

第五章 频率响应法习题答案

A5-1 绘制下列系统的对数幅频特性图和相频特性图，并求增益剪切角频率 ω_c 和相位剪切角频率 ω_g ：

增益剪切角频率 ω_c ：系统对数幅频特性穿越 $0dB$ 的角频率，即 $|G(j\omega)|=1$ ，或 $L(\omega)=0dB$ 时的角频率

相位剪切角频率 ω_g ：系统相频特性曲线穿越 -180° 的角频率，即 $\varphi(\omega)=-180^\circ$ 时的角频率

$$(1) \quad G(s) = \frac{1}{s(s+15)}$$

手工绘图步骤：

极点： $\omega_1=0$ ， $\omega_2=15$

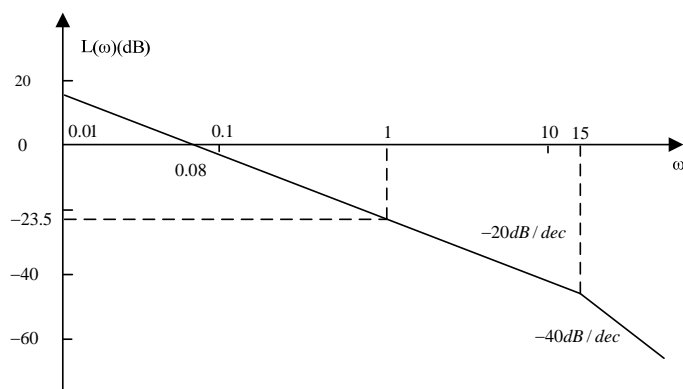
零点：无

$$G(s) = \frac{1}{15} \frac{1}{s(s/15+1)},$$

$$20\lg K = 20\lg\left(\frac{1}{15}\right) = -23.5$$

积分因子 $\nu=1$ ，所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$ ， $L(1)=-23.5dB$ ，斜率为 $-20dB/dec$ 的直线，图像在 $\omega=15$ 处折线斜率减少到 $-40dB/dec$ ，具体如下图：

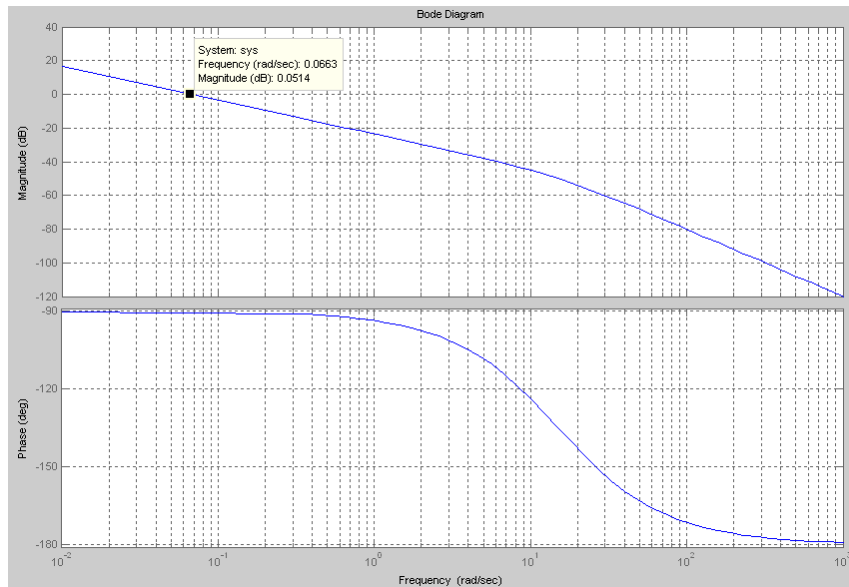
从图中我们可以得到 $\omega_c=0.08$ 。



Matlab 画图结果如下：

$$\omega_c = 0.0663$$

$$\omega_g = \text{无穷大}$$



$$(2) \quad G(s) = \frac{20}{s(s+10)(s+20)}$$

手工绘图步骤:

极点: $\omega_1=0$, $\omega_2=10$, $\omega_3=20$

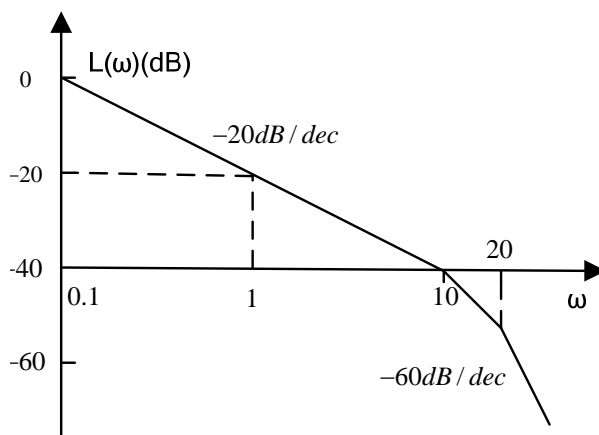
零点: 无

$$G(s) = \frac{20}{s(s+10)(s+20)} = \frac{1}{10} \frac{1}{s(s/10+1)(s/20+1)},$$

$$20 \lg K = 20 \lg \left(\frac{1}{10} \right) = -20$$

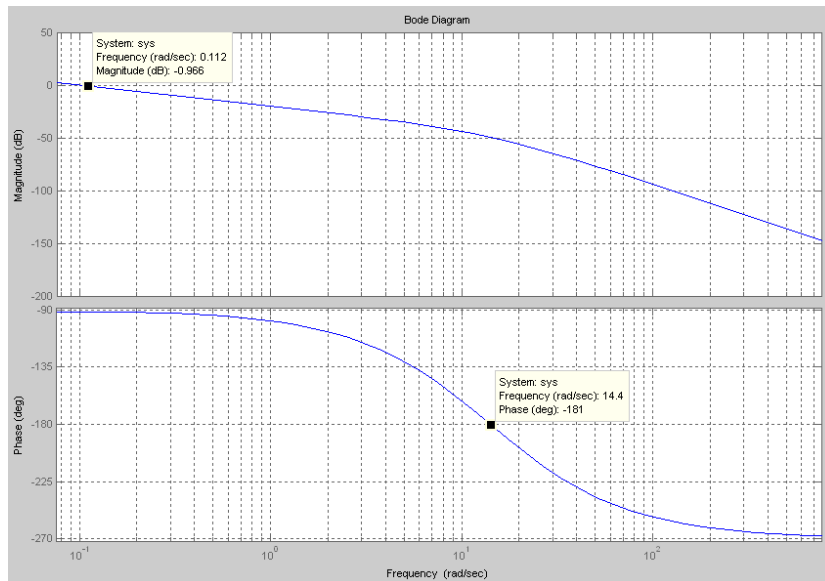
积分因子 $\nu=1$, 所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=-20\text{dB}$, 斜率为 -20dB/dec 的直线, 图像在 $\omega=10$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec , 图像在 $\omega=20$ 处折线斜率减少到 -60dB/dec , 具体如下图: 从图中我们可以得到 $\omega_c=0.1$ 。

$$\omega_c = 0.1$$



Matlab 画图结果如下:

$$\omega_g = 14.4; \quad \omega_c = 0.112$$



$$(3) \quad G(s) = \frac{36(s+2)}{s(s^2+6s+12)}$$

手工绘图步骤:

极点: $\omega_1 = 0$

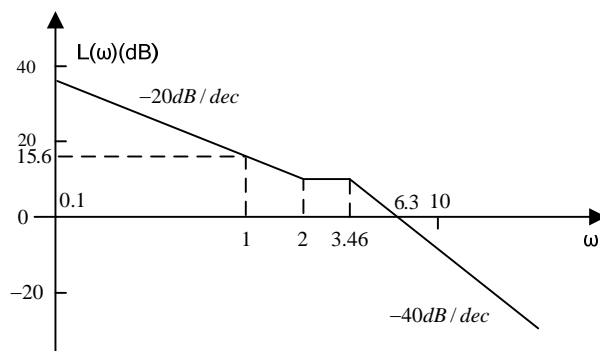
复极点 $\omega_n = \sqrt{12} = 3.46$

零点: $\omega_1 = 2$

$$G(s) = \frac{36(s+2)}{s(s^2+6s+12)} = \frac{6(s/2+1)}{s((\frac{s}{\sqrt{12}})^2 + s/2+1)} = \frac{6(s/2+1)}{s((\frac{s}{3.46})^2 + s/2+1)},$$

$$20 \lg K = 20 \lg(6) = 15.6$$

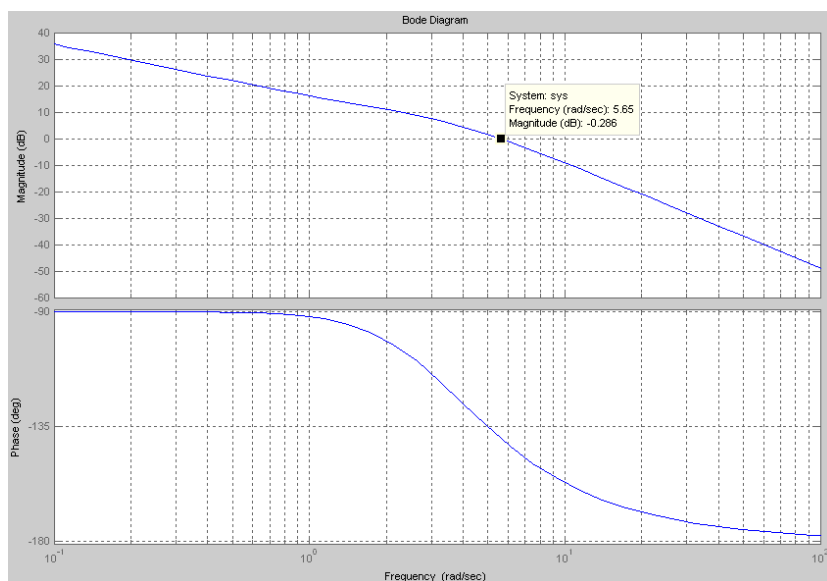
积分因子 $\nu=1$, 所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=15.6$ dB, 斜率为 -20 dB/dec 的直线, 图像在 $\omega=2$ 处折线斜率增加到 0 dB/dec, 图像在 $\omega=3.46$ 处折线斜率减少到 -40 dB/dec, 具体如下图: 从图中我们可以得到 $\omega_c = 6.3$ 。



Matlab 画图结果如下:

$\omega_g = \text{无穷大}$

$\omega_c = 5.65$



$$(4) G(s) = \frac{5}{s(0.01s^2 + 0.1s + 1)}$$

手工绘图步骤:

极点: $\omega_1 = 0$

复极点: $\omega_n = 10$

零点: 无

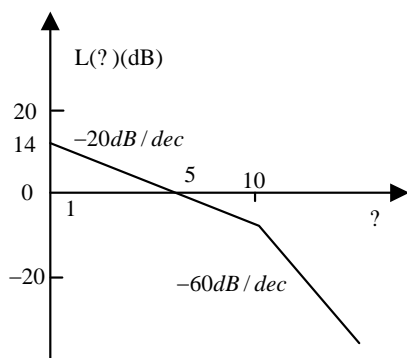
$$G(s) = \frac{5}{s(0.01s^2 + 0.1s + 1)} = \frac{5}{s\left(\left(\frac{s}{10}\right)^2 + s/10 + 1\right)},$$

$$20\lg K = 20\lg(5) = 14$$

积分因子 $\nu=1$, 所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=14\text{dB}$, 斜率为 -20dB/dec 的直线,

图像在 $\omega=10$ 处折线斜率增加到 -60dB/dec , 具体如下图:

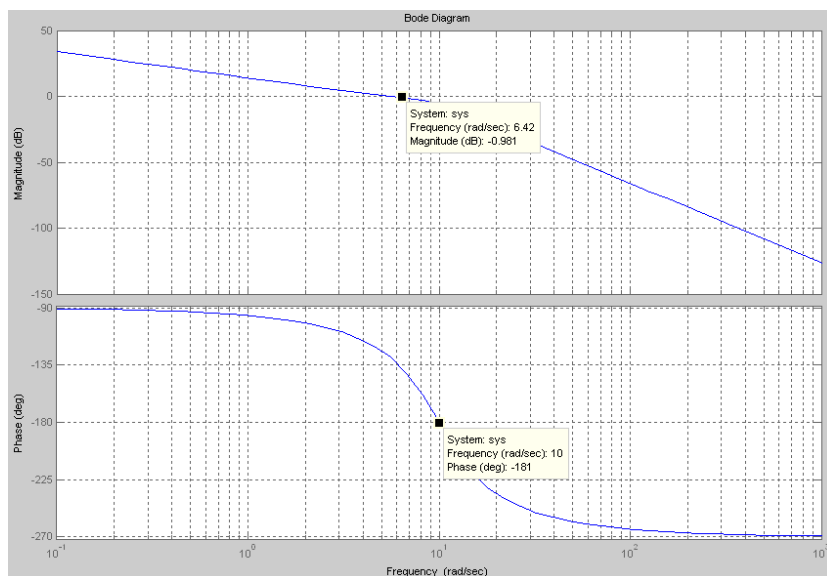
从图中我们可以得到 $\omega_c = 5$ 。



Matlab 画图结果如下:

$$\omega_g = 10$$

$$\omega_c = 6.42$$



$$(5) G(s) = \frac{40(s-10)}{s(s+10)(s+20)}$$

极点: $\omega_1=0$, $\omega_2=10$, $\omega_3=20$

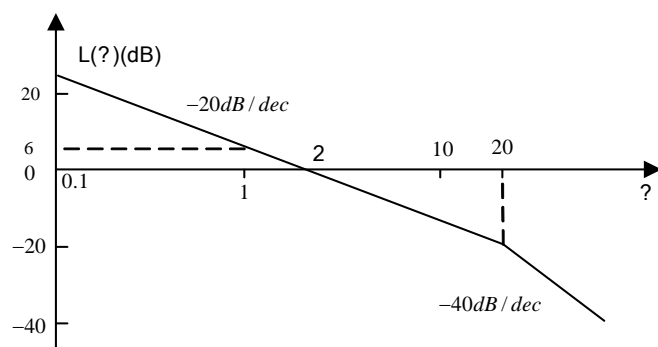
零点: $\omega_1=10$

$$G(s) = \frac{40(s-10)}{s(s+10)(s+20)} = \frac{2(s/10-1)}{s(s/10+1)(s/20+1)}$$

$$20 \lg K = 20 \lg(2) = 6.0$$

积分因子 $\nu=1$, 所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=6\text{dB}$, 斜率为 -20dB/dec 的直线, 图像在 $\omega=20$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec , 具体如下图:

