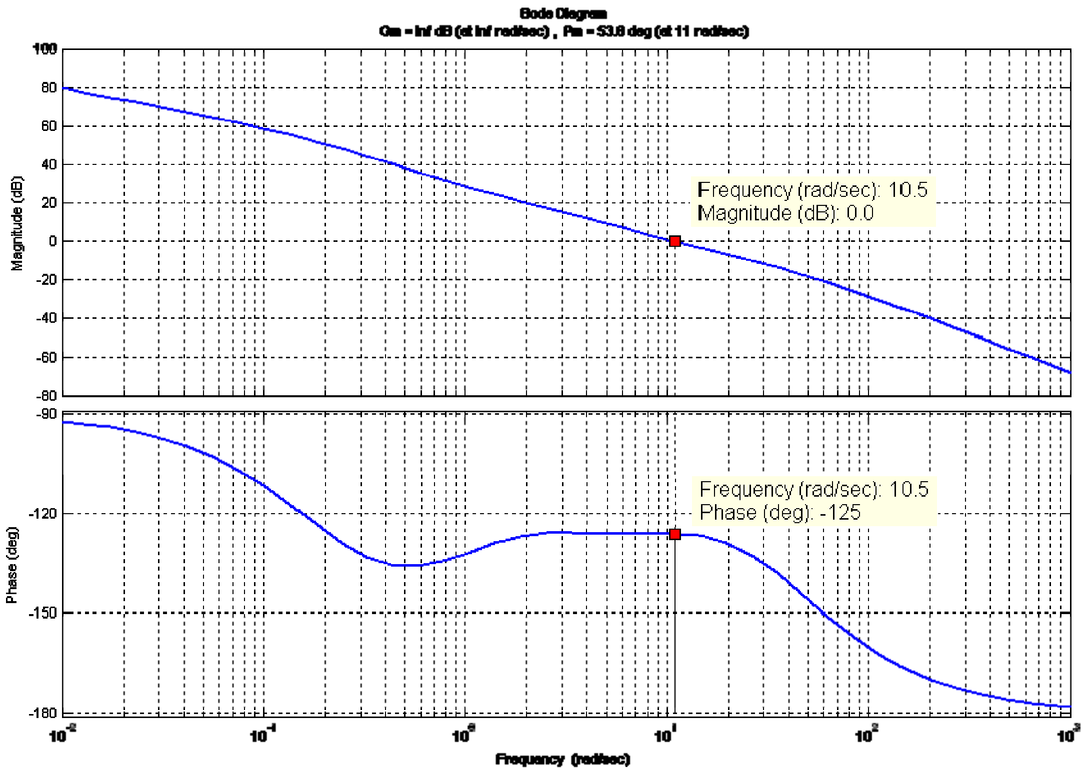
④超前-滞后校正为

$$G_c(s)=\frac{(s+8.4)(s+1)}{(s+42)(s+0.2)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

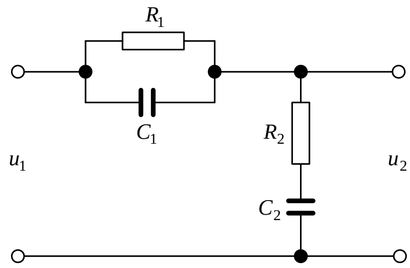
$$G(s)G_c(s)=\frac{400(s+8.4)(s+1)}{s(s+4)(s+42)(s+0.2)}$$

⑤画出校正后的系统的 bode 图：



满足设计要求。

选择元件：



超前滞后环节：

$$G_c(s)=\frac{(\alpha T_1 s+1)(\beta T_2 s+1)}{(T_1 s+1)(T_2 s+1)}=\frac{(1/8.4\cdot s+)(s+1)}{(1/42\cdot s+42)(5s+1)}$$

$\alpha T_1=1/8.4=0.12$，$T_1=1/42=0.024$，$\beta T_2=1$，$T_2=5$

$$R_1C_1+R_1C_2+R_2C_2=T_1+T_2=5.024$$

$$R_1R_2C_1C_2=T_1T_2=0.12$$

$$R_1C_1=\alpha T_1=0.12$$
$$R_2C_2=\beta T_2=1$$
$$\alpha\beta=1$$

计算得到：

$R_1=12$，$R_2=3.08$，$C_1=0.01$，$C_2=0.325$

（2）设滞后环节为：$G_c(s)=\beta\times\dfrac{s+\frac{1}{\beta T}}{s+\frac{1}{T}}$，其开环增益为 1

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图，可以发现在新的剪切角频率 $\omega_c=4rad/\sec$，系统的相位裕量为：$\gamma=46^\circ$，正好满足要求。

②欲使校正后 $L(\omega)$ 曲线在 $\omega=\omega_c$ 穿越 $0dB$ 线，从图上可查到，应使 $20Lg\beta=27.96dB$，则：$\beta=10^{-L(\omega_c)/20}=10^{-1.398}=0.04$

③选取滞后校正网络的零点。令 $\dfrac{1}{\beta T}=0.1\omega_c=0.4$

④相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s)=\beta\times\frac{s+\frac{1}{\beta T}}{s+\frac{1}{T}}=0.04\times\frac{s+0.4}{s+0.016}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{16(s+0.4)}{s(s+4)(s+0.016)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图，可以发现在新的剪切角频率 $\omega_c=4rad/\sec$，系统的相位裕量为：$\gamma=46^\circ$，正好满足要求。

②求 β

欲使校正后 $L(\omega)$ 曲线在 $\omega=\omega_c$ 穿越 $0dB$ 线，从图上可查到，应使 $20Lg\beta=25dB$，则：$\beta=10^{-L(\omega_c)/20}=10^{-0.25}=0.056$

③选取滞后校正网络的零点。令 $\frac{1}{\beta T}=0.1\omega_c=0.4$

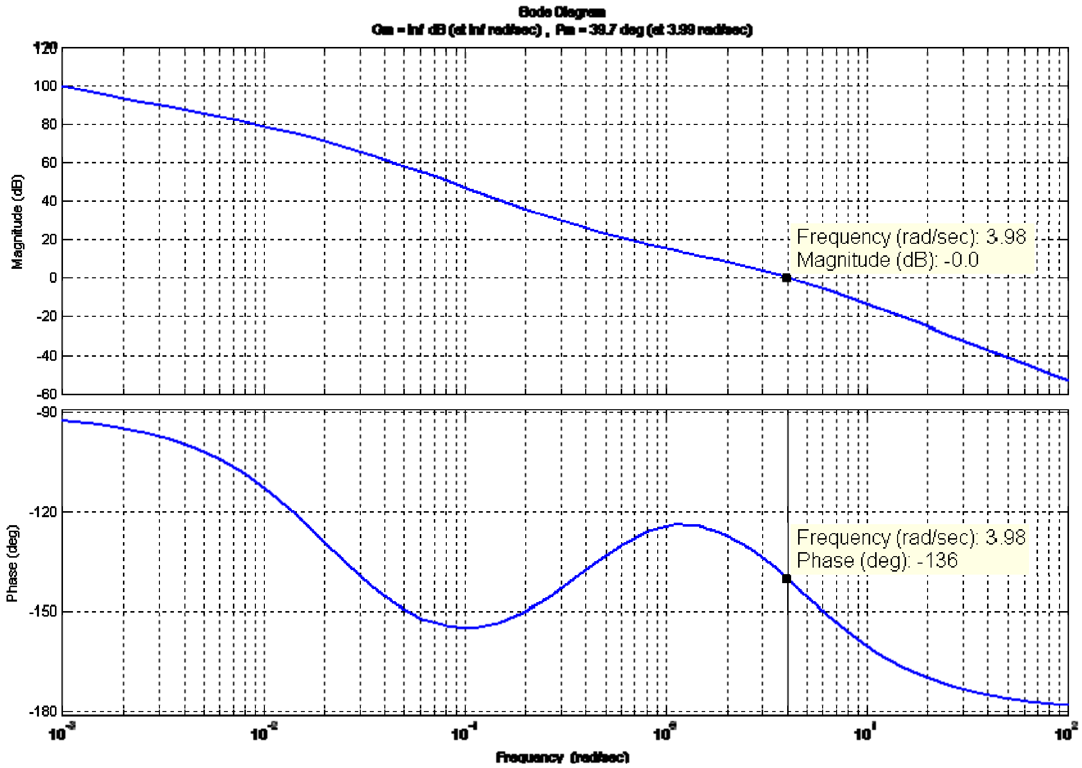
④相位滞后校正网络的传递函数为：

$$G_c(s)=\beta\times\frac{s+\frac{1}{\beta T}}{s+\frac{1}{T}}=0.056\times\frac{s+0.4}{s+0.0224}$$

校正后系统的开环传递函数为：

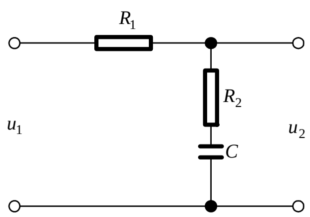
$$G(s)G_c(s)=\frac{22.4(s+0.4)}{s(s+4)(s+0.0224)}$$

⑤绘制校正后的系统的 bode 图：



满足设计要求。

选择元件：



滞后环节：

$$G_c(s)=\frac{(\beta Ts+1)}{(Ts+1)}=\frac{2.5s+1}{44.64s+1}$$

$\beta T=2.5$，$T=44.64$

$(R_1+R_2)C=T=44.64$，$\dfrac{R_2}{R_1+R_2}=\beta=0.056$

计算得到：

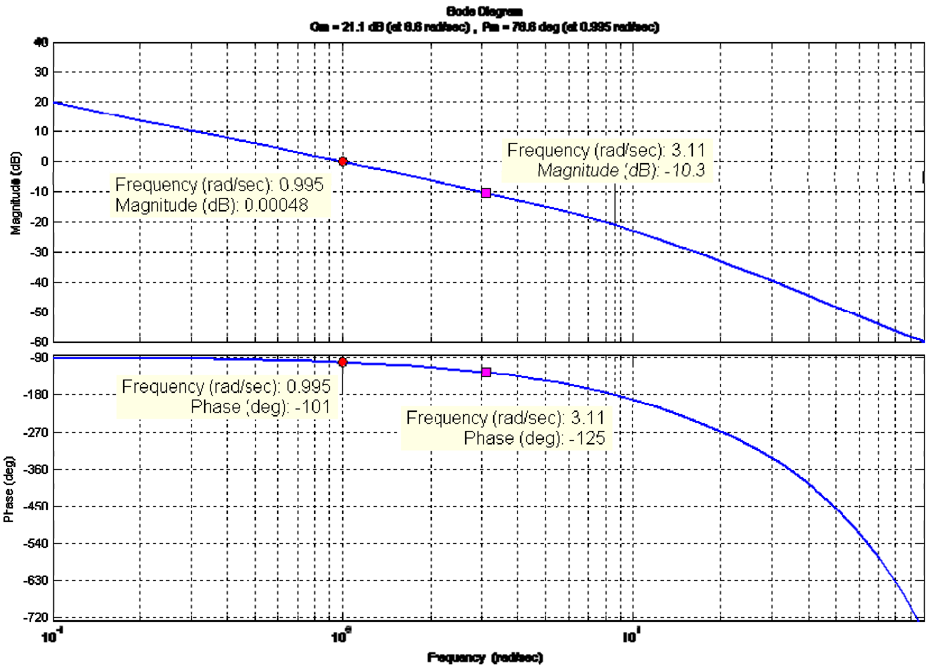
$R_1=42.14$，$R_2=2.5$，$C_1=1$

B6-2

解：①当 K=10 时，系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{10e^{-\tau s}}{s(s+10)}=\frac{10e^{-0.1s}}{s(s+10)}$$

②绘制系统 bode 图：

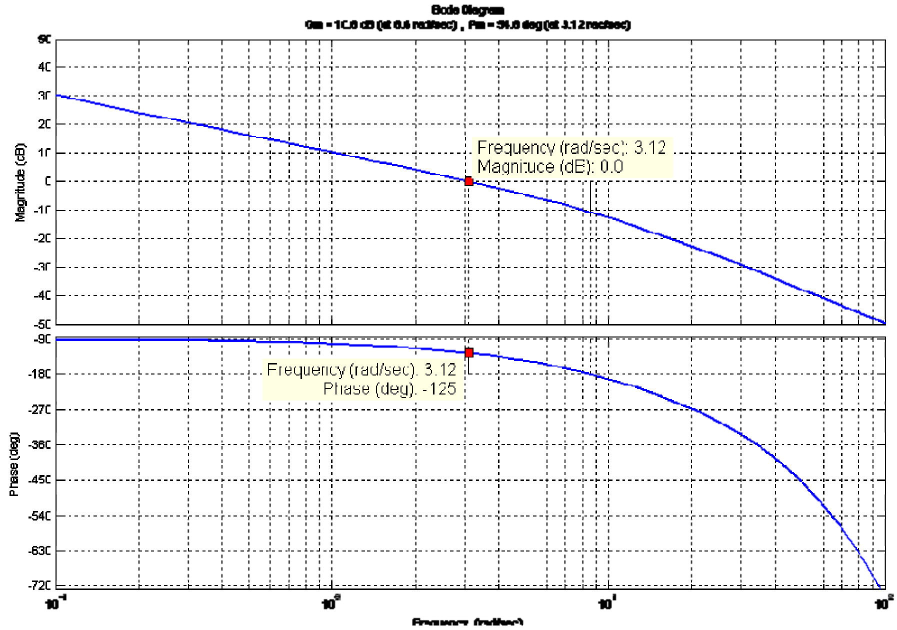


当 K=10 时，相位裕量为：$\gamma=71^{\circ}$；

③当相位裕量为：$\gamma=55^{\circ}$时，对应的频率为：$\omega=3.11rad/\sec$，对应的幅值为：$L(\omega)=-10.3dB$

