

LEHRBUCH

Olaf Dössel

# Bildgebende Verfahren in der Medizin

Von der Technik zur medizinischen Anwendung

2. Auflage



Springer Vieweg

---

# Bildgebende Verfahren in der Medizin



---

Olaf Dössel

# Bildgebende Verfahren in der Medizin

Von der Technik zur medizinischen  
Anwendung

2. Auflage



Springer Vieweg

Olaf Dössel  
KIT  
Karlsruhe, Deutschland

ISBN 978-3-642-54406-4      ISBN 978-3-642-54407-1 (eBook)  
DOI 10.1007/978-3-642-54407-1

Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnetet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Springer Vieweg  
© Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2016  
Das Werk einschließlich aller seiner Teile ist urheberrechtlich geschützt. Jede Verwertung, die nicht ausdrücklich vom Urheberrechtsgesetz zugelassen ist, bedarf der vorherigen Zustimmung des Verlags. Das gilt insbesondere für Vervielfältigungen, Bearbeitungen, Übersetzungen, Mikroverfilmungen und die Einspeicherung und Verarbeitung in elektronischen Systemen.  
Die Wiedergabe von Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen usw. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutz-Gesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.  
Der Verlag, die Autoren und die Herausgeber gehen davon aus, dass die Angaben und Informationen in diesem Werk zum Zeitpunkt der Veröffentlichung vollständig und korrekt sind. Weder der Verlag, noch die Autoren oder die Herausgeber übernehmen, ausdrücklich oder implizit, Gewähr für den Inhalt des Werkes, etwaige Fehler oder Äußerungen.

Gedruckt auf säurefreiem und chlorfrei gebleichtem Papier

Springer Vieweg ist Teil von Springer Nature  
Die eingetragene Gesellschaft ist Springer-Verlag GmbH Berlin Heidelberg

---

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Bildgebung in der Medizin . . . . .</b>	1
1.1	Bildgebende Verfahren als Bestandteil der Diagnostik und Therapie . . . . .	2
1.2	Überblick über die verschiedenen bildgebenden Verfahren in der Medizin . . . . .	3
	Literatur . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Projektionsröntgen . . . . .</b>	5
2.1	Grundlagen zur Erzeugung von Röntgenstrahlung . . . . .	5
2.1.1	Grundprinzip der Erzeugung von Röntgenstrahlen . . . . .	5
2.1.2	Bremsstrahlung . . . . .	7
2.1.3	Charakteristische Strahlung . . . . .	9
2.1.4	Wirkungsgrad . . . . .	11
2.2	Schwächung von Röntgenstrahlen . . . . .	14
2.2.1	Allgemeines Schwächungsgesetz . . . . .	14
2.2.2	Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie . . . . .	15
2.2.3	Wirkungsquerschnitte und Monte-Carlo-Simulationen . . . . .	18
2.2.4	Massenschwächungskoeffizient von Blei und Wasser . . . . .	20
2.3	Technik zur Erzeugung von Röntgenstrahlen . . . . .	21
2.3.1	Qualitätskriterien für Röntgenquellen . . . . .	21
2.3.2	Die schräg gestellte Anode . . . . .	24
2.3.3	Drehanode . . . . .	24
2.3.4	Anodenmaterial . . . . .	26
2.3.5	Anodenaufbau . . . . .	27
2.3.6	Drehlager . . . . .	29
2.3.7	Vakuumkammer, Durchführungen und Gehäuse . . . . .	30
2.3.8	Filter . . . . .	31
2.3.9	Motor . . . . .	31
2.3.10	Drehkolben-Röhre . . . . .	31
2.3.11	Neue Ansätze zur Erzeugung von Röntgenstrahlen . . . . .	32

2.3.12	Kathode und Stromregelung . . . . .	33
2.3.13	Generator . . . . .	33
2.3.14	Belichtungssteuerung . . . . .	33
2.3.15	Generator mit „fallender Last“ . . . . .	35
2.4	Techniken der Röntgen-Bildaufnahme . . . . .	36
2.4.1	Röntgenfilm . . . . .	36
2.4.2	Verstärkerfolien . . . . .	39
2.4.3	Speicherfolien: digitale Lumineszenz – Radiographie . . . . .	43
2.4.4	Bildaufnahme mit Selen-Filmen (Xeroradiographie) . . . . .	45
2.4.5	Der Röntgenbildverstärker . . . . .	47
2.4.6	Flache digitale Röntgen-Bildaufnehmer . . . . .	50
2.4.7	Raster . . . . .	52
2.5	Einführung der Modulationsübertragungsfunktion MTF . . . . .	56
2.6	Rauschen . . . . .	63
2.6.1	Poisson-Verteilung . . . . .	63
2.6.2	Zahl der Quanten pro Energiedosis . . . . .	65
2.6.3	Quantenstatistik am Beispiel Röntgenbildverstärker . . . . .	67
2.6.4	„Detective Quantum Efficiency“ – DQE . . . . .	69
2.6.5	Optimierung von DQE und MTF . . . . .	70
2.7	Anwendungen der Projektions-Röntgentechnik . . . . .	71
2.7.1	Kontrastmittel . . . . .	71
2.7.2	Digitale Subtraktionsangiographie DSA . . . . .	73
2.7.3	Der C-Bogen . . . . .	74
2.7.4	Ventrikulographie . . . . .	75
2.7.5	Koronarangiographie . . . . .	76
2.7.6	Interventionelle Röntgenbildgebung . . . . .	77
2.7.7	Übersicht über verschiedene Anwendungen der Röntgentechnik . . . . .	77
2.8	MV-Imaging . . . . .	78
2.8.1	Problematik beim Nachweis von MeV-Quanten . . . . .	78
2.8.2	Umwandlung der Gamma-Quanten in Licht . . . . .	80
2.8.3	Umwandlung der Leuchtschirm-Bilder in ein Videosignal . . . . .	82
	Literatur . . . . .	83
3	<b>Systemtheorie abbildender Systeme . . . . .</b>	85
3.1	1D-Fouriertransformation . . . . .	85
3.2	2D-Fouriertransformation . . . . .	92
3.3	Faltung . . . . .	95
3.4	Korrelation . . . . .	95
3.5	Linearität und Verschiebungsinvarianz . . . . .	100
3.6	Hauptsatz der Systemtheorie abbildender Systeme . . . . .	101

3.7	Hochpass und Tiefpass . . . . .	102
3.8	Messung der MTF . . . . .	103
3.9	Abtastung und Abtasttheroem . . . . .	104
3.10	Die begrenzte Fenstergröße . . . . .	108
3.11	Rauschen in der Systemtheorie . . . . .	108
	Literatur . . . . .	112
<b>4</b>	<b>Kleiner Ausflug in die digitale Bildverarbeitung</b> . . . . .	113
4.1	Punktoperationen . . . . .	113
4.2	Geometrische Transformationen . . . . .	115
4.3	Interpolation . . . . .	117
4.4	Faltungsfilter . . . . .	119
4.4.1	Mittelwertfilter und Gaußfilter . . . . .	120
4.4.2	Gradienten-Filter und Sobel-Filter . . . . .	120
4.4.3	Laplace-Filter . . . . .	121
4.5	RangordnungsfILTER . . . . .	122
4.6	Restaurierung . . . . .	123
4.7	Bewegungs- und Verschiebungsanalyse . . . . .	124
4.8	Segmentierung . . . . .	125
4.9	Klassifizierung . . . . .	127
4.10	Multi-Modality-Imaging . . . . .	128
4.11	Bildkommunikation und Archivierung . . . . .	129
	Literatur . . . . .	130
<b>5</b>	<b>Computertomographie</b> . . . . .	131
5.1	Radon-Transformation . . . . .	131
5.2	Fourier-Scheiben-Theorem . . . . .	134
5.3	Radon-Transformation und Computertomographie . . . . .	136
5.4	Fourier-Rekonstruktion . . . . .	137
5.5	CT-Scanner der 1., 2., 3. und 4. Generation . . . . .	137
5.6	Röntgendetektoren in der CT . . . . .	143
5.7	Iterative CT-Rekonstruktion . . . . .	144
5.8	CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion . . . . .	146
5.8.1	Ableitung der Grundgleichung . . . . .	146
5.8.2	Gefilterte Projektionen . . . . .	149
5.8.3	Rückprojektion . . . . .	149
5.8.4	Vergleich zwischen gefilterter und ungefilterter Rückprojektion . . . . .	151
5.8.5	Interpolation bei der Rückprojektion . . . . .	152
5.8.6	Begrenzen des Filters . . . . .	152
5.8.7	Gleichungen für die digitale gefilterte Rückprojektion . . . . .	155
5.9	MTF bei der CT . . . . .	156

5.10	Rauschen bei der CT . . . . .	159
5.11	Das Problem mit dem Abtasttheorem . . . . .	163
5.12	CT Artefakte . . . . .	164
5.12.1	Teilvolumenartefakte . . . . .	164
5.12.2	Artefakte durch die Strahlaufhärtung . . . . .	166
5.12.3	Artefakte durch Streustrahlung . . . . .	167
5.12.4	Bewegungsartefakte . . . . .	168
5.13	Hounsfield-Skala . . . . .	168
5.14	Spiral-CT . . . . .	169
5.15	Mehrzeilen-CT und Mehrzeilen-Spiral-CT . . . . .	170
5.16	Cone-Beam-CT . . . . .	171
5.17	Elektronenstrahl-CT . . . . .	172
5.18	Dual Source CT . . . . .	173
5.19	Anwendungen der CT . . . . .	174
5.20	Phasenkontrast CT . . . . .	176
	Literatur . . . . .	178
<b>6</b>	<b>Tomosynthese . . . . .</b>	<b>179</b>
6.1	Grundprinzip der Tomosynthese und die Verwischungstomographie . . . . .	179
6.2	Analytische Methoden der Bildrekonstruktion bei der Tomosynthese . . . . .	182
6.3	Iterative Bildrekonstruktion bei der Tomosynthese . . . . .	185
6.4	Klinische Anwendungen der Tomosynthese . . . . .	186
	Literatur . . . . .	186
<b>7</b>	<b>Biologische Wirkung ionisierender Strahlen und Dosimetrie . . . . .</b>	<b>187</b>
7.1	Wirkung ionisierender Strahlen auf Zellen . . . . .	187
7.2	Grundgrößen und Einheiten der Dosimetrie . . . . .	189
7.3	Dosimeter . . . . .	191
7.4	Typische Dosis in der Röntgendiagnostik . . . . .	192
7.5	Äquivalentdosisleistungskonstante . . . . .	192
7.6	Risiken durch die Exposition mit ionisierender Strahlung . . . . .	194
7.7	Dosis, Kontrast und Detailerkennbarkeit . . . . .	196
	Literatur . . . . .	199
<b>8</b>	<b>Szintigraphie und SPECT . . . . .</b>	<b>201</b>
8.1	Kernphysikalische Grundlagen . . . . .	201
8.1.1	Isotope eines Elements . . . . .	201
8.1.2	Ionisierende Strahlung . . . . .	202
8.1.3	Radioaktiver Zerfall und Zerfallsgesetz . . . . .	202
8.1.4	Aktivität . . . . .	204

8.2	Herstellung von Radionukliden . . . . .	204
8.2.1	Kernreaktionen zur Herstellung von Radionukliden . . . . .	204
8.2.2	Radionuklidgenerator . . . . .	205
8.2.3	Radionuklide für die nuklearmedizinische Diagnostik . . . . .	206
8.3	Problemstellung in der nuklearmedizinischen Diagnostik . . . . .	206
8.4	Nuklearmedizinische Messtechnik . . . . .	208
8.4.1	Detektoren für $\gamma$ – Quanten . . . . .	208
8.4.2	Kollimatoren . . . . .	210
8.4.3	Impulshöhenanalysator . . . . .	213
8.4.4	Gamma-Kamera . . . . .	215
8.5	Planare Szintigraphie . . . . .	217
8.5.1	Technik der planaren Szintigraphie . . . . .	217
8.5.2	Anwendungen der planaren Szintigraphie . . . . .	219
8.6	Single Photon Emission Computed Tomography SPECT . . . . .	220
8.6.1	SPECT Methode, Rekonstruktions-Algorithmen und Systeme . . . . .	220
8.6.2	Abbildungsfehler und Absorptionskorrektur . . . . .	222
8.6.3	Anwendungen der SPECT . . . . .	226
	Literatur . . . . .	226
<b>9</b>	<b>Positronen-Emissions-Tomographie PET</b> . . . . .	227
9.1	Die Methodik bei der Positronen-Emissions-Tomographie . . . . .	227
9.2	Das PET-System . . . . .	229
9.3	PET-Detektoren . . . . .	229
9.4	Herstellung der Isotope . . . . .	231
9.5	Auflösung . . . . .	232
9.6	Bildrekonstruktion . . . . .	232
9.7	Abbildungsfehler und Absorptionskorrektur . . . . .	233
9.8	Anwendungen der PET . . . . .	234
	Literatur . . . . .	237
<b>10</b>	<b>Ultraschall</b> . . . . .	239
10.1	Wellengleichung für Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen . . . . .	239
10.2	Schallwellenausbreitung im Körper . . . . .	244
10.2.1	Reflexion und Brechung an Grenzflächen . . . . .	244
10.2.2	Streuung und Speckle-Rauschen . . . . .	246
10.2.3	Absorption . . . . .	247
10.3	Erzeugung von Schallwellen . . . . .	248
10.3.1	Aufbau eines US Wandlers . . . . .	248
10.3.2	Schallfeld eines kreisförmigen US-Wandlers . . . . .	249

10.4	Auflösung . . . . .	251
10.4.1	Laterale und elevationale Auflösung . . . . .	251
10.4.2	Axiale Auflösung . . . . .	252
10.5	1D-Ultraschall-Systeme . . . . .	256
10.5.1	1D-Messungen: A-Mode . . . . .	256
10.5.2	Zeitabhängige 1D-Messungen: M-Mode . . . . .	260
10.6	2D-Ultraschall-Systeme: B-Mode . . . . .	261
10.6.1	Mechanische Scanner . . . . .	261
10.6.2	Elektronische Scanner: Linear- und Curved-Arrays . . . . .	262
10.6.3	Elektronische Scanner: Phased Arrays . . . . .	262
10.7	3D-Ultraschall-Systeme . . . . .	263
10.8	Bildfehler . . . . .	265
10.9	Sicherheitsaspekte . . . . .	266
10.10	CW-Doppler-Ultraschall . . . . .	267
10.11	PW-Doppler-Ultraschall . . . . .	272
10.12	Farbdoppler-Ultraschall . . . . .	278
10.13	Anwendungen der Ultraschall-Diagnostik . . . . .	284
	Literatur . . . . .	284
<b>11</b>	<b>Magnetresonanz-Tomographie . . . . .</b>	<b>285</b>
11.1	Der klassische magnetische Kreisel . . . . .	285
11.1.1	Kompassnadel im Magnetfeld . . . . .	285
11.1.2	Magnetisierung paramagnetischer und diamagnetischer Stoffe . . . . .	286
11.1.3	Magnetischer Kreisel im konstanten Magnetfeld (klassisch) . . . . .	287
11.1.4	Magnetischer Kreisel im konstanten Magnetfeld $B_z$ mit überlagertem transversalem Wechselfeld . . . . .	290
11.1.5	Signale in einer Antenne . . . . .	292
11.1.6	Quadratur Detektor . . . . .	293
11.2	Kernspin . . . . .	297
11.2.1	Gyromagnetisches Verhältnis . . . . .	297
11.2.2	Präzession von Kernspins im konstanten Magnetfeld . . . . .	297
11.2.3	Richtungsquantisierung des Drehimpulses . . . . .	299
11.2.4	Energieniveauschema für Spin-1/2-Teilchen . . . . .	300
11.2.5	Besetzung der Energieniveaus . . . . .	301
11.2.6	Quantenmechanischer Kreisel im konstanten Magnetfeld mit überlagertem transversalem Wechselfeld . . . . .	302
11.2.7	Spin-Gitter-Relaxation bzw. Längsrelaxationszeit $T_1$ . . . . .	303
11.2.8	Spin-Spin-Relaxation bzw. Querrelaxation . . . . .	304