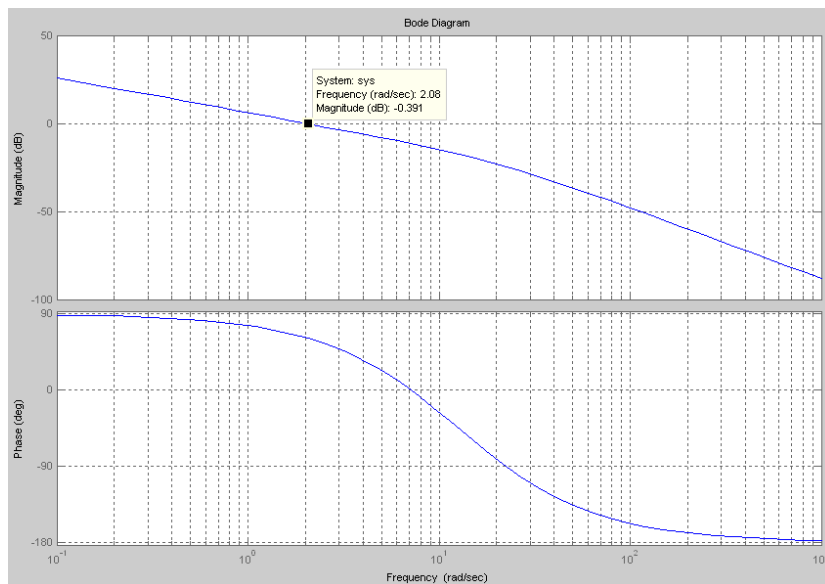
从图中我们可以得到 $\omega_c = 2$



Matlab 画图结果如下:

$\omega_g = \text{无穷大}$

$\omega_c = 2.08$



$$(6) G(s) = \frac{40}{s(s-10)(s+20)}$$

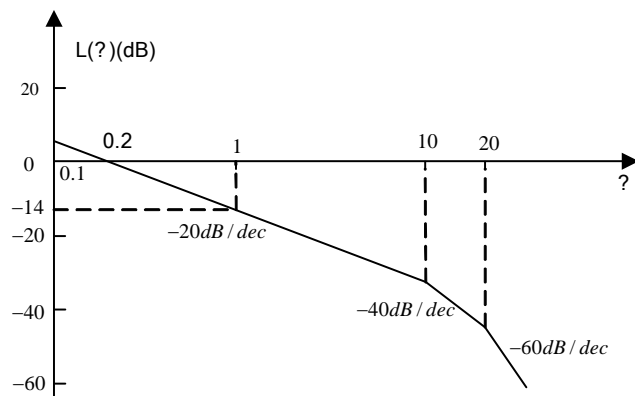
极点: $\omega_1=0$, $\omega_2=10$, $\omega_3=20$

零点: 无

$$G(s) = \frac{40}{s(s-10)(s+20)} = \frac{0.2}{s(s/10-1)(s/20+1)}$$

$$20 \lg K = 20 \lg(0.2) = -14$$

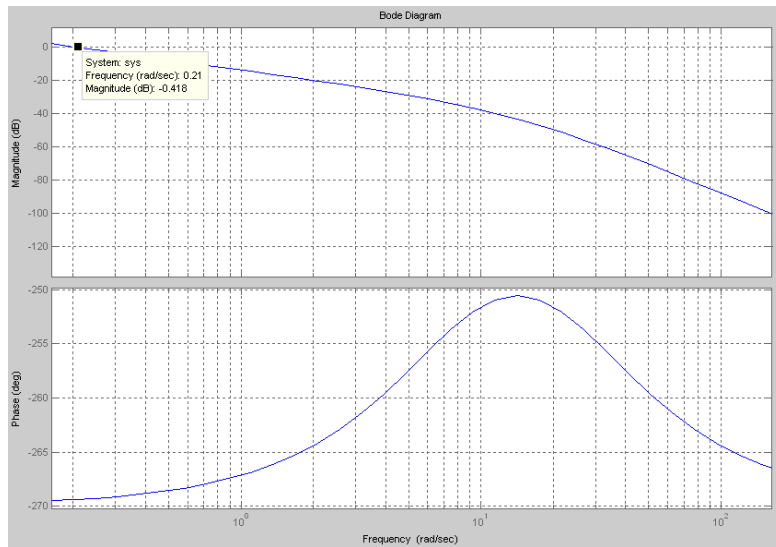
积分因子 $\nu=1$, 所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=-14\text{dB}$, 斜率为 -20dB/dec 的直线, 图像在 $\omega=10$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec , 图像在 $\omega=20$ 处折线斜率减少到 -60dB/dec , 具体如下图:
从图中我们可以得到 $\omega_c = 0.2$



Matlab 画图结果如下:

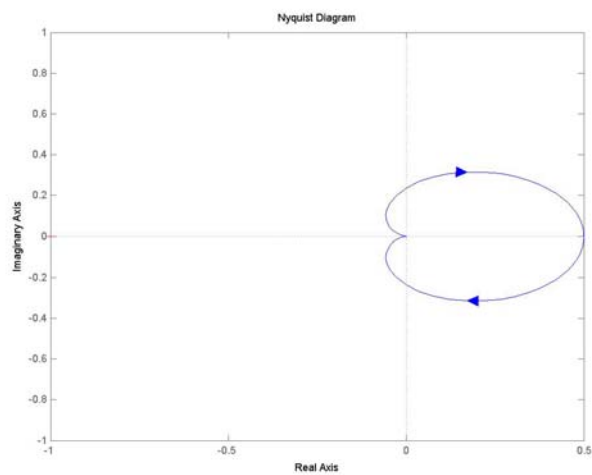
ω_g =不存在

$\omega_c = 0.21$

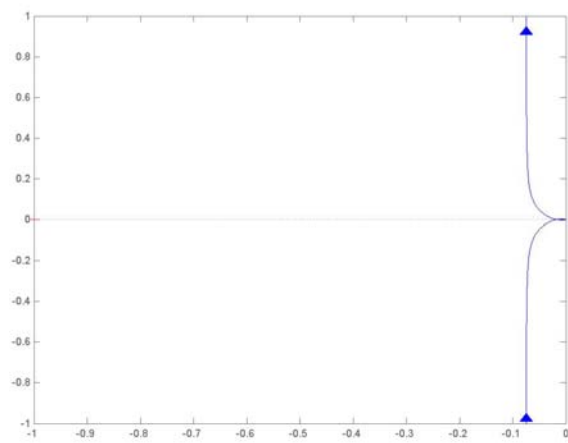


A5-2 绘制下列诸系统的奈氏图:

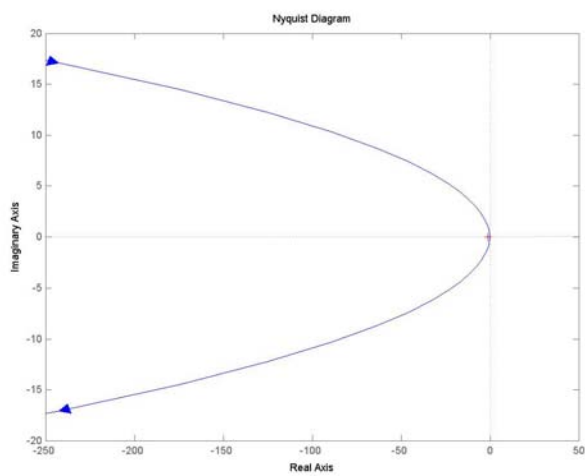
(1)
$$G(s) = \frac{100}{(s+10)(s+20)}$$



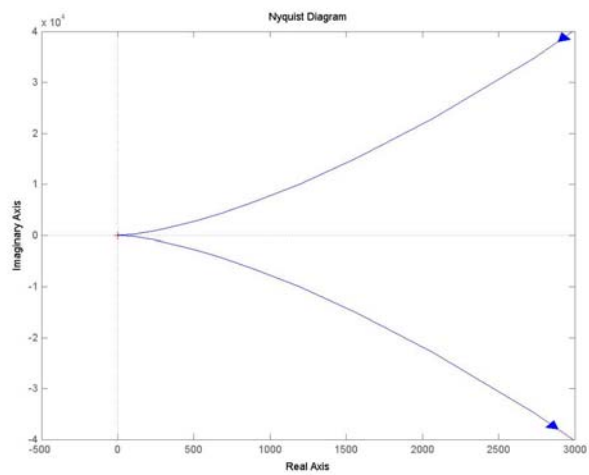
(2)
$$G(s) = \frac{100}{s(s+10)(s+20)}$$



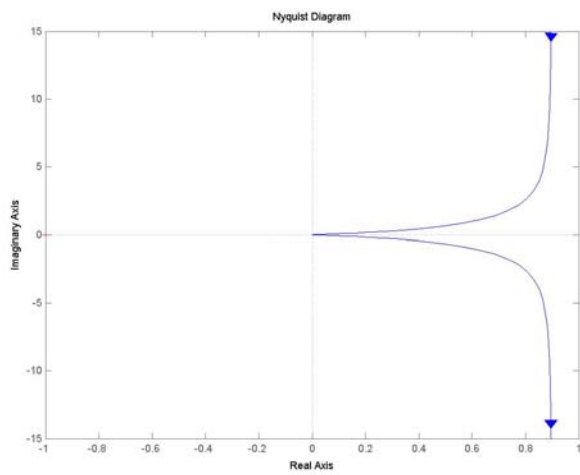
(3) $G(s) = \frac{10}{s^2(s+1)(s+10)}$



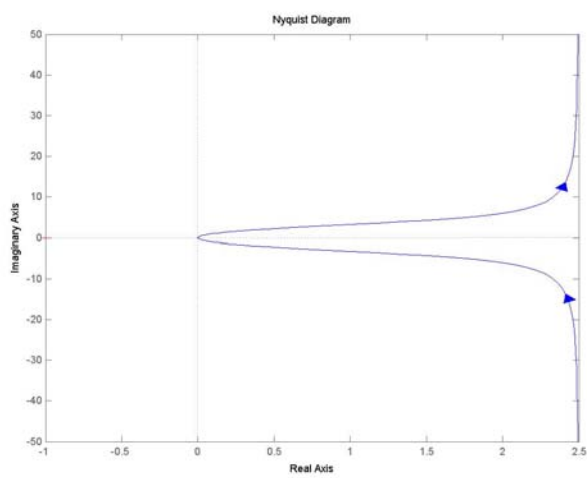
(4) $G(s) = \frac{10}{s^3(s+1)(s+2)}$



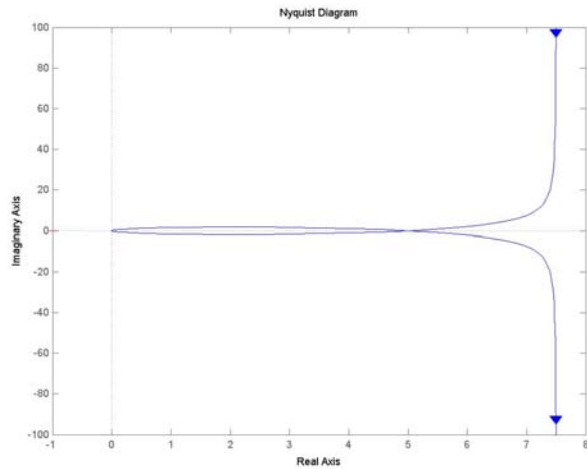
(5) $G(s) = \frac{10}{s(s+1)(s-10)}$



(6) $G(s) = \frac{10(s+1)}{s(s+2)}$



$$(7) \quad G(s) = \frac{10(s-1)}{s(s+2)}$$



A5-3 下列系统中，那些系统是最小相位系统，那些不是，为什么？

答：

最小相位系统概念：其幅频特性对应的负相移为最小的稳定系统称为最小相位系统，即在右半 s 开平面没有零点，也没有延迟因子(环节)的稳定系统。反之，为非最小相位系统。

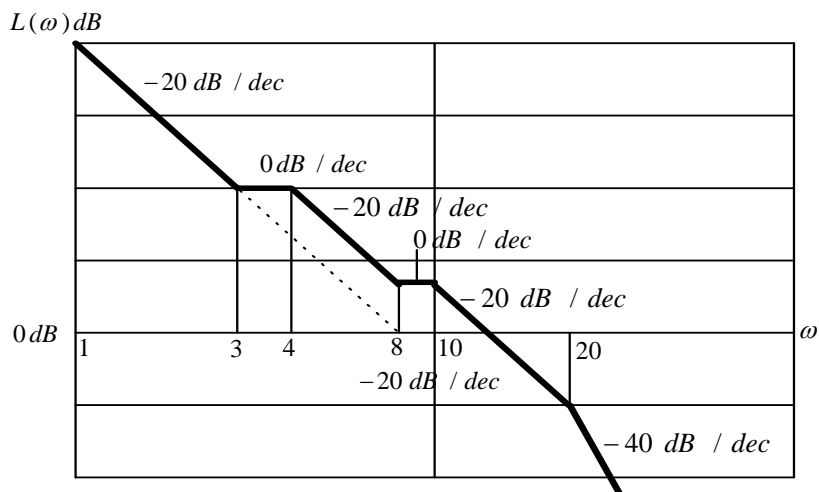
最小相位系统：(1)，(2)

非最小相位系统：(3)，(4)，(5)，(6)

A5-4 某单位反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K(s+8)(as+1)}{s(0.1s+1)(0.25s+1)(bs+1)}$$