所以，增加 K，可以使幅值曲线上移，使得新的剪切频率变成$\omega_c=3.11rad/\sec$

$20\lg K-20\lg K'=-10.3dB$，得$K'=3.05$

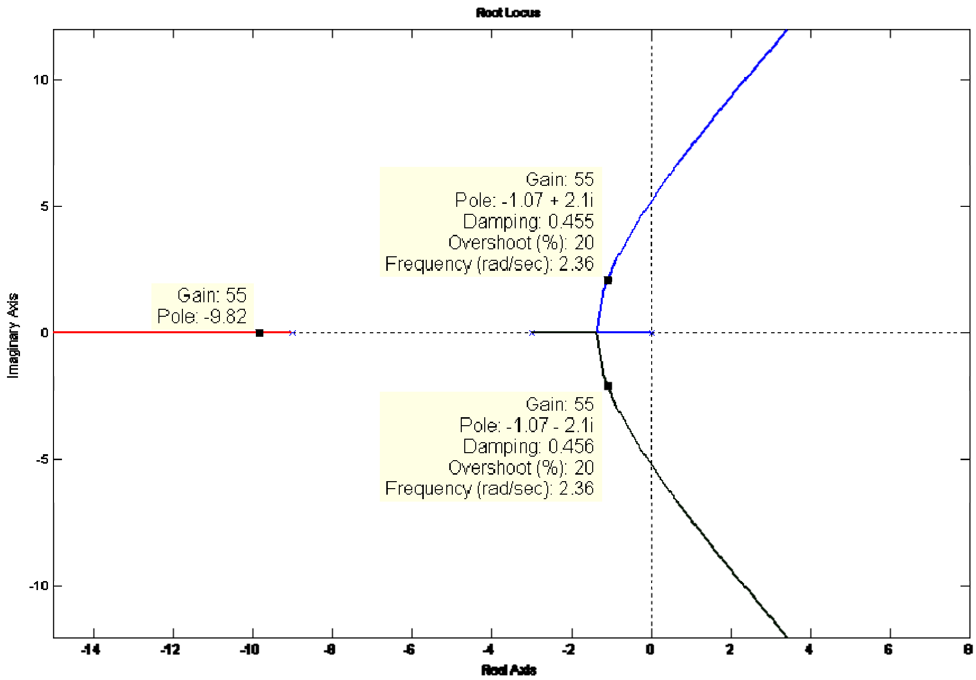


B6-3

解：开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{K_r}{s(s+3)(s+9)}$$

画出系统的根轨迹



（1）要求系统的超调量 $M_p=20\%$，

由 $M_p=e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}}<20\%$，得 $\varsigma=0.456$， $\omega_n=2.36$

在图中找出对应 $\varsigma=0.456$ 的根的位置，其对应根为： $s_c=-1.07\pm2.1j$

其对应的 $K=K_r=55$

（2）开环传递函数为：

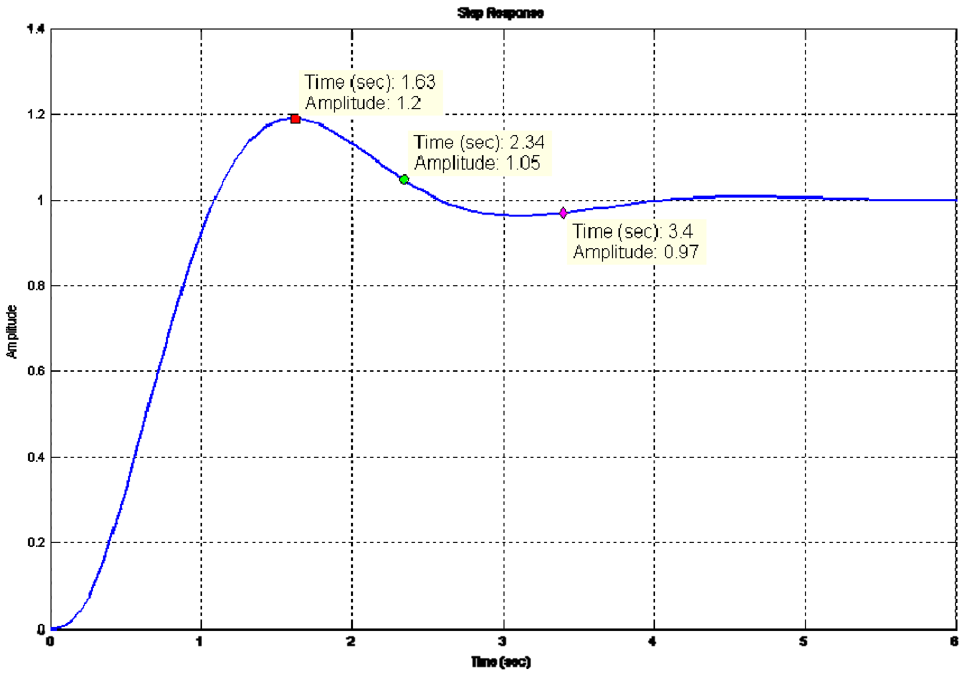
$$G(s)=\frac{55}{s(s+3)(s+9)}$$

系统的速度误差系数 $K_v=\frac{55}{3\times 9}=2.04$

2% 准则的调整时间 $t_{s2\%}=\frac{4}{\varsigma\omega_n}=\frac{4}{1.07}=3.74$

5% 准则的调整时间 $t_{s5\%}==\frac{3}{\varsigma\omega_n}=\frac{3}{1.07}=2.8$

系统的阶跃响应如下：



（3）要求系统的 $K_v=20$，

开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{55}{s(s+3)(s+9)}$$

①根据二阶系统的时域性能指标，有

$M_p=15\%$，$t_s=3.74/2.5=1.5$

$M_p=e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}}<15\%$ $\quad t_s=\frac{4}{\varsigma\omega_n}=1.5$

求得要求校正后系统的 $\varsigma=0.52$，$\omega_n=5.13$。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c=-2.67\pm 4.38j$$

已校正的开环传递函数为：

$$G(s)=K_c\bullet\frac{55}{s(s+3)(s+9)}\bullet\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\beta}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

②求 K_c

要求系统的 $K_v = 20$，所以 $K_c = 20/2.04 = 10$

③求超前校正装置提供的超前相角

超前相角 $\phi = -180^\circ + (121.37^\circ + 85.69^\circ + 34.68^\circ) = 61.74^\circ$。

④确定 T_1，β

$$\frac{|s+\frac{1}{T_1}|}{|s+\frac{\beta}{T_1}|} \bullet |\frac{550}{s(s+3)(s+9)}|_{s=-2.67+4.38j} = 1 \Rightarrow \frac{|s+\frac{1}{T_1}|}{|s+\frac{\beta}{T_1}|} \times 3.17 = 1$$

$$\angle(s+\frac{1}{T_1}) - \angle(s+\frac{1}{\beta T_1}) = 61.74^\circ$$

由图解法，可以求得

$$\frac{1}{T_1} = 3.44, \frac{\beta}{T_1} = 15.87$$

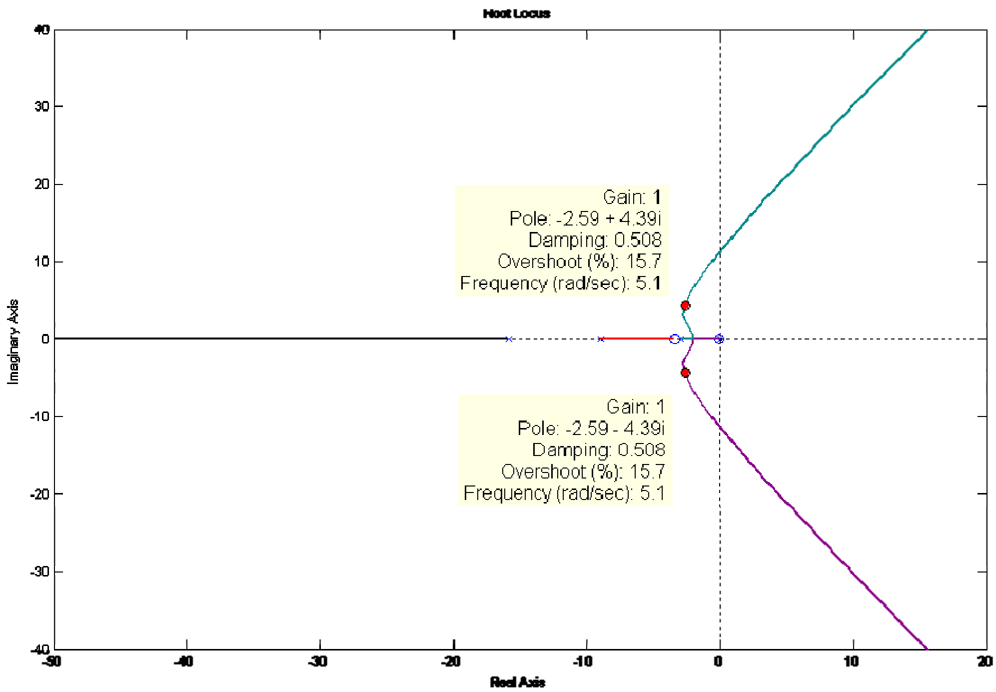
$T_1 = 0.3$，$\beta = 4.61$

令 $\frac{1}{T_2} = 0.1$，则 $\frac{1}{\beta T_2} = \frac{0.1}{4.61} = 0.02$

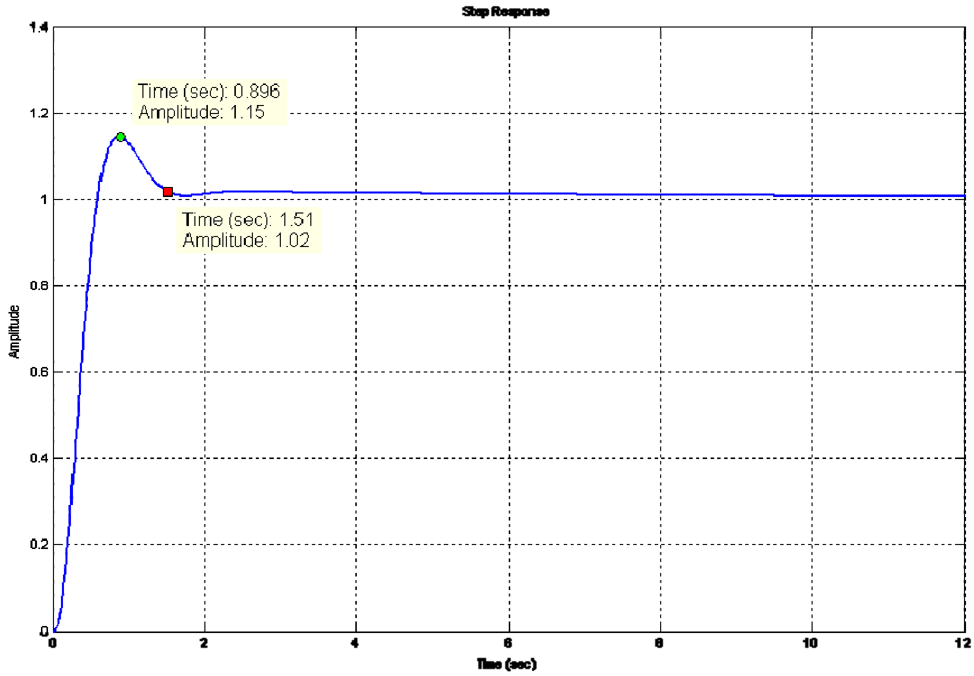
已校正的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{550(s+3.44)(s+0.1)}{s(s+3)(s+9)(s+15.87)(s+0.02)}$$

⑤绘制校正后系统的根轨迹图



⑥系统的阶跃响应



B6-4

解：①求对象的传递函数

由于 $\omega=\sqrt{10}$ 是幅值为-10dB，可以求得剪切频率 ω_c 为

$\dfrac{\lg\omega-\lg\omega_c}{1}=\dfrac{10dB}{20dB}$，得 $\omega_c=\sqrt[4]{10}=1.78$

低频段延长线和 0dB 的交点正好为 ω_c =1.78，所以 $K_1=\omega_c=\sqrt[4]{10}=1.78$。对象的传递函数为：

$$G(s)=\frac{\sqrt[4]{10}}{s(\frac{s}{\sqrt[4]{10}}+1)(\frac{s}{\sqrt{10}}+1)}=\frac{1.78}{s(\frac{s}{1.78}+1)(\frac{s}{3.16}+1)}$$