11.3	Die Blochschen Gleichungen . . . . .	306
11.3.1	Bewegungsgleichung ohne Relaxation im ruhenden Koordinatensystem . . . . .	306
11.3.2	Bewegungsgleichung ohne Relaxation im rotierenden Koordinatensystem . . . . .	308
11.3.3	Bewegungsgleichungen mit Relaxation: die Bloch-Gleichungen . . . . .	312
11.4	Echos . . . . .	318
11.4.1	Spin-Echos . . . . .	318
11.4.2	Hahn-Echos . . . . .	320
11.4.3	Gradienten-Echos . . . . .	322
11.5	Grundlagen der Tomographie . . . . .	322
11.5.1	Selektive Anregung . . . . .	323
11.5.2	Phasencodierung . . . . .	328
11.5.3	Frequenzcodierung . . . . .	331
11.5.4	Kartesische Abtastung im k-Raum . . . . .	332
11.5.5	Abtastung mit Projektionen . . . . .	334
11.5.6	Surfen durch den k-Raum . . . . .	337
11.5.7	Berücksichtigung der Relaxation . . . . .	338
11.5.8	3D-Abtastung im k-Raum . . . . .	339
11.6	Aufbau eines MR-Tomographen . . . . .	340
11.6.1	Magnet . . . . .	340
11.6.2	Gradientenspulen . . . . .	343
11.6.3	Sende- und Empfangsspule . . . . .	345
11.6.4	HF-Generator und Empfangsteil . . . . .	348
11.7	Kontrast . . . . .	349
11.7.1	Kontraste bei der „Saturation Recovery“ . . . . .	350
11.7.2	Kontraste bei der „Inversion Recovery“ . . . . .	353
11.7.3	Optimierung des Kontrastes . . . . .	353
11.8	Auflösung . . . . .	354
11.9	Signal-Rausch-Verhältnis . . . . .	356
11.10	Schnelle MR-Tomographie . . . . .	359
11.10.1	Multi-Slice-Technik . . . . .	359
11.10.2	Turbo-SpinEcho (TSE) . . . . .	360
11.10.3	Echo Planar Imaging (EPI) . . . . .	362
11.10.4	Gradient und Spin Echo (GRASE) . . . . .	363
11.10.5	„Steady State“ . . . . .	363
11.10.6	Gradientenecho mit verkürzter Repetitionszeit . . . . .	365
11.11	Kontrastmittel . . . . .	366
11.12	MR-Angiographie mit Kontrastmittel und MR-Perfusions-Bildgebung . . . . .	367

11.13	Funktionelle MR-Tomographie . . . . .	368
11.14	MR-Angiographie mit Flussmessung und MR-Diffusions-Bilder . . . . .	368
11.14.1	„Time-of-Flight“-Angiografie . . . . .	368
11.14.2	Phasensensitive MR-Angiographie . . . . .	369
11.14.3	Diffusions-Bildgebung . . . . .	372
11.15	Abbildungsfehler . . . . .	373
11.15.1	Bewegung und Fluss . . . . .	373
11.15.2	Suszeptibilitäts-Artefakte . . . . .	374
11.15.3	Chemische Verschiebung . . . . .	375
11.15.4	Abtastfehler . . . . .	376
11.16	Parallele Bildgebung . . . . .	378
11.17	In vivo MR-Spektroskopie . . . . .	380
11.17.1	Kerne für die in-vivo MR-Spektroskopie . . . . .	380
11.17.2	Chemical Shift Imaging (CSI) . . . . .	381
11.17.3	Spatially Resolved Spectroscopy . . . . .	383
11.17.4	k-Raum-Spektroskopie . . . . .	383
11.18	Sicherheitsaspekte . . . . .	386
11.18.1	Magnetische Teile im Untersuchungsraum . . . . .	386
11.18.2	Metallische Teile und Implantate im Patienten . . . . .	386
11.18.3	Statisches Magnetfeld . . . . .	386
11.18.4	HF-Feld . . . . .	386
11.18.5	Gradientenfelder . . . . .	387
11.18.6	Schall . . . . .	387
11.19	Anwendungen der MR – Tomographie . . . . .	387
	Literatur . . . . .	390
12	<b>Magnetic Particle Imaging MPI</b> . . . . .	391
12.1	Idee und Zielsetzung des Magnetic Particle Imaging . . . . .	392
12.2	Die Bildrekonstruktion . . . . .	395
12.3	Zukünftige Entwicklungen . . . . .	396
12.4	Mögliche Anwendungen . . . . .	396
	Literatur . . . . .	397
13	<b>Impedanztomographie</b> . . . . .	399
13.1	Elektrische Impedanz von Körpergewebe . . . . .	399
13.2	Elektroden . . . . .	402
13.3	Stromquelle . . . . .	402
13.4	Messverstärker . . . . .	403
13.5	Datenerfassungssystem . . . . .	404
13.6	Strategien für Stromeinspeisung und Spannungsmessung . . . . .	405
13.7	Bestimmung der Äquipotentiallinien im homogenen Zylinder . . . . .	407

13.8	Bildrekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion . . . . .	409
13.9	Bilder der Änderung der Impedanz („dynamic imaging“) . . . . .	411
13.10	Finite Elemente Methode (FEM) . . . . .	411
13.11	Impedanztomographie mit morphologischen Randbedingungen . . . . .	414
13.12	Bestimmung der komplexen Impedanzen . . . . .	415
13.13	Projektionsbilder der Impedanz . . . . .	415
13.14	Induktive Stromeinspeisung . . . . .	416
13.15	Impedanztomographie mit einem Magnetresonanz-Tomographie- System . . . . .	416
13.16	Anwendungen der Impedanztomographie . . . . .	417
	Literatur . . . . .	418
<b>14</b>	<b>Abbildung bioelektrischer Quellen . . . . .</b>	<b>419</b>
14.1	Grundlagen bioelektrischer Quellen . . . . .	419
14.1.1	Neurophysiologische Grundlagen . . . . .	420
14.1.2	Depolarisation des Herzens . . . . .	421
14.2	Messung bioelektrischer Signale . . . . .	422
14.2.1	EEG/EKG . . . . .	422
14.2.2	MEG/MKG: SQUID-Magnetometer . . . . .	422
14.3	Quellenmodelle . . . . .	425
14.3.1	Stromdipol . . . . .	425
14.3.2	„Uniform double layer“ . . . . .	428
14.4	„Lead fields“ . . . . .	430
14.4.1	Definition der „lead fields“ . . . . .	430
14.4.2	„Lead fields“ von Elektrodenpaaren und Magnetometern . . . . .	430
14.4.3	Reziprozitätstheorem . . . . .	431
14.5	Das inverse Problem . . . . .	432
14.5.1	Das Problem mit dem „inversen Problem“ . . . . .	432
14.5.2	Volumenleitermodelle . . . . .	433
14.5.3	Stromdipol-Lokalisierung . . . . .	434
14.5.4	Stromdipol-Verteilungen . . . . .	435
14.6	Anwendungen der Abbildung bioelektrischer Quellen . . . . .	440
	Literatur . . . . .	441
<b>15</b>	<b>Endoskopie . . . . .</b>	<b>443</b>
15.1	Linsenendoskope . . . . .	444
15.2	Faserendoskope . . . . .	444
15.3	Videoendoskope . . . . .	446
15.4	Qualitätsmerkmale von Endoskopen . . . . .	447
15.5	Anwendungen der Endoskopie . . . . .	448
	Literatur . . . . .	450

<b>16 Diffuse Optische Tomografie und Fluoreszenz-Bildgebung . . . . .</b>	451
16.1 Optische Eigenschaften von Körpergewebe . . . . .	451
16.2 Modelle zur Ausbreitung von Licht im Körpergewebe . . . . .	453
16.3 Messungen im Zeit- und Frequenzbereich . . . . .	456
16.4 Lösung der Diffusionsgleichungen für homogene Medien . . . . .	459
16.5 Transilluminationsbildgebung (Diaphanographie) . . . . .	462
16.6 Tomographie mit Licht . . . . .	462
16.7 Optische Tomosynthese . . . . .	464
16.8 Fluoreszenz-Bildgebung . . . . .	465
16.9 Optoakustische Bildgebung – photoakustische Bildgebung . . . . .	466
16.10 Akustooptische Bildgebung . . . . .	467
16.11 Anwendungen der optischen Tomographie . . . . .	468
Literatur . . . . .	469
<b>17 Optische Kohärenztomographie OCT . . . . .</b>	471
17.1 Methode der Time-Domain-OCT . . . . .	471
17.2 Technik der Time-Domain-OCT-Systeme . . . . .	476
17.3 Frequency Domain OCT und Spectral Domain OCT . . . . .	477
17.4 Swept Source OCT und Time-Encoded Frequency Domain OCT . . .	481
17.5 Anwendungen der OCT in der Medizin . . . . .	481
Literatur . . . . .	484
<b>18 Thermographie und Infrarot-Bildgebung . . . . .</b>	485
18.1 Strahlungsgesetze . . . . .	485
18.1.1 Definitionen . . . . .	485
18.1.2 Das Plancksche Strahlungsgesetz und Folgerungen . . . . .	488
18.2 Wärmehaushalt des Menschen . . . . .	489
18.3 Fragestellungen der Thermographie . . . . .	491
18.4 Optimaler Wellenlängenbereich für die Temperaturmessung . . . . .	492
18.5 Das „IR-Fenster“ von der Atmosphäre und von optischen Bauelementen . . . . .	492
18.6 IR-Detektoren und bildgebende Systeme . . . . .	493
18.7 Anwendungen der Thermographie in der Medizin . . . . .	495
Literatur . . . . .	495
<b>19 Abbildung mit Mikrowellen und THz-Wellen . . . . .</b>	497
19.1 Dielektrische Eigenschaften von Körpergewebe bei Frequenzen oberhalb von 1GHz . . . . .	497
19.2 System-Konzept und Messgrößen . . . . .	498
19.3 Algorithmen zur Bildrekonstruktion . . . . .	499
19.4 Vorschläge zur Mammografie und zur Schlaganfall-Früherkennung mit Mikrowellen . . . . .	500

19.5	Vorschläge zur Nutzung von THz-Wellen für die Medizin . . . . .	501
Literatur . . . . .		501
<b>20</b>	<b>Ausblick . . . . .</b>	<b>503</b>
20.1	Verbesserung von Auflösung, Kontrast und Aufnahmezeit . . . . .	503
20.2	Neue Dimensionen der Bildgebung in der Medizin . . . . .	504
20.3	Neue Modalitäten . . . . .	505
<b>Sachverzeichnis . . . . .</b>		<b>507</b>



---

## Abbildungsverzeichnis

Abb. 2.1	Erzeugung von Röntgenstrahlen (schematisch) .....	6
Abb. 2.2	Die räumliche Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung eines abgebremsten Elektrons (ein einzelner Wechselwirkungsprozess) [1] .....	7
Abb. 2.3	Winkelverteilung der Röntgenstrahlung .....	8
Abb. 2.4	Bremsstrahlungsspektrum; <b>a</b> ein Wechselwirkungsprozess, <b>b</b> viele Wechselwirkungsprozesse in Folge [1] .....	8
Abb. 2.5	<b>a</b> die spektrale Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung $J_f$ , <b>b</b> die spektrale Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung $J_\lambda$ [1] .....	9
Abb. 2.6	Charakteristische Strahlung .....	10
Abb. 2.7	Energieniveauschema des Elements Wolfram .....	10
Abb. 2.8	Übersicht über die Lage der K-, L- und M-Linien und die Lage der K- und L-Absorptionskanten [1] .....	12
Abb. 2.9	Spektrum einer Diagnostik-Röntgenröhre in Abhängigkeit von der Röhrenspannung .....	13
Abb. 2.10	Allgemeines Schwächungsgesetz .....	14
Abb. 2.11	Messanordnung für die Messung des Schwächungskoeffizienten .....	16
Abb. 2.12	Wechselwirkung zwischen ionisierender Strahlung und Materie [3] .....	17
Abb. 2.13	Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie. Betrachtung der Energieübertragungskoeffizienten [4] .....	18
Abb. 2.14	Wirkungsquerschnitt .....	19
Abb. 2.15	Massenschwächungskoeffizient von Blei [1] .....	20
Abb. 2.16	Massenschwächungskoeffizient von Wasser [1] .....	21
Abb. 2.17	Streustrahlung bei der Röntgen-Diagnostik .....	22
Abb. 2.18	Übersicht über die Größen, die den Schwächungskoeffizienten eines Materials beeinflussen [3] .....	23
Abb. 2.19	Halbschatten bei der Röntgenabbildung durch eine ausgedehnte Röntgenquelle .....	24
Abb. 2.20	Brennfleckgeometrie bei der schräg gestellten Anode [6] .....	25
Abb. 2.21	Schnitt durch eine Drehanoden-Röntgenröhre .....	26
Abb. 2.22	Temperaturaufbau an einer Stelle auf der rotierenden Anode [6] .....	26

Abb. 2.23	Aufbau einer Drehanode [6] .....	29
Abb. 2.24	Doppelwinkel-Anode .....	30
Abb. 2.25	Gleitrollenlager .....	30
Abb. 2.26	Röntgenröhre mit rotierendem Vakuumgefäß (Drehkolben-Röhre) .....	32
Abb. 2.27	Prinzip des Hochfrequenzgenerators [6] .....	34
Abb. 2.28	Belichtungszeit, Aufnahmedauer und Schwankung der applizierten Dosis $\Delta D$ [6] .....	36
Abb. 2.29	Typische Belastungskurven von Röntgenröhren [4] .....	37
Abb. 2.30	Schwärzungskurve eines Röntgenfilms [4] .....	39
Abb. 2.31	Anregung und Lichtemission in Verstärkerfolien (Energieniveauschema) .....	40
Abb. 2.32	Massenschwächungskoeffizienten verschiedener Röntgenleuchtstoffe [6] .....	41
Abb. 2.33	Spektrale Emission von $\text{CaWO}_4$ , $\text{LaOBr: Tb}$ , $\text{Gd}_2\text{O}_3\text{S: Tb}$ [4] .....	42
Abb. 2.34	Bildunschärfe und Foliendicke [4] .....	43
Abb. 2.35	Bildaufnahme mit Speicherfolien .....	44
Abb. 2.36	Auslesesystem für Speicherfolien: „Laserscanner“ .....	44
Abb. 2.37	Signal als Funktion der Dosis für Speicherleuchtstoffe [6] .....	45
Abb. 2.38	Bildaufnahme mit einem Selen-Film („Xeroradiographie“) .....	46
Abb. 2.39	Röntgenbildverstärker [6] .....	47
Abb. 2.40	Massenschwächungskoeffizient von $\text{ZnCdS}$ und $\text{CsI}$ [6] .....	48
Abb. 2.41	Säulenstruktur eines $\text{CsI}$ Röntgenschirms .....	48
Abb. 2.42	Potentialverteilung in einem Röntgenbildverstärker [6] .....	49
Abb. 2.43	Schematischer Aufbau eines flachen digitalen Röntgendetektors .....	51
Abb. 2.44	Streustrahlungsanteil in Abhängigkeit von der Röhrenspannung, der Patientendicke $D$ und der Feldgröße [4] .....	52
Abb. 2.45	Intensitätsverlauf hinter einem Objekt mit abweichendem Schwächungskoeffizienten $\mu$ mit und ohne Streustrahlung .....	54
Abb. 2.46	Lamellen-Raster zur Unterdrückung von Streustrahlung in der Bildebene .....	54
Abb. 2.47	Abbildung eines streifenförmigen Objektes $g(x)$ auf das Bild $b(x')$ mit der Linienbildfunktion $L(x)$ [4] .....	57
Abb. 2.48	Typischer Verlauf einer $MTF(u)$ .....	59
Abb. 2.49	Beispiel für die Abbildung von Sinus-Streifenmustern mit unterschiedlicher Raumfrequenz .....	61
Abb. 2.50	Modulationsübertragungsfunktion der Bildverstärkerkette [6] .....	62
Abb. 2.51	Bleistrichraster zur Messung der Modulationsübertragungsfunktion [2] .....	63
Abb. 2.52	Umrechnungsfaktor für die Quantenzahl/ $\text{mm}^2$ in $\mu\text{Gy}$ als Funktion der Quantenenergie [2] .....	66
Abb. 2.53	Testbilder mit Rauschen .....	71
Abb. 2.54	Bolus in Blutgefäßen .....	72

---

Abb. 2.55	Digitale Subtraktionsangiographie mit EKG-Triggerung am Beispiel der Nierengefäße [3] .....	74
Abb. 2.56	Angiographie der Extremitäten mit „bolus chase“ [4] .....	75
Abb. 2.57	Ventrikulographie: a diastolische Phase, b Übergangsphase, c systolische Phase .....	76
Abb. 2.58	Koronarangiographie .....	77
Abb. 2.59	Projektionsröntgen .....	79
Abb. 2.60	C-Bogen mit flachem digitalem Röntgendetektor .....	79
Abb. 2.61	Nachweis von Gamma-Quanten mit einer Kombination aus Metallplatte und Leuchtstoff .....	81
Abb. 2.62	DQE eines Detektors mit 1 mm $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S}$ -Leuchtschicht und einer Kupferplatte mit variabler Dicke [5] .....	81
Abb. 2.63	MTF eines Detektors mit 1 mm Wolfram und einer $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S}$ -Leuchtschicht variabler Dicke [5] .....	82
Abb. 2.64	Schematischer Aufbau eines MV-Imaging-Systems .....	82
Abb. 3.1	kurzer Abschnitt eines Sinus-Signals im Ortsraum (links) und Amplitudenspektrum (rechts) .....	87
Abb. 3.2	Rechteck-Signal im Ortsraum ( $A=1$ , $x_0=10 \text{ mm}..5 \text{ mm}..2,5 \text{ mm}$ ) .....	88
Abb. 3.3	Amplitudenspektrum vom Rechteck-Signal ( $A=1$ , $x_0=10 \text{ mm}..5 \text{ mm}..2,5 \text{ mm}$ ) .....	89
Abb. 3.4	Spiegelung und Verschiebung von Quadranten („Swap Quadrants“) .....	93
Abb. 3.5	Beispiele für Bilder mit ihrer Fouriertransformierten (Amplitudenspektrum) .....	94
Abb. 3.6	Faltung von Funktionen .....	96
Abb. 3.7	Korrelation von Funktionen .....	98
Abb. 3.8	Autokorrelation einer Funktion .....	99
Abb. 3.9	MTF mit Hochpass- und mit Tiefpass-Verhalten, angewendet auf ein Testbild .....	102
Abb. 3.10	Messung der MTF mit einem gekippten „Schlitz“ .....	104
Abb. 3.11	Bild $f(x)$ und Empfindlichkeitskurve eines Sensors $S(x)$ .....	105
Abb. 3.12	Digitalisierung eines Bildes mit einer Sensormatrix .....	106
Abb. 3.13	Das Abtasttheorem [9] .....	107
Abb. 3.14	Aliasing Fehler .....	108
Abb. 3.15	Möglichkeiten des Bildverlaufs am Fensterrand .....	109
Abb. 3.16	Rauschen in der Systemtheorie: Bild, Amplitudenspektrum und Autokorrelation .....	110
Abb. 3.17	Eingangsleuchtschirm des Röntgenbildverstärkers (schematisch) .....	111
Abb. 4.1	Kontrastdehnung, links mit linearer Kennlinie, rechts mit logarithmischer Kennlinie .....	114
Abb. 4.2	Beispiele für Punktoperationen: Grauwert-Inversion, Schwellwert-Darstellung und Falschfarben-Darstellung .....	114
Abb. 4.3	Translation, Rotation, Stauchung, Streckung und Scherung [2] .....	115
Abb. 4.4	Image Warping .....	116