其伯德图如图 A5-1 所示。试依据图确定 K ， a 和 b 的数值。



由图可知： $1/a=3$ ， $a=1/3$ ； $1/b=20$ ， $b=1/20$ ；

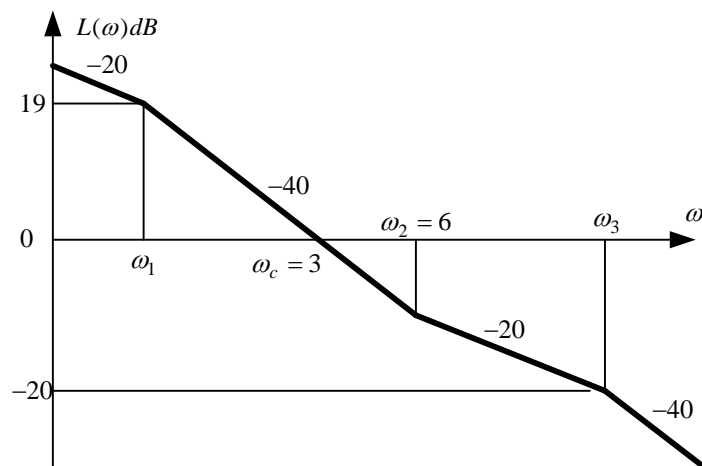
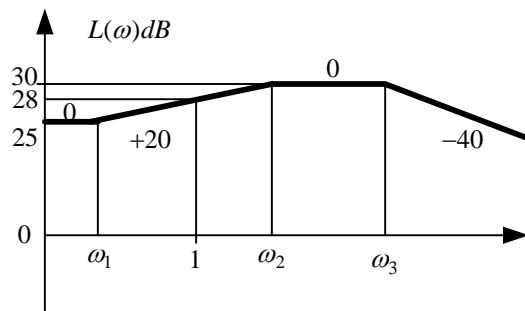
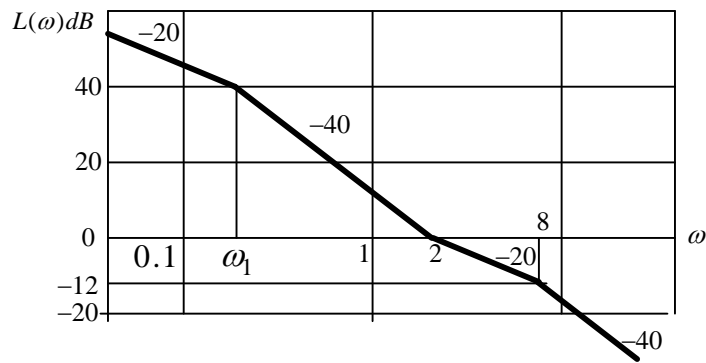
将原式化为：

$$G(s) = \frac{8K(\frac{1}{8}s+1)(as+1)}{s(0.1s+1)(0.25s+1)(bs+1)}$$

20lg8K=40, 8k=100, K=12.5

A5-5 已知图 A5-2 诸最小相位系统的伯德图，求：

- (1) 系统的传递函数；
- (2) 系统的开环增益；
- (3) 图中未标明数值的角频率；
- (4) 系统的误差系数 K_p , K_v , K_a 。



解：图 (1) : $G(s) = \frac{K(\frac{1}{2}s+1)}{s(\frac{1}{\omega_1}s+1)(0.125s+1)}$

$$\frac{L(2)-L(w_1)}{\lg 2-\lg w_1}=-40, \quad w_1=0.2$$

$$20\lg K/w_1=40, \quad K=20$$

$$G(s)=\frac{20(\frac{1}{2}s+1)}{s(5s+1)(0.125s+1)}=\frac{16(s+2)}{s(s+0.2)(s+8)}$$

$$\text{开环增益为 } 20, \quad K_p=\text{无穷大}, \quad K_v=20, \quad K_a=0$$

$$\text{图 (2): } G(s)=\frac{K(\frac{1}{w_1}s+1)}{(\frac{1}{w_2}s+1)(\frac{1}{w_3}s+1)^2}$$

$$20\lg K=25, \quad K=17.78$$

$$\frac{L(1)-L(w_1)}{\lg 1-\lg w_1}=20, \quad w_1=0.7$$

$$\frac{L(w_2)-L(1)}{\lg w_2-\lg 1}=20, \quad w_2=1.26$$

$$K_p=17.78, \quad K_v=0, \quad K_a=0$$

$$\text{图 (3): } G(s)=\frac{K(\frac{1}{w_2}+1)}{s(\frac{1}{w_1}s+1)(\frac{1}{w_3}s+1)}$$

$$20\lg K=19, \quad K=8.9$$

$$\frac{L(3)-L(w_1)}{\lg 3-\lg w_1}=-40, \quad w_1=1$$

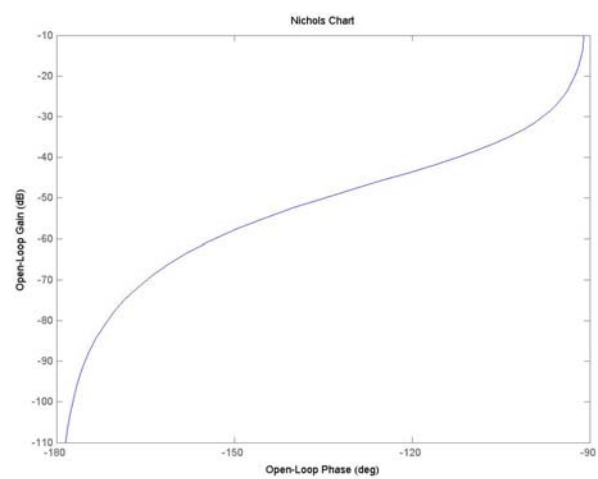
$$\frac{L(w_2)-L(w_c)}{\lg w_2-\lg w_c}=-40, \quad L(w_2)=-40\lg 2$$

$$\frac{L(w_3)-L(w_2)}{\lg w_3-\lg w_2}=-20, \quad w_3=15$$

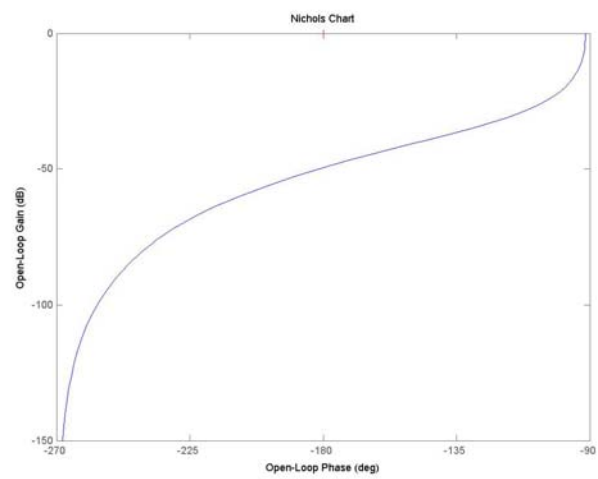
$$K_p=\text{无穷大}, \quad K_v=8.9, \quad K_a=0$$

A5-6 绘制题 A5-1 各系统的尼氏图。

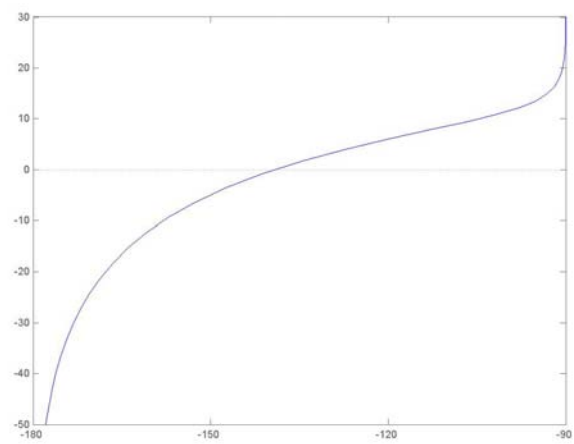
(1)



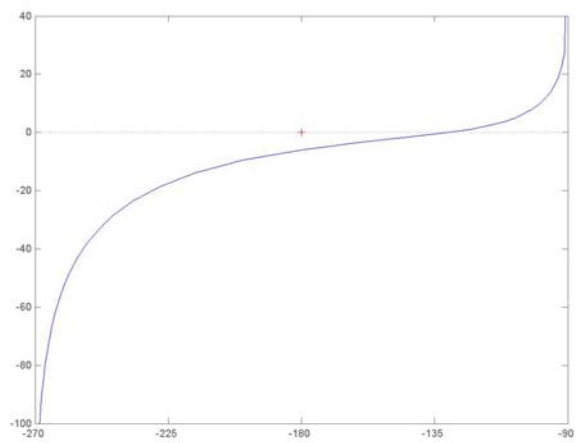
(2)



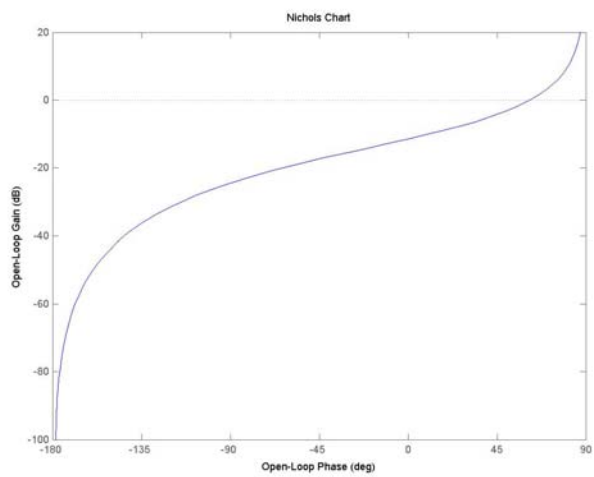
(3)



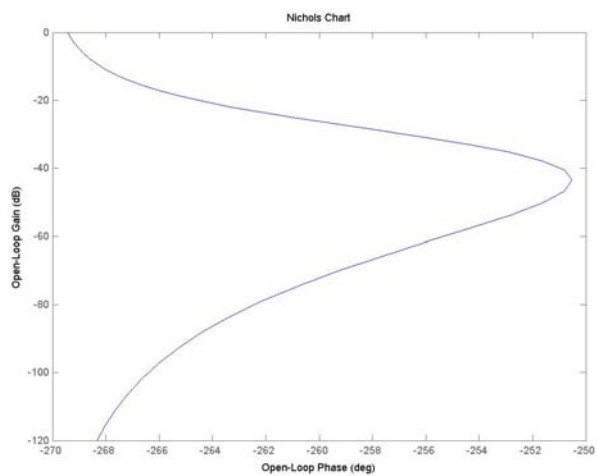
(4)



(5)



(6)



A5-7 用伯德图法判别题 A5-1 各系统的稳定性，并求相位裕量 φ_{pm} 和增益裕量 GM 。

伯德图的奈氏判据是：系统稳定的充分必要条件是，在剪切角频率 ω_c 处的 $\varphi(\omega_c) > -180^\circ$ 。反之，为不稳定系统。

- | | | |
|---------|----------------------------|-------------------|
| (1) 稳定 | $\varphi_{pm} = 89.7454$ | $GM = \text{无穷大}$ |
| (2) 稳定 | $\varphi_{pm} = 89.1406$ | $GM = 300$ |
| (3) 稳定 | $\varphi_{pm} = 40.7192$ | $GM = \text{无穷大}$ |
| (4) 稳定 | $\varphi_{pm} = 50.2941$ | $GM = 2$ |
| (5) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -118.1910$ | $GM = \text{无穷大}$ |
| (6) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -89.4273$ | $GM = \text{无穷大}$ |

A5-8 用奈氏判据判别题 A5-2 各系统的稳定性，并求相位裕量 φ_{pm} 和增益裕量 Gm 。

闭环系统稳定的充分必要条件： $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线 (ω 自 $-\infty \rightarrow +\infty \rightarrow -\infty$) 包围 $(-1, j0)$ 点的圈数为：

$$N = -P$$

最小相位系统的 $P = 0$ ，所以闭环系统稳定的充分必要条件是： $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线不包围 $(-1, j0)$ 点，即

$$N = 0$$

如果 $G(j\omega)H(j\omega)$ 曲线穿越 $(-1, j0)$ 点，系统就是临界稳定的。

- | | | |
|---------|-----------------------------|-------------------|
| (1) 稳定 | $\varphi_{pm} = \text{Inf}$ | $Gm = \text{Inf}$ |
| (2) 稳定 | $\varphi_{pm} = 85.7126$ | $Gm = 60$ |
| (3) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -45.8867$ | $Gm = -94.8$ |
| (4) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -92.9$ | $Gm = -109.4$ |
| (5) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -123.6258$ | $Gm = \text{Inf}$ |
| (6) 稳定 | $\varphi_{pm} = 95.6804$ | $Gm = \text{Inf}$ |
| (7) 不稳定 | $\varphi_{pm} = -107.2739$ | $Gm = \text{Inf}$ |

A5-9 用尼氏图判别题 A5-1 各系统的稳定性，并求相位裕量 φ_{pm} 和增益裕量 GM

- | | | |
|--------|--------------------------|-------------------|
| (1) 稳定 | $\varphi_{pm} = 89.7454$ | $Gm = \text{Inf}$ |
|--------|--------------------------|-------------------|

(2)	稳定	$\varphi_{pm} = 89.1406$	$Gm = 300$
(3)	稳定	$\varphi_{pm} = 40.7192$	$Gm = \text{Inf}$
(4)	稳定	$\varphi_{pm} = 50.2941$	$Gm = 2$
(5)	不稳定	$\varphi_{pm} = -118.1910$	$Gm = \text{Inf}$
(6)	不稳定	$\varphi_{pm} = -89.4273$	$Gm = \text{Inf}$