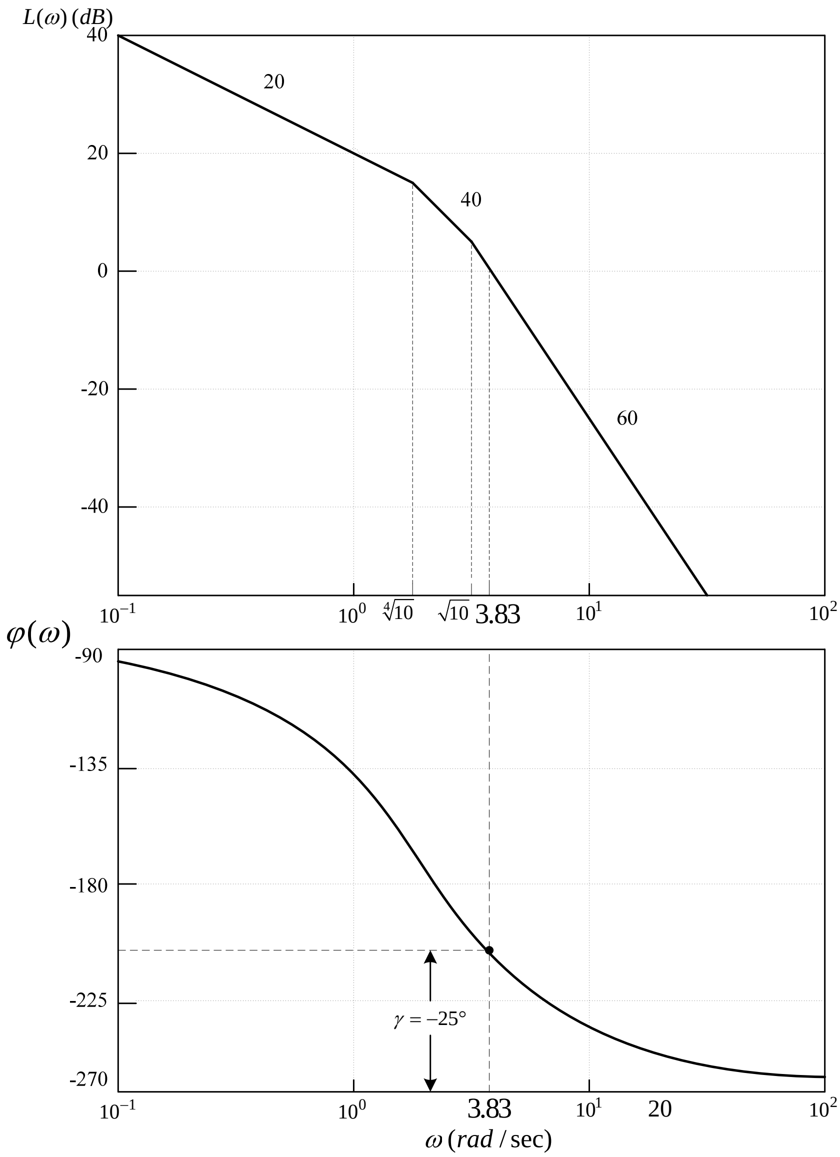
②求得增益环节 K

要求速度误差系数 $K_v=10$，可以求得增益环节 K，即 $K\times1.78=10\to K=5.62$

将增益环节和对象合并为新的对象：

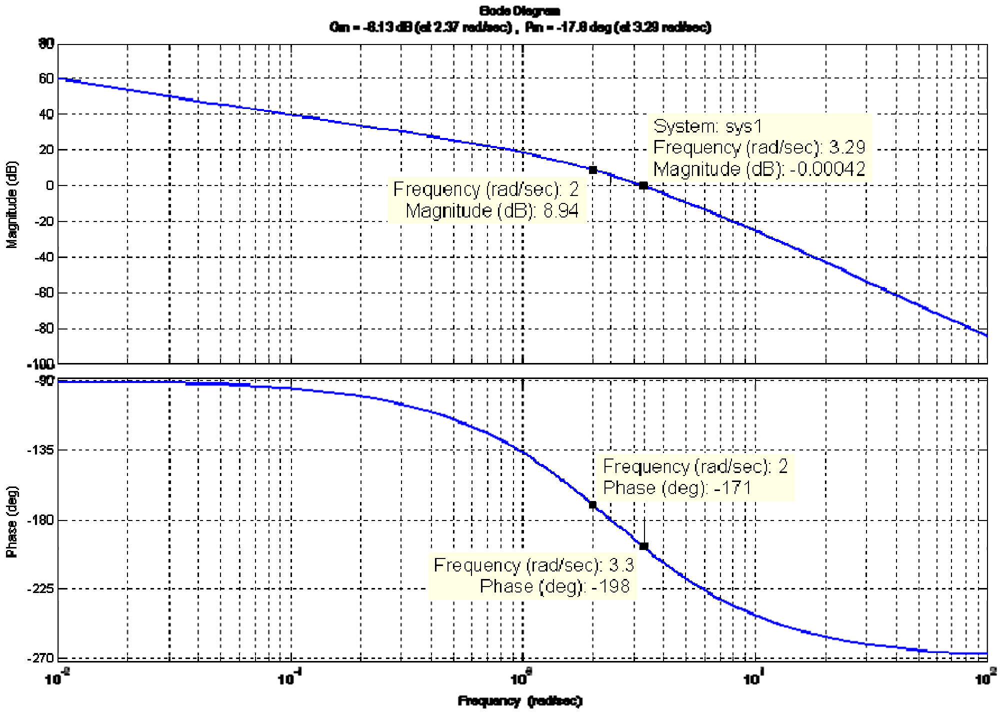
$$G'(s)=\frac{10}{s(\frac{s}{\sqrt{10}}+1)(\frac{s}{\sqrt[4]{10}}+1)}=\frac{56.248}{s(s+1.78)(s+3.16)}$$

③根据工程方法绘制原系统 bode 图：



相位裕量为：$\gamma=-25^{\circ}$，要求相位余量$\gamma\geq 45^{\circ}$

也可以根据 MATLAB 得到的原系统 bode 图：



相位裕量为：$\gamma=-18^{\circ}$，要求相位余量$\gamma\geq 45^{\circ}$

采用超前-滞后校正，设为：

$$G_c(s)=\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\beta}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图，选择新的剪切角频率$\omega_c=2rad/\sec$，此处的相位为$\phi=9^{\circ}$，由超前环节提供的相位超前角$\phi_m=45^{\circ}-9^{\circ}+9^{\circ}=45^{\circ}$。

②确定滞后部分的转角频率。选择转角频率$\omega=\frac{1}{T_2}$在新的剪切角频率以下十倍频程处，即$\omega=0.2rad/\sec$，所以$T_2=5$

③确定超前部分最大超前相位角ϕ_m

$$\sin\phi_m=\frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}}=\frac{\beta-1}{\beta+1}$$ 取$\beta=6$

④确定超前部分

从原系统的 bode 图可以看到$G'(j2)=12.96dB$，超前-滞后校正可以产生$-15.6dB$的幅值。画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-12.96dB，2rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg6 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为$\omega=1.48rad/\sec$

⑤超前-滞后校正为

$$G_c(s)=\frac{(s+1.48)(s+0.2)}{(s+8.88)(s+0.03)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{56.248(s+1.48)(s+0.2)}{s(s+1.78)(s+3.16)(s+8.88)(s+0.03)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图，选择新的剪切角频率 $\omega_c=2rad/\sec$，此处的相位为 $\phi=9^\circ$，由超前环节提供的相位超前角 $\phi_m=45^\circ-9^\circ+9^\circ=45^\circ$。

②确定滞后部分的转角频率。选择转角频率 $\omega=\frac{1}{T_2}$ 在新的剪切角频率以下十倍频程处，即 $\omega=0.2rad/\sec$，所以 $T_2=5$

③确定超前部分最大超前相位角 ϕ_m

$$\sin\phi_m=\frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}}=\frac{\beta-1}{\beta+1}\qquad 取\ \beta=6$$

④确定超前部分

从原系统的 bode 图可以看到 $G'(j2)=8.94dB$，超前-滞后校正可以产生 $-15.6dB$ 的幅值。画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-8.94dB，2rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg6 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为 $\omega=1rad/\sec$

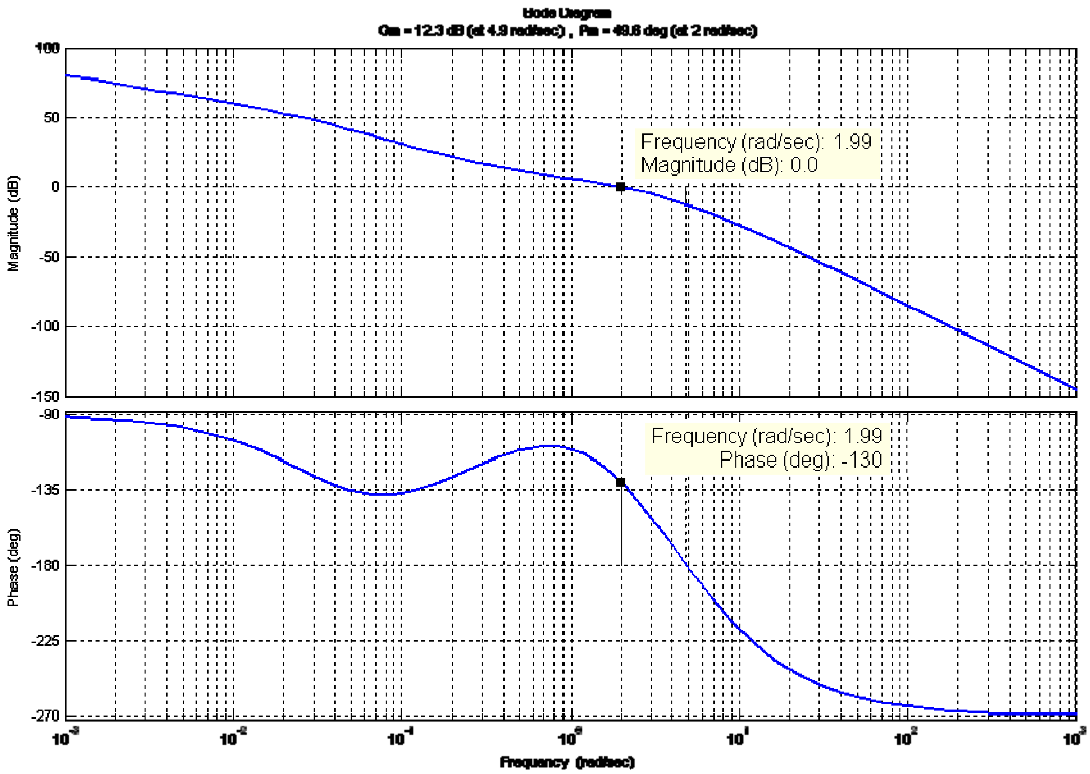
⑤超前-滞后校正为

$$G_c(s)=\frac{(s+1)(s+0.2)}{(s+6)(s+0.03)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{56.248(s+1)(s+0.2)}{s(s+1.78)(s+3.16)(s+6)(s+0.03)}$$

绘制校正后的系统的 bode 图：



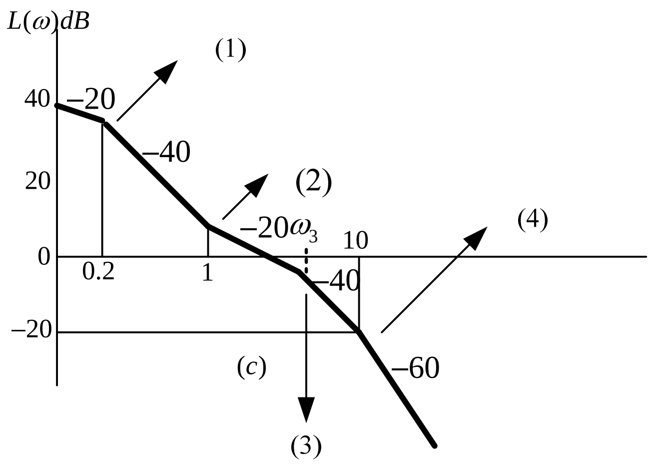
满足设计要求。

B6-5

解：（1） $G(s)$ 的传递函数可以求出为：

$$G(s)=\frac{1}{s(s+1)(0.1s+1)}$$

系统期望开环传递函数：



设期望开环传递函数为：

$$G'(s)=\frac{K_c(s+1)}{s(5s+1)(\frac{s}{\omega}+1)(0.1s+1)}$$

假设拐角（3）处的频率为 ω_3，设期望开环传递函数的开环增益为 K_c。

可以求得在 $\omega_1=0.2$ 即（1）处的幅值为 $L(\omega_1)=20\lg K_c+20\lg 5$

在 $\omega_2=1$ 即（2）处的幅值为 $L(\omega_2)=20\lg K_c-20\lg 5$

在 $\omega_3=\omega$ 即（3）处的幅值为 $L(\omega)=20\lg K_c-20\lg 5-20\lg\omega_3$

在 $\omega_4=10$ 即（4）处的幅值为 $L(\omega_4)=20\lg K_c-20\lg 5+20\lg\omega_3-40$

又在 $\omega_4=10$ 处的幅值为-20dB，所以 $-20=20\lg K_c-20\lg 5+20\lg\omega_3-40$，解得 $K_c\cdot\omega_3=50$

系统期望开环传递函数为：

$$G'(s)=\frac{\frac{50}{\omega_3}(s+1)}{s(5s+1)(\frac{s}{\omega_3}+1)(0.1s+1)}$$

假设 $\omega_3=5$

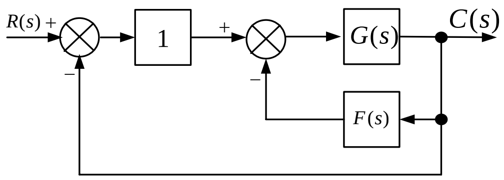
$$G'(s)=\frac{10(s+1)}{s(5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)}$$