---

Abb. 4.5	Geometrische Abbildung auf ein neues Pixelraster .....	118
Abb. 4.6	Bilineare Interpolation und Gl. 4.8 .....	118
Abb. 4.7	Filterung mit einem Medianfilter [5] .....	122
Abb. 4.8	Opening-Operator: eine Erosion wird gefolgt von einer Dilatation .....	123
Abb. 4.9	Closing-Operator: eine Dilatation wird gefolgt von einer Erosion .....	123
Abb. 4.10	Segmentieren mit dem Regionen-Wachstum .....	126
Abb. 4.11	Segmentieren mit dem Wasserscheiden-Algorithmus .....	127
Abb. 4.12	Klassifikation im Merkmalsraum .....	128
Abb. 5.1	Linienintegrale längs der Linie durch das Gebiet von $f(x, y)$ .....	132
Abb. 5.2	Ordnungsschema für die Linienintegrale .....	132
Abb. 5.3	Die Radon-Transformation .....	133
Abb. 5.4	Beispiel für eine Radon-Transformation .....	133
Abb. 5.5	Fourier-Scheiben-Theorem für $\theta = 0^\circ$ .....	134
Abb. 5.6	Fourier-Scheiben-Theorem für beliebige Winkel $\theta$ .....	135
Abb. 5.7	Durchgang eines nadelförmigen Röntgenstrahls durch einen Körper .....	136
Abb. 5.8	Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 1. Generation .....	137
Abb. 5.9	Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 2. Generation .....	138
Abb. 5.10	Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 2. Generation .....	139
Abb. 5.11	Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 3. Generation .....	140
Abb. 5.12	Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 3. Generation .....	141
Abb. 5.13	Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 4. Generation .....	141
Abb. 5.14	Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 4. Generation .....	142
Abb. 5.15	Scanogramm .....	142
Abb. 5.16	Schematischer Aufbau von <b>a</b> Xenon-Hochdruckionisationskammer und <b>b</b> Szintillationskristall mit Photodiode [4] .....	143
Abb. 5.17	Zeilenweise Durchnummerierung der gesuchten Grauwerte im Bild am Beispiel eines 10x10 Bildes .....	145
Abb. 5.18	Iterative Lösungsmethode in der CT (Erläuterung s. Text) .....	147
Abb. 5.19	Die Funktion $\frac{e^2 - (2\pi s)^2}{(e^2 + (2\pi s)^2)^2}$ und ihre Fouriertransformierte $ w  \cdot e^{-\varepsilon w }$ für die Werte $\varepsilon = 0,2 \dots 0,3 \dots 0,4$ .....	150
Abb. 5.20	Aufsummieren über alle gefilterten Projektionen .....	151
Abb. 5.21	Prinzip der Rückprojektion .....	151
Abb. 5.22	Ungefilterte und gefilterte Rückprojektion .....	152
Abb. 5.23	Interpolation bei der Rückprojektion .....	153

---

Abb. 5.24	Filterfunktion nach Shepp und Logan (links) und Ramachandran und Lakshminarayanan (rechts) [7] .....	154
Abb. 5.25	Verlauf der Röntgenstrahlen im CT-Scanner und Definition der geometrischen Größen .....	157
Abb. 5.26	PSF (links) und MTF (rechts) vom ausgedehnten Fokus ( $b_F$ s. Abb. 5.25) .....	157
Abb. 5.27	PSF (links) und MTF (rechts) vom ausgedehnten Detektor ( $b_D$ s. Abb. 5.25) .....	157
Abb. 5.28	Beispiel eines homogenen großen Zylinders mit dem Absorptionskoeffizienten $\mu$ im CT-Scanner .....	161
Abb. 5.29	Abtastung $\Delta s$ mit halber Detektorbreite $D$ .....	164
Abb. 5.30	Gebiete innerhalb eines Pixels mit stark unterschiedlichen Röntgenschwächungskoeffizienten $\mu$ .....	165
Abb. 5.31	Aufteilung der Röntgenleistung auf die Gebiete 1 und 2 und Zusammenführung im Detektor .....	165
Abb. 5.32	Die Werte für $\ln \frac{I_0}{I}$ aus verschiedenen Richtungen stimmen nicht überein .....	166
Abb. 5.33	Aufteilung der Röntgenleistung auf die Energien 1 und 2 und Zusammenführung im Detektor .....	167
Abb. 5.34	Streustrahlungs-Problem bei der Computertomographie .....	168
Abb. 5.35	Röntgenschwächungskoeffizient von Körpergewebe in Hounsfield-Einheiten [7] .....	169
Abb. 5.36	Interpolation bei der Spiral-CT .....	170
Abb. 5.37	Anordnung von Röntgenröhre und Detektormatrix bei der Cone-Beam-CT .....	171
Abb. 5.38	Elektronenstrahl-CT (Electron Beam Tomography EBT) [7] .....	173
Abb. 5.39	CT-System .....	175
Abb. 5.40	CT-Bild vom Herzen .....	175
Abb. 5.41	Weg eines Röntgenstrahls durch den Körper und Aufsummieren der Ablenkwinkel bei einem Gradienten des Brechungsindex .....	177
Abb. 5.42	Messung des kleinen Ablenkwinkels durch einen Gradienten des Brechungsindex [9] .....	177
Abb. 6.1	Grundprinzip der Tomosynthese bzw. Verwischungstomografie .....	180
Abb. 6.2	Strahlenverlauf zur Berechnung der Verschiebung und der Streichung der Bilder [1] .....	181
Abb. 6.3	Varianten der Tomosynthese .....	182
Abb. 6.4	Fourier-Scheiben-Theorem, angewendet auf die Tomosynthese .....	183
Abb. 6.5	Tomosynthese-System für die Mammographie .....	184
Abb. 6.6	Tomosynthese-Bild der Mamma .....	184
Abb. 7.1	Schematische Darstellung einer Zelle .....	188
Abb. 7.2	Wirkung ionisierender Strahlen auf Zellen .....	188
Abb. 7.3	Mikroskopische Verteilung der deponierten Energie für verschiedene Strahlenarten .....	191
Abb. 7.4	Stabdosimeter [2] .....	192

Abb. 7.5	Fimplakette [2] .....	193
Abb. 7.6	Äquivalentdosisleistungskonstante nach DIN 6812 .....	195
Abb. 7.7	Umrechnungsfaktor Quantenzahl/mm <sup>2</sup> pro µGy (Luftkerma) als Funktion der Quantenenergie [1] .....	197
Abb. 7.8	Informationsindex als Funktion der Quantenzahl/mm <sup>2</sup> [1] .....	198
Abb. 8.1	Verschiedene Isotope des Elements Wasserstoff .....	202
Abb. 8.2	Gewinnung und Zerfall des <sup>99</sup> Molybdäns bzw. <sup>99</sup> Technetiums .....	205
Abb. 8.3	Aktivitätsverlauf des <sup>99m</sup> Technetiums bei Elutionen des Generators im 24-Stunden-Abstand (Elution = Auswaschung) .....	206
Abb. 8.4	Zählrohr Prinzipschaltbild .....	208
Abb. 8.5	Zählrohr-Kennlinie .....	209
Abb. 8.6	Szintillationszähler mit Photomultiplier .....	209
Abb. 8.7	Nachweisbereich eines idealen Kollimator-Elements .....	211
Abb. 8.8	Kollimator-Element und Punktbildfunktion [2] .....	212
Abb. 8.9	Isoimpulslinienverteilung eines fokussierenden Kollimators .....	213
Abb. 8.10	Punktbildfunktion eines fokussierenden Kollimators .....	214
Abb. 8.11	Szintillationsdetektor mit Impulshöhenanalysator [2] .....	214
Abb. 8.12	Ortsbestimmung bei der Gamma-Kamera [4] .....	216
Abb. 8.13	Gamma-Kamera (Anger-Kamera) .....	217
Abb. 8.14	Der Kollimator ermöglicht die Messung von Integralen der Aktivität in einer Säule durch den Patienten .....	218
Abb. 8.15	MUGA-Technik (Multigated Acquisition) .....	218
Abb. 8.16	SPECT Systeme .....	222
Abb. 8.17	Prinzip der vereinfachten Absorptionskorrektur .....	223
Abb. 8.18	SPECT System .....	224
Abb. 8.19	Cardiac SPECT .....	224
Abb. 8.20	Ganzkörper Szintigramm, ventral/dorsal .....	225
Abb. 9.1	Annihilation von Positron und Elektron .....	228
Abb. 9.2	PET -System .....	229
Abb. 9.3	PET-Detektorblock .....	230
Abb. 9.4	Prinzip der Absorptionskorrektur bei der PET .....	233
Abb. 9.5	PET-CT System .....	235
Abb. 9.6	PET Aufnahme vom Gehirn .....	236
Abb. 9.7	PET Aufnahme vom Knochen .....	237
Abb. 10.1	Schallausbreitung in Flüssigkeiten und Gasen .....	241
Abb. 10.2	Berechnung eines Schallfeldes mit Hilfe des Prinzips von Huygens .....	242
Abb. 10.3	Schall-Reflexion und -Transmission an einer Grenzfläche .....	245
Abb. 10.4	Schallcharakteristik bei Streuung an einer rauen Grenzfläche [5] .....	246
Abb. 10.5	Streuung von Ultraschall an kleinen Streukörpern im Gewebe .....	246
Abb. 10.6	Abhängigkeit der Dämpfung von der Frequenz (schematisch) .....	247
Abb. 10.7	Der piezoelektrische Effekt .....	249
Abb. 10.8	Schnitt durch einen einfachen Ultraschall-Wandler .....	250

Abb. 10.9	Ultraschall-Intensität eines kreisförmigen Wandlers auf der zentralen Achse und die radiale Intensitätsverteilung (schematisch) ...	251
Abb. 10.10	Ermittlung der Punktbildfunktion für die laterale Auflösung .....	251
Abb. 10.11	Axiale Auflösung – vereinfachte Betrachtung .....	253
Abb. 10.12	Breite eines Wellenpaktes und das dazu gehörende Spektrum .....	254
Abb. 10.13	Ultraschall-System für den A-Mode [5] .....	255
Abb. 10.14	Time Gain Compensation (TGC) [5] .....	256
Abb. 10.15	Messignal $u(t)$ und Einhüllende $a(t)$ .....	257
Abb. 10.16	Umrechnung von der Echozeit in die Tiefe auf der z-Achse .....	258
Abb. 10.17	A-Mode und M-Mode Ultraschall-Signale [5] .....	260
Abb. 10.18	Mechanisches Abtastprinzip .....	260
Abb. 10.19	Linear-Array .....	261
Abb. 10.20	Curved-Array .....	262
Abb. 10.21	„Phased Array“-Ultraschall-System [5] .....	263
Abb. 10.22	Ultraschall-Artefakte: Hinter schwach dämpfenden Gebieten kommt es zu einer scheinbaren Signalerhöhung durch die TGC (Time Gain Compensation) .....	264
Abb. 10.23	Ultraschall-Artefakte: Hinter schrägen Kanten, die relativ stark spiegeln, kommt es zu Abschattungen .....	264
Abb. 10.24	Ultraschall-Artefakte: Bei zwei stark reflektierenden, ungefähr parallelen Grenzflächen kann es zu Mehrfachreflexionen kommen .....	265
Abb. 10.25	Ultraschall-Artefakte: Objekte vor stark reflektierenden Flächen können als virtuelles Bild doppelt erscheinen .....	265
Abb. 10.26	Ultraschall-Artefakte: Objekte hinter Gebieten mit abweichender Schallgeschwindigkeit erscheinen verschoben .....	266
Abb. 10.27	Schädigungsgrenze für diagnostisch angewendeten Ultraschall .....	266
Abb. 10.28	Doppler-Effekt: Streuung der Ultraschall-Welle an bewegten Blutteilchen [5] .....	267
Abb. 10.29	Continuous-Wave-Doppler-Ultraschall-System .....	268
Abb. 10.30	CW-Doppler-Ultraschall .....	269
Abb. 10.31	Stereo-Messkopf für CW-Doppler-Ultraschall zur quantitativen Bestimmung der Blutflussgeschwindigkeit .....	271
Abb. 10.32	Pulsed-Wave-Doppler-US-System .....	273
Abb. 10.33	Abtasten der Dopplerfrequenz während der aufeinander folgenden Wellenzüge durch das Gate .....	274
Abb. 10.34	Signale im PW-Doppler-Ultraschall-System .....	275
Abb. 10.35	Quadratur-Detektor .....	276
Abb. 10.36	Signale beim Doppler-Ultraschall mit Quadratur-Detektor .....	277
Abb. 10.37	Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit mit einem Nulldurchgangsdetektor [5] .....	278
Abb. 10.38	Abtastung der Dopplersignale beim Farbdoppler-Verfahren [5] .....	280
Abb. 10.39	Ultraschall-System .....	282
Abb. 10.40	Ultraschall-Messköpfe .....	282
Abb. 10.41	Ultraschall-Bilder vom Herzen .....	283

---

Abb. 10.42	3D-Ultraschall-Bild von einem Embryo .....	283
Abb. 11.1	Magnetisierung paramagnetischer Stoffe über der magnetischen Flussdichte .....	287
Abb. 11.2	Magnetischer Kreisel .....	287
Abb. 11.3	Präzession eines magnetischen Kreisels im Feld $\vec{B}$ .....	288
Abb. 11.4	Magnetisches Dipolmoment $\vec{m}$ im ruhenden und rotierenden Koordinatensystem .....	289
Abb. 11.5	Transversale magnetische Wechselfelder (schematisch) .....	290
Abb. 11.6	Zusammengesetztes Magnetfeld .....	290
Abb. 11.7	„Herausdrehen“ des magnetischen Dipols durch das rotierende transversale Feld .....	291
Abb. 11.8	„Herausdrehen“ des magnetischen Dipols im ruhenden und im rotierenden Koordinatensystem .....	291
Abb. 11.9	Bewegung des magnetischen Dipols im rotierenden Koordinatensystem .....	292
Abb. 11.10	Magnetischer Fluss des rotierenden Dipols durch eine Antenne .....	293
Abb. 11.11	Quadratur-Detektor bei der MR-Tomographie .....	293
Abb. 11.12	Signale im Quadratur-Detektor, $\Delta\omega > 0$ .....	295
Abb. 11.13	Signale im Quadratur-Detektor, $\Delta\omega < 0$ .....	296
Abb. 11.14	Rotierendes, geladenes Teilchen .....	297
Abb. 11.15	Richtungsquantisierung des Drehimpulses .....	299
Abb. 11.16	Energieniveauschema von Spin-1/2-Teilchen im Magnetfeld .....	300
Abb. 11.17	Ursachen für unterschiedliche Präzessionsgeschwindigkeiten innerhalb eines Voxels .....	305
Abb. 11.18	Die Querrelaxationszeit $T_2^*$ : Dephasierung von Spin-Ensembles .....	306
Abb. 11.19	Präzidierende magnetische Kreisel im rotierenden Koordinatensystem .....	311
Abb. 11.20	Magnetische Kreisel im transversalen Wechselfeld dargestellt im rotierenden Koordinatensystem .....	312
Abb. 11.21	Bewegung der Spitze der Magnetisierung nach einem $90^\circ$ -HF-Puls im ruhenden (links) und im mit $\omega_0$ rotierenden (rechts) Koordinatensystem .....	315
Abb. 11.22	„Free Induction Decay“ nach einem $90^\circ$ -Anregungspuls .....	315
Abb. 11.23	„Saturation Recovery“-Pulsequenz .....	316
Abb. 11.24	„Inversion Recovery“-Pulsequenz .....	317
Abb. 11.25	Das Spin-Echo .....	318
Abb. 11.26	Entstehung eines Spin-Echos nach einem $180^\circ$ HF-Puls mit $\psi = 0^\circ$ ..	319
Abb. 11.27	Entstehung eines Spin-Echos nach einem HF-Puls mit $\psi = 90^\circ$ ..	319
Abb. 11.28	Mehrfache Spin-Echos .....	320
Abb. 11.29	Spin-Echo nach einer „Inversion recovery“ Pulsfolge .....	321
Abb. 11.30	Entstehung von Hahn-Echos nach zwei $90^\circ$ -HF-Pulsen .....	321
Abb. 11.31	Gradienten-Echo .....	323
Abb. 11.32	Gradientenfelder $G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}$ , $G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x}$ , $G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y}$ .....	324