A5-10 单位反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{K_r}{s(s+10)}$$

若要求闭环系统的超调量 $M_p \leq 5\%$ ，求：

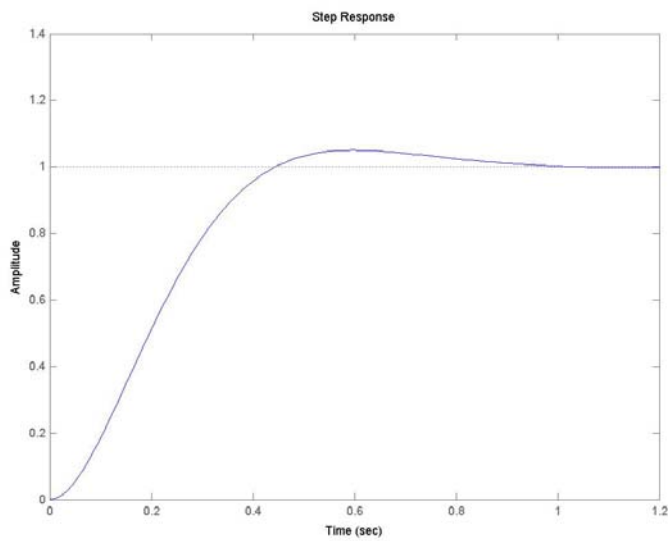
- (1) 系统的开环增益；
- (2) 闭环系统的谐振峰值 $M_{p\omega}$ ；
- (3) 闭环系统的谐振角频率 ω_r ；
- (4) 闭环系统的 ω_b ；
- (5) 闭环系统的单位阶跃响应。

解： $C(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{K_r}{s^2 + 10s + K_r}$

$$M_p = e^{-\pi\epsilon/\sqrt{1-\epsilon^2}} < 5\%$$

$$\text{得 } \epsilon > 0.69, \quad 2\omega_b \epsilon = 10, \quad \omega_b = 7.25, \quad K_r = \omega_b^2 = 52.5$$

$$Mp = \frac{1}{2\epsilon\sqrt{1-\epsilon^2}} = 1, \quad \omega_r = \omega_b \sqrt{1-2\epsilon^2} = 1.585, \quad \text{带宽 } \omega_b = 7.43$$



B 深入题

B5-1 题 A2-7 的汽车悬浮系统（图 B5-1），假定，输入 $x_i(t) = \sin \omega t$ ，若 $m = 1\text{kg}$ ， $k = 18\text{N/m}$ ， $b = 4\text{N} \cdot \text{s/m}$ ，求系统的频率响应。绘制系统的伯德图。并判断系统的稳定性。

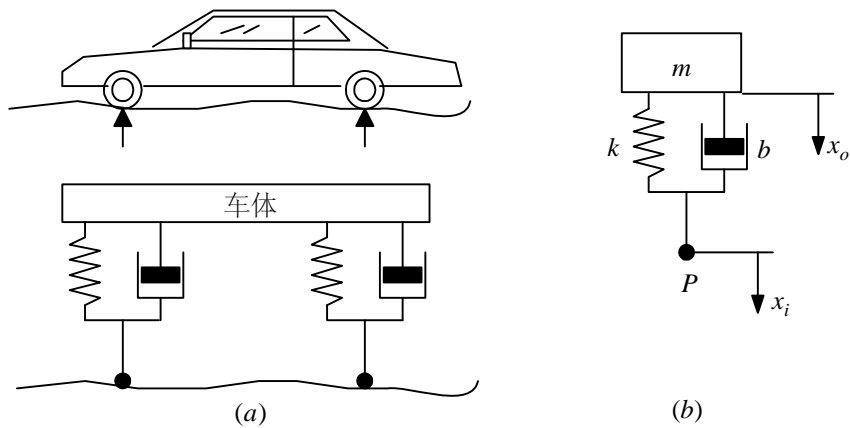


图 B5-1 汽车悬浮系统模型

解： $F(t) = m \frac{d^2 x_i}{dt^2} + b \frac{dx_i}{dt} + Kx_i$

拉氏变换，得： $F(s) = m s^2 X(s) + b s X(s) + k X(s)$

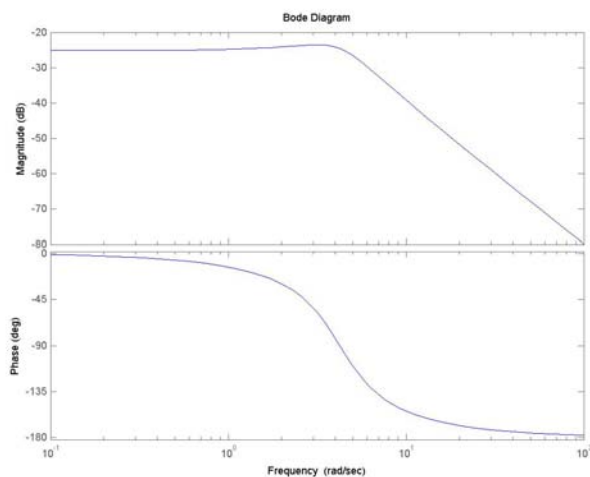
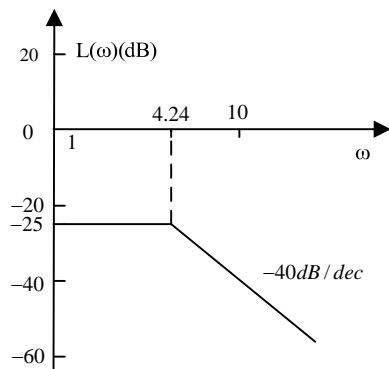
$$G(s) = \frac{1}{ms^2 + bs + k} = \frac{1}{s^2 + 4s + 18} = \frac{1}{18} \frac{1}{\left(\frac{s}{4.24}\right)^2 + \frac{2s}{9} + 1}$$

闭环复极点： $s_{1,2} = -2 \pm 3.87j$

闭环零点： 无

$$20\lg K = 20\lg\left(\frac{1}{18}\right) = -25$$

积分因子 $\nu=0$ ，所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$ ， $L(1)=-25\text{dB}$ ，斜率为 0dB/dec 的直线，图像在 $\omega=4.24$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec ，具体如下图：

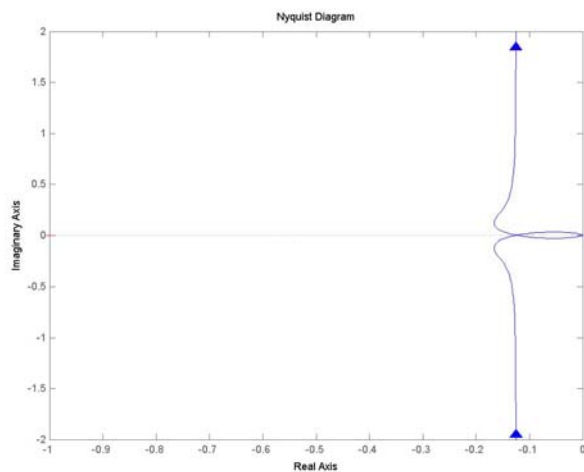


由图可知系统稳定。

B5-2 提示：通过描点法得到 bode 图，取 -20dB 的整数倍斜率线的交点得到各个拐点的频率和 k 的大小，按照 A 中的根据 bode 图求传递函数的方法可求得本题的传递函数。

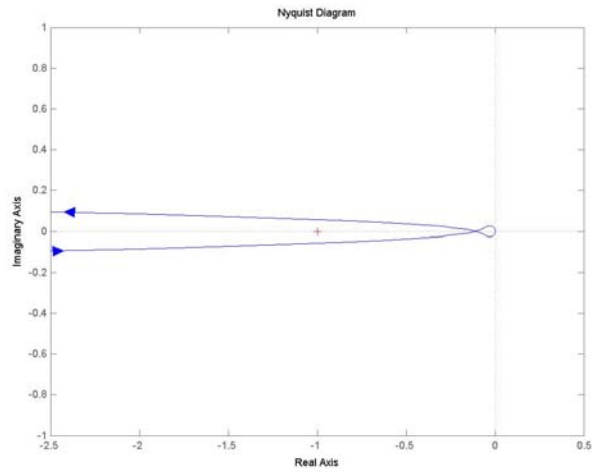
B5-3 绘制下列系统开环传递函数的奈氏曲线，并用奈氏曲线求使闭环系统稳定的 K 值范围：

$$(1) G(s) = \frac{K}{s(s^2 + 2s + 4)}$$



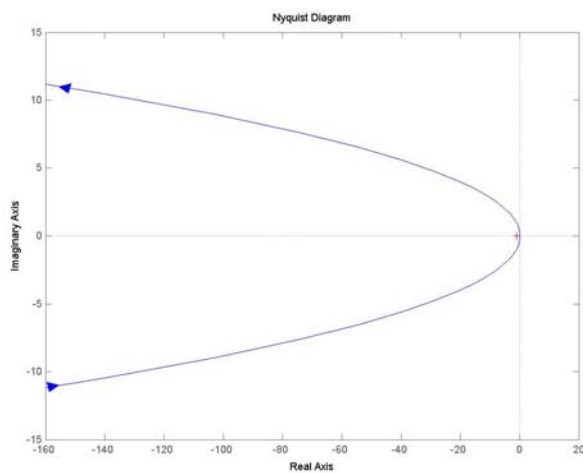
当虚部为 0 时，实部为 $-k/8$ ，当 $-k/8 > -1$ 即 $k < 8$ 时系统闭环稳定。

$$(2) \quad G(s) = \frac{K(s+1)}{s^2(s^2+2s+4)(s+4)}$$



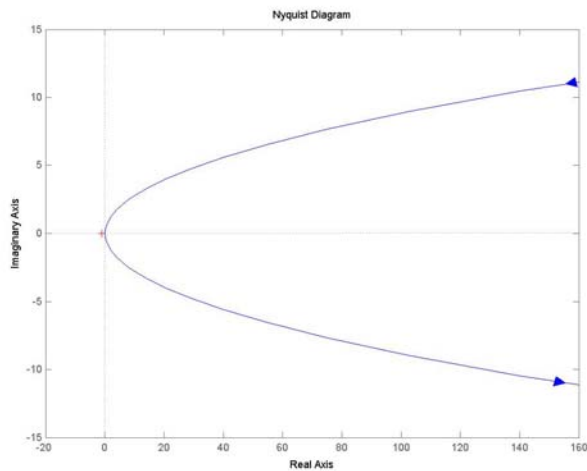
曲线与横轴交点为 $-0.1116K$ ，当 $-0.1116 > -1$ 即 $K < 8.96$ 时，系统稳定

$$(3) \quad G(s) = \frac{K(s+1)(s+2)}{s^2(s+4)}$$



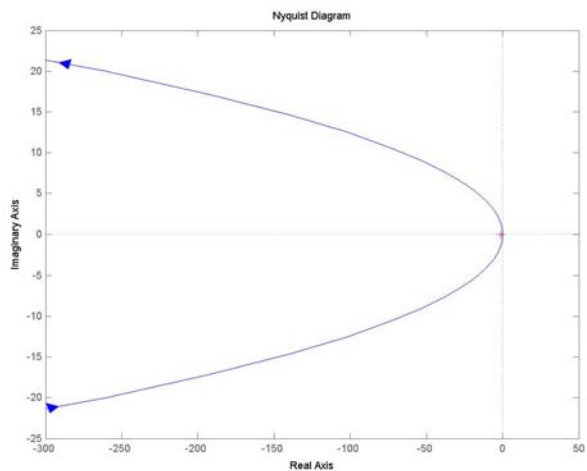
$N_{-1} = 0$ ， $P_{-1} = 0$ ， K 取任何值都稳定

$$(4) \quad G(s) = \frac{K(s+1)(s-2)}{s^2(s+4)(-s+1)}$$



$N_{-1}=1$, $P_{-1}=1$, κ 取任何值都不稳定

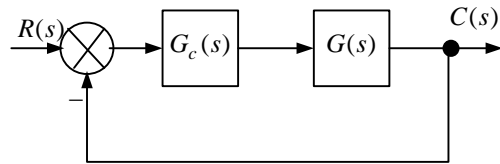
$$(5) \quad G(s) = \frac{K(s+1)(s-2)}{s^2(s-4)(-s+1)}$$



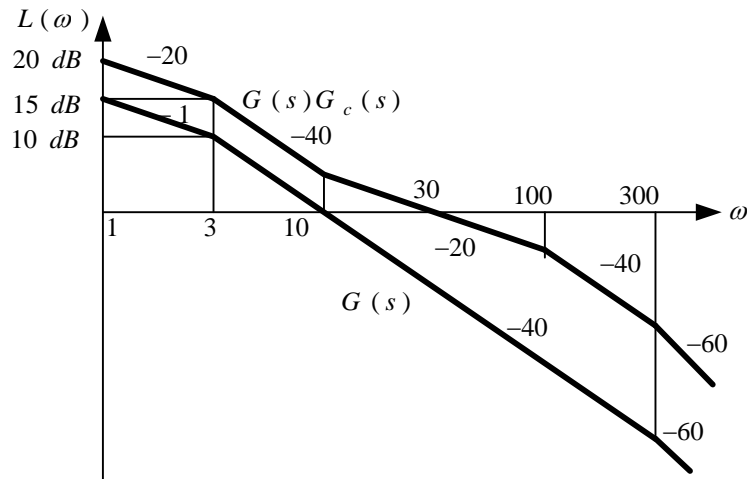
$N_{-1}=0$, $P_{-1}=2$, κ 取任何值系统都不稳定

B5-4 设控制系统如图 B5-2(a) 所示, $G(s)$ 和 $G_c(s)$ 都是最小相位系统。若已知 $G(s)$ 和 $G_c(s)G(s)$ 的对数幅频特性 (如图 B5-2(b))。试求: (?此题有错误, 按照-20dB/dec, 频率由 1 到 3, 应该下降 9.54dB)

- (1) $G_c(s)$ 的传递函数;
- (2) $G(s)$ 和 $G_c(s)G(s)$ 的稳态误差系数 K_p , K_v , K_a ;
- (3) $G(s)$ 和 $G_c(s)G(s)$ 的相位裕量;
- (4) 比较串入 $G_c(s)$ 前后闭环系统的超调量。



(a)



(b)

图 B5-2 题 B5-4 系统的方块图和伯德图

$G(s)$:

$$L_d(\omega) = 20 \lg K = 15, \quad K = \sqrt{10}$$

$$G(s) = \frac{\sqrt{10}}{s(\frac{1}{3}s+1)(\frac{1}{300}s+3)}$$

$$K_p = \text{无穷大}, \quad K_v = \sqrt{10}, \quad K_a = 0, \quad P_m = 71.5014$$

$$G_c(s)G(s) = \frac{10^{\frac{3}{4}}(0.1s+1)}{s(\frac{1}{3}s+1)(0.01s+1)(\frac{1}{300}s+1)}$$

$$K_p = \text{无穷大}, \quad K_v = 10^{\frac{3}{4}}, \quad K_a = 0, \quad P_m = 79.1344$$

$$G_c(s) = \frac{G_c(s)G(s)}{G(s)} = \frac{10^{\frac{1}{4}}(0.1s+1)}{(0.01s+1)}$$