（2）令 $F(s)=0$，系统的开环传递函数为

$$G_T(s)=G_c(s)G(s)=G'(s)$$

所以，$$G_c(s)G(s)=\frac{G'(s)}{G(s)}=\frac{\frac{10(s+1)}{s(5s+1)(0.2s+1)(0.1s+1)}}{\frac{1}{s(s+1)(0.1s+1)}}=\frac{10(s+1)^2}{(5s+1)(0.2s+1)}$$

（3） 令 $G_c(s)=1$，系统框图变为：



假设使用速度微分反馈 $F(s)=\dfrac{1+T_c s}{K_c T_c s^2+1}$

局部闭环的开环传递函数为：

$$G(s)F(s)=\frac{K_1K_cT_cs}{(T_ms+1)(T_cs+1)(T_1s+1)}$$

它于 0dB 有两个交点，分别在 $\omega_1=\dfrac{1}{T_1}$ 和 $\omega_2=\dfrac{1}{T_m'}$

因为 $F(s)$ 可以等效为一个串联校正环节，

$$F_{等}(s)=\frac{(T_ms+1)(T_cs+1)}{(T_1s+1)(T_m's+1)}$$

令它等效于 $G_c(s)$

即 $\dfrac{10(s+1)^2}{(5s+1)(0.2s+1)}=\dfrac{(T_ms+1)(T_cs+1)}{(T_1s+1)(T_m's+1)}$ 其中 $(T_1>T_m')$

求得 $T_m=1$，$T_c=1$，$T_1=1$，$T_m'=0.2$，$K_c=\dfrac{\omega_2T_m}{K_1}=\dfrac{T_m/T_m'}{K_1}=\dfrac{1/0.2}{1}=5$

所以，$F(s)=\dfrac{1+s}{5s^2+1}$

B6-6

解：（1）系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{8}{s(0.05s+1)(2s+1)}$$

要求系统的 $K_v=80$，$M_p=16\%$，$t_s=1.65$

①根据二阶系统的时域性能指标，有

$$M_p=e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}}<16\% \quad t_s=\frac{4}{\varsigma\omega_n}=1.65$$

求得要求校正后系统的 $\varsigma=0.5$，$\omega_n=4.75$。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c=-2.375\pm4.11j$$

②设计超前-滞后校正：

$$G_c(s)=K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

已校正的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}\cdot\frac{8}{s(0.05s+1)(2s+1)}$$

③求超前校正装置提供的超前相角

$$\phi=-180^\circ+(112.33^\circ+13.13^\circ+114.52^\circ)=68^\circ$$

利用图解法可以解得：

$\frac{1}{T_1}=2.088, \frac{\alpha}{T_1}=10.802$

④根据幅值条件确定 K_c

$$\left|K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})}\cdot\frac{8}{s(0.05s+1)(2s+1)}\right|_{s_c=-2.375\pm 4.11j}=1$$

$K_c=11.0375$

⑤选择滞后部分零极点

要求系统的 $K_v=80$， $\frac{8K_c\beta}{\alpha}=80\to\beta=4.687$

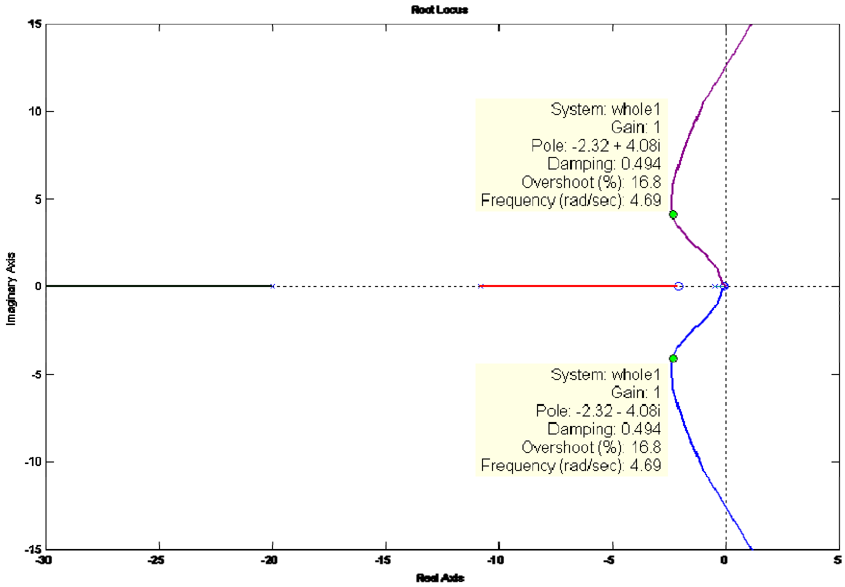
选取 T_2 足够大，令 $T_2=10$

所以， $\frac{1}{T_2}=0.1, \frac{1}{\beta T_2}=0.021$

⑥已校正的开环传递函数为

$$G(s)G_c(s)=\frac{88.3\cdot(s+2.088)(s+0.1)}{s(0.05s+1)(2s+1)(s+10.802)(s+0.021)}$$

⑦校正后系统的根轨迹图



主导极点参数非常接近要求。

（2）速度误差系数 $K_v = 80$，所以 $K_c = 80/8 = 10$。

①根据二阶系统的时域性能指标，有

超调量 $M_p \le 16\%$，按 2% 准则的调节时间 $t_s \le 1.65s$

将时域指标换算为频域指标。由公式

$$\gamma = \arctan \frac{2\xi}{\sqrt{\sqrt{1+4\xi^4} - 2\xi^2}}$$

$$t_s = \frac{\pi}{\omega_c}[2 + 1.5(M_r - 1) + 2.5(M_r - 1)^2] \le 1.65s$$

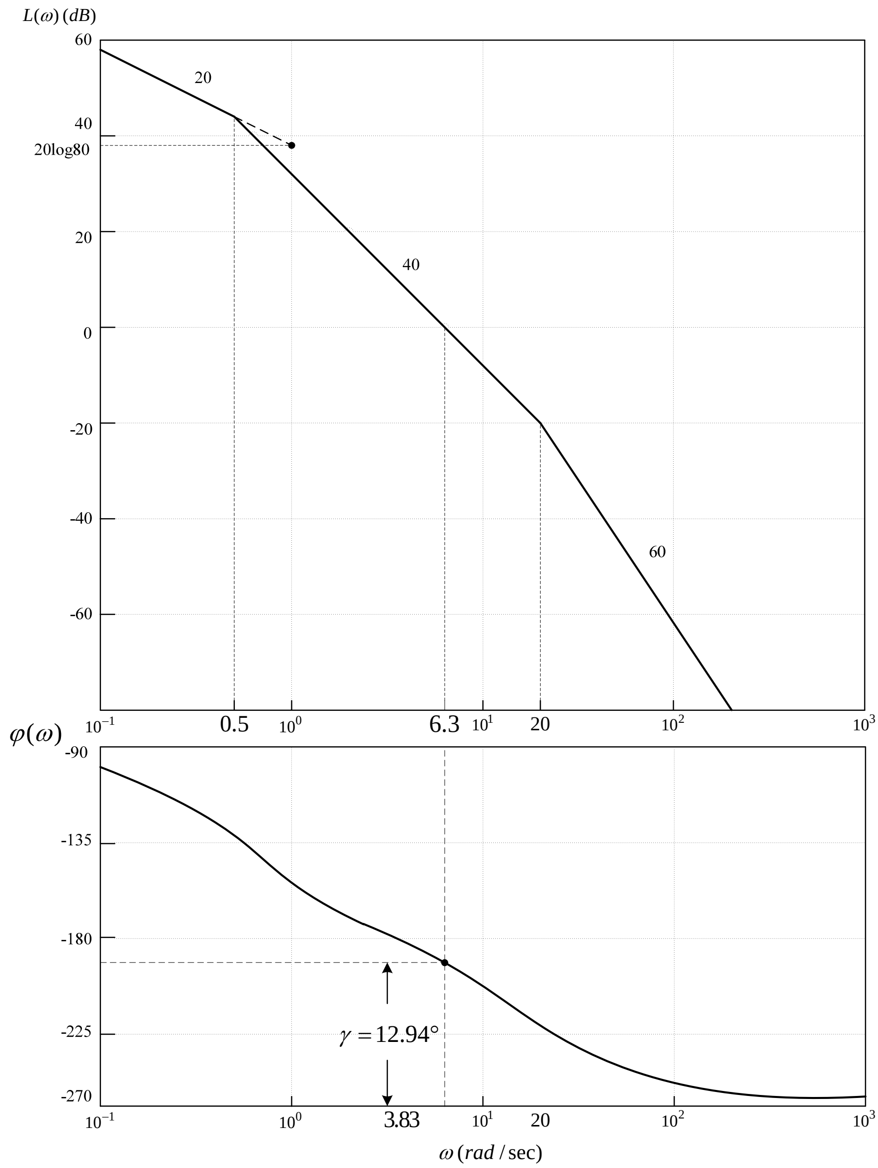
解得 $\gamma \ge 52°$

$t_s = \frac{2\pi}{\omega_c} \le 1.65s$，所以 $\omega_c \ge 3.8$

②系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{80}{s(0.05s+1)(2s+1)}$$

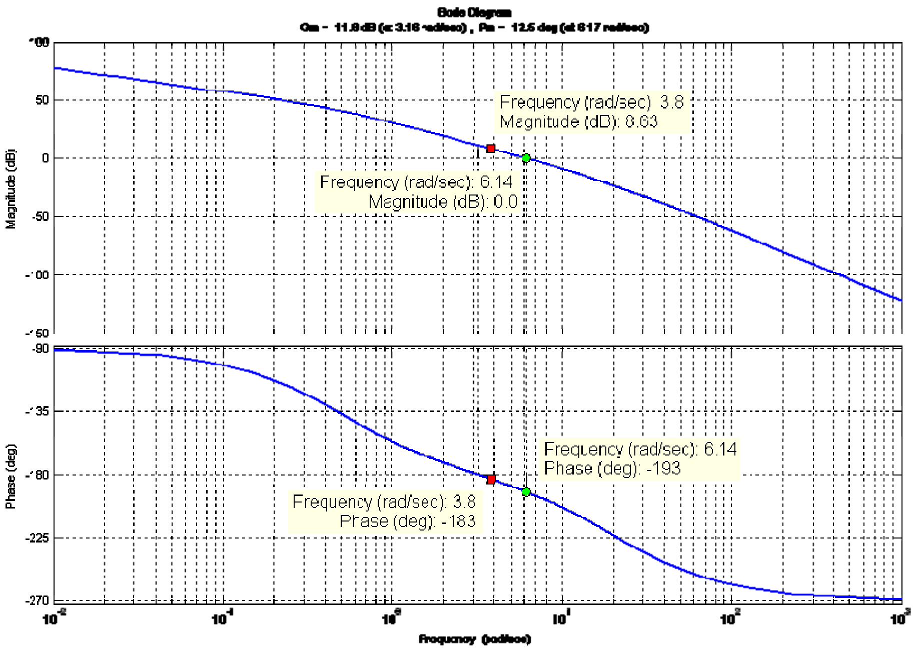
③根据工程方法绘制原系统 bode 图



系统的增益剪切频率为 6.3rad/sec，相位裕量：

$$\gamma = 180^{\circ} - 90^{\circ} - \tan^{-1}(0.05 \cdot 6.3) - \tan^{-1}(2 \cdot 6.3) = 12.94^{\circ}$$

也可以根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图：



系统的增益剪切频率为 8.63rad/sec，相位裕量 $\gamma \geq -13°$

④设超前-滞后校正为：

$$G_c(s)=\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\beta}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

法一：①根据工程方法得到的原系统 bode 图，新的剪切角频率 $\omega_c = 3.8 rad/\sec$，在新的剪切频率对应的相位裕量 $\gamma \geq -3°$，所需的相位超前角 $\phi_m = 52° + 3° + 10° = 65^\circ$ 由超前环节提供。

②确定滞后部分的转角频率。选择转角频率 $\omega = \frac{1}{T_2}$ 在新的剪切角频率以下十倍频程处，即 $\omega = 0.38 rad/\sec$，所以 $T_2 = 2.63$

③确定超前部分最大超前相位角 ϕ_m：

$$\sin\phi_m = \frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}} = \frac{\beta-1}{\beta+1}$$ 取 $\beta = 19$

④确定超前部分：

从原系统的 bode 图可以看到 $G'(j3.8) = 8.77dB$，超前-滞后校正可以产生 $-25.58dB$ 的幅值。画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-8.77dB，10rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg19 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为 $\omega = 0.55 rad/\sec$

⑤超前-滞后校正为

$$G_c(s)=\frac{(s+0.55)(s+0.38)}{(s+10.45)(s+0.0375)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=\frac{80(s+0.55)(s+0.38)}{s(0.05s+1)(2s+1)(s+10.45)(s+0.0375)}$$

法二：①根据 MATLAb 得到的原系统 bode 图，

新的剪切角频率 $\omega_c = 3.8 rad/\sec$，在新的剪切频率对应的相位裕量 $\gamma \geq -3°$，所需的相位超前角 $\phi_m = 52° + 3° + 10° = 65°$ 由超前环节提供。

②确定滞后部分的转角频率。选择转角频率 $\omega = \frac{1}{T_2}$ 在新的剪切角频率以下十倍频程处，即 $\omega = 0.38 rad/\sec$，所以 $T_2 = 2.63$