---

Abb. 11.33	Breite der angeregten Schicht $\Delta z$ nach einem HF-Puls, dessen Einhüllende die Bandbreite $\Delta\omega$ hat .....	325
Abb. 11.34	HF-Anregungsfunktion mit einer $\frac{\sin(at)}{at}$ Amplitudenfunktion und Magnetisierungsprofil $ M'_T(z) $ .....	326
Abb. 11.35	„Verdrehung“ der Zeiger der Quermagnetisierung nach einem unipolaren Gradienten-Puls .....	327
Abb. 11.36	Gradient in z-Richtung und HF-Puls für eine gleichmäßige Quermagnetisierung einer Schicht .....	328
Abb. 11.37	Phasencodierung .....	330
Abb. 11.38	Frequenzcodierung: Eine Verteilung von Quermagnetisierungen wird im Spektrum sichtbar .....	332
Abb. 11.39	Weg von den Messsignalen über den k-Raum zum Bild .....	334
Abb. 11.40	Messung einer „Projektion“ zum Winkel $\Theta = 0$ und Eintrag in den k-Raum .....	335
Abb. 11.41	„Schräge“ Projektion und Eintrag in den k-Raum .....	336
Abb. 11.42	Kartesische Abtastung des k-Raumes .....	337
Abb. 11.43	Abtastung des k-Raumes mit Projektionen .....	337
Abb. 11.44	Abtastung des k-Raumes auf einer Spirale („Spiral Imaging“) .....	338
Abb. 11.45	Pulsfrequenz für kartesische Abtastung des k-Raums mit Spin-Echos .....	339
Abb. 11.46	Komponenten eines MR-Tomographie-Systems [11] .....	341
Abb. 11.47	Gradientenspulen .....	344
Abb. 11.48	Strom- und Gradienten <b>a</b> mit und <b>b</b> ohne Kompensation von Wirbelstrom-Effekten .....	345
Abb. 11.49	HF-Spule: vom Spulenpaar zur Sattelspule .....	346
Abb. 11.50	„Birdcage“-Spule .....	346
Abb. 11.51	Quadratur-Spule .....	347
Abb. 11.52	Das Reziprozitätsprinzip bei der MR-Tomographie .....	348
Abb. 11.53	HF-Generator und Empfangsteil [11] .....	349
Abb. 11.54	Signal nach $90^\circ$ -Anregung für den Fall $T_E \ll T_2$ und $T_R \gg T_1$ . Die Signalstärke ist proportional zu $\rho$ .....	351
Abb. 11.55	Eine Sequenz mit kurzer Repetitionszeit führt zu $T_1$ -gewichteten Bildern .....	351
Abb. 11.56	Eine Sequenz mit langer Echozeit $T_E$ führt zu $T_2$ -gewichteten Bildern .....	352
Abb. 11.57	Kontrast bei einer Inversion Recovery Sequenz .....	353
Abb. 11.58	Protonendichthebewichtetes Bild, $T_1$ -gewichtetes Bild und $T_2$ gewichtetes Bild des Kopfes .....	354
Abb. 11.59	Multi-Slice-Technik .....	360
Abb. 11.60	Turbo-Spinecho Pulssequenz und Weg im k-Raum .....	361
Abb. 11.61	Echo Planar Imaging Pulssequenz und Weg im k-Raum .....	362
Abb. 11.62	Typische GRASE Pulssequenz .....	364
Abb. 11.63	Magnetisierung in z-Richtung im eingeschwungenen Zustand für einen Flipwinkel von $90^\circ$ und einem Flipwinkel $\alpha < 90^\circ$ .....	364
Abb. 11.64	Gradientenechosequenz mit verkürzter Repetitionszeit .....	366

Abb. 11.65	Funktionelle MR-Tomographie (BOLD-Imaging) .....	369
Abb. 11.66	Phasendifferenz von stationären Teilchen $\phi_s$ und von bewegten Teilchen $\phi_b$ im Gradientenfeld .....	371
Abb. 11.67	Magnetisierung in einem Voxel nach einer „Gradient-Moment-Nulling“-Sequenz und nach einem bipolaren Gradientenpuls .....	372
Abb. 11.68	Intensitätsmodulation im k-Raum und „Geister-Bilder“ im Ortsraum .....	374
Abb. 11.69	Feldinhomogenitäten durch Materialien mit unterschiedlicher Suszeptibilität .....	375
Abb. 11.70	Artefakte durch die chemische Verschiebung .....	376
Abb. 11.71	Abtasttheorem im k-Raum und im Ortsraum, das Abtasttheorem wird berücksichtigt .....	377
Abb. 11.72	Verletzen des Abtasttheorems im k-Raum führt zu Bildüberlagerungen im Ortsraum .....	377
Abb. 11.73	Unterschiedliche Empfindlichkeitsverteilungen der Oberflächenspulen decken den Ortsraum unterschiedlich ab .....	379
Abb. 11.74	Verschiedene CHEES-Sequenzen .....	382
Abb. 11.75	STEAM-Sequenz und Schichten im Ortsraum .....	384
Abb. 11.76	k-Raum Spektroskopie – Pulssequenz .....	385
Abb. 11.77	k-Raum-Spektroskopie – Abfragen des k-Raums plus Zeitachse .....	385
Abb. 11.78	Magnetresonanz-Tomographie-System .....	389
Abb. 11.79	Oberflächenspule .....	389
Abb. 11.80	MRT-Bild vom Herz. links: Schnittbild, rechts: 3D-Bild .....	390
Abb. 12.1	Magnetisierungskurve von superparamagnetischen Nanopartikeln .....	392
Abb. 12.2	Erzeugung eines feldfreien Punktes durch zwei Magnete, deren Nordpole zueinander zeigen [7] .....	393
Abb. 12.3	Spulenanordnung für das Magnetic Particle Imaging [7] .....	394
Abb. 13.1	Mikroskopisches, elektrisches Ersatzschaltbild der Impedanz von Körpergewebe .....	400
Abb. 13.2	Vereinfachtes makroskopisches Ersatzschaltbild der Impedanz von Körpergewebe .....	400
Abb. 13.3	Frequenzgang der Leitfähigkeit und der Permittivität von Körpergewebe [1] .....	401
Abb. 13.4	Ersatzschaltbild der Elektrode in Reihe mit dem Ersatzschaltbild von Körpergewebe .....	403
Abb. 13.5	Vierelektroden-Messtechnik .....	403
Abb. 13.6	Stromquelle bei der Impedanztomographie .....	404
Abb. 13.7	Impedanztomographiesystem .....	405
Abb. 13.8	Stromeinspeisung über benachbarte Elektroden .....	406
Abb. 13.9	Stromeinspeisung über gegenüberliegende Elektroden .....	406
Abb. 13.10	System aus Stromeinspeisung und Spannungsmessung als Vierpol .....	407
Abb. 13.11	Rückprojektion einer gemessenen Spannungsabweichung $V_r$ auf das Bildelement P .....	409

Abb. 13.12	Querschnitt des Thorax mit den typischen spezifischen Widerständen .....	412
Abb. 13.13	Flussdiagramm zur iterativen Lösung des inversen Problems der Impedanztomographie .....	414
Abb. 13.14	Impedanztomographiesystem für das regionale Beatmungsmonitoring .....	417
Abb. 14.1	Quellen bioelektrischer und biomagnetischer Signale im Gehirn .....	420
Abb. 14.2	Funktionelle Areale des Gehirns .....	421
Abb. 14.3	Depolarisation des Herzens .....	421
Abb. 14.4	Superconducting Quantum Interference Device (SQUID) und prinzipieller Aufbau eines Josephson-Kontakts .....	422
Abb. 14.5	Gradiometertypen .....	423
Abb. 14.6	Beispiel für ein Vielkanal-SQUID-Magnetometer .....	424
Abb. 14.7	Potential eines Stromdipols im homogen leitfähigen Volumen .....	427
Abb. 14.8	Ausbreitung der Depolarisation und Repolarisation auf dem Myokard [5] .....	428
Abb. 14.9	Zwanzig repräsentative Stromdipole zur Modellierung der Stromdipolverteilung auf dem Herzen .....	429
Abb. 14.10	„Lead fields“ von Elektroden und Magnetometern am Beispiel eines kugelförmigen Kopfmodels [5] .....	431
Abb. 14.11	Reziprozitätstheorem .....	432
Abb. 14.12	Stromdipol-Lokalisierung .....	435
Abb. 14.13	Stromdipol-Verteilungen .....	436
Abb. 14.14	Lokalisierung einer ventrikulären Extrasystole .....	436
Abb. 15.1	Linsenendoskop .....	444
Abb. 15.2	Faserendoskop .....	445
Abb. 15.3	Rasterung von Faserbündeln mit unterschiedlichen Faserdurchmessern bei vergleichbarem Abbildungsverhältnis .....	445
Abb. 15.4	Schematischer Querschnitt eines Endoskops .....	446
Abb. 15.5	Schema zur Anordnung eines CCD-Chips am distalen Ende eines Endoskops .....	447
Abb. 15.6	Bewegungsmöglichkeiten der Endoskop-Spitze .....	448
Abb. 15.7	Szenario einer laparoskopischen Intervention und endoskopisches Bild aus dem Bauchraum [4] .....	449
Abb. 16.1	Zwei Anordnungen, um $\mu_a$ , $\mu_s$ und g von Körpergewebe zu messen .....	452
Abb. 16.2	Optische Eigenschaften von weißem Hirngewebe [2] .....	454
Abb. 16.3	Schematisches Bild zur Ausbreitung von Photonen in Weichgewebe [12] .....	455
Abb. 16.4	Zeitabhängigkeit des eingestrahlten und des am anderen Ende der Probe austretenden Lichtes .....	457
Abb. 16.5	Berechnete Zeitverläufe für typische Werte von $\mu_a$ und $\mu_s$ .....	457
Abb. 16.6	Pulsantwort und Übertragungsfunktion für Gewebe [3] .....	458

Abb. 16.7	Links: Störfunktion $P(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A)$ , rechts: Bananenfunktion $B(\vec{r}_A)$ .....	461
Abb. 16.8	Transilluminationsbildgebung mit kurzen Zeitfenstern .....	462
Abb. 16.9	Prinzip der diffusen optischen Tomographie .....	463
Abb. 16.10	Prinzip der optischen Tomosynthese [11, 12] .....	466
Abb. 17.1	schematisches Bild der Time-Domain-OCT .....	472
Abb. 17.2	Interferenzmuster bei einer Verschiebung einer reflektierenden Fläche .....	474
Abb. 17.3	axiale Auflösung $dz$ als Funktion der Bandbreite $\Delta\lambda$ für zentrale Wellenlängen von 800 nm (unten), 1000 nm (Mitte) und 1300 nm (oben) .....	475
Abb. 17.4	OCT System mit Super-Lumineszenz-Diode (SLD) und Faserkoppler [8] .....	477
Abb. 17.5	Frequency Domain OCT oder Spectral Domain OCT [8] .....	478
Abb. 17.6	In ein $\Delta z$ von 16,9 $\mu\text{m}$ passen genau 13 Wellenzüge einer Welle von 1300 nm (oben mitte), 13 $\frac{1}{2}$ Wellenzüge von 1250 nm (oben links) und 12 $\frac{1}{2}$ Wellenzüge von 1350 nm (oben rechts) .....	479
Abb. 17.7	Spektrum bei einem Längenunterschied von 33,8 $\mu\text{m}$ .....	480
Abb. 17.8	Swept Source OCT [8] .....	482
Abb. 17.9	OCT-System .....	483
Abb. 17.10	OCT-Aufnahme von der Retina .....	483
Abb. 17.11	OCT-Aufnahme von der Retina .....	484
Abb. 18.1	Definition vom Strahlungsfluss .....	486
Abb. 18.2	Definition der Strahlungsdichte .....	486
Abb. 18.3	Spektrale Strahlungsdichte des schwarzen Körpers bei 36° Celsius .....	489
Abb. 18.4	Anteil der Organe an der Wärmebildung des Menschen .....	490
Abb. 18.5	Wärmeabgabe (unbekleidet, Ruhe) bei verschiedenen Umgebungstemperaturen .....	490
Abb. 18.6	Lokale Temperaturerhöhung im Körper und Temperaturprofil nach außen .....	491
Abb. 18.7	Differentielle spektrale Strahlungsdichte eines schwarzen Körpers .....	492
Abb. 18.8	Transmission der Atmosphäre in Abhängigkeit von der Wellenlänge der Strahlung [1] .....	493
Abb. 18.9	Thermographie der Brust. Diagnose: Mamma-Karzinom in der linken Brust .....	493
Abb. 19.1	Systemkonzept zur Mikrowellen-Bildgebung am menschlichen Kopf .....	498

---

## Tabellenverzeichnis

Tab. 1.1	medizinischer Prozess, in den die Bildgebung eingebettet ist .....	2
Tab. 1.2	Übersicht über die verschiedenen bildgebenden Verfahren in der Medizin .....	3
Tab. 2.1	Typische Werte für die Anodenspannung und die zugehörige kleinste Wellenlänge .....	6
Tab. 2.2	Verschiedene Anodenwerkstoffe und Bewertungskriterien [4] .....	28
Tab. 2.3	Röntgenabsorption mit Lichtkonversion [4] .....	41
Tab. 2.4	Mittelwert und Standardabweichung bei der Poisson-Verteilung .....	65
Tab. 2.5	Die gebräuchlichsten Kontrastmittel (KM) .....	72
Tab. 2.6	Anwendungen der Röntgentechnik in der Medizin .....	78
Tab. 2.7	Typische Materialien und Schichtdicken für das MeV-Imaging .....	81
Tab. 3.1	Wellenlängen und räumliche Frequenzen am Beispiel $\Delta x = 0,5 \text{ mm}, N = 512$ .....	90
Tab. 3.2	Allgemeines abbildendes System und drei Beispiele .....	100
Tab. 5.1	Anwendungen der CT .....	174
Tab. 7.1	Grundgrößen und Einheiten der Dosimetrie .....	190
Tab. 7.2	Typische Dosis in der Röntgendiagnostik und in der nuklearmedizinischen Diagnostik [7] .....	194
Tab. 8.1	Ionisierende Strahlung .....	203
Tab. 8.2	Radioaktiver Zerfall (rechts ist jeweils ein Beispiel dargestellt) .....	203
Tab. 8.3	Herstellung von Radionukliden .....	204
Tab. 8.4	Die wichtigsten Radionuklide für diagnostische Anwendungen [1] .....	207
Tab. 8.5	Szintillator-Materialien .....	210
Tab. 8.6	Typische Kenngrößen von Kollimatoren [2] .....	212
Tab. 8.7	Anwendungen der planaren Szintigraphie .....	219
Tab. 9.1	Typische mit Positronen-Strahlern markierte Moleküle .....	232
Tab. 9.2	Die wichtigsten Anwendungsgebiete der PET-Methode .....	234
Tab. 10.1	Schallfeldgrößen für verschiedene biologische Materialien [5] .....	244
Tab. 10.2	Eindringtiefe bei verschiedenen US-Frequenzen .....	248
Tab. 10.3	Koeffizienten für elektrisch-akustische Wandlung $d$ und akustisch-elektrische Wandlung $g$ .....	249
Tab. 10.4	Eindringtiefe und Auflösung von Ultraschall .....	255

Tab. 10.5	Anwendungen der Ultraschall-Diagnostik .....	281
Tab. 11.1	Gyromagnetisches Verhältnis einiger Kerne .....	289
Tab. 11.2	Präzessionsfrequenz von Protonen in verschiedenen Feldern .....	298
Tab. 11.3	Typische Werte der Längsrelaxationszeit $T_1$ und der Querrelaxationszeit $T_2$ .....	306
Tab. 11.4	Überblick über verschiedene Gesichtspunkte bei der Wahl der Feldstärke .....	341
Tab. 11.5	Forderungen an MR-Magnete .....	342
Tab. 11.6	Mögliche Kombination von elektrischen Daten eines MR-Magneten .....	342
Tab. 11.7	Daten von Gradientenspulen .....	344
Tab. 11.8	Größen, die den Kontrast beeinflussen .....	350
Tab. 11.9	Gewichtung der Bilder bei einer „Saturation Recovery“-Sequenz .....	353
Tab. 11.10	Kerne mit halbzahligem Spin im menschlichen Körper .....	381
Tab. 11.11	Anwendungen der MR-Tomographie .....	388
Tab. 13.1	Stromelektrodenpaare und entsprechende Spannungsmessungen .....	407
Tab. 14.1	Potentielle Anwendungen der Abbildung bioelektrischer Quellen .....	440
Tab. 15.1	Auflösungsvermögen in Abhängigkeit von der Faserzahl .....	445
Tab. 15.2	Qualitätskriterien eines Endoskopiesystems .....	448
Tab. 15.3	Einige Endoskope .....	449
Tab. 20.1	neue Dimensionen der Bildgebung .....	504

Bilder vom Inneren des Menschen haben in der Medizin eine herausragende Bedeutung. Oft geben sie schnell und präzise die Antwort auf eine diagnostische Fragestellung.

- Ist ein Knochen gebrochen oder nicht?
- Leidet der Patient an einer Krebs-Erkrankung?
- Ist ein Blutgefäß verstopft?