串入 $G_c(s)$ 前后闭环系统的超调量减小

C 实际题

C5-1

$K=10$, $m=10$, 由于谐振未知, 所以, b 未知

C5-2

解：电动机传递函数：

$$G_0(s) = \frac{\omega(s)}{u_d(s)} = \frac{k_m}{L_d J s^2 + (R_d J + L_d b)s + (R_d b + k_e k_m)} = \frac{0.84}{0.0396s^2 + 0.987s + 1.073}$$

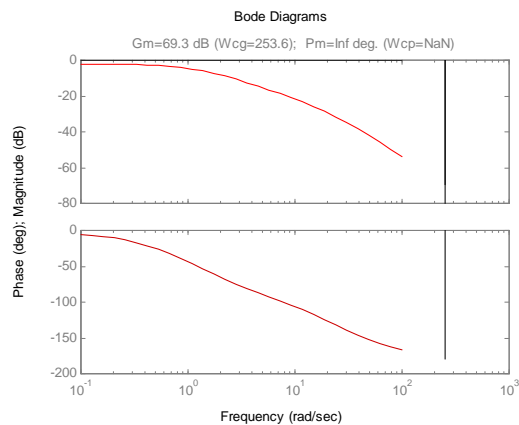
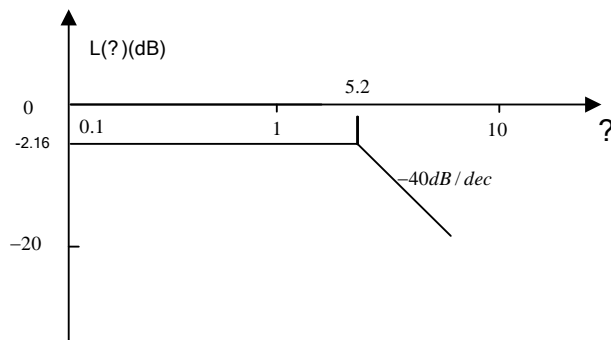
前向传递函数： $G(s) = k_p k_s G_0(s) = \frac{42}{0.0396s^2 + 0.987s + 1.073}$

反馈传递函数： $H(s) = k_f k_{fs} = 0.02$

所以，开环传递函数： $G(s)H(s) = \frac{0.84}{0.0396s^2 + 0.987s + 1.073} = \frac{0.78}{0.0369s^2 + 0.92s + 1}$

闭环传递函数： $M(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)H(s)} = \frac{42}{0.0396s^2 + 0.987s + 1.913}$

(1) 伯德图



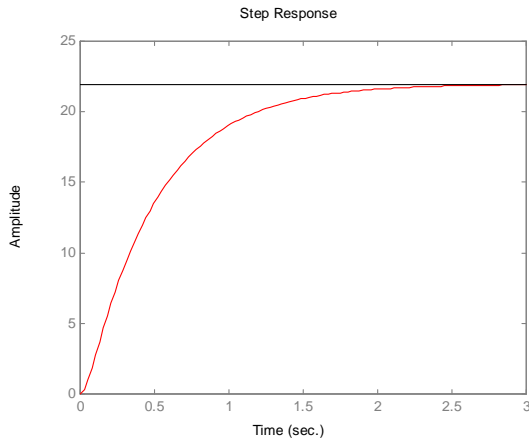
(2) 系统稳定

(3) 相位裕度： $\varphi_{pm} = \text{Inf}$ ； 增益裕度： $Gm = 69.3$

(4) $\varepsilon = 1.79$ ， $\omega_n = 6.95$ ， 无谐振峰值 与 谐振频率

(5) 主导极点： -2.1， -22.8

(6) 无超调， 单位阶跃响应为：



C5-3 图 C5-3 位置随动系统有如下的参数：

收发信器： $\frac{u(s)}{\theta(s)} = A_s = 30v / rad$ ；放大器 $\frac{u_a(s)}{e(s)} = A = 18$ ； $e(s) = u_1(s) - u_2(s)$ ；

执行电机： $\frac{\omega(s)}{u_a(s)} = \frac{0.135}{(0.025s+1)(0.2s+1)}$ ；减速器： $\frac{\theta_o(s)}{\omega(s)} = \frac{1}{40s}$ ； $\theta(s) = \theta_i(s) - \theta_o(s)$ ；

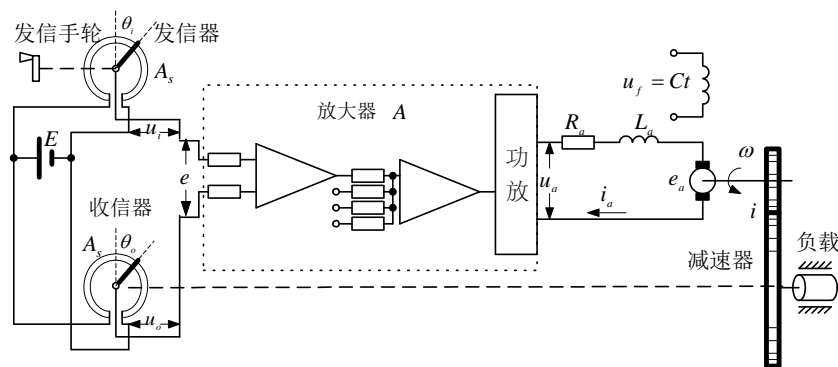


图 C5-3 位置随动系统原理图

(1) 求系统的开环传递函数 $G(s) = \frac{\theta_o(s)}{\theta(s)}$ ；

$$\text{解： } \theta_o(s) = A_s \theta(s) \times A \times \frac{0.135 A A_s \theta(s)}{(0.025s+1)(0.2s+1)} \times \frac{1}{40s}$$

$$\frac{\theta_o(s)}{\theta(s)} = \frac{1.8225}{s(0.025s+1)(0.2s+1)}$$

(2) 重复 C5-2 题的(1)——(7)的计算。

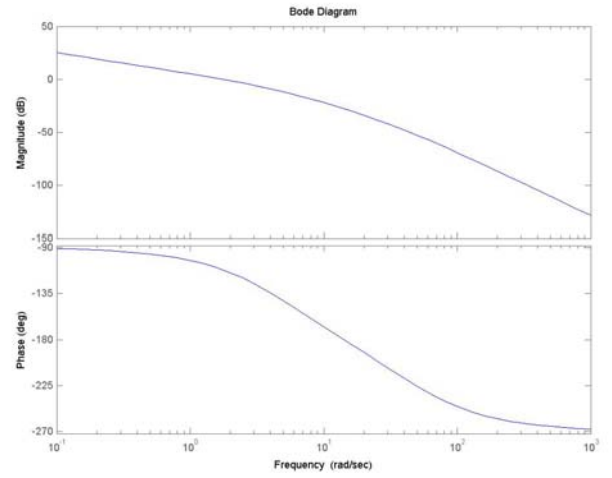
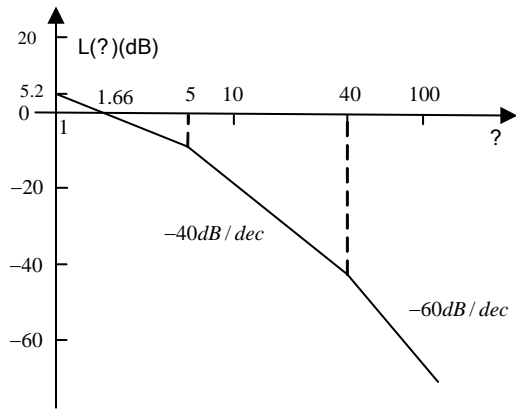
Bode 图：

极点： $\omega_1 = 40, \omega_2 = 5, \omega_3 = 0$

零点： 无

$$20 \lg K = 20 \lg 1.8225 = 5.2$$

积分因子 $\nu=1$ ，所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega=1$, $L(1)=5.2\text{dB}$ ，斜率为 -20dB/dec 的直线，图像在 $\omega=5$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec ，图像在 $\omega=40$ 处折线斜率减少到 -60dB/dec 具体如下图：



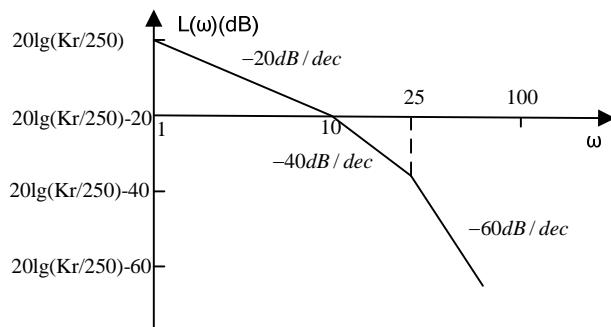
由图可知，系统稳定，相位裕量为 68.5357，增益裕量为 24.6914

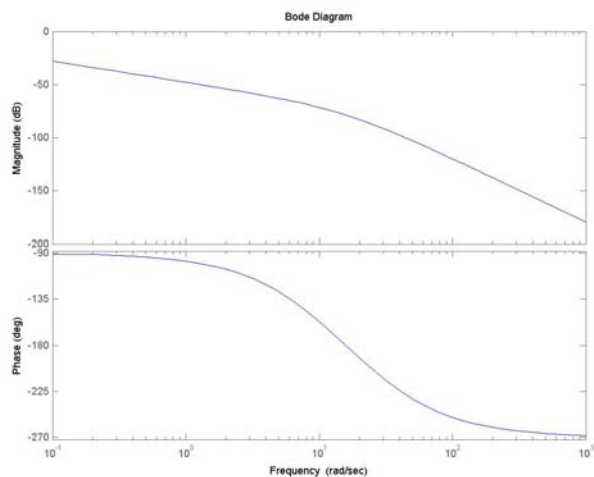
将原系统近似看作一个二阶系统 $\frac{\theta_0(s)}{\theta(s)} = \frac{1.8225}{s(0.2s+1)}$

$\omega_n = 3$, $\zeta = 0.828$, $M_{p\omega} = 1.077$

$M_p = 23.256\%$, $t_s = 1.61$

C5-4 用伯德图完成题 C4-1 的几项计算要求。





将系统以二阶系统近似

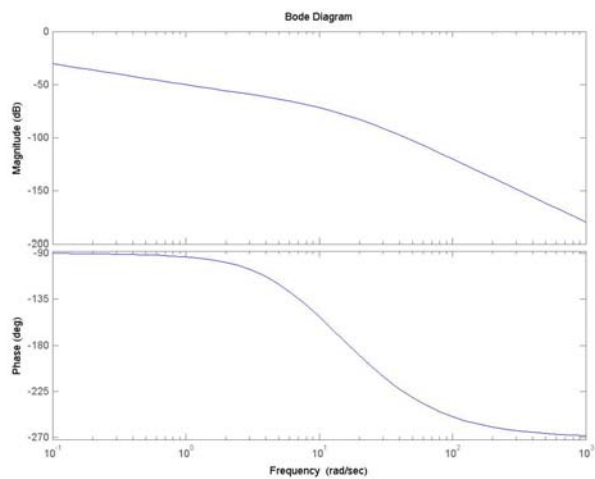
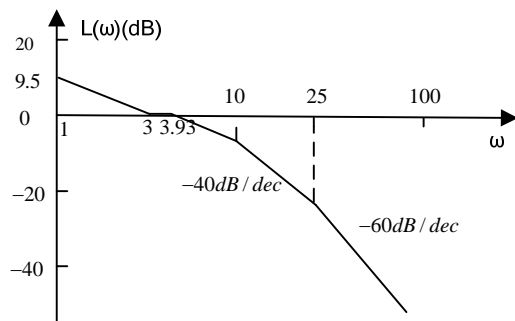
$$M_p = 60\% = e^{-\pi\xi/\sqrt{1-\xi^2}}, \quad \xi = 0.16, \omega_n = 31.25, K_r = 976, \text{ess} = K_r = 976$$

(2) 引入超前校正装置

$$G_c(s) = \frac{(s+3)}{(s+3.93)}$$

求：引入超前校正装置后系统的伯德图；判定系统的稳定性，并求系统的相位裕量和增益裕量；

引入超前校正后，系统稳定，相位裕量为 89.9893，增益裕量为 9.9662e+003



(3) 求闭环系统的谐振峰值 $M_{p\omega}$ 和谐振角频率 ω_r ；若以二阶系统来近似，求系统的阻尼比 ζ 和无阻尼

振荡角频率 ω_n ，以及超调量 M_p 和按 2% 误差准则的调整时间 t_s ；

$$|M(s)| = \frac{K_r}{\sqrt{(K_r - 35w^2)^2 + (250w - w^3)^2}}$$

要使上式最大，则 $K_r - 35w^2 = 0$ ， $250w - w^3 = 0$ ，得， $K_r = 8750$ ， $\omega_r = 15.8$

$$\text{以二阶系统来近似， } G(s) = \frac{K_r}{s(s+10)} = \frac{8750}{s(s+10)}, \quad \omega_n = 93.5$$

$$\omega_r = \omega_n \sqrt{1 - 2\zeta^2} = 15.8, \quad \zeta = 0.697, \quad M_{p\omega} = \frac{1}{2\zeta\sqrt{1 - \zeta^2}} = 1, \quad t_s = 0.06$$

C5-5 用伯德图完成题 C4-2 的计算。原单位反馈系统，其开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6}$$

(1) 绘制系统的伯德图，并求系统的相位裕量和增益裕量；

$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} = \frac{1}{6(s/2 + 1)(s/3 + 1)}$$