③确定超前部分最大超前相位角 ϕ_m

$$\sin\phi_m = \frac{1-\frac{1}{\beta}}{1+\frac{1}{\beta}} = \frac{\beta-1}{\beta+1}$$ 取 $\beta = 19$

④确定超前部分

从原系统的 bode 图可以看到 $G'(j3.8) = 8.63dB$，超前-滞后校正可以产生 $-25.58dB$ 的幅值。

画一条斜率为 20dB/10 倍频，且通过（-8.63dB，10rad/sec）点的直线。该直线与 0db 以及-20lg19 的交点，就确定了所要求的转角频率。可以得到超前部分的转角频率为 $\omega = 0.54 rad/\sec$

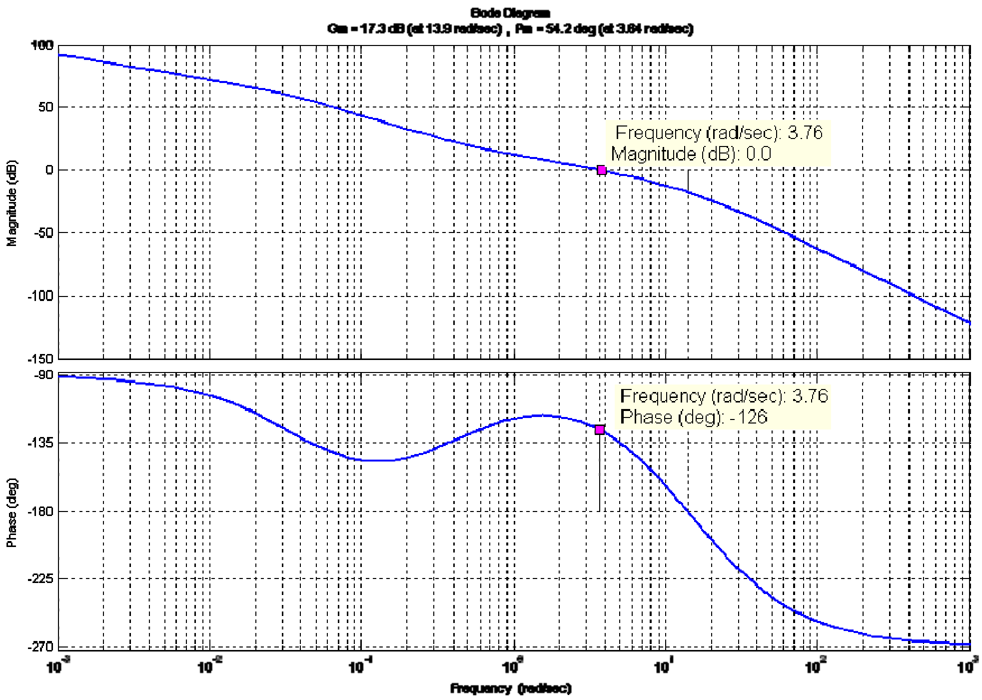
⑤超前-滞后校正为

$$G_c(s) = \frac{(s+0.54)(s+0.38)}{(s+10.26)(s+0.0375)}$$

校正后系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{80(s+0.54)(s+0.38)}{s(0.05s+1)(2s+1)(s+10.26)(s+0.0375)}$$

⑥绘制校正后的系统的 bode 图：



B6-7

解：（1）①经 PI 控制，系统的开环传递函数为：

$$G(s)=(K_P+\frac{K_I}{s})(\frac{0.005}{s(0.1s+1)(0.05s+1)})=\frac{0.005(K_Ps+K_I)}{s^2(0.1s+1)(0.05s+1)}$$

显然系统的对速度输入的稳态误差为零。

②假设 $K_{\mathrm{I}}=1$

系统的特征方程为：

$$s^2(0.1s+1)(0.05s+1)+0.005K_ps+0.005=0$$

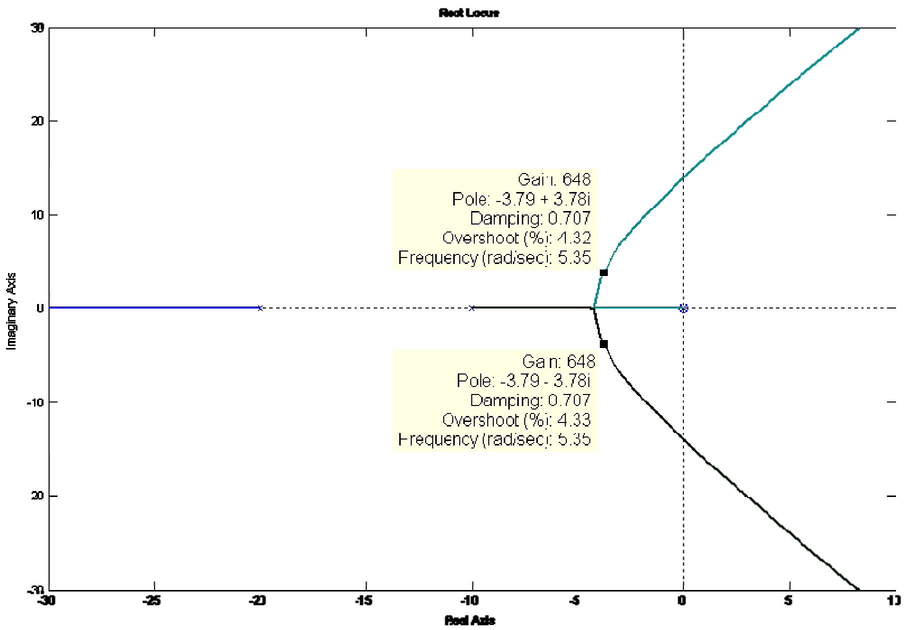
于是特征方程变为：

$$\frac{1}{200}s^4+\frac{3}{20}s^3+s^2+\frac{1}{200}K_ps+\frac{1}{200}=0\Rightarrow s^4+30s^3+200s^2+K_ps+1=0$$

令 $K=K_p$

则特征方程变为： $1+\frac{Ks}{s^4+30s^3+200s^2+1}=0$ ························（*）

③画出由（*）式给出的系统的根轨迹



找出对应的阻尼比 $\varsigma=0.707$ 的主导极点位置，其对应的增益为 $K=K_p=648$

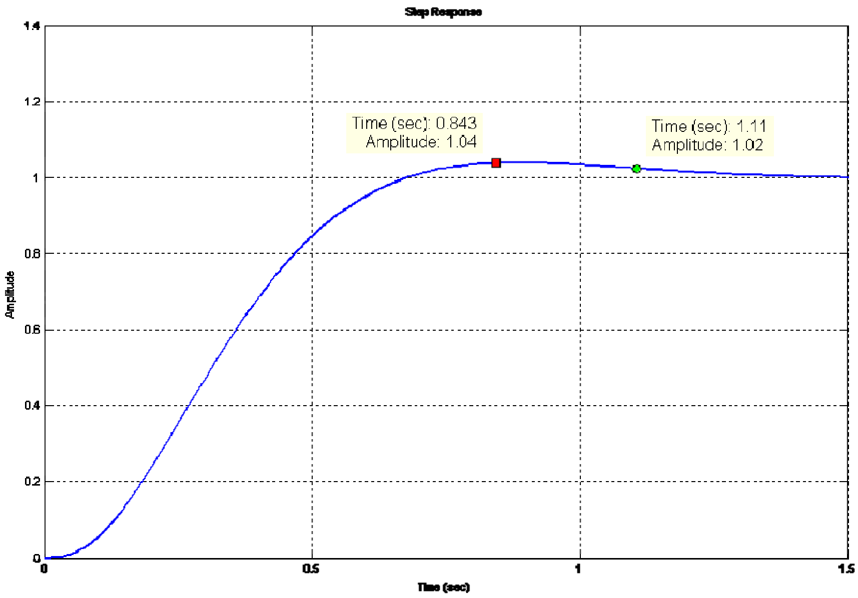
（2）调节时间：

2%误差标准： $t_{s2\%}=\frac{4}{\varsigma\omega_n}=\frac{4}{0.707\times5.35}=1.0575$

峰值时间：

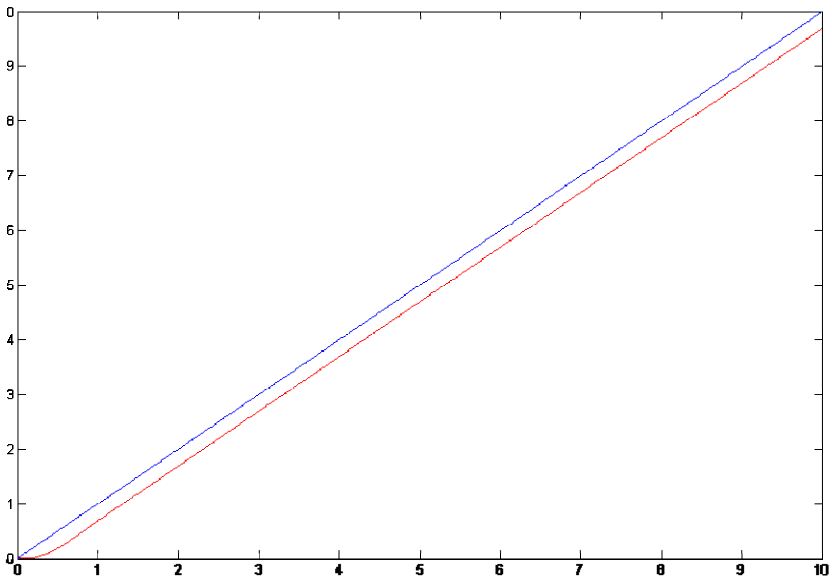
$$t_p=\frac{\pi}{\omega_d}=\frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\varsigma^2}}=\frac{4}{0.707\times5.35}=0.8303$$

系统的阶跃响应如下：



（3）单位速度输入的响应：

t=0:0.01:10



如果选取 t=0:0.01:100，可以发现输出几乎和输入一样，说明对于速度输入，系统的调整时间相当的长。

B6-8

解：①求 K

系统的开环传递函数为：

$$G(s)=\frac{K(s+4)}{s(s+1)(s+3)(s^2+4s+8)}$$

要求稳态速度误差小于 5%，即系统的 $K_v=20$，所以 $4K/3\times 8=20\rightarrow K=120$

②根据二阶系统的时域性能指标，有

超调量 $M_p\leq 10\%$，按 5% 准则的调节时间 $t_s\leq 10s$ 。

$$M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 10\% \qquad t_s = \frac{3}{\varsigma\omega_n} = 10$$

求得要求校正后系统的 $\varsigma = 0.59$，$\omega_n = 0.5$。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c = -0.295 \pm 0.4j$$

原系统的开环传递函数为：$G(s) = \dfrac{120(s+4)}{s(s+1)(s+3)(s^2+4s+8)}$

③计算相位超前量

$$\phi = 6.16° - 126.4° - 29.57° - 8.41° - 11.4° = -169.657°$$

④使用滞后校正，提供的滞后相角为：$\phi = -180° + 169.657° = -10.343°$

假设滞后校正如下：

$$G_c(s) = K_c \frac{(s+z_c)}{(s+z_c/\beta)}$$

⑤假设 $z_c = 0.4$

根据相角的条件：$(\angle(s+1) - \angle(s+1/\beta))|_{s=-0.295\pm0.4j} = -10.343° \to 75.292° - \tan^{-1}(\dfrac{0.4}{1/\beta - 0.4}) = -10.343°$

解得 $\beta = 1.23$，再根据幅值条件

$|G(s)G_c(s)| = \dfrac{|120K_c|\cdot|s_c+4|\cdot|s_c+0.4|}{|s_c|\cdot|s_c+1|\cdot|s_c+3|\cdot|s_c{}^2+4s_c+8|\cdot|s_c+0.325|}|_{s=-0.295+0.4j} = 1$，得 $K_c = 0.0164$

由于要求速度误差系数 $K_v = 20$，所以再加入一个滞后环节，用于加强稳态指标，同时尽量保持主导极点的位置。其传递函数如下：

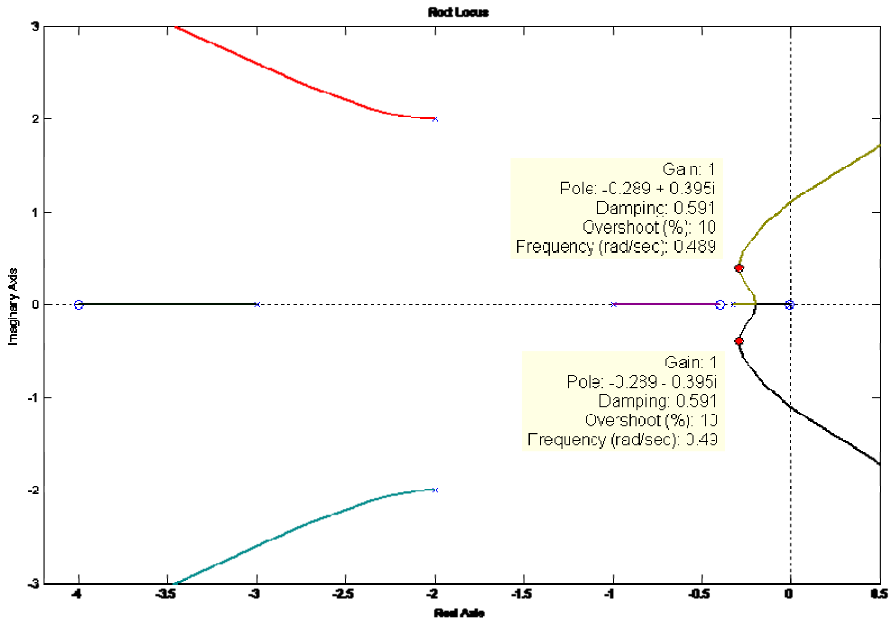
$$G_{c2}(s) = \frac{(s+\frac{1}{T})}{(s+\frac{1}{\beta_2 T})}$$