Außerdem können Bilder den Arzt bei der Durchführung einer Therapie unterstützen.

- Wie sollte ein gebrochener Knochen wieder an die richtige Stelle gerückt und dort fixiert werden?
- Wo liegt der Tumor, der entfernt werden muss? Wie weit dehnt er sich aus? Was ist der beste Zugang zu dem Tumor?
- Ist das verstopfte Blutgefäß durch den Eingriff nun wieder durchlässig?

Ärzte lernen, bei welcher Fragestellung welches bildgebende Verfahren die beste Antwort liefert, wie der Patient für die Aufnahme vorbereitet und gelagert werden muss und wie man die Bilder richtig interpretiert („Befundung“). Ein Fachgebiet, das sich in besonderem Maße diesen Fragen widmet, ist die Radiologie. Dieses Buch wendet sich mehr an Ingenieur/innen, Physiker/innen oder Informatiker/innen, die wissen wollen, wie die bildgebenden Verfahren funktionieren. In diesem Buch wird beschrieben, was sich hinter der äußeren Hülle eines bildgebenden Systems verbirgt und wie das Bild eigentlich entsteht. Natürlich ist das Wissen über die Funktion der bildgebenden Systeme auch für die Ärztin und den Arzt wichtig, denn nur so kann sie bzw. er die Möglichkeiten, Chancen und Risiken richtig einschätzen und mögliche Fehlinterpretationen bei der Befundung vermeiden.

## 1.1 Bildgebende Verfahren als Bestandteil der Diagnostik und Therapie

Die Aufnahme eines Bildes ist Teil eines medizinischen Prozesses. Am Beginn steht immer eine diagnostische Fragestellung. Wenn sich herausstellt, dass diese Frage am besten mit einem Bild beantwortet werden kann, so folgt die Auswahl der richtigen Methode. Man spricht auch von der Wahl der geeigneten Modalität. Jedes bildgebende Verfahren hat seine „Domäne“, in der es den bestmöglichen Kontrast liefert. In diesem Zusammenhang muss auch entschieden werden, ob ein Tracer (siehe SPECT und PET) oder ein Kontrastmittel (z.B. beim Röntgen, MRT oder Ultraschall) eingesetzt werden sollte. Für viele medizinische Fragestellungen gibt es Leitlinien, die von den ärztlichen Fachdisziplinen erarbeitet und verabschiedet wurden, aus denen hervorgeht, welche Modalität und welches Kontrastmittel für eine bestimmte Frage am besten geeignet ist. Dann wird der Patient informiert und für die Aufnahme vorbereitet. Auch wird er in eine bestimmte Lage zum bildgebenden System gebracht. Die eigentliche Bildaufnahme ist oft sehr kurz, sie dauert manchmal nur wenige Sekunden. Nun werden die Daten im Bildaufnahmesystem ausgewertet und aufbereitet, um sie dann in Form eines Bildes dem Arzt/der Ärztin zu präsentieren. Manchmal wird noch ein belichteter Film hergestellt, der im Lichtkasten betrachtet werden kann. Oft wird heute aber ein Befundungsmonitor eingesetzt. Er muss besonders lichtstark sein, um für die Befundung zugelassen zu sein. Der Arzt/die Ärztin betrachtet das Bild und erkennt im Bild Strukturen, die ihm/ihr helfen, die ganz zu Beginn gestellte Frage zu beantworten. Eine kurze Zusammenfassung wird als „Befund“ gespeichert und steht dann dem behandelnden Arzt zur Verfügung (Tab. 1.1).

Man erkennt, dass ein bildgebendes System sich immer in eine Kette aus medizinischen Abläufen einordnen muss und dass sich seine Bedeutung immer daran messen lassen muss, welche medizinischen Fragen es beantworten kann.

**Tab. 1.1** medizinischer Prozess, in den die Bildgebung eingebettet ist

diagnostische Frage
Auswahl der geeigneten Modalität (Röntgen, Ultraschall, MRT...)
Entscheidung über geeigneten Tracer bzw. Kontrastmittel
Vorbereitung und Lagerung des Patienten
Bildaufnahme
Bildberechnung und Nachverarbeitung
Befundung am Lichtkasten oder Befundungsmonitor
Therapieentscheidung

**Tab. 1.2** Übersicht über die verschiedenen bildgebenden Verfahren in der Medizin

Projektionsröntgen	Tomosynthese
Computertomographie	Impedanztomographie
Szintigraphie	Abbildung bioelektrischer Ströme
Single Photon Emission Comp. Tomography SPECT	
Positronen Emissions Tomographie PET	Phasenkontrast-Röntgen
Magnetresonanztomographie MRT	Magnetic Particle Imaging MPI
Ultraschallbildgebung US	Mikrowellen- und Terahertz-Bildgebung
Endoskopie	Thermographie
Optische Kohärenztomographie OCT	Diffuse optische Bildgebung
Operationsmikroskopie	akustooptische & optoakustische Bildgebung

---

## 1.2 Überblick über die verschiedenen bildgebenden Verfahren in der Medizin

Das älteste bildgebende Verfahren der Medizin ist das Projektionsröntgen. Man könnte einige Versuche im Altertum, mit Hilfe eines Rohres in Körperöffnungen zu schauen, als Vorläufer der Endoskopie bezeichnen. Sie waren damit deutlich älter als das Röntgen. Aber die medizinische Bildgebung im heutigen Sinne begann am 8. November 1895, als Wilhelm Conrad Röntgen in Würzburg die Röntgenstrahlen entdeckte.

Seitdem sind viele andere Modalitäten hinzugekommen. Tabelle 1.2 zeigt eine Übersicht.

Die Verfahren wurden hier (etwas willkürlich) aufgeteilt: links stehen Verfahren, die täglich in der Klinik im Einsatz sind. Damit gehören zu diesen Modalitäten auch Unternehmen, die solche Systeme in großem Stil herstellen - für Märkte mit großen Volumina. Auf der rechten Seite stehen zunächst drei Modalitäten, die in einigen spezifischen Einsatzgebieten in der Medizin angekommen sind, aber bei Weitem noch nicht so verbreitet sind, wie die links gezeigten Systeme: Tomosynthese, Impedanztomographie und Abbildung bioelektrischer Ströme. Darunter folgen Systeme, die heute noch in der Forschung angesiedelt sind, die aber vielleicht schon in naher Zukunft zu wichtigen Säulen der bildgebenden Diagnostik werden könnten.

Alle diese Systeme sollen in diesem Buch beschrieben und erklärt werden. Nur bei den Operationsmikroskopen soll hier auf die Literatur verwiesen werden [8].

---

## Literatur

1. Morneburg H.: Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik. Erlangen: Publicis, 1995.
2. Beutel J., Kundel H. L., van Metter R. L.: Handbook of Medical Imaging Volume 1. Bellingham: SPIE Press, 2000.

3. Webb A.: Introduction to Biomedical Imaging. Hoboken: John Wiley, 2003.
4. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis, 2005.
5. Suetens P.: Fundamentals of Medical Imaging. Cambridge: Cambridge University Press, 2009.
6. Smith N. B., Webb A.: Introduction to Medical Imaging. Cambridge: Cambridge University Press, 2011.
7. Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.
8. Kaschke M., Donnerhacke K.-H., Rill M. S.: Optical Devices in Ophthalmology and Optometry. Wiley-VCH, 2015.

Das Projektionsröntgen ist nach wie vor eines der wichtigsten bildgebenden Verfahren in der Medizin. Es liefert gute Antworten auf viele diagnostische Fragen und ist dabei schnell, flexibel und preiswert. Auch wenn das Verfahren nun schon über 120 Jahre alt ist, gibt es jedes Jahr spannende Innovationen wie z. B. neue technische Lösungen für Röntgenröhren, Bilddetektoren und Systeme.

---

## 2.1 Grundlagen zur Erzeugung von Röntgenstrahlung

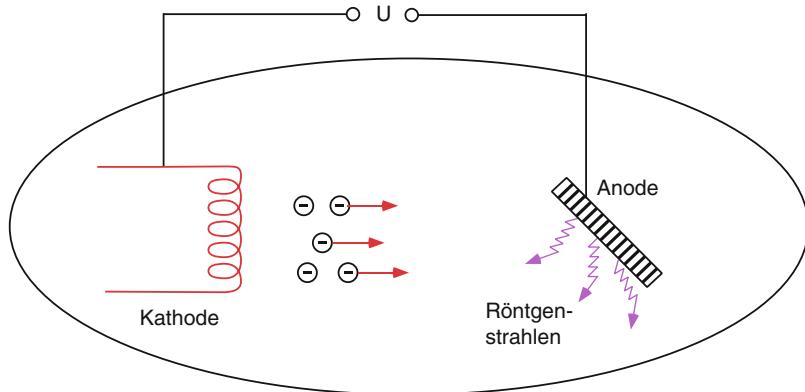
Dieses Kapitel handelt von den physikalischen Grundlagen zur Erzeugung von Röntgenstrahlen. In einer Röntgenröhre werden Elektronen freigesetzt und mit einer hohen Spannung auf eine Anode hin beschleunigt. In der Anode passieren dann Prozesse, bei denen Röntgenstrahlung entsteht.

### 2.1.1 Grundprinzip der Erzeugung von Röntgenstrahlen

Die Röntgenstrahlung wurde am 8. November 1895 von Wilhelm Conrad Röntgen in Würzburg entdeckt. Den prinzipiellen Aufbau einer Röntgenröhre zeigt Abb. 2.1.

In einer Vakuum-Röhre treten durch den thermoelektrischen Effekt Elektronen aus einer Kathode aus. Sie werden mit einer Hochspannung (z. B. 80 kV bis 150 kV) auf die Anode hin beschleunigt. In dem Anodenmaterial wird die kinetische Energie der Elektronen ( $E_{kin}$ ) ganz oder teilweise in elektromagnetische Strahlung ( $E_{Photon}$ ) umgewandelt.

So lässt sich die größtmögliche Photoenergie und die kleinstmögliche Wellenlänge der Strahlung berechnen.



**Abb. 2.1** Erzeugung von Röntgenstrahlen (schematisch)

**Tab. 2.1** Typische Werte für die Anodenspannung und die zugehörige kleinste Wellenlänge

$U_A$ [kV]	$\lambda_{\min}$ [nm]	Einsatzbereich
1	1,242	„weich“, Röntgendiffraktometer
10	0,124	„mittel“
100	0,012	„hart“, Röntgendiagnostik

$$\begin{aligned}
 E_{\text{Photon}} &= h \cdot f & E_{\text{kin}} &= e \cdot U_A & c &= \lambda \cdot f \\
 \Rightarrow f_{\max} &= \frac{e \cdot U_A}{h} & \Rightarrow \lambda_{\min} &= \frac{c \cdot h}{e \cdot U_A} & & (2.1)
 \end{aligned}$$

mit:  $h$  = Plancksches Wirkungsquantum,  $h = 6,626196 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s}$

$c$  = Lichtgeschwindigkeit,  $c = 299792456 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

$e$  = Elektronenladung,  $e = 1,6021917 \text{ A} \cdot \text{s}$

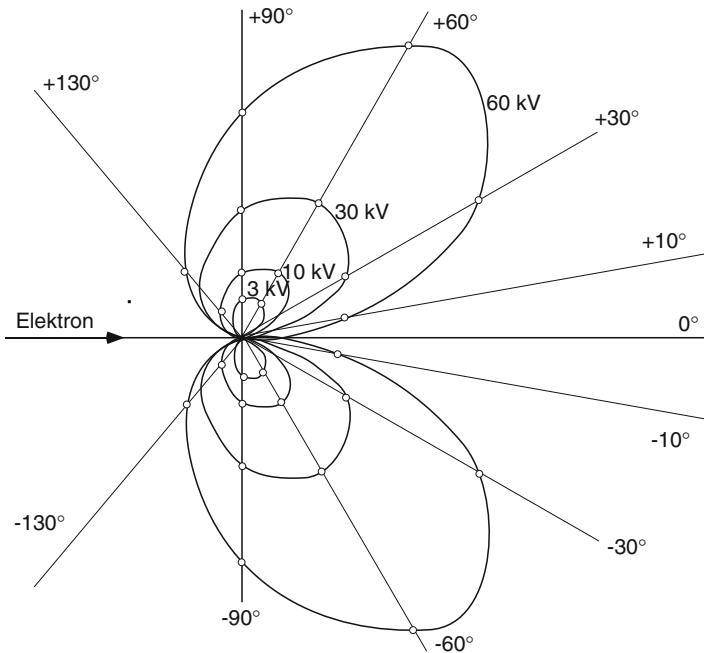
$U_A$  = Anodenspannung,

$f$  = Frequenz der elektromagnetischen Welle,

$\lambda$  = Wellenlänge der elektromagnetischen Welle.

Tabelle 2.1 zeigt typische Werte für die Anodenspannung und die zugehörige kleinste Wellenlänge.

Zwei physikalische Prozesse tragen im Wesentlichen zur Entstehung von Röntgenstrahlung in einer Röntgenröhre bei: Die schnelle Abbremsung von den Elektronen im Feld der Atomkerne des Anodenmaterials führt zur sogenannten Bremsstrahlung. Stoßen die auftreffenden Elektronen ein gebundenes Elektron aus den inneren Schalen der Atomkerne heraus, so kommt es in der Folge zur charakteristischen Strahlung. Beide Prozesse sollen im Folgenden genauer betrachtet werden.



**Abb. 2.2** Die räumliche Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung eines abgebremsten Elektrons (ein einzelner Wechselwirkungsprozess) [1]

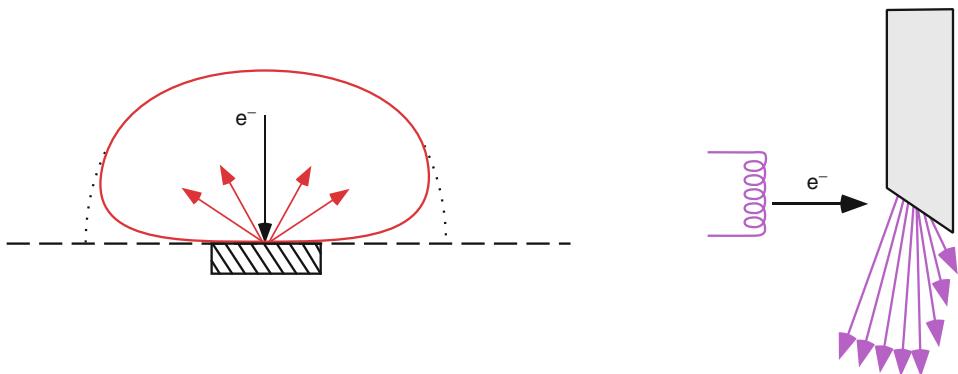
## 2.1.2 Bremsstrahlung

Jede Ladung, die beschleunigt oder abgebremst wird, sendet dabei eine elektromagnetische Welle aus. Abbildung 2.2 zeigt die räumliche Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung eines abgebremsten Elektrons. Man erkennt die „Strahlungskeulen“ eines Hertzschen Dipols, die durch relativistische Effekte um so weiter nach vorne verbogen sind, je größer die kinetische Energie der Elektronen ist.

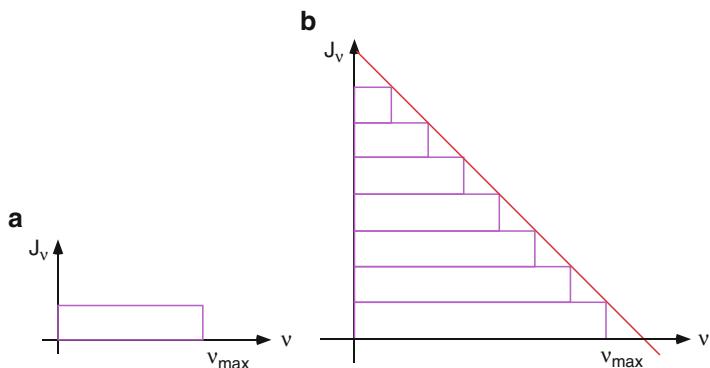
Dargestellt ist ein einzelner Wechselwirkungsprozess, z. B. der erste nach Auftreffen des Elektrons auf das Anodenmaterial. Meistens wird das Elektron hierbei aus seiner Bahn geworfen und eine Vielzahl von weiteren Abbremsprozessen folgen, so dass die Winkelverteilung der Bremsstrahlung im Endeffekt weitgehend isotrop ist (Abb. 2.3). Nur in dem Winkelbereich, der fast parallel zur Anodenoberfläche liegt, kommt es durch Selbstabsorption zu einer Intensitätsabnahme, die „Heel-Effekt“ genannt wird.

Will man das Spektrum der Bremsstrahlung verstehen, so geht man wieder vom ersten Wechselwirkungsprozess aus, und nimmt an, dass dabei jeder Energieverlust für das auftreffende Elektron gleich wahrscheinlich ist (Abb. 2.4).

