# Lösungsstrategien für NP-schwere Probleme
# Blatt 7

Jakob Rieck 6423721 | Konstantin Kobs 6414943 | Thomas Maier 6319878

Tom Petersen 6359640

Abgabe zum 06.06.16

## Aufgabe 1

Wir wenden die Pricing-Methode auf das gewichtete Hitting-Set-Problem an.
Es sei $B(a_i)$ die Familie von Mengen $B_j$, in denen $a_i$ enthalten ist. Jedes Element $B_j$ erhält einen Preis $p_j$, der im Laufe des Algorithmus berechnet wird. Weiterhin gelte folgende Fairness-Regel für alle Elemente $a_i \in A$:

$$\sum_{B_j \in B(a_i)} p_j \leq w_i$$

Ein Element $a_i \in A$ ist tight, wenn

$$\sum_{B_j \in B(a_i)} p_j = w_i$$

gilt. Der Algorithmus läuft nun solange noch Mengen $B_j$, die ein nicht-tightes Element aus $A$ enthalten, existieren und wählt eines dieser Elemente aus. Der Preis dieses Elements wird nun maximal erhöht, ohne die Fairness-Regel zu verletzen. Nach Beendigung der Schleife bilden alle tighten Elemente aus $A$ ein Hitting Set.

Die Schleife terminiert, da in jedem Schritt mindestens ein Element aus $A$ tight gemacht wird und $A$ endlich ist. Nachdem der Algorithmus beendet wurde, enthält jedes $B_j$ mindestens ein tightes Element, das in das Hitting Set aufgenommen wird, daher arbeitet der Algorithmus auch korrekt.

**TBD**: k-Approximation

# Aufgabe 2

a) Dynamic Programming 1: Waagerecht ist das Gewicht aufgetragen; vertikal die Items; Einträge in der Tabelle sind die (summierten) Werte der Items.

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 7 | 7 | $\underline{8}$ |
| 3 | 0 | 2 | 2 | 3 | 3 | 3 | 5 | 7 | 7 | $\underline{8}$ |
| 2 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 5 | 5 | $\underline{6}$ | $\underline{6}$ |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\underline{5}$ | 5 | $\underline{5}$ | 5 |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | $\underline{0}$ | 0 | 0 | 0 |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |

Die Tabelle zeigt, dass wir einen maximalen Wert von 8 erreichen können. Hierzu müssen wir die Items 1, 2 und 3 in den Rucksack packen.

b) Dynamic Programming 2: Waagerecht ist der maximale Gesamtwert (11) aufgetragen; vertikal die Items; Einträge in der Tabelle sind die (summierten) Gewichte.

| | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 4 | 0 | 1 | 1 | 3 | 6 | 6 | 7 | 7 | $\underline{9}$ | 12 | 12 | 14 |
| 3 | 0 | 1 | 1 | 3 | 6 | 6 | 7 | 7 | $\underline{9}$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| 2 | 0 | 2 | 6 | 6 | 6 | 6 | $\underline{8}$ | $\infty$ | $\underline{\infty}$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| 1 | 0 | 6 | 6 | 6 | 6 | $\underline{6}$ | $\underline{\infty}$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| 0 | 0 | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\underline{\infty}$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ | $\infty$ |
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

Die Tabelle zeigt, dass wir ein Gewicht von maximal 9 erreichen, wobei wir einen Wert von 8 erreichen. Hierzu müssen, wie schon in *a)*, Items 1, 2 und 3 hinzugefügt werden. Dies ist das gleiche Ergebnis wie in *a)*, denn schließlich handelt es sich hier nur um zwei verschiedene Berechnungsweisen des gleichen Problems.