令 $\dfrac{1}{T} = 0.1$，根据 $K_c\beta\beta_2 = 1 \to \beta_2 = 49.57$

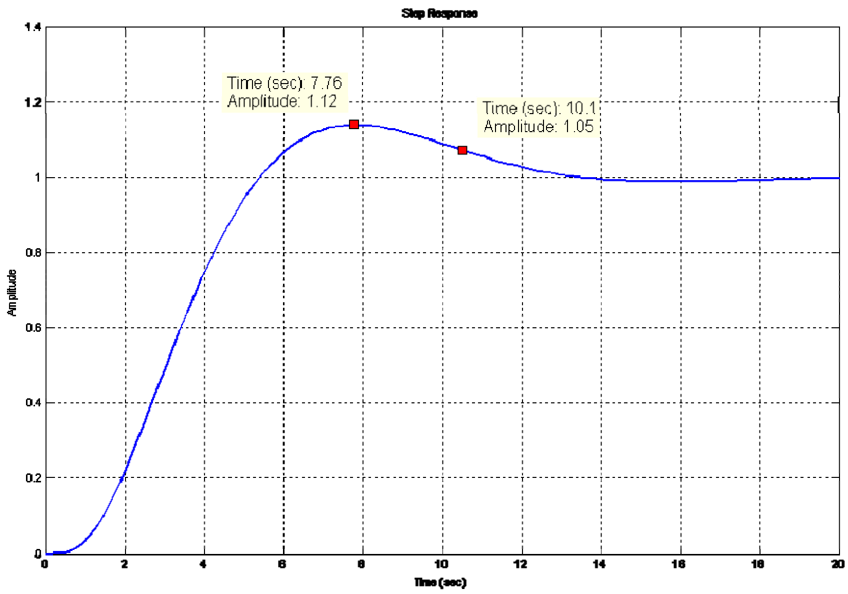
⑥校正以后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s)G_{c2}(s) = \frac{1.968(s+4)(s+0.4)(s+0.1)}{s(s+1)(s+3)(s^2+4s+8)(s+0.325)(s+0.002)}$$

⑦绘制校正后系统的根轨迹图



⑧系统的阶跃响应



C6-1

解：①系统的传递函数为：

$$G(s)=\frac{\Theta(s)}{U_g(s)}=\frac{K_pK_sK_m}{(L_dJs^2+(R_dJ+bL_d)s+(K_eK_m+R_db)+K_pK_sK_mK_{fs}K_fs}$$

$$=\frac{10\times5\times0.84}{(0.0036\times0.011s^2+(1.36\times0.011+0.27\times0.0036)s+(0.84\times0.84+1.36\times0.27)+42\times0.1\times0.2s}$$

$$=\frac{42}{0.0000396s^2+0.015932s+1.0728+0.84s}$$

$$=\frac{42}{0.0000396s^2+0.855932s+1.0728}$$

②根据二阶系统的时域性能指标，有

超调量 $M_P \le 0.05$，按 2% 准则的调节时间 $t_s \le 0.1s$ 。

$$M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 5\% \quad t_s = \frac{4}{\varsigma\omega_n} = 0.1$$

求得要求校正后系统的 $\varsigma = 0.69$ ， $\omega_n = 57.96$ 。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c = -40 \pm 41.95j$$

③经 PI 控制，系统的开环传递函数为：

$$G(s) = (K_P + \frac{K_I}{s})(\frac{42}{0.0000396s^2 + 0.855932s + 1.0728})$$
$$= \frac{42(K_P s + K_I)}{s(0.0000396s^2 + 0.855932s + 1.0728)}$$

④系统的特征方程为：

$$s(0.0000396s^2 + 0.855932s + 1.0728) + 42(K_P s + K_I) = 0$$

于是特征方程变为：

$$0.0000396s^3 + 0.855932s^2 + (1.0728 + 42K_P)s + K_I = 0$$

令 $K_I = 0.0000396K$

则特征方程变为： $1 + \frac{K_I}{0.0000396s^3 + 0.855932s^2 + (1.0728 + 42K_P)s} = 0$ ……………………（*）

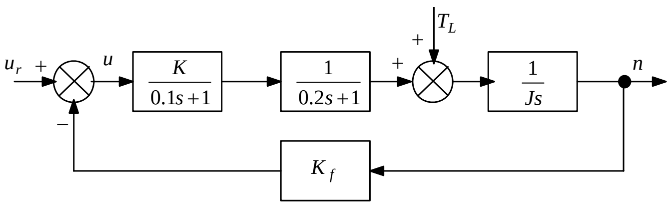
$$1 + \frac{K}{s^3 + 21614.44s^2 + (27090.91 + 1060606.061K_P)s} = 0$$

要求速度误差系数不小于 $0.5s^{-1}$，即系统的 $K_v = 0.5$，所以

$$27090.91 + 1060606.061K_P = 0.5 \rightarrow K_p = 0.02554$$

⑤画出由（*）式给出的系统的根轨迹

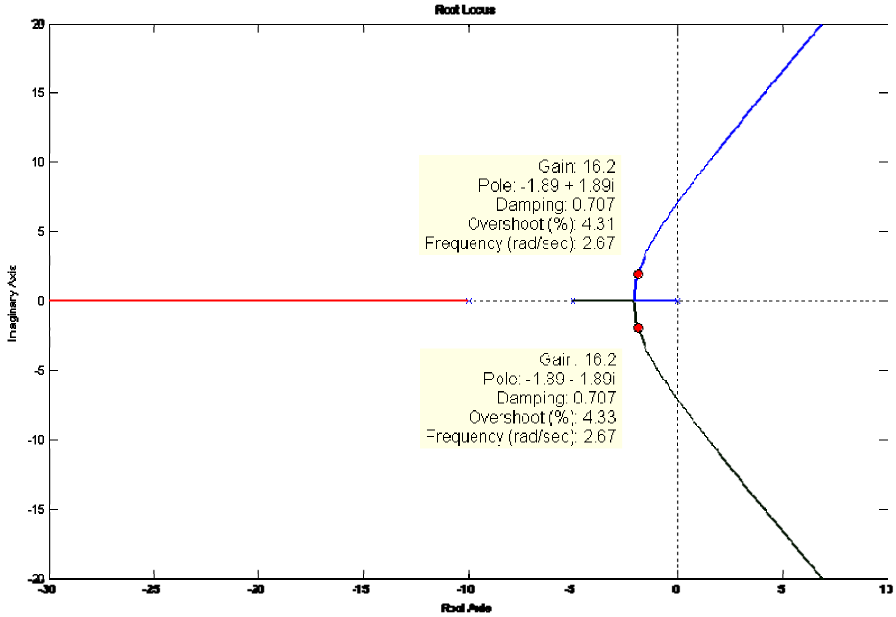
C6-2



解：（1）系统的特征方程：

$$\frac{K}{0.1s+1} \cdot \frac{1}{0.2s+1} \cdot \frac{1}{Js} \cdot K_f + 1 = 0 \text{ 即 } \frac{K_f}{s(s+10)(0.2s+1)} + 1 = 0$$

绘制根轨迹：



求得要求校正后系统的$\varsigma = 0.707$。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c = -1.89 \pm 1.89i$$

$$K_f = 16.2$$

（2）①系统对于输入的闭环传递函数为：

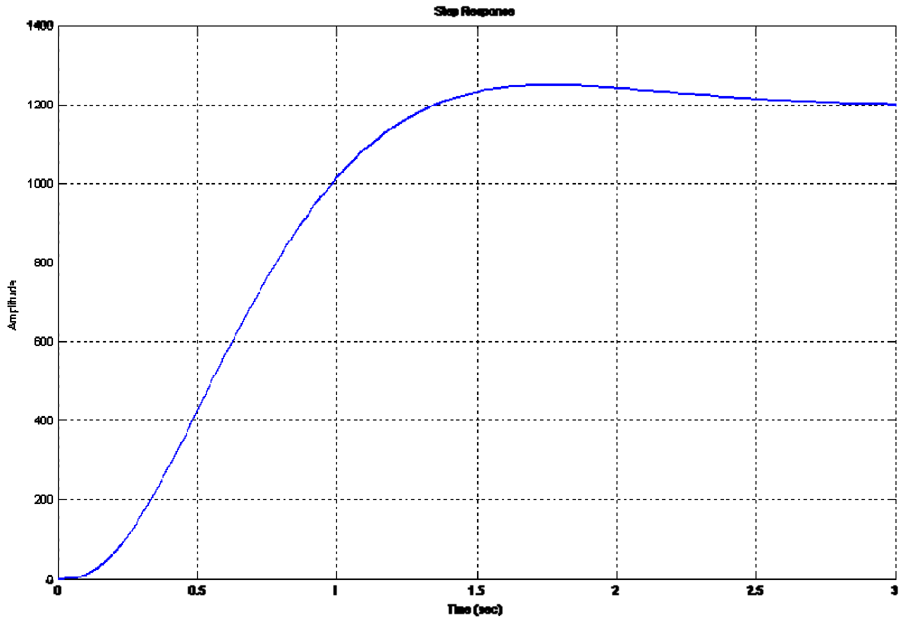
$$M(s) = \frac{N(s)}{U_r(s)} = \frac{1}{s(s+10)(0.2s+1)+16.2} = \frac{1}{0.2s^3+3s^2+10s+16.2}$$

②系统的输出$n(s)$对于单位阶跃响应（$U_r(s)=1$）的稳态值为：

$$\lim_{s\to 0} = s \cdot \frac{1}{0.2s^3+3s^2+10s+16.2} \cdot \frac{1}{s} = \frac{1}{16.2}$$

所以，如果希望$n(s)=1200$，则$U_r(s)=1\cdot 16.2\cdot 1200=19440$

③系统的阶跃响应如下图：



（3）系统对于负载的闭环传递函数为：

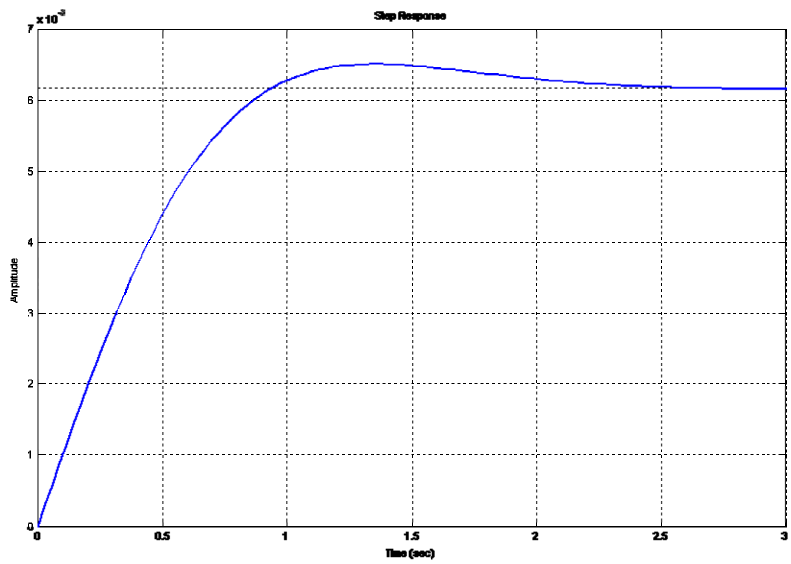
$$M(s)=\frac{N(s)}{T_L(s)}=\frac{\frac{1}{100s}}{1+\frac{1}{100s}\cdot\frac{100\times 16.2}{(s+10)(0.2s+1)}}=\frac{(0.01s+0.1)(0.2s+1)}{0.2s^3+3s^2+10s+16.2}$$

系统的输出 $n(s)$ 对于单位阶跃响应（$T_L(s)=1$）的稳态值为：

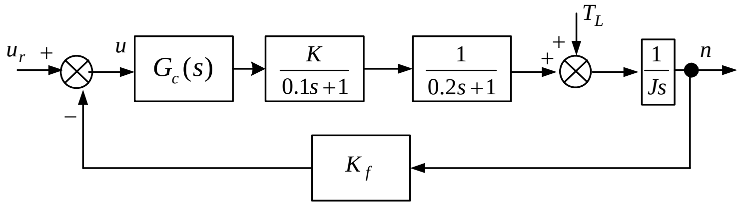
$$\lim_{s\to 0}=s\cdot\frac{(0.01s+0.1)(0.2s+1)}{0.2s^3+3s^2+10s+16.2}\cdot\frac{1}{s}=\frac{0.1}{16.2}=0.0062$$

所以，改变比为 0.62%

系统的阶跃响应如下图：



（4）



①系统对于负载的闭环传递函数为：

$$M(s)=\frac{N(s)}{T_L(s)}=\frac{\frac{1}{100s}}{1+\frac{1}{100s}\cdot\frac{100\times 16.2}{(s+10)(0.2s+1)}\cdot G_c(s)}$$