Beim zweiten Wechselwirkungsprozess gilt das Gleiche, aber das Elektron hat nun im statistischen Mittel eine etwas kleinere Ausgangsenergie. Werden sehr viele



**Abb. 2.3** Winkelverteilung der Röntgenstrahlung

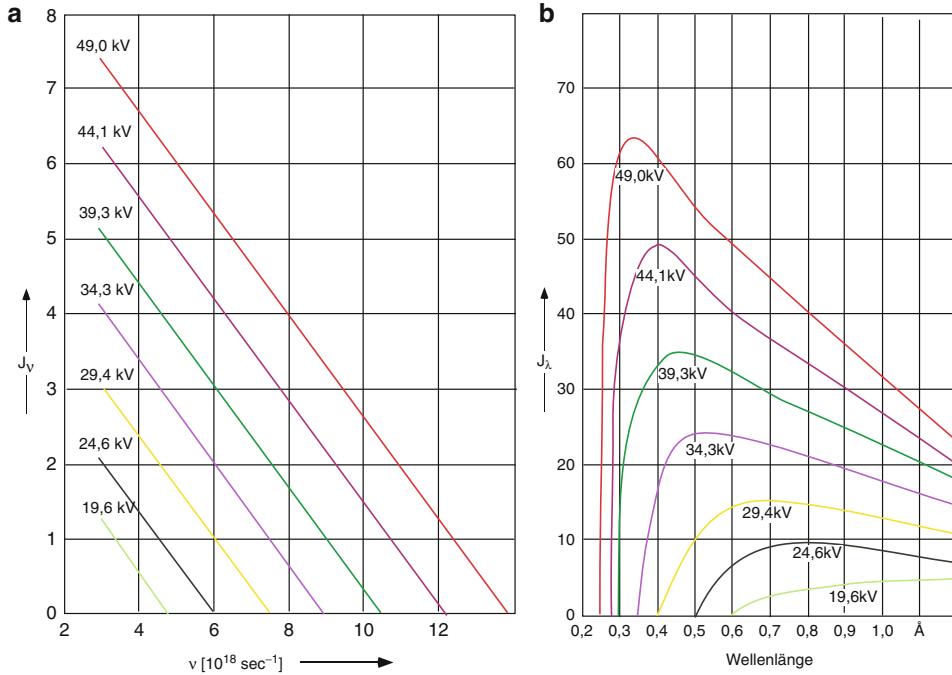


**Abb. 2.4** Bremsstrahlungsspektrum; **a** ein Wechselwirkungsprozess, **b** viele Wechselwirkungsprozesse in Folge. Einheit von  $J_f$ : W/Hz [1]

Wechselwirkungsprozesse integriert, ergibt sich ein Spektrum, bei dem die Leistungsdichte mit fallender Frequenz linear ansteigt (ohne Al-Filter). Will man das Spektrum nicht über der Frequenz  $f$  sondern über der Wellenlänge  $\lambda$  auftragen, so ist zu beachten, dass gilt

$$f = \frac{c}{\lambda} ; df = -\frac{c}{\lambda^2} d\lambda. \quad (2.2)$$

Das Minuszeichen und der Faktor  $\frac{1}{\lambda^2}$  führen dazu, dass die Umrechnung der spektralen Leistungsdichte von  $J_f = \frac{dJ}{df}$  nach  $J_\lambda = \frac{dJ}{d\lambda}$  etwas überraschend aussieht (Abb. 2.5). Natürlich gilt: Je größer die Anodenspannung desto kleiner die kleinste Wellenlänge  $\lambda_{min}$ . Damit steigt die Leistungsdichte  $J_\lambda$  zunächst mit steigender Wellenlänge an.



**Abb. 2.5** a die spektrale Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung  $J_f$ , b die spektrale Intensitätsverteilung der Bremsstrahlung  $J_\lambda$  ( $1 \text{ \AA} = 0,1 \text{ nm}$ ) [1]

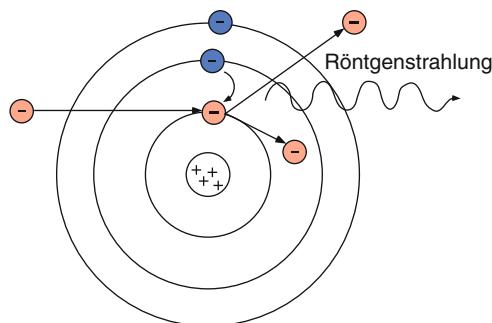
Der Abfall des Spektrums  $J_\lambda$  zu großen Wellenlängen erklärt sich aus der oben angegebenen Umrechnung von  $df$  nach  $d\lambda$ .

### 2.1.3 Charakteristische Strahlung

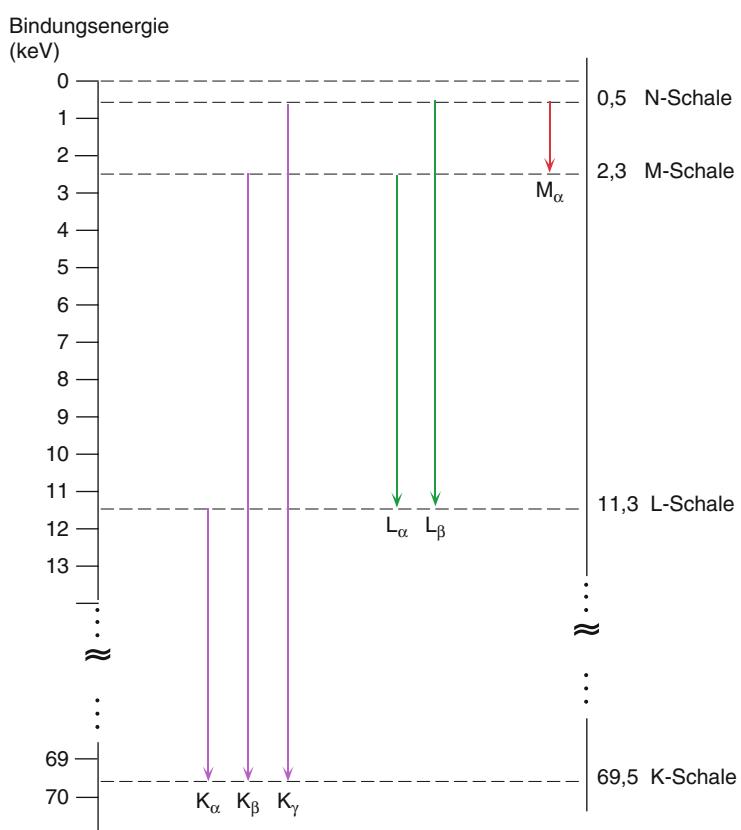
Die charakteristische Strahlung entsteht, wenn ein gebundenes Elektron des Anodenmaterials aus einer der inneren Schalen (K-Schale, L-Schale,...) herausgeschlagen wird (Abb. 2.6). Ein besonders wahrscheinlicher Folgeprozess ist das „Auffüllen“ des freigewordenen Platzes durch ein Elektron aus einer der nächsten höheren Schalen. Hierbei wird die freiwerdende Energie als elektromagnetische Welle abgestrahlt.

Der Abstand der Energieniveaus der inneren Schalen liegt bei typischen Anodenmaterialien im Bereich einiger 10 keV und ist charakteristisch für das Element, aus dem die Anode gefertigt wurde – daher die Bezeichnung charakteristische Strahlung.

Abbildung 2.7 zeigt das Energieniveauschema von Wolfram, das besonders oft als Anodenmaterial eingesetzt wird (man beachte die Unterbrechung der Energieskala!).



**Abb. 2.6** Charakteristische Strahlung. Ein Elektron wird aus einer der inneren Schalen des Atoms herausgeschlagen. Der leere Platz wird durch ein Elektron aus einer höheren Schale aufgefüllt. Dabei sendet das Atom eine elektromagnetische Welle aus. Bei Atomen mit hoher Ordnungszahl ist das Röntgenstrahlung



**Abb. 2.7** Energieniveauschema des Elements Wolfram

Je nachdem ob das Elektron, welches das Loch in der K-Schale auffüllt, aus der L-, M- oder N-Schale kommt, spricht man von der  $K_{\alpha}$ -,  $K_{\beta}$ - oder  $K_{\gamma}$ -Linie.

Das auftreffende Elektron muss mindestens eine Energie von ca. 70 keV haben, damit die  $K_{\alpha}$ -Strahlung von ca. 58 keV emittiert werden kann. Die Energie der  $K_{\alpha}$ -Strahlung kann über einen weiten Bereich mit Hilfe des Mosleyschen Gesetzes gut aus der Ordnungszahl Z berechnet werden

$$f_{K\alpha} = \frac{3}{4} \cdot R_{\infty} \cdot (Z - 1)^2 \quad (2.3)$$

mit:  $R_{\infty}$  = Rydbergkonstante,  $R_{\infty} = 3,29 \cdot 10^{15} \text{ s}^{-1}$

Z = Ordnungszahl.

Abbildung 2.8 zeigt eine Übersicht über die K- und L-Linien der Elemente, in der man auch die quadratische Abhängigkeit von der Ordnungszahl Z erkennt. Das gesamte Spektrum einer Röntgenröhre erhält man als Summe aus der Bremsstrahlung und der charakteristischen Strahlung. In Abb. 2.9 erkennt man, wie sich das Spektrum mit Zunahme der Röhrenspannung ändert.

Die charakteristische Strahlung der K-Linien tritt erst auf, wenn die Elektronenenergie die Bindungsenergie der K-Schale überschreitet. Die gesamte abgestrahlte Leistung  $\int J_f df$  nimmt mit steigender Anodenspannung zu. In Abb. 2.9 zeigt  $J_f$  einen Abfall der Leistungsdichte bei niedrigen Photonenenergien, der nicht unmittelbar mit Abb. 2.5 vereinbar ist. Der Grund ist, dass in der Röntgendiagnostik immer Aluminiumscheiben als Filter vor die Röntgenröhre gestellt werden, die die „weiche“ Röntgenstrahlung absorbieren. „Weiche“ Röntgenstrahlung würde vollständig im Körper des Patienten absorbiert. Sie trägt damit nur zur Strahlenbelastung nicht aber zum Bild bei.

## 2.1.4 Wirkungsgrad

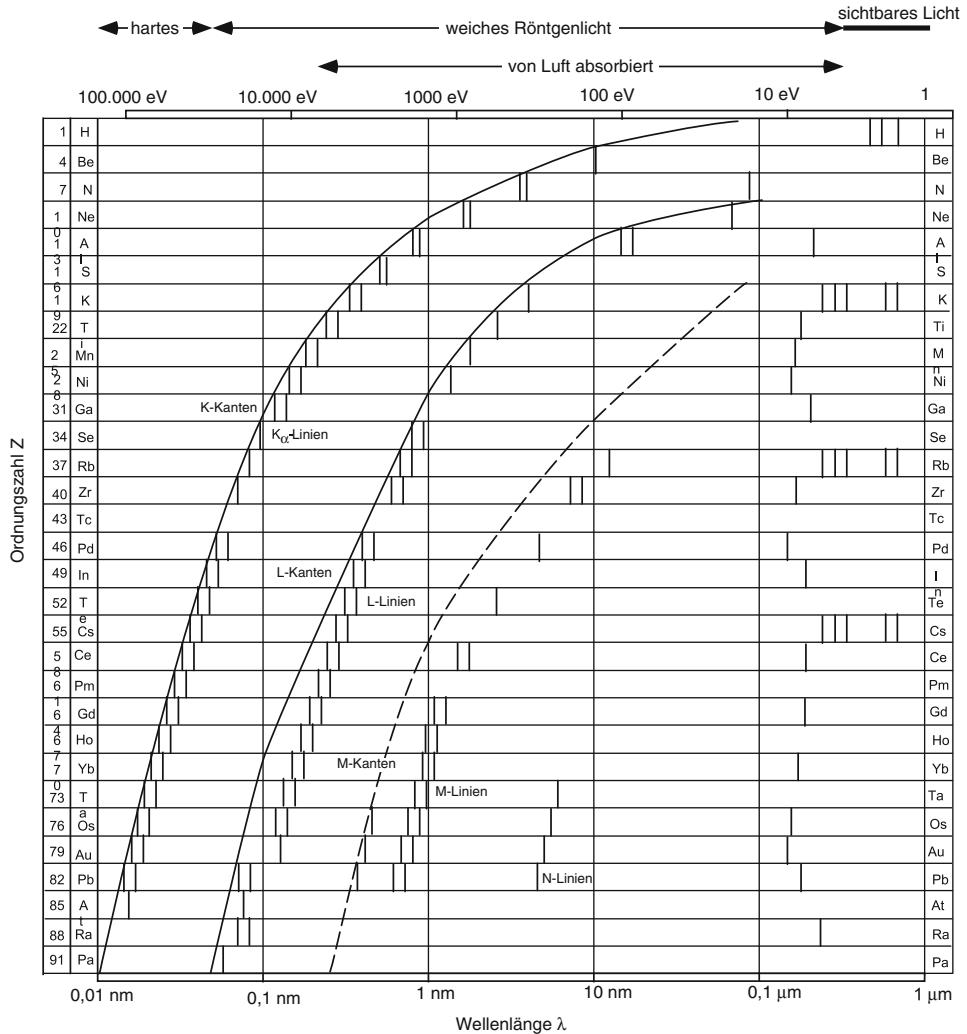
Die gesamte als Röntgenstrahlung abgegebene Leistung (in Watt) lässt sich aus der spektralen Leistungsdichte folgendermaßen bestimmen:

$$J_{ges} = \int_0^{f_{\max}} J_f df = \int_0^{f_{\max}} \frac{dN(f)}{df} \cdot h \cdot f \cdot df \quad (2.4)$$

mit:  $J_{ges}$  = gesamte abgestrahlte Röntgenleistung,

$J_f$  = spektrale Leistungsdichte,

$\frac{dN(f)}{df}$  = Zahl der Photonen pro Zeit und pro Frequenzintervall.



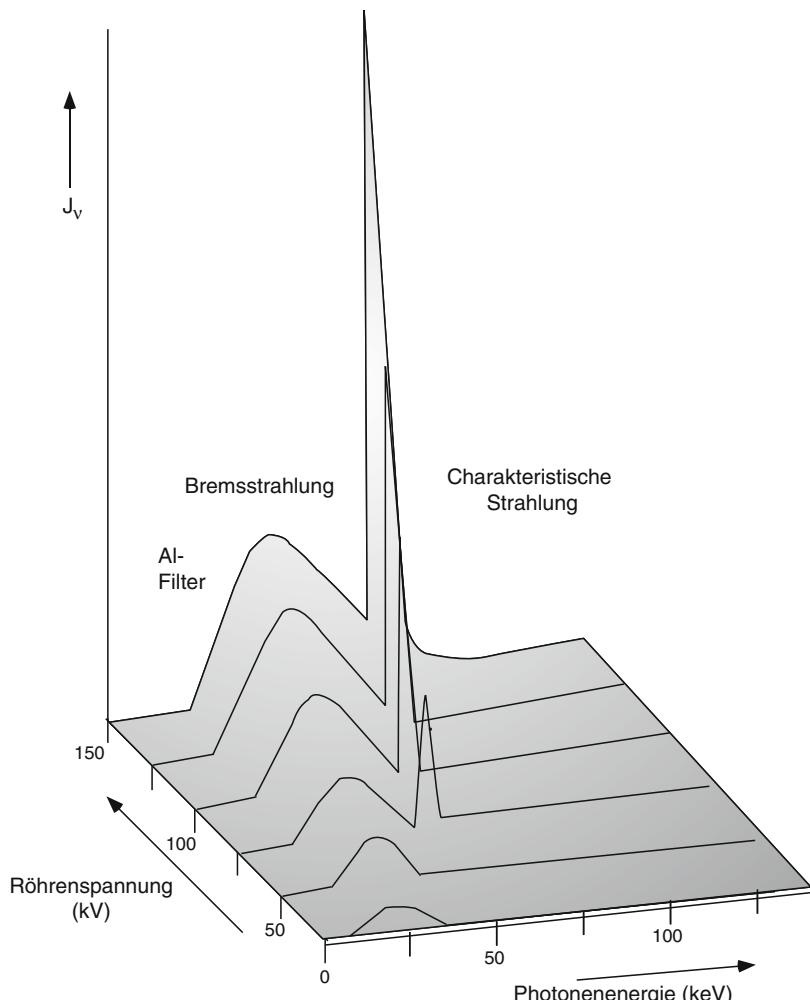
**Abb. 2.8** Übersicht über die Lage der K-, L- und M-Linien und die Lage der K- und L-Absorptionskanten [1]

Der Wirkungsgrad einer Röntgenröhre ist definiert als der Quotient aus der herausgehenden Röntgenleistung zur hineingesteckten elektrischen Leistung.

$$\eta = \frac{J_{ges}}{I_A \cdot U_A} \text{ Wirkungsgrad} \quad (2.5)$$

mit:  $I_A$  = Anodenstrom,

$U_A$  = Anodenspannung.



**Abb. 2.9** Spektrum einer Diagnostik-Röntgenröhre in Abhängigkeit von der Röhrenspannung

Experimentelle Untersuchungen haben ergeben, dass der Wirkungsgrad einer Röntgenröhre linear mit der Anodenspannung und mit der Ordnungszahl des Anodenmaterials zunimmt

$$\eta = k \cdot U_A \cdot Z \quad (2.6)$$

mit:  $k \approx 1 \cdot 10^{-9} V^{-1}$ .

Damit kann man z. B. für Wolfram ( $Z = 74$ ) und 100 kV Anodenspannung berechnen:

Wolfram, 100 kV,  $\eta = 0,7\%$ .