极点： $\omega_1 = 2, \omega_2 = 3$

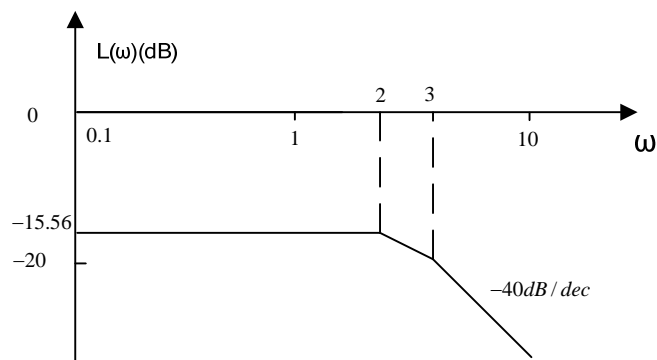
零点：无

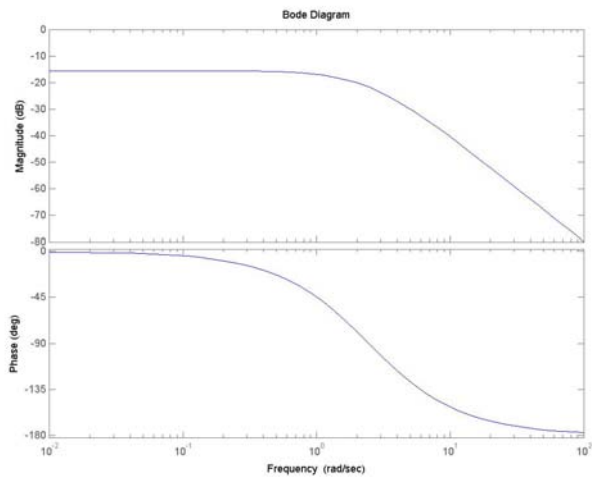
$$20\lg K = 20\lg(1/6) = -15.56$$

积分因子 $\nu = 0$ ，所以其幅频特性图低频段是一条经过 $\omega = 1$ ， $L(1) = -15.56\text{dB}$ ，斜率为 0dB/dec 的直线，

图像在 $\omega = 2$ 处折线斜率减少到 -20dB/dec ，像在 $\omega = 3$ 处折线斜率减少到 -40dB/dec ，具体如下图：

从图中我们可以得到 $\omega_c = 0.08$ 。





相位裕量为无穷大，增益裕量为无穷大

(2) 求系统的稳态误差系数 K_p ， K_v 和 K_a ；

$$K_p = 1/6, K_v = 0, K_a = 0$$

(3) 若希望将系统的稳态误差系数增大到原来的 10 倍，引入滞后校正装置：

$$G_c(s) = K_c \cdot \frac{s + 0.05}{s + 0.005}$$

校正装置的 K_c 应为多大？100

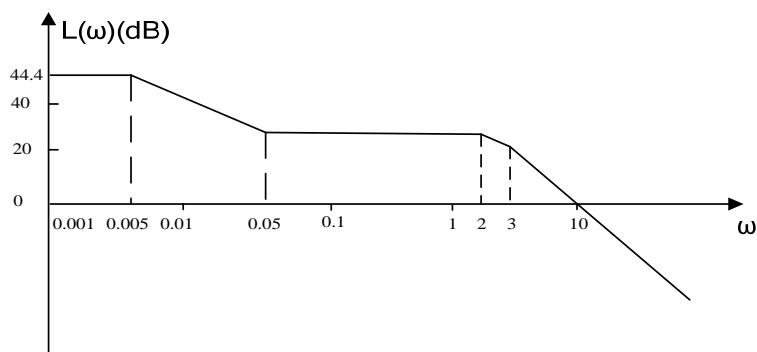
(4) 绘制校正后系统的伯德图，并计算校正后系统的稳态误差系数；

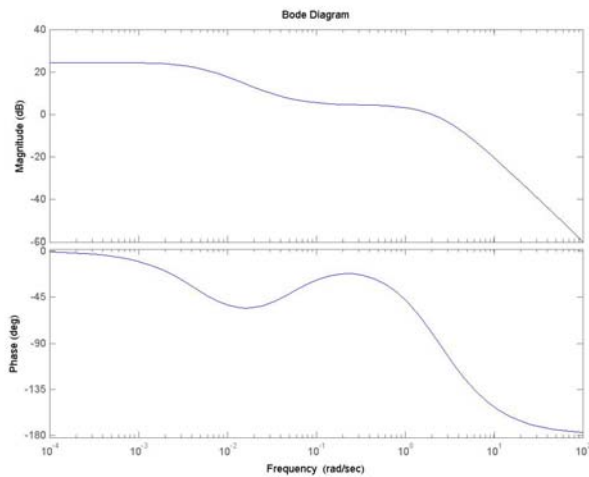
$$G(s) = \frac{1}{s^2 + 5s + 6} = \frac{1000}{6} \frac{20s + 1}{(s/2 + 1)(s/3 + 1)(200s + 1)}$$

极点： $\omega_1 = 2, \omega_2 = 3, \omega_3 = 0.005$

零点： $\omega_4 = 0.05$

$$20 \lg K = 20 \lg(1000/6) = 44.4$$





校正后的稳态误差为原来的 10 倍

(5) 求校正后系统的相位裕量和增益裕量，并与校正前进行比较。

校正后，相位裕量为 101.3234，增益裕量为无穷大

C5-6 用伯德图完成题 C4-3 的计算。原单位反馈系统，其开还传递函数为：

$$G(s) = \frac{3}{s(s+1)}$$

引入超前一滞后校正装置：

$$G_c(s) = \frac{(s+1)(s+0.1)}{(s+1.25)(s+0.008)}$$

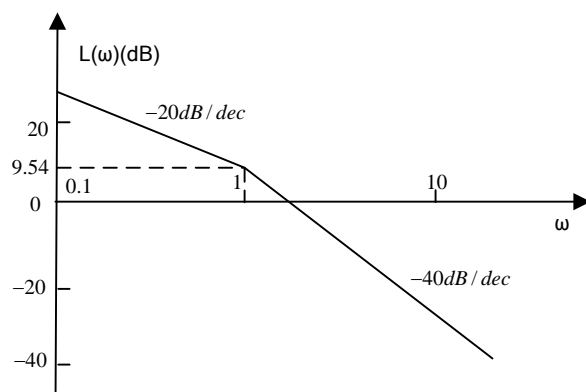
(1) 绘制原系统的伯德图，并求系统的相位裕量和增益裕量和速度误差系数 K_v ：

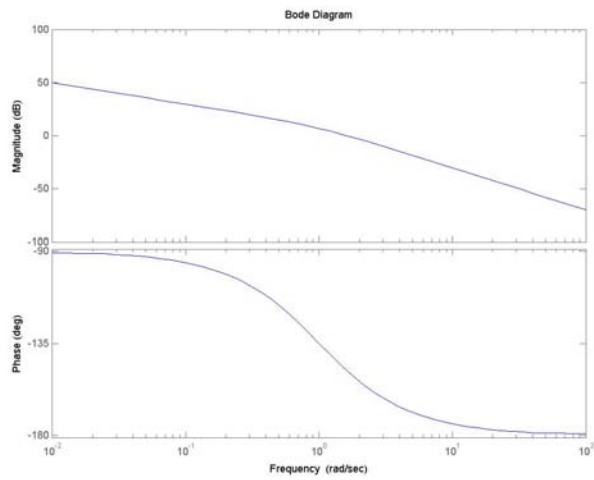
$$G(s) = \frac{3}{s(s+1)}$$

极点： $\omega_1 = 0, \omega_2 = 1$

零点： 无

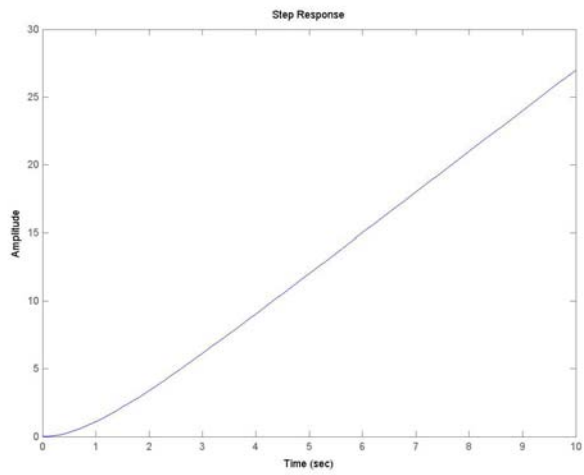
$$20 \lg K = 20 \lg 3 = 9.54$$





相位裕量为 32.0994，增益裕量为无穷大， $K_v=3$

(2) 求原系统的单位阶跃响应；



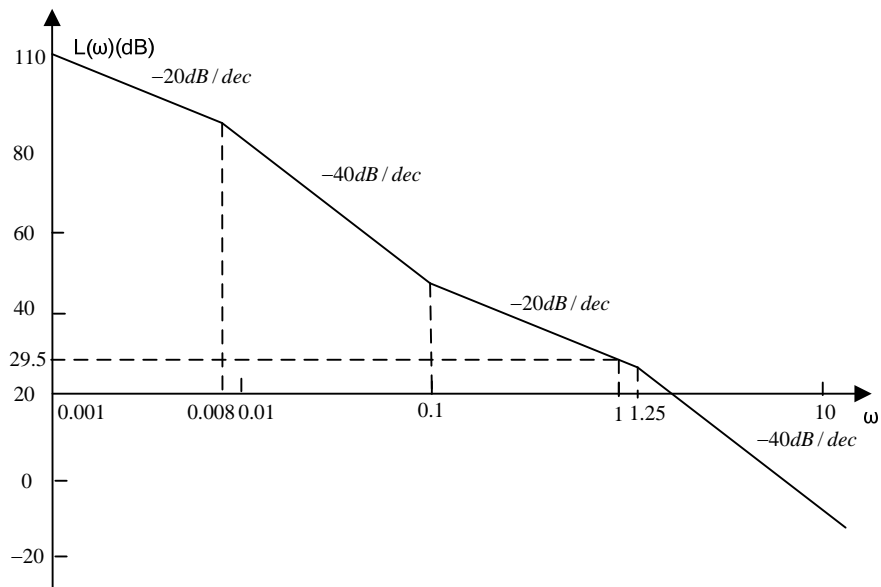
(3) 绘制引入校正装置后系统的伯德图，并求系统的相位裕量和增益裕量、速度误差系数 K_v 和速度误差系数 K_v ：

$$G(s)G_c(s) = \frac{(s+1)(s+0.1)}{(s+1.25)(s+0.008)} \frac{3}{s(s+1)} = \frac{30(10s+1)}{(s/1.25+1)(125s+1)}$$