②系统输出对于输入的开环特征传递函数为：

$$G(s)=G_c(s)\cdot\frac{16.2}{s(s+10)(0.2s+1)}$$

③系统的主导极点参数为：$\varsigma=0.707$，$\omega_n=3.5rad/\sec$；

则系统的主导极点为：$s_c=-2.74\pm 2.48j$

④采用超前—滞后校正：

$$G_c(s)=K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

校正后的开环特征传递函数为：

$$G(s)G_c(s)=K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}\cdot\frac{16.2}{s(s+10)(0.2s+1)}$$

⑤超前校正装置需要增加的相角为：

$$\phi=-180°+(137.85°+47.66°+18.86°=24.37°$$

⑥利用图解法可以解得：

$$\frac{1}{T_1}=3.13,\frac{\alpha}{T_1}=4.37$$

⑦根据幅值条件确定 K_c

$$\left|K_c\times\frac{(s+\frac{1}{T_1})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})}\cdot\frac{16.2}{s(s+10)(0.2s+1)}\right|_{s_c=-2.74\pm 2.48j}=1$$

$K_c=1.39$

⑧确定滞后环节

要求发电机转速变化的百分比 $\nu\le\pm 0.1\%$，可以使 $G_c(s)$ 的开环增益调节到 7，这样改变比可以调节到

$0.62\%/7\le 1\%$

所以，$\frac{K_c\beta}{\alpha}=7\rightarrow\beta=7.03$

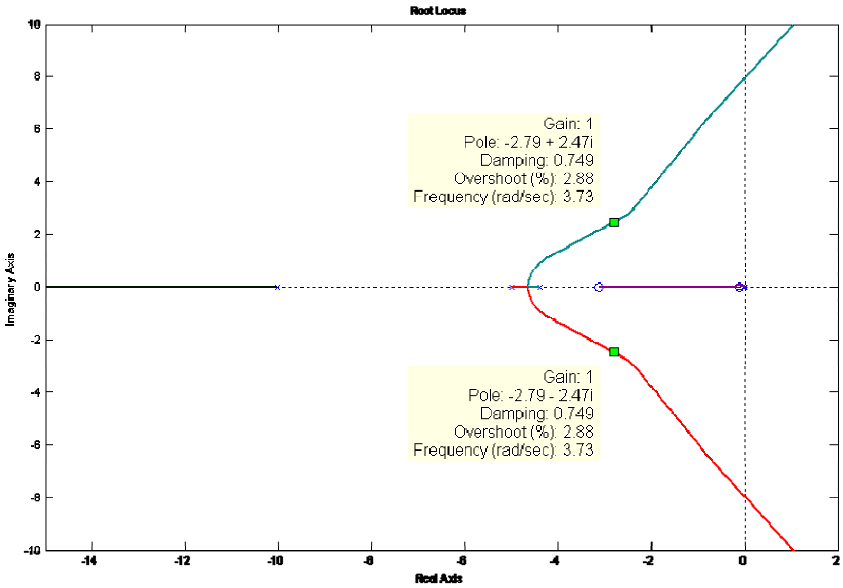
选取 T_2 足够大，令 $T_2=10$

所以，$\dfrac{1}{T_2}$=0. 1，$\dfrac{1}{\beta T_2}=0.014$

⑨校正后的开环特征传递函数为：

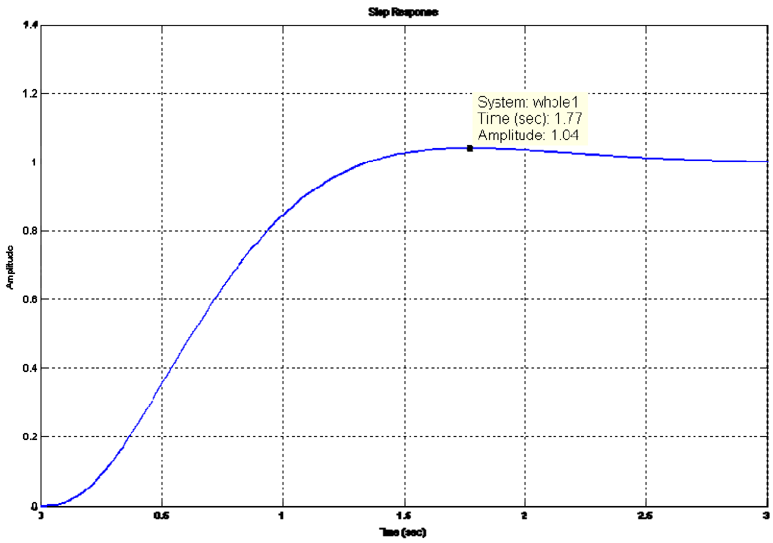
$$G(s)G_c(s)=\frac{22.52\cdot(s+3.13)(s+0.1)}{s(s+10)(0.2s+1)(s+4.37)(s+0.014)}$$

⑩系统的根轨迹图如下：

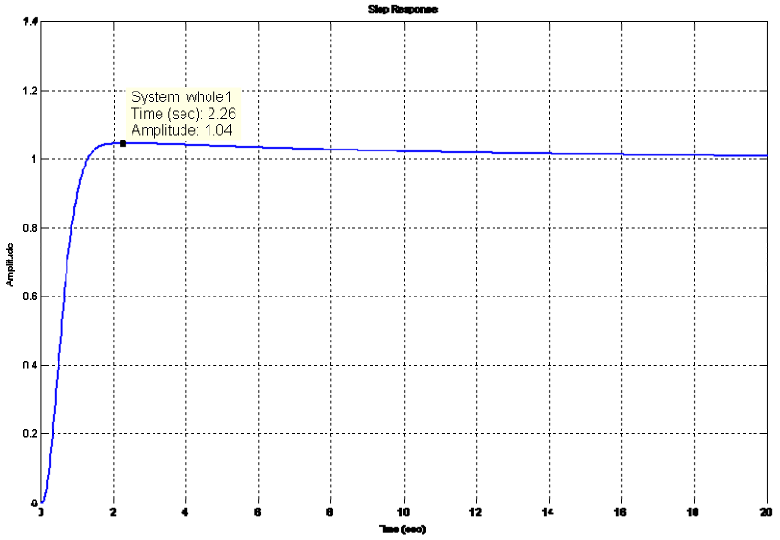


主导极点参数非常接近要求。

（5）校正前系统的单位阶跃响应如下：



校正后系统的单位阶跃响应为：



C6-3

解：①根据二阶系统的时域性能指标，有

超调量 $M_p \le 10\%$，按 2% 准则的调节时间 $t_s \le 0.5s$。

$$M_p = e^{-\pi\varsigma/\sqrt{1-\varsigma^2}} < 10\% \qquad t_s = \frac{4}{\varsigma\omega_n} = 0.5$$

求得要求校正后系统的 $\varsigma = 0.59$， $\omega_n = 13.56$。闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c = -8 \pm 10.95j$$

②设计超前-滞后校正：

$$G_c(s) = K_c \times \frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

令 $K_r = 500$

已校正的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = K_c \times \frac{500}{s(s+10)(s+50)} \bullet \frac{(s+\frac{1}{T_1})(s+\frac{1}{T_2})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})(s+\frac{1}{\beta T_2})}$$

③要求超前校正装置提供的超前相角 $\phi = -180° + (126.1516° + 79.6491° + 14.6125°) = 40.41°$

④利用图解法可以解得：

$\frac{1}{T_1}$=9. 3, $\frac{\alpha}{T_1} = 19.8$

⑤根据幅值条件确定 K_c

$$\left| K_c \times \frac{(s+\frac{1}{T_1})}{(s+\frac{\alpha}{T_1})} \cdot \frac{500}{s(s+10)(s+50)} \right|_{s_c=-8\pm 10.95j} = 1$$

$K_c = 19.1205$

⑥选择滞后部分零极点

要求系统的速度误差系数 $K_v = 10$， $\frac{500K_c\beta}{500\alpha} = 10 \to \beta = 1.5$

选取 T_2 足够大，令 $T_2 = 10$

所以，$\frac{1}{T_2}$=0. 1，$\frac{1}{\beta T_2} = 0.067$

⑦已校正的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{9560.3\cdot(s+9.3)(s+0.1)}{s(s+10)(s+50)(s+19.8)(s+0.067)}$$

D6-1

解：①校正前：

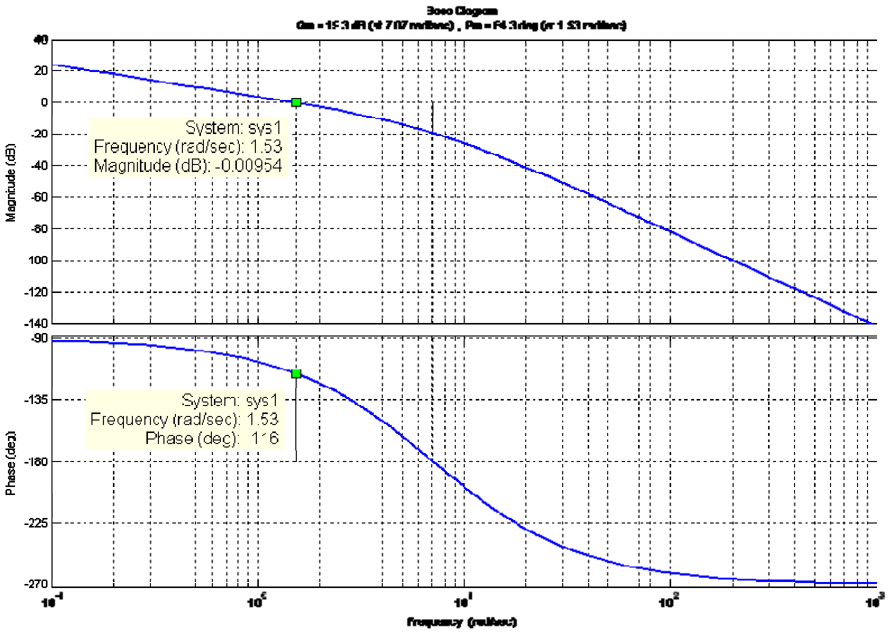
校正前的开环特征传递函数为：

$$G(s) = \frac{16.2}{s(s+10)(0.2s+1)}$$

编写 MATLAB 程序：

```
num=[16.2]
den=conv([1 10 0],[0.2 1])
sys1=tf(num,den)
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(sys1)
```

Bode 图如下：



相位裕量为： $P_m = 64.2686$

②校正后：

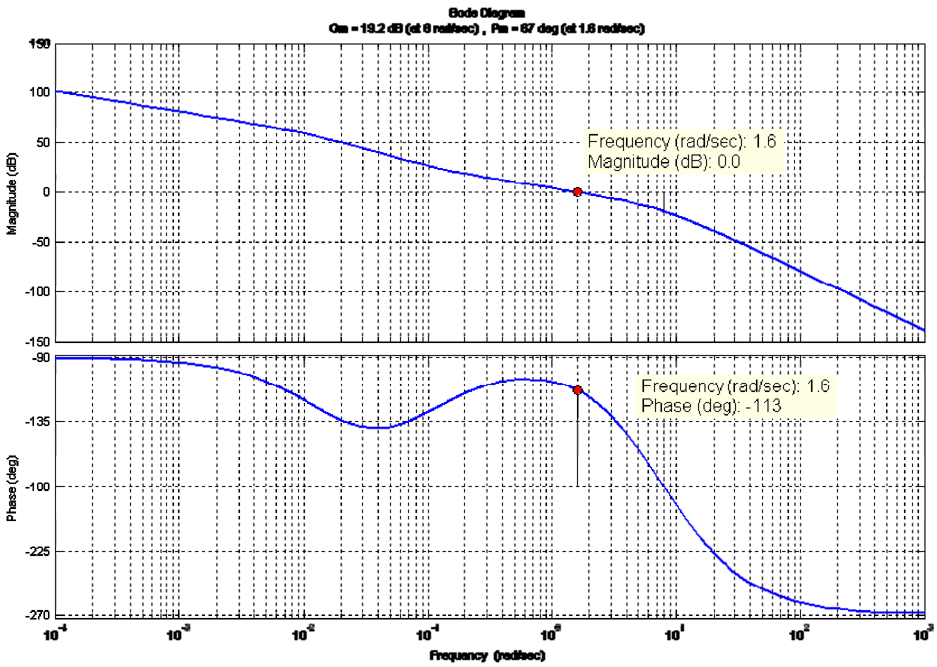
校正后的开环特征传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{22.52 \cdot (s+3.13)(s+0.1)}{s(s+10)(0.2s+1)(s+4.37)(s+0.014)}$$

编写 MATLAB 程序：

```
num=conv([22.52 22.52*3.13],[1 0.1])
den=conv([1 10 0],conv([0.2 1],conv([1 4.37],[1 0.014])))
sys1=tf(num,den)
[Gm,Pm,Wcg,Wcp]=margin(sys1)
```

