# Lösungsstrategien für NP-schwere Probleme
# Blatt 10

Jakob Rieck
6423721

Konstantin Kobs
6414943

Thomas Maier
6319878

Tom Petersen
6359640

Abgabe zum 04.07.16

## Aufgabe 1

Bei der Zufallsgröße handelt es sich um zwei voneinander unabhängige Zufallsverteilungen. Zum einen werden in die Zufallsgröße $X$ alle Stimmen der Leute gezählt, die für $D$ stimmen wollten und es auch taten. Dies geschieht mit Wahrscheinlichkeit $\frac{99}{100}$ bei allen 80000 $D$-Fans. Zum anderen beinhaltet $X$ aber auch die Stimmen der Leute, die $R$ wählen wollten, allerdings aufgrund der schlecht designten Wahlzettel $D$ wählten. Dies geschieht mit Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{100}$ für die gegebenen 20000 $R$-Fans.

Beide Wahrscheinlichkeitsverteilungen sind Binomialverteilungen, die zum einen ein $n = 80000$ und zum anderen ein $n = 20000$ sowie die oben genannten Wahrscheinlichkeiten $p = \frac{99}{100}$ sowie $p = \frac{1}{100}$ besitzen. Die Zufallsgröße $X$ wird nun beschrieben als

$$X = Binom(80000, \frac{99}{100}) + Binom(20000, \frac{1}{100})$$

Somit ist der Erwartungswert von $X$

$$E[X] = E[Binom(80000, \frac{99}{100}) + Binom(20000, \frac{1}{100})]$$

Wegen der Linearität des Erwartungswertes gilt dann

$$E[X] = E[Binom(80000, \frac{99}{100})] + E[Binom(20000, \frac{1}{100})]$$

Für Binomialverteilungen ist der Erwartungswert leicht zu berechnen $(n \cdot p)$, weshalb der Erwartungswert folgendes ist:

$$E[X] = 80000 \cdot \frac{99}{100} + 20000 \cdot \frac{1}{100} = 79400$$

# Aufgabe 2

a) Wenn ein Prozess einen Wert von 1 wählt, und gleichzeitig alle verbundenen Prozesse den Wert 0 haben, so kann der Prozess in die Menge $S$ aufgenommen werden. In der Menge $S$ befinden sich am Ende also nur Prozesse, die nicht im Konflikt zu ihren möglichen Konflikt-Partnern stehen, da alle diese nicht in die Menge aufgenommen wurden. $\square$
Die Wahrscheinlichkeit, dass ein Prozess $P$ den Wert 1 wählt, liegt bei $\frac{1}{2}$. Dieselbe Wahrscheinlichkeit hat auch jeder andere Prozess, der mit $P$ verbunden ist. Die Wahrscheinlichkeit, dass nun $P$ den Wert 1 hat **und** die $d$ mit ihm verbundenen Prozesse den Wert 0 liegt bei $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}^d$, da die beiden Ereignisse unabhängig voneinander und identisch verteilt sind (iid). Da dies nun die Wahrscheinlichkeit für ein Element ist, und es immer nur zwei Zustände gibt (in Set $S$ oder nicht), handelt es sich hier um eine Binomialverteilung, deren Erwartungswert wir dann einfach mit

$$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}^d \cdot n = \frac{1}{2}^{d+1} \cdot n$$

beschreiben können.

b) Die Wahrscheinlichkeitsberechnung ist hier ähnlich, nur etwas allgemeiner. Die Wahrscheinlichkeit für den Wert 1 ist $p$ und dass die in Konflikt stehenden Prozesse jeweils 0 sind, hat die Wahrscheinlichkeit $1 - p$. Für die Gesamtwahrscheinlichkeit ergibt sich dann $p \cdot (1-p)^d$, sodass sich auch hier eine Binomialverteilung ergibt mit dem Erwartungswert

$$p \cdot (1 - p)^d \cdot n$$

TODO: Für welches $p$ ist das maximal? Ableiten ist schwierig.