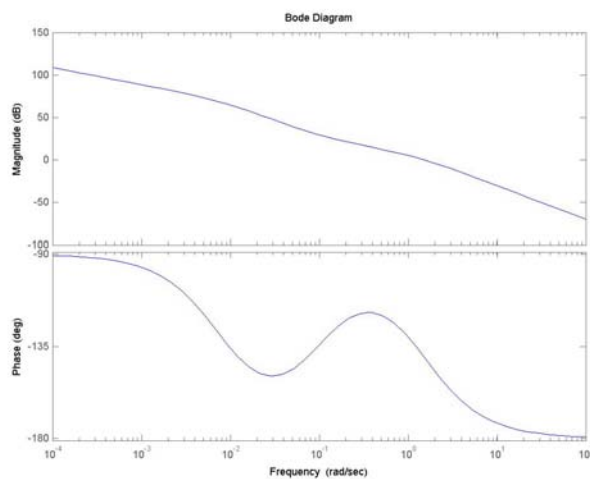
极点： $\omega_1 = 0.008, \omega_2 = 1.25$

零点： 0.1

$$20\lg K = 20\lg 30 = 29.54$$



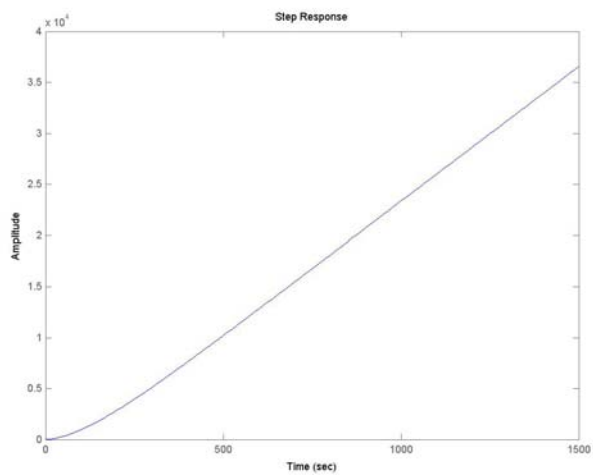
Matlab 画图结果如下：



相位裕量为：40.4258 增益裕量为：无穷大， $K_v=26.4$

(4) 求校正前后系统的单位阶跃响应，并进行比较，说明校正装置的作用。

校正后的单位阶跃响应：



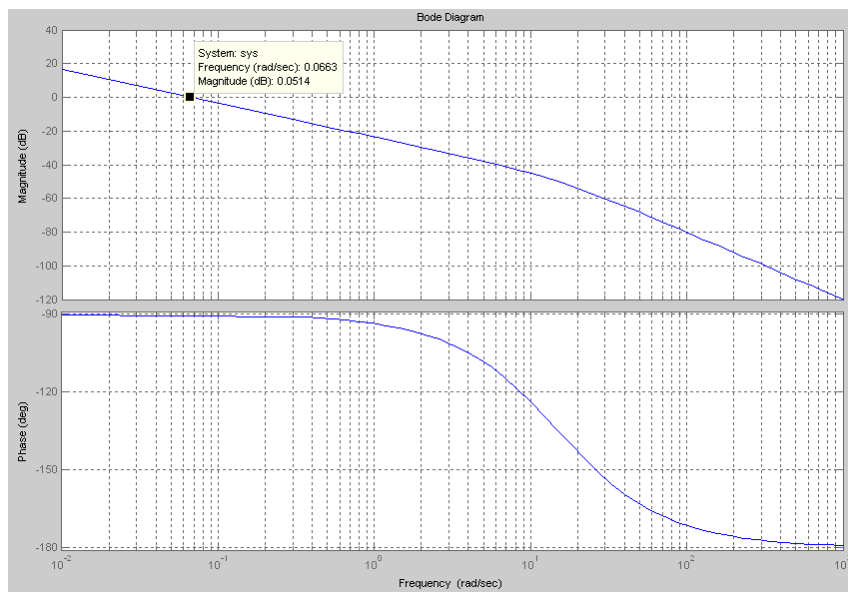
D MATLAB 题

D5-1 用 MATLAB 的 *bode* 命令绘制题 A5-1(1)、(2)、(3)、(4)各系统的伯德图，并在图上标出系统的相位裕量和增益裕量。

(1) Matlab 画图结果如下：

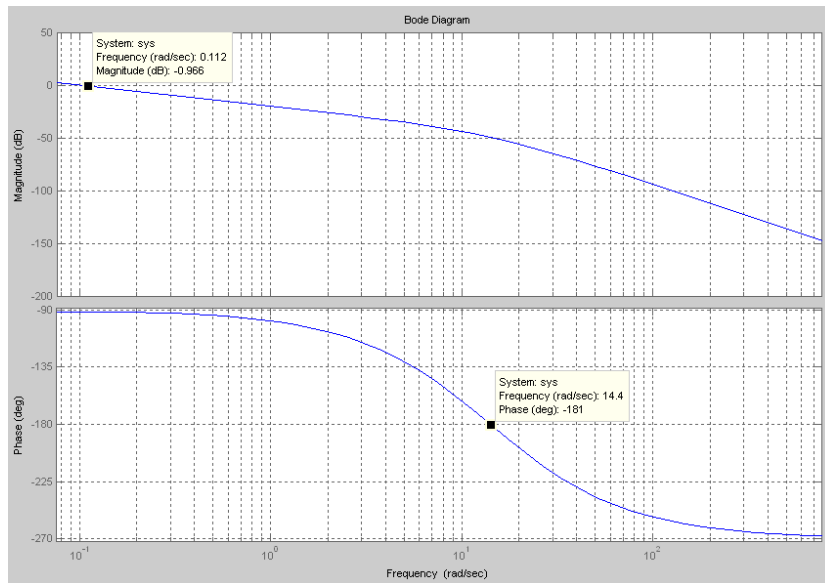
$$\omega_c = 0.0663$$

$$\omega_g = \text{无穷大}$$



(2) Matlab 画图结果如下：

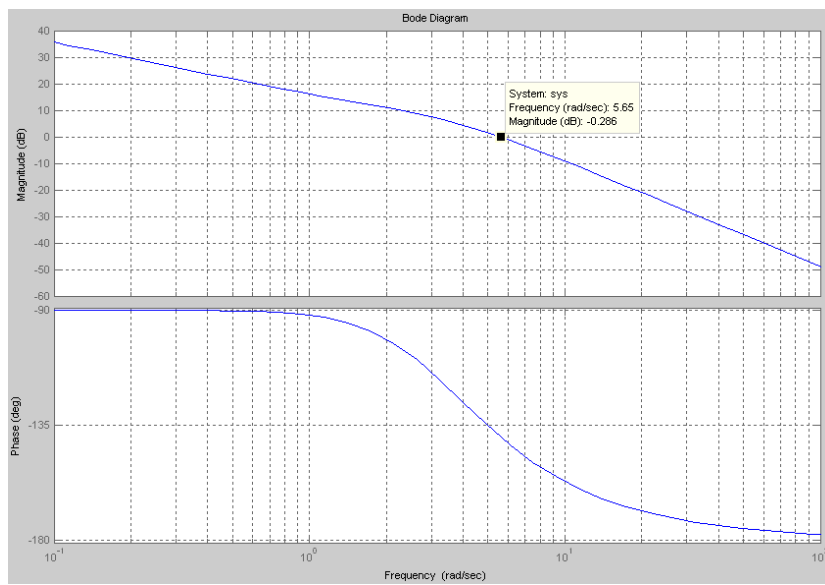
$$\omega_g = 14.4; \quad \omega_c = 0.112$$



(3) Matlab 画图结果如下:

$\omega_g = \text{无穷大}$

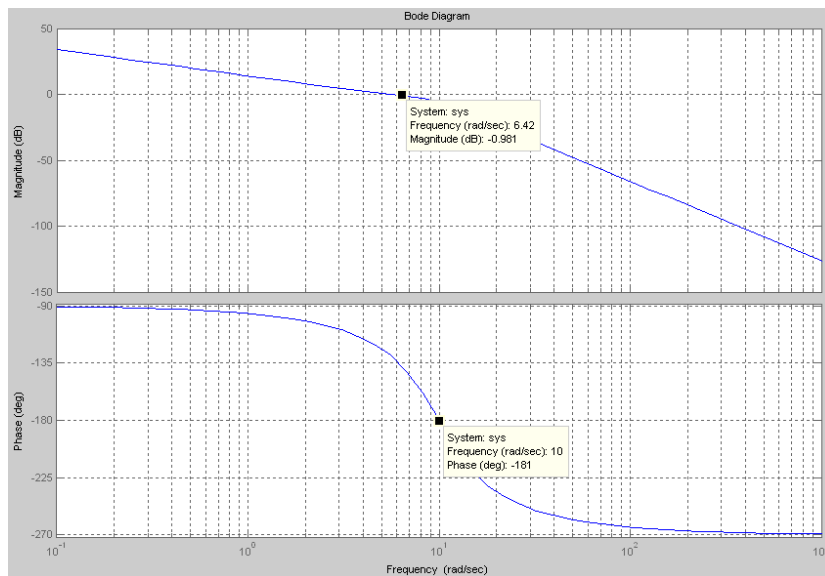
$\omega_c = 5.65$



(4) Matlab 画图结果如下:

$\omega_g = 10$

$\omega_c = 6.42$

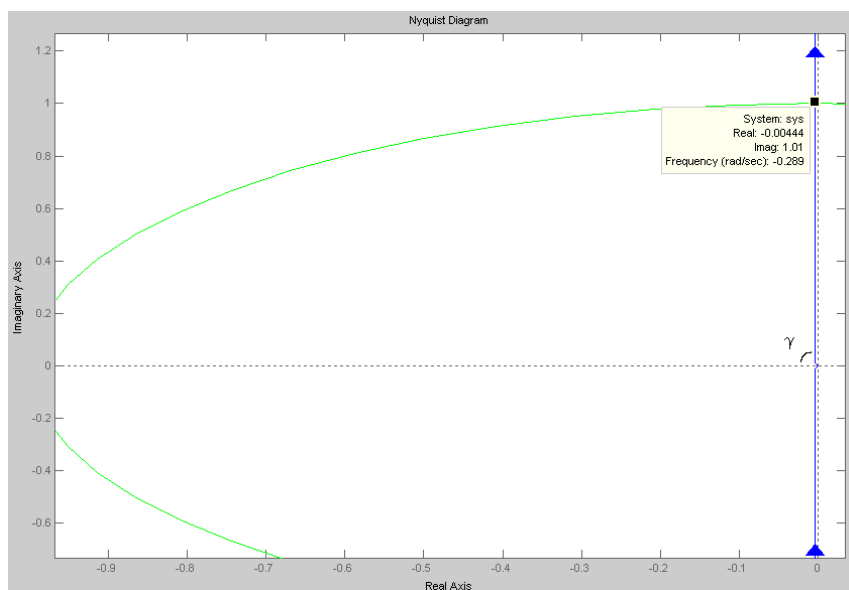


D5-2 用 MATLAB 的 *nyquist* 命令绘制题 A5-1(1)、(2)、(3)、(4)各系统的奈氏图，并在图上标出系统的相位裕度和增益裕度。

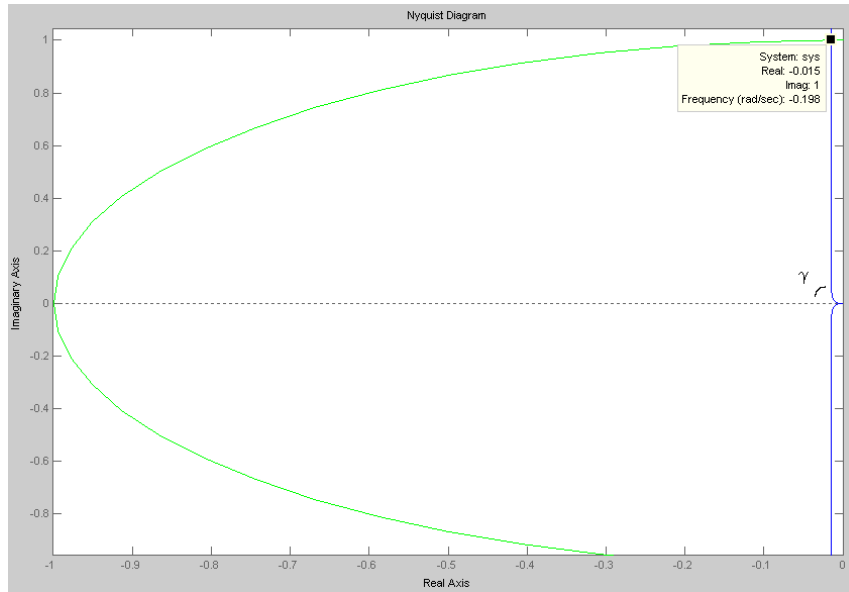
(图中绿色曲线为单位圆)

(1)

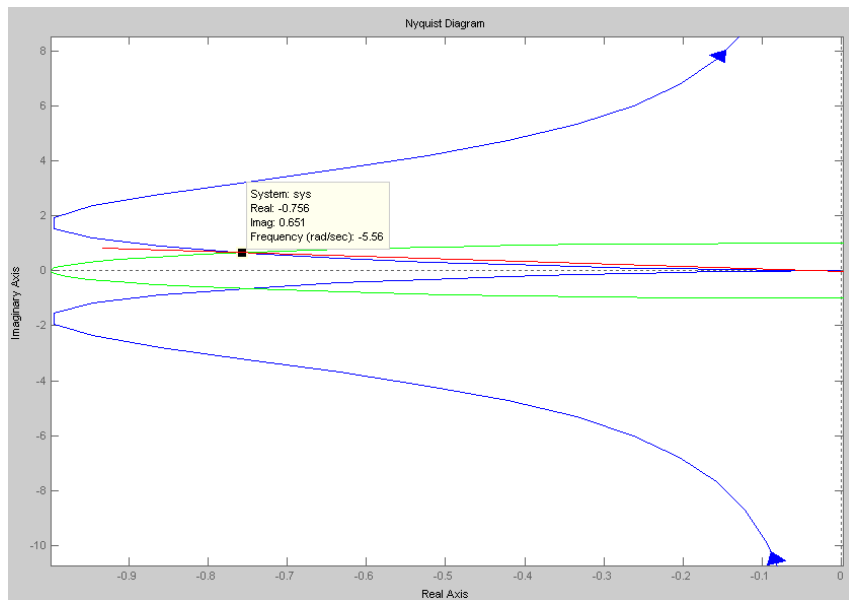
γ 约为-90 度, $G_m > 1$ (太小, 无法标出)



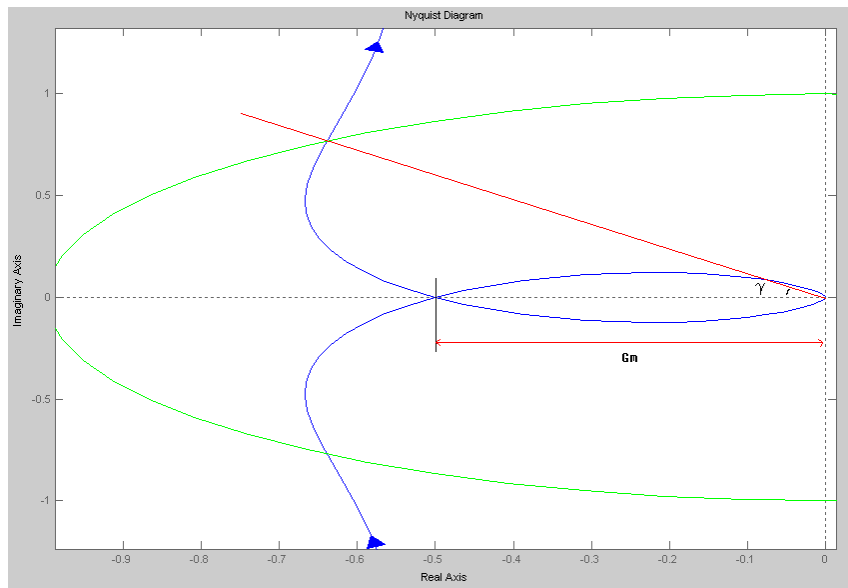
(2) γ 约为-90 度, $G_m > 1$ (太小, 无法标出)



(3) γ 为负实轴到红色直线的夹角(负值), $G_m > 1$ (太小, 无法标出)

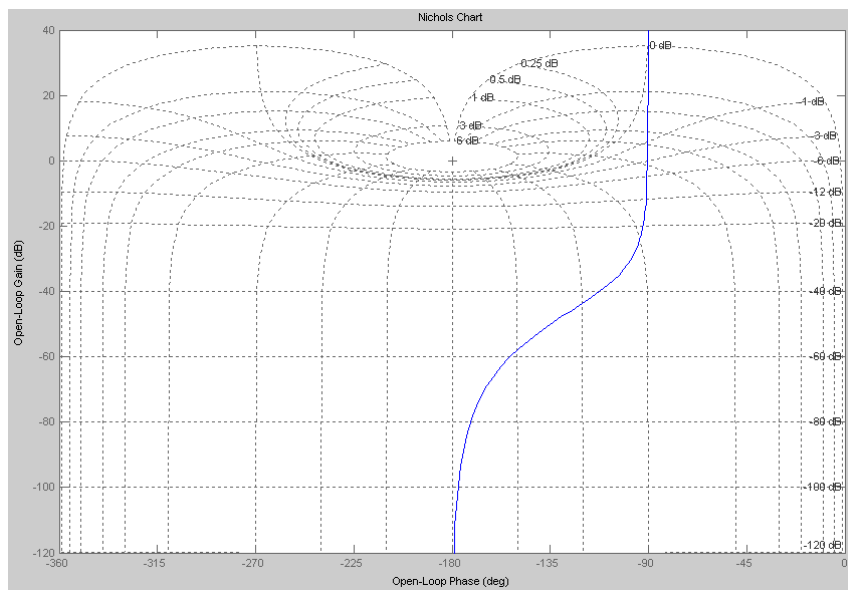


(4)