Bode 图如下：



相位裕量为：$P_m = 67.0252$

D6-2

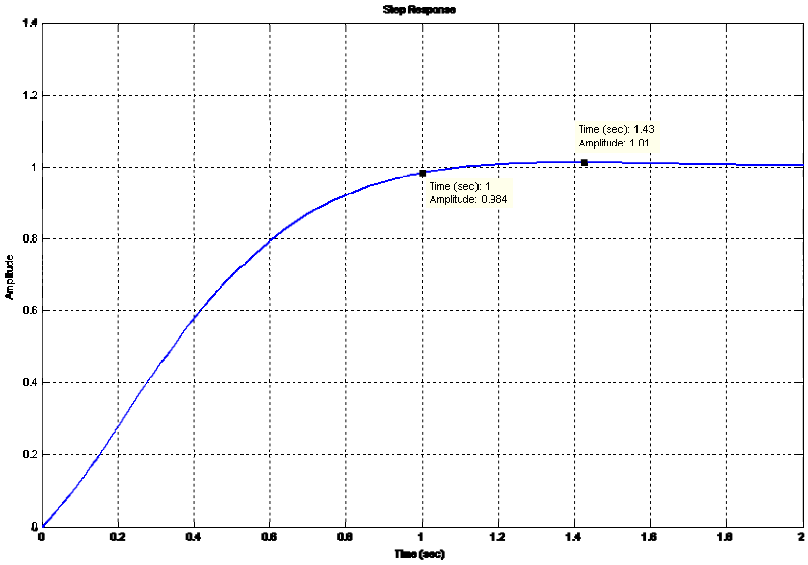
解：校正以后，系统的开环传递函数为：

$$G(s)G_c(s) = \frac{0.93(s+14.3)}{s(s+5)}$$

编写 MATLAB 程序：

```
num=[0.93 13.24]
den=[1 5 0]
sys1=tf(num,den)
whole1=feedback(sys1,1)
step(whole1)
```

得到系统的阶跃响应曲线如下：



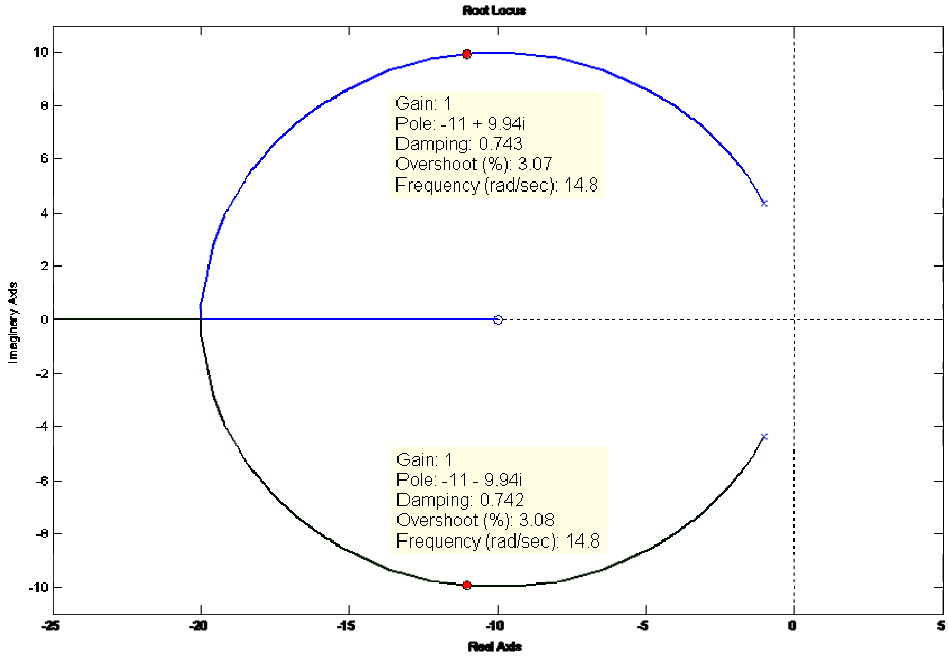
系统的调整时间小于 1 秒，超调量=1%<5%，稳态误差为 0。满足设计条件。

D6-3

解：①控制系统的传递函数为：$G(s) = \dfrac{s+10}{s^2+2s+20}$

②为了满足稳态误差，必须乘上 20 的增益，调整后的系统传递函数为：$G(s) = \dfrac{20\cdot(s+10)}{s^2+2s+20}$

③系统的根轨迹图如下：



观察 bode 图可以发觉此时的相位裕量是满足的，也就是说 $\varsigma = 0.742$ 满足条件，只是 $\omega_n = 14.8$ 不满足条件。

④由于要求调整时间 $\le 5s$，所以 $\omega_n = 4/(5 \cdot 0.742) = 1.08$

闭环系统的期望主导极点为：

$$s_c = -0.8 \pm 0.724j$$

⑤设计滞后校正：

$$G_c(s) = K_c \bullet \frac{(s+z_c)}{(s+\frac{z_c}{\beta})}$$

令 Zc=0.1

阶跃响应的稳态误差 $\le 10\%$，所以位置误差系数为 10，所以 $\frac{K_c \cdot \beta \cdot 10}{20} = 10 \to K_c \cdot \beta = 20$

D6-4

解：①剪切频率可以计算得到为：0.3

原系统为：

$$G(s) = \frac{0.3}{s(\frac{s}{0.3}+1)(\frac{s}{\sqrt{3/4}}+1)}$$

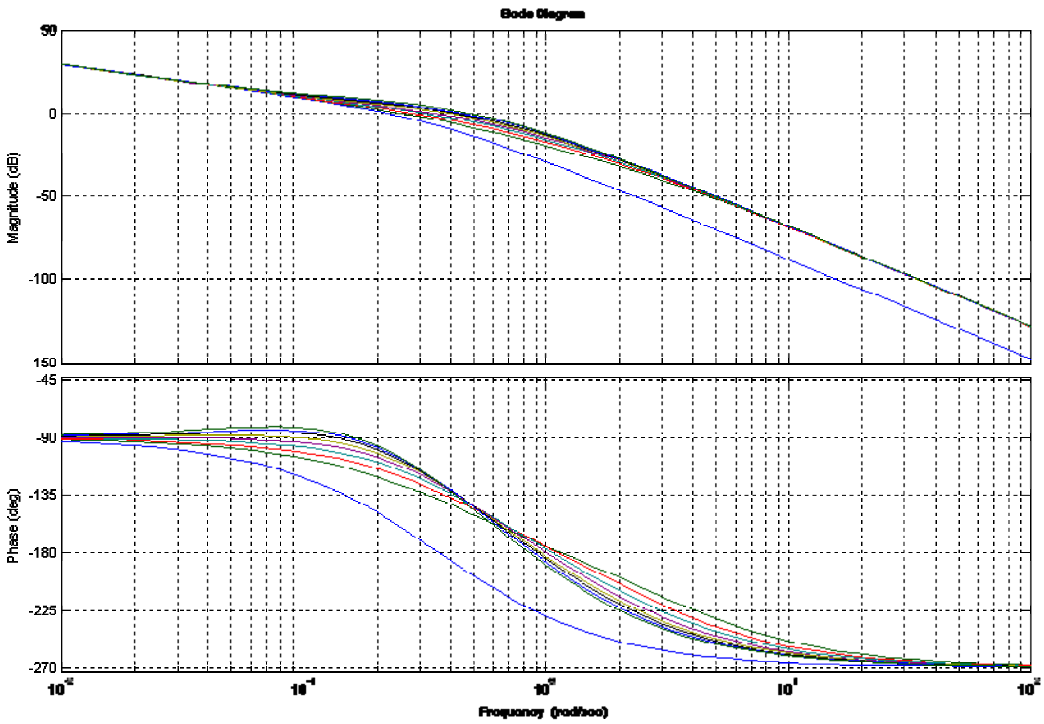
根据已知的串联校正的图，可以知道 $T_1 = 10T_2$

编写 matlab 程序，首先在较大的范围寻找 T2

```
num=[0.3]
den=conv([1/0.3 1],conv([4/sqrt(3),1],[1 0]))
gh=tf(num,den)
figure(1)
```

```
bode(gh)
grid
[Gm,Pm,Wg,Wc]=margin(gh)
a=10
hold on
for T2=0.3:0.1:1
    num1=[a*T2,1]
    den1=[T2,1]
    gh1=tf(num1,den1)
    gh2=gh1*gh
    [Gm,Pm,Wg,Wc]=margin(gh2)
    bode(gh2)
    grid on
    hold on
    disp('T2=');disp(T2);
    disp('Gm=');disp(Gm);
    disp('Pm=');disp(Pm);
end
```

②画出的 bode 图如下：



结果如下（Pm 是相位裕量）：

T2= 0.3000	Gm= 12.7312	Pm= 52.8911
T2= 0.4000	Gm= 9.2935	Pm= 56.4368
T2= 0.5000	Gm= 7.0257	Pm= 56.9081
T2= 0.6000	Gm= 5.5294	Pm= 54.8115
T2= 0.7000	Gm= 4.5036	Pm= 51.1222
T2= 0.8000	Gm= 3.7709	Pm= 46.6921

T2= 0.9000　　　　　Gm= 3.2286　　　　　Pm= 42.0914

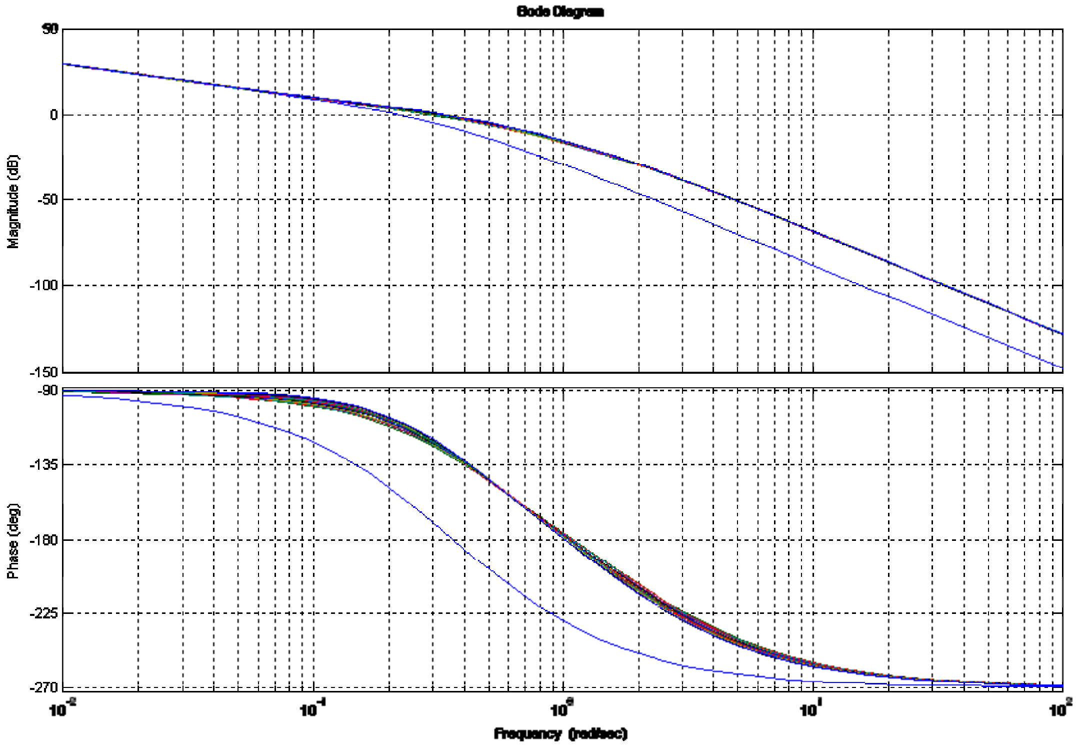
T2= 1　　　　　　　Gm= 2.8174　　　　　Pm= 37.4975

可以发觉在 0.5 附近的相位裕量比较大，再编写下面的程序，进一步寻找 T2，

③编写 matlab 程序

```
num=[0.3]
den=conv([1/0.3 1],conv([4/sqrt(3),1],[1 0]))
gh=tf(num,den)
figure(2)
bode(gh)
[Gm,Pm,Wg,Wc]=margin(gh)
a=10
hold on
for T2=0.45:0.01:0.58
    num1=[a*T2,1]
    den1=[T2,1]
    gh1=tf(num1,den1)
    gh2=gh1*gh
    [Gm,Pm,Wg,Wc]=margin(gh2)
    bode(gh2)
    grid on
    hold on
    disp('1/T2=');disp(1/T2);
    disp('Gm=');disp(Gm);
    disp('Pm=');disp(Pm);
end
```

④画出的 bode 图如下：



结果如下（Pm 是相位裕量）：

1/T2=2.2222	Gm=8.0369	Pm=57.0434
1/T2=2.1739	Gm=7.8167	Pm=57.0736
1/T2=2.1277	Gm=7.6058	Pm=57.0726
1/T2=2.0833	Gm=7.4038	Pm=57.0449
1/T2=2.0408	Gm=7.2101	Pm=56.9907
1/T2=2	Gm=7.0257	Pm=56.9081
1/T2=1.9608	Gm=6.8474	Pm=56.7992
1/T2=1.9231	Gm=6.6764	Pm=56.6652
1/T2=1.8868	Gm=6.5123	Pm=56.5071
1/T2=1.8519	Gm=6.3547	Pm=56.3258
1/T2=1.8182	Gm=6.2033	Pm=56.1225
1/T2=1.7857	Gm=6.0579	Pm=55.8981
1/T2=1.7544	Gm=5.9180	Pm=55.6537
1/T2=1.7241	Gm=5.7835	Pm=55.3905

由上述结果可知，当$\frac{1}{T_1}$=0.21739,$\frac{1}{T_2}=2.1739$时，校正系统的相位裕量$\gamma=57.0736°$是最大的。