Dieser Prozentsatz ist sehr klein, konnte aber bis heute durch keinen Trick überboten werden. Das bedeutet: wird eine Röntgenröhre mit einem Anodenstrom  $I_A$  von 1A und einer Anodenspannung  $U_A$  von 100 kV betrieben, so werden 99,3 kW in Wärme umgesetzt und nur 0,7 kW in Röntgenstrahlungsleistung! Fügt man die beiden Gleichungen für den Wirkungsgrad  $\eta$  zusammen, so erhält man für die abgestrahlte Röntgenleistung:

$$J_{ges} = \eta \cdot I_A \cdot U_A = k \cdot I_A \cdot U_A^2 \cdot Z. \quad (2.7)$$

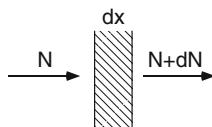
Danach könnte man meinen, man müsste nur die Anodenspannung immer weiter erhöhen, um möglichst effektiv Röntgenstrahlung zu erzeugen. Man darf aber nicht vergessen, dass es in erster Linie darauf ankommt, Bilder mit einem hohen diagnostischen Wert zu erhalten. Der Kontrast einer Röntgenaufnahme hängt wesentlich von der Energie der verwendeten Röntgenstrahlung ab. Damit ist die Anodenspannung für die meisten diagnostischen Fragestellungen weitgehend vorgeschrieben. Der schlechte Wirkungsgrad lässt sich damit nicht vermeiden.

Bei der Technik der Röntgenröhren kommt es daher sehr darauf an, die überschüssige Wärme abzuführen.

## 2.2 Schwächung von Röntgenstrahlen

### 2.2.1 Allgemeines Schwächungsgesetz

Betrachten wir einen parallelen Röntgenstrahl, der durch eine dünne Folie eines Materials hindurchtritt, so gilt (Abb. 2.10).



**Abb. 2.10** Allgemeines Schwächungsgesetz.  $N$  Photonen treffen auf eine Materialschicht der Dicke  $dx$ .  $N + dN$  Photonen kommen hindurch.  $dN$  ist dabei eine negative Zahl

Treffen  $N$  Röntgenquanten pro Sekunde auf eine dünne Schicht eines Materials, so ist die Änderung  $dN$  (eine meist negative Zahl) proportional zu der Zahl der auftreffenden Quanten und proportional zur Dicke  $dx$ :

$$dN = -\mu \cdot N \cdot dx \quad (2.8)$$

mit:  $\mu$  Schwächungskoeffizient, Einheit:  $\text{m}^{-1}$

Für ein dickes Material mit homogener Zusammensetzung kann man die Gleichung integrieren, und es gilt

$$N = N_0 \cdot e^{-\mu \cdot d} \quad (2.9)$$

mit:  $N_0$  = Zahl der auftreffenden Quanten pro Sekunde,

$d$  = Dicke des Materials.

Man definiert eine Halbwertsdicke  $d_{1/2}$  mit

$$\frac{I}{I_0} = \frac{1}{2} = e^{-\mu \cdot d_{1/2}} \Rightarrow d_{1/2} = \frac{\ln 2}{\mu}. \quad (2.10)$$

Da der Schwächungskoeffizient für Röntgenstrahlen weitgehend proportional zur Dichte des Materials ist, wird auch ein Massenschwächungskoeffizient definiert

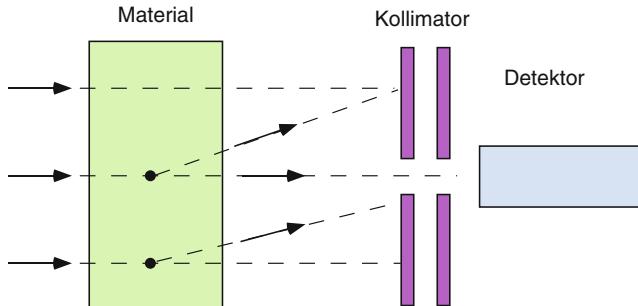
$$\text{Massenschwächungskoeffizient} = \frac{\mu}{\rho} \quad (2.11)$$

mit:  $\rho$  = Dichte des Materials.

Bei diesen Überlegungen und Definitionen ist es sehr wichtig, dass vom Schwächungskoeffizienten und nicht vom Absorptionskoeffizienten gesprochen wurde. Röntgenstrahlen können in Materialien absorbiert oder gestreut werden. Beide Prozesse tragen zum Schwächungskoeffizienten bei. Zur Messung des Schwächungskoeffizienten muss ein Kollimator vor dem Detektor angebracht werden, der verhindert, dass gestreute Röntgenquanten nachgewiesen werden (Abb. 2.11).

## 2.2.2 Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie

Alle Möglichkeiten, wie ein Röntgenquant mit Materie wechselwirken kann, sind in Abb. 2.12 dargestellt. Der im Abschn. 2.2.1 eingeführte Schwächungskoeffizient  $\mu$  kann



**Abb. 2.11** Messanordnung für die Messung des Schwächungskoeffizienten. Gestreute Röntgenquanten gelangen nicht in den Detektor

als Summe von Schwächungskoeffizienten für die einzelnen Wechselwirkungsarten dargestellt werden.

$$\begin{aligned} dN &= dN_\tau + dN_{\sigma R} + dN_{\sigma C} + dN_\chi + dN_K \\ \mu &= \mu_\tau + \mu_{\sigma R} + \mu_{\sigma C} + \mu_\chi + \mu_K \end{aligned} \quad (2.12)$$

mit:  $\mu_\tau$  = Schwächungskoeffizient für Photoabsorption,

$\mu_{\sigma R}$  = Schwächungskoeffizient für klassische Streuung (Rayleigh-Streuung),

$\mu_{\sigma C}$  = Schwächungskoeffizient für Compton Streuung,

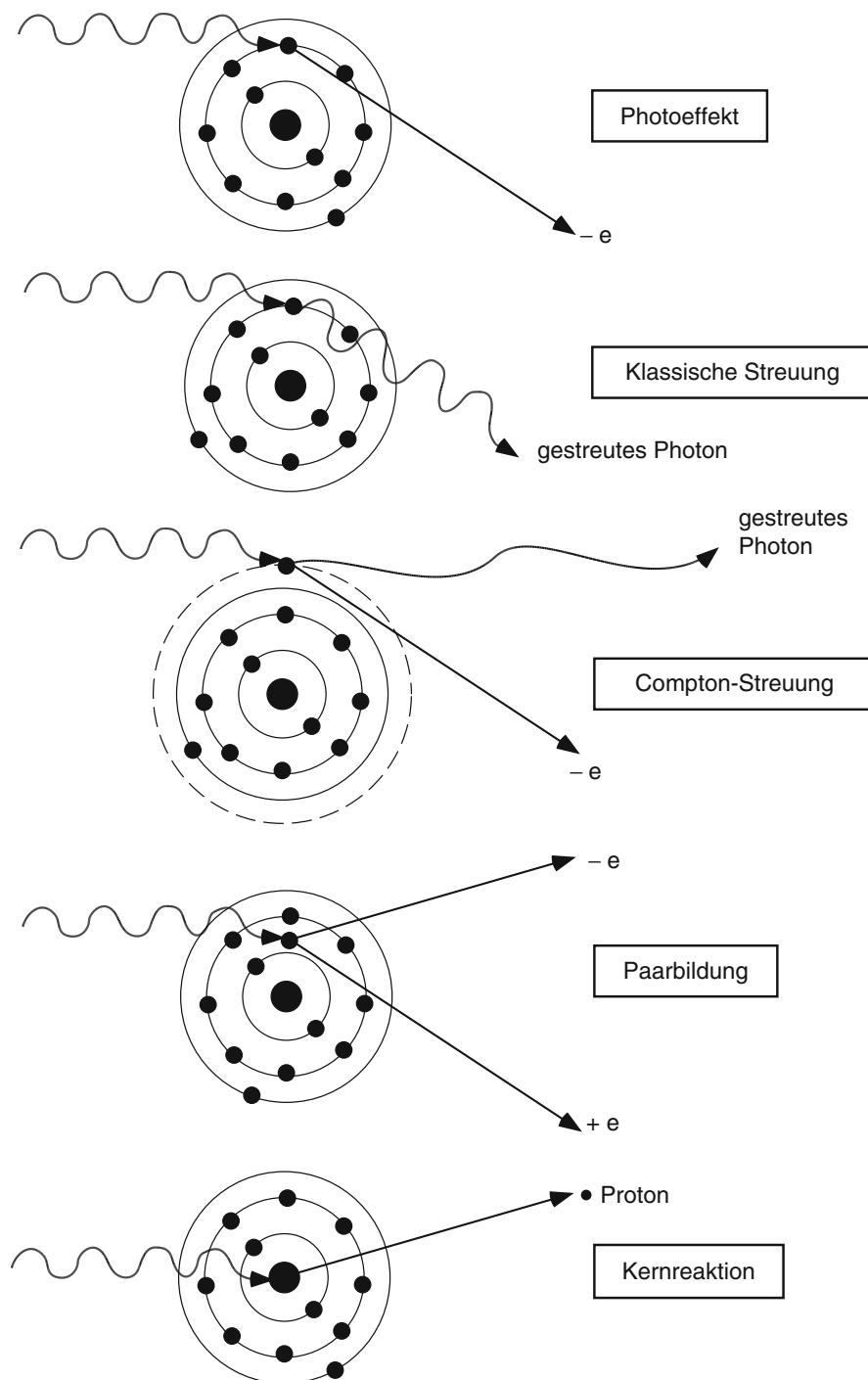
$\mu_\chi$  = Schwächungskoeffizient für Paarbildung,

$\mu_K$  = Schwächungskoeffizient für Kernanregungen.

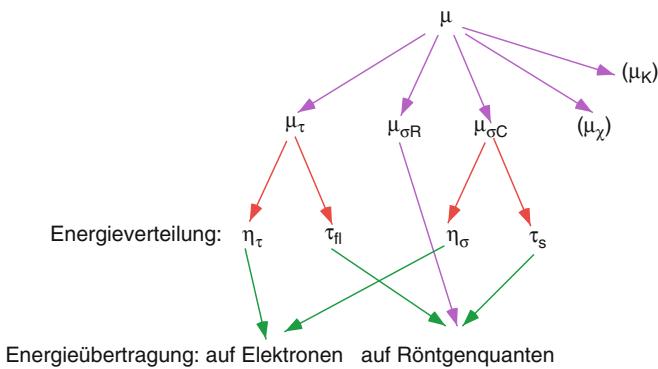
Bei der Photoabsorption überträgt das Photon seine Energie auf ein gebundenes Elektron und transportiert es in das Leitungsband bzw. ganz aus dem Festkörper heraus. Die Rayleigh-Streuung berücksichtigt, dass auch Röntgenstrahlung als elektromagnetische Welle aufgefasst werden kann. Diese Welle bringt die Elektronen im Material zum Schwingen, sie werden dadurch selbst zum Sender einer elektromagnetischen Welle. Die gestreute Welle hat exakt die gleiche Frequenz wie die einfallende Welle. Bei der Compton Streuung ist man wieder ganz im Quanten-Bild: das Röntgenquant stößt mit einem Elektron (meist im Leitungsband) zusammen wie eine Billiard-Kugel mit einer anderen. Dabei wird Energie und Impuls übertragen. Das gestreute Röntgenquant hat eine kleinere Energie als das einfallende – abhängig vom Streuwinkel.

Bei der Paarbildung wird aus einem hochenergetischen Photon ein Paar aus Elektron und Positron. Das kann nur geschehen, wenn die Energie des Photons ausreicht für die Energie, die nach  $E = mc^2$  in der Masse von Elektron und Positron steckt, und das sind  $2 \cdot 511 \text{ keV}$ .

Auch Kerne können sich – wie die Elektronen in der Hülle eines Atoms – in unterschiedlichen diskreten Energieniveaus befinden. Ein einfallendes Photon kann einen Kern



**Abb. 2.12** Wechselwirkung zwischen ionisierender Strahlung und Materie [3]



**Abb. 2.13** Wechselwirkung von Röntgenstrahlen mit Materie. Betrachtung der Energieübertragungskoeffizienten [4]

auf ein höheres Energieniveau heben und dabei selbst verschwinden. Der Kern wird in der Regel danach wieder in den Grundzustand zurückfallen und dabei wieder ein Photon aussenden, allerdings in eine ganz andere Richtung als das ursprüngliche Photon. Damit tragen auch diese Kernanregungen zum Schwächungskoeffizienten bei. Die Schwächungskoeffizienten für Paarbildung und Kernanregungen sind im Energiebereich der diagnostischen Röntgenstrahlung Null bzw. vernachlässigbar klein.

Es ist interessant, sich zu überlegen, wieviel Energie im statistischen Mittel im Material deponiert wird und wieviel Energie das Material in Form von Röntgenstrahlung wieder verlässt. Hierzu müssen die Energieübertragungskoeffizienten bekannt sein, die in Abb. 2.13 definiert sind. Ohne auf die Einzelheiten eingehen zu können, erkennt man, dass bei vielen Wechselwirkungsprozessen Röntgenquanten entstehen, die den Körper in unterschiedlichen Richtungen wieder verlassen (vergl. Abb. 2.17).

### 2.2.3 Wirkungsquerschnitte und Monte-Carlo-Simulationen

Alle oben genannten Schwächungskoeffizienten für die verschiedenen Wechselwirkungsarten wurden in der Physik für die meisten Materialien vermessen und mit theoretischen Modellen erklärt. Zur genaueren Beschreibung führt man den Begriff des Wirkungsquerschnitts einer Wechselwirkung (WW) ein.

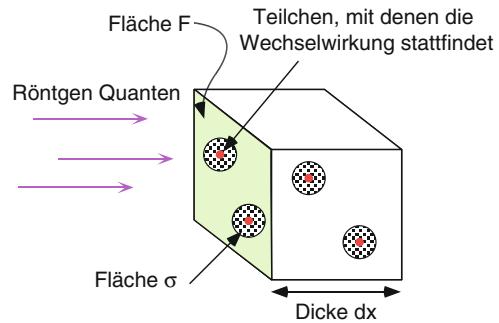
$$\sigma_{ww} = \frac{\mu_{ww}}{n_{ww}} \text{ Wirkungsquerschnitt,} \quad (2.13)$$

mit:  $\sigma_{ww}$  = Wirkungsquerschnitt für eine WW,

$\mu_{ww}$  = Schwächungskoeffizient für eine WW,

$n_{ww}$  = Teilchendichte der Teilchen, mit denen diese WW stattfindet.

**Abb. 2.14** Wirkungsquerschnitt. Immer, wenn ein Röntgen-Quant auf die Fläche  $\sigma$  trifft, findet eine Wechselwirkung statt



Der Wirkungsquerschnitt hat die Dimension einer Fläche. Man kann den Wirkungsquerschnitt als eine Fläche um jedes Teilchen im Material auffassen. Trifft das Röntgenquant auf diese Fläche, findet immer eine WW statt. Fliegt das Röntgenquant ausserhalb der Fläche vorbei, so passiert nichts.

$$\begin{aligned} \frac{dN}{N} &= -\mu dx = -\sigma n_{ww} dx = -\sigma \cdot \frac{Z_{ww}}{F \cdot dx} dx \\ &= -\sigma \cdot \frac{Z_{ww}}{F} = -\frac{WW - \text{Fläche}}{\text{Gesamtfläche}} \end{aligned} \quad (2.14)$$

mit:  $N$  = Zahl der auftreffenden Röntgen-Quanten,

$dN$  = Zahl der wechselwirkenden Quanten,

$n_{ww}$  = Teilchendichte der Teilchen, mit denen die Wechselwirkung stattfindet,

$Z_{ww}$  = Zahl der Teilchen, mit denen die Wechselwirkung stattfindet.

Abbildung 2.14 veranschaulicht den Begriff des Wirkungsquerschnitts. Will man noch beschreiben, in welchen Raumwinkel die Teilchen nach einer Wechselwirkung weiterfliegen, so benötigt man den differentiellen Wirkungsquerschnitt.

$$\text{differentieller Wirkungsquerschnitt} = \frac{d\sigma_{ww}}{d\Omega}, \quad (2.15)$$

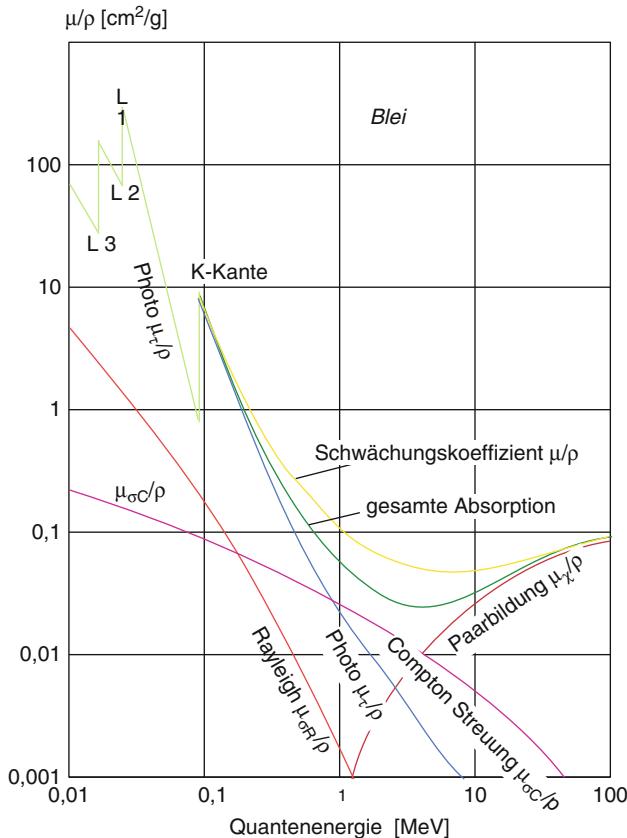
mit:  $d\Omega$  = Raumwinkel, in den das Teilchen weiterfliegt.