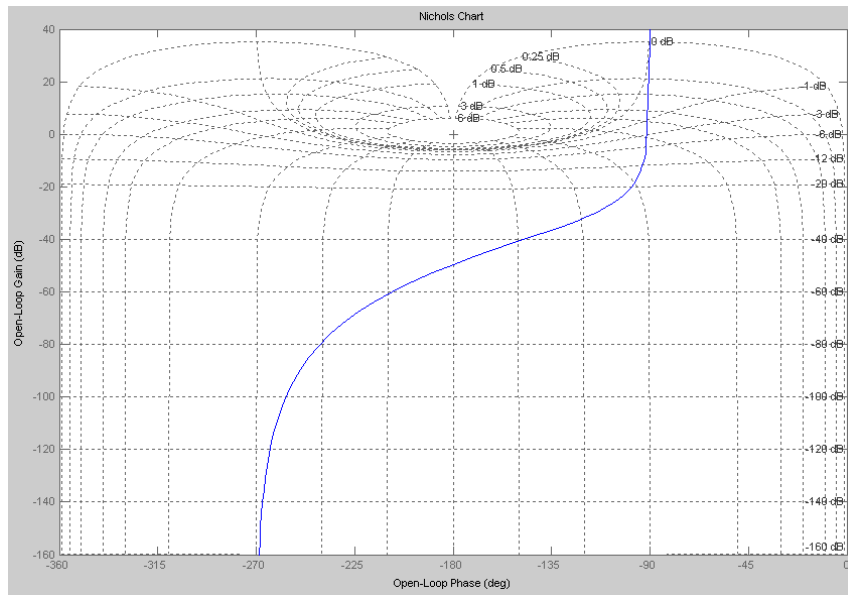


D5-3 用 MATLAB 的 *nichols* 和 *ngrid* 命令绘制题 A5-1(1)、(2)、(3)、(4)各系统的奈氏图，并在图上标出系统的相位裕量和增益裕量。

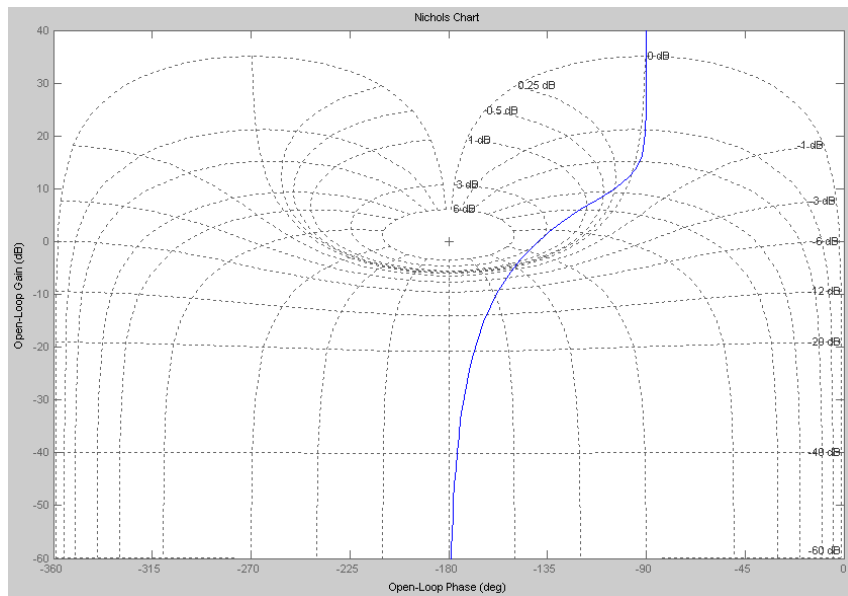
(1)



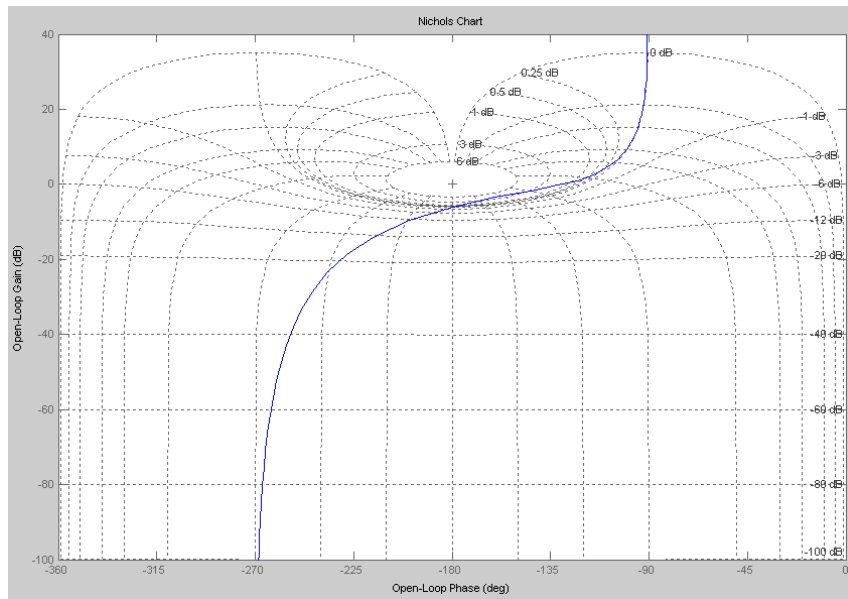
(2)



(3)

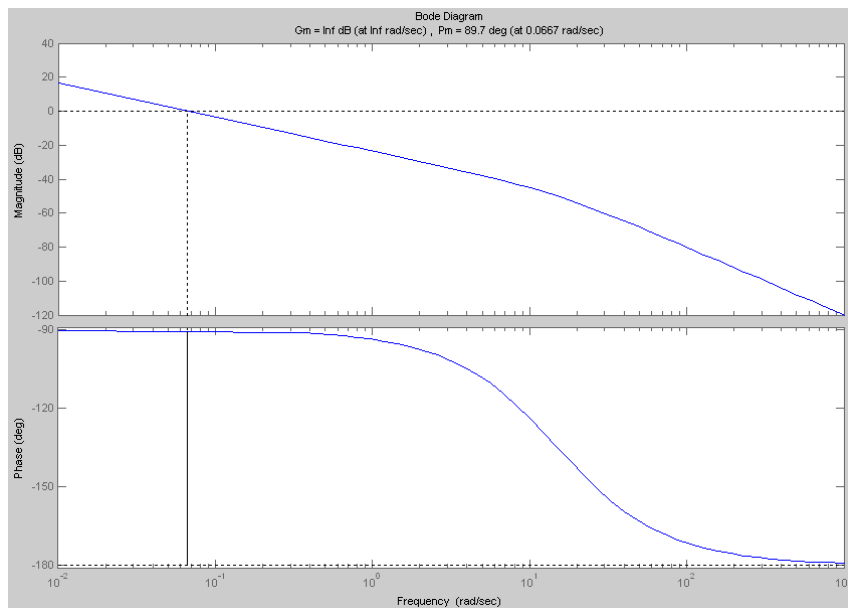


(4)

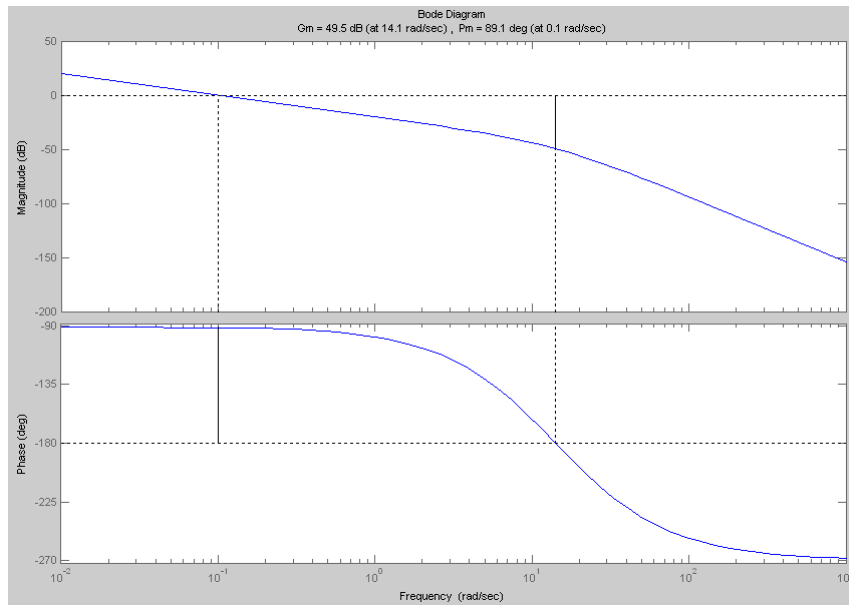


D5-4 用 MATLAB 的 *margin* 命令求题 A5-1(1)、(2)、(3)、(4)各系统的相位裕量和增益裕量。

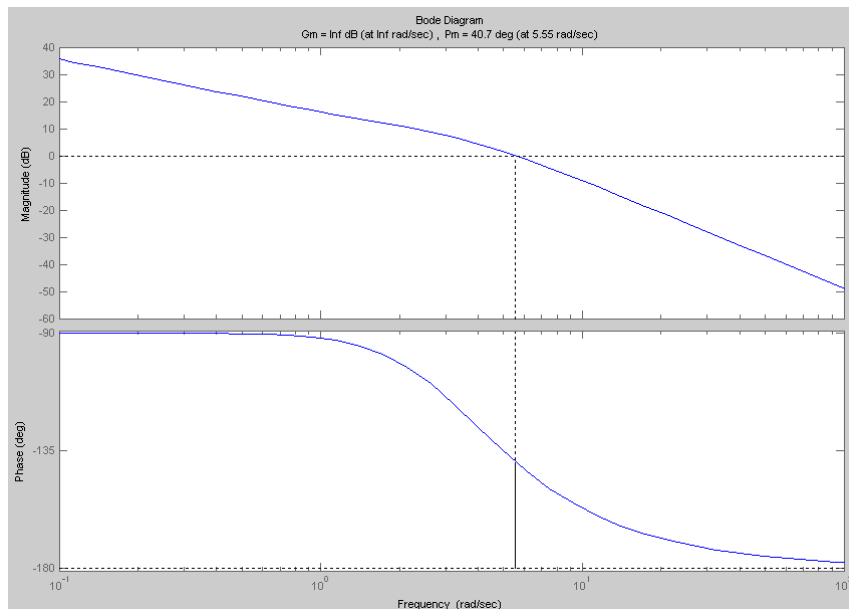
(1)



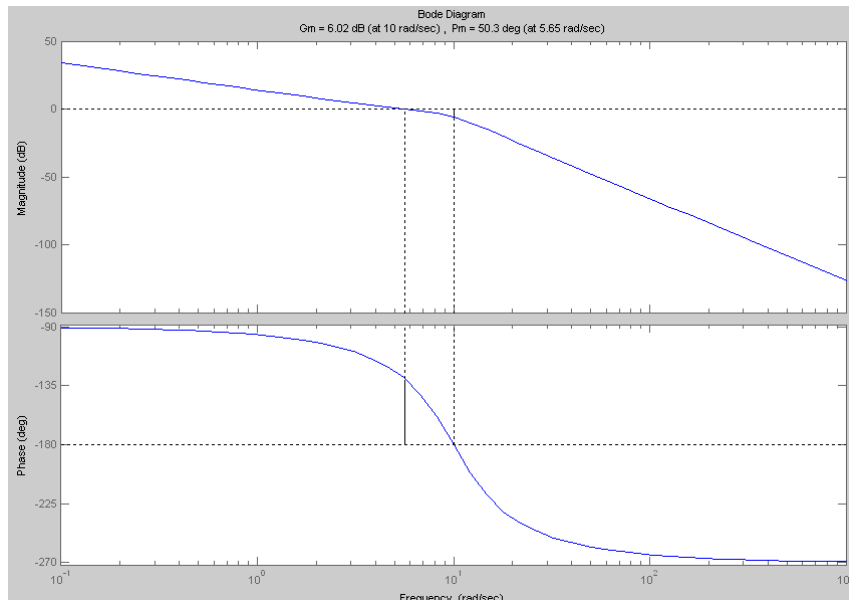
(2)



(3)



(4)

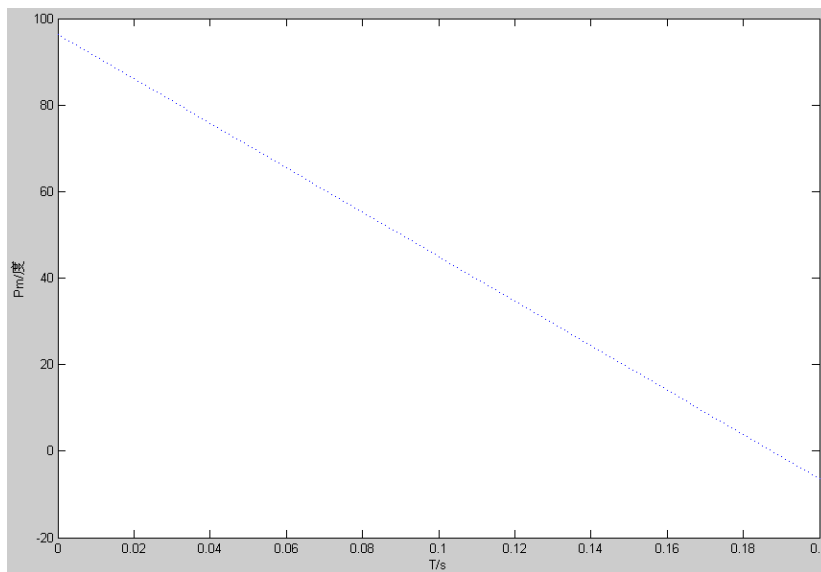


D5-5 一单位反馈系统的开环传递函数为：

$$G(s) = \frac{Ke^{-Ts}}{s+1}$$

(1) $K=9.0$

(2) 利用所求的 K 值，绘制在 $0 \leq T \leq 0.2s$ 范围内相位裕量与 K 的关系曲线。



[num,den]=pade(T,N)