Jedes Röntgenquant, welches auf ein Material trifft, „erlebt“ ein anderes Schicksal, da für die einzelnen Wechselwirkungen immer nur Wahrscheinlichkeiten bekannt sind. Auch alle Sekundärteilchen, die bei einer Wechselwirkung entstehen, „erleben“ ein unterschiedliches Schicksal. Daher ist es schwierig, die Vorgänge beim Auftreffen von beispielsweise  $10^9$  Röntgenquanten auf Materie analytisch zu beschreiben. Man benutzt heute sogenannte „Monte-Carlo-Methoden“. Hierbei wird mit dem Computer das

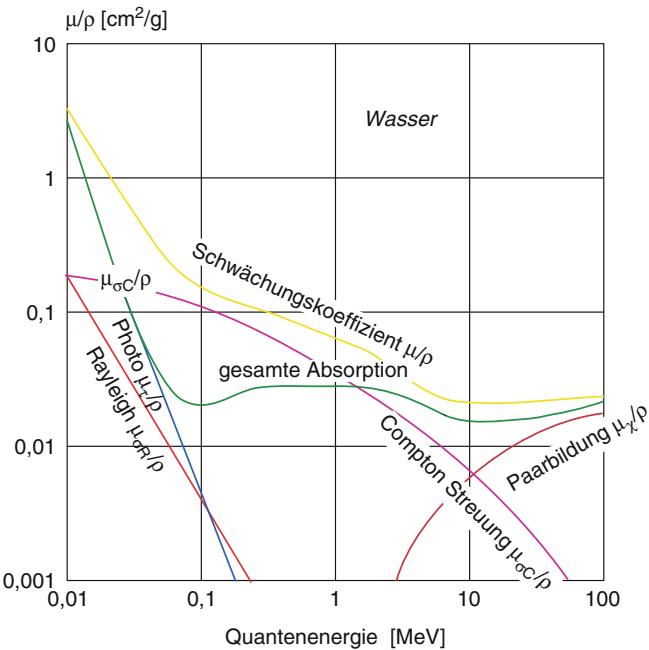
„Schicksal“ von z. B.  $10^6$  Röntgenquanten verfolgt. An jedem Schritt wird die Wahrscheinlichkeit für die verschiedenen Wechselwirkungen berechnet und eine Möglichkeit durch „Würfeln“ ausgewählt. Alle Sekundärteilchen werden ebenfalls verfolgt, bis die Energie der Teilchen in Wärme übergegangen ist oder bis die Teilchen den Körper wieder verlassen haben. Am Ende wird gezählt, welche Wechselwirkungen wie oft stattgefunden haben und welche Endprodukte wie oft aufgetreten sind. Die erhältlichen Monte-Carlo-Programme sind heute so gut, dass sich mit ausreichender Genauigkeit die Wechselwirkung von Röntgenquanten im menschlichen Körper, in einem Röntgendetektor (z. B. in Leuchtstoffen) oder in einem Absorber beschreiben und vorhersagen lässt.

## 2.2.4 Massenschwächungskoeffizient von Blei und Wasser

Die Abb. 2.15 und 2.16 zeigen die Massenschwächungskoeffizienten von Blei und Wasser als Funktion der Quantenergie.



**Abb. 2.15** Massenschwächungskoeffizient von Blei [1]



**Abb. 2.16** Massenschwächungskoeffizient von Wasser [1]

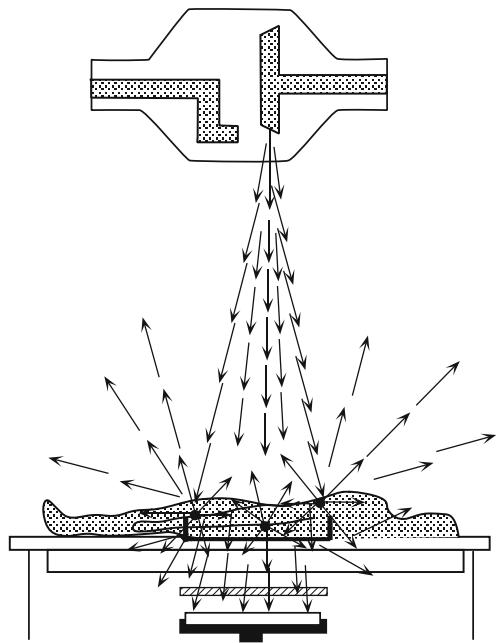
Man erkennt, dass immer dann, wenn die Energie der Photonen gerade ausreicht, ein Elektron aus einer inneren Schale herauszuschlagen, eine plötzliche und starke Zunahme des Schwächungskoeffizienten beobachtet wird. Man spricht von der K-Kante oder der L-Kante etc., je nachdem aus welcher Schale das Elektron nun zusätzlich herausgehoben werden kann.

Die Anteile für die Photoabsorption, die Rayleigh-Streuung, die Compton-Streuung und die Paarbildung sind ebenfalls eingetragen. Zu beachten ist der logarithmische Maßstab, d. h. in vielen Energiebereichen überwiegt einer der Anteile deutlich und die anderen Anteile liegen z. T. mehrere Größenordnungen darunter.

Beim Blei erkennt man, dass im diagnostischen Energiebereich ( $100 \text{ keV} = 0,1 \text{ MeV}$ ) die Photoabsorption überwiegt, insbesondere wenn die K-Absorptionskante überschritten wird. Nach Abb. 2.13 ist die Photoabsorption ein Prozess, bei dem die Energie stark in kinetische Elektronenenergie umgewandelt wird und damit „echt“ absorbiert wird.

Beim Wasser, das auch beispielhaft für „weiches“ Körpergewebe stehen kann, erkennt man, dass bei 100 keV die Compton-Streuung deutlich überwiegt. Der Weichteil-Kontrast der Röntgenbilder kommt also daher, dass verschiedene Gewebearten im Körper einen

**Abb. 2.17** Streustrahlung bei der Röntgen-Diagnostik

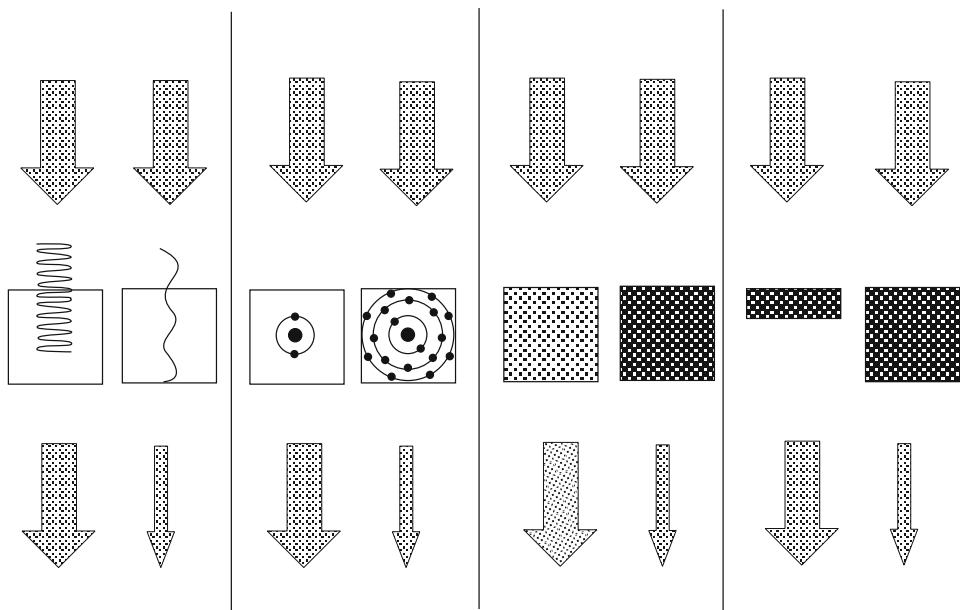


etwas unterschiedlichen Schwächungskoeffizienten der Compton-Streuung aufweisen. Da bei der Compton-Streuung als ein Sekundärprodukt wieder ein Röntgenquant weiterfliegt, bedeutet das auch, dass bei einer Röntgenaufnahme der durchleuchtete Bereich des Patienten selbst zu einer Röntgenquelle wird (Abb. 2.17).

Diese Streustrahlung gelangt in andere Bereiche des Patienten (z. B. in die Gonaden), die gar nicht im direkten Röntgenstrahl lagen. Vor dieser Streustrahlung muss sich auch das Klinikpersonal durch Bleifenster oder Bleischürzen schützen.

Abbildung 2.18 fasst noch einmal zusammen, von welchen Größen die Schwächung von Röntgenstrahlen in Materie abhängt. Die Schwächung steigt mit

- der Röntgenwellenlänge (d. h. sie fällt mit steigender Frequenz),
- der Ordnungszahl des Materials,
- der Dichte des Materials und
- der Dicke des Materials.



**Abb. 2.18** Übersicht über die Größen, die den Schwächungskoeffizienten eines Materials beeinflussen [3]

## 2.3 Technik zur Erzeugung von Röntgenstrahlen

### 2.3.1 Qualitätskriterien für Röntgenquellen

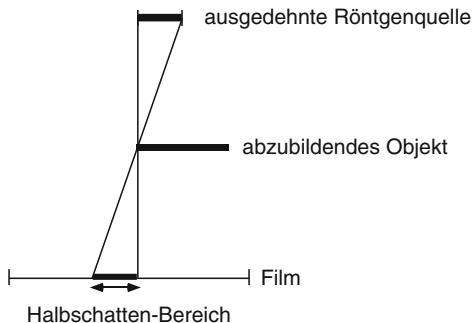
In der Medizintechnik benötigt man Röntgenquellen mit folgenden Eigenschaften:

- hohe Röntgenleistung,
- kleiner Fokus,
- einstellbare Quantenenergie,
- kostengünstige Herstellung,
- wenig Wartung und lange Lebensdauer.

Mit einer hohen Leistung können kurze Belichtungszeiten gewählt werden. Die Bilder sind dann seltener verwackelt bzw. es können bewegte Organe (z. B. das Herz) abgebildet werden. Ein kleiner Fokus verbessert die Schärfe der Bilder, da Halbschatten-Effekte kleiner werden (Abb. 2.19).

Die Energie der Röntgenquanten sollte der diagnostischen Fragestellung angepasst werden können. Der Kontrast zwischen zwei Gewebearten ist immer in nur einem bestimmten Energiebereich optimal. Der schlechte Wirkungsgrad bei der Erzeugung von

**Abb. 2.19** Halbschatten bei der Röntgenabbildung durch eine ausgedehnte Röntgenquelle



Röntgenstrahlen (Abschn. 2.1.4) führt dazu, dass diese Forderungen mit Röntgenröhren nur schwer erreichbar sind. Im Brennfleck einer Röntgenröhre entsteht sehr viel Wärme, die schnell und effektiv abgeführt werden muss, da das Anodenmaterial sonst schmilzt.

Andere mögliche Röntgenquellen sind die Elektronenbeschleuniger und einige radioaktive Isotope. Die bei Elektronenbeschleunigern entstehende Synchrotronstrahlung erfüllt die ersten drei Forderungen in hervorragender Weise, ist aber keinesfalls kostengünstig. Mit gängigen Anreicherungen radioaktiver Isotope lassen sich nicht die Forderungen nach kleinem Fokus und hoher Leistung gleichzeitig erfüllen. Daher bleibt als „Standardquelle“ für Röntgenstrahlung nur die klassische Röntgenröhre.

Mit zwei „Tricks“ kann man die Leistung einer Röntgenröhre erhöhen und den Fokus verkleinern:

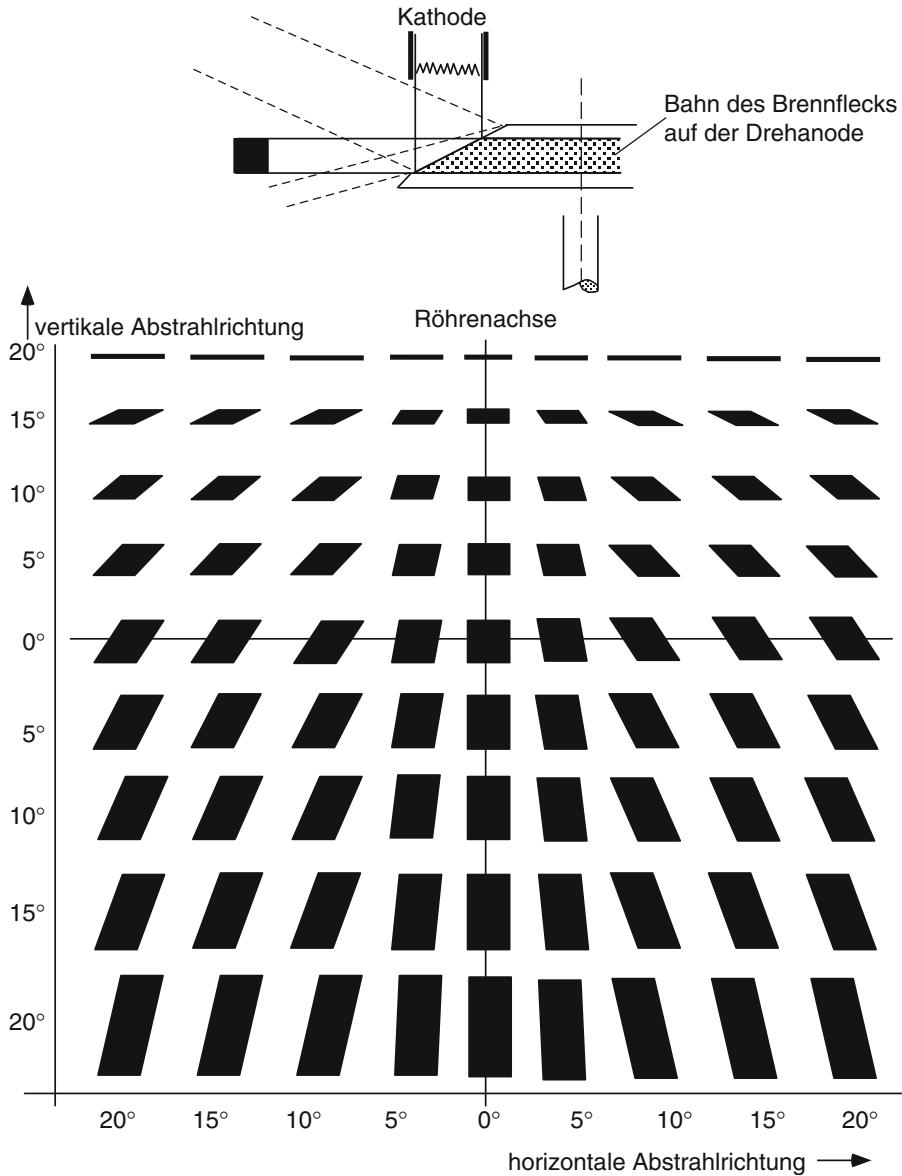
- man verwendet eine schräg gestellte Anode
- man verwendet eine rotierende Anode d. h. eine Drehanode.

### 2.3.2 Die schräg gestellte Anode

Abbildung 2.20 zeigt, wie mit einer schräg gestellten Anode trotz eines größeren Brennflecks auf dem Anodenteller unter dem seitlichen Blickwinkel ein relativ kleiner Fokus erreicht wird. Dies führt bei sehr großen Röntgenbildern dazu, dass die Halbschatten-Unschärfe in vertikaler Richtung unterschiedlich ist. Oft werden aber nur kleine Winkelbereiche für die Röntgenaufnahme genutzt und dieser Effekt ist kaum sichtbar.

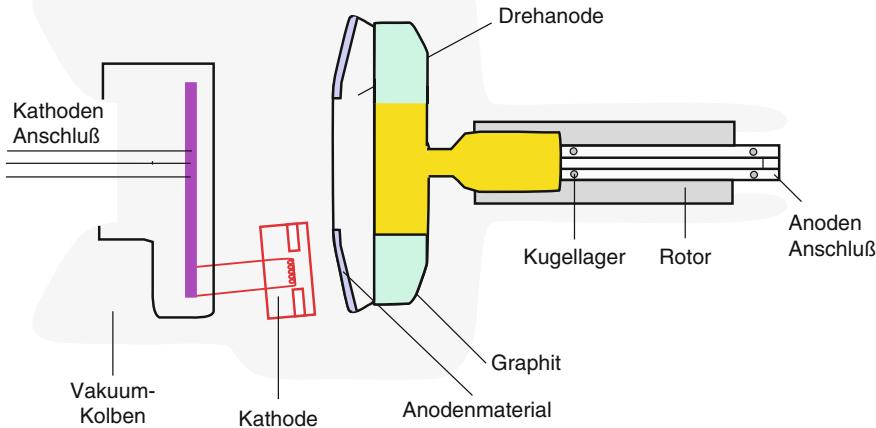
### 2.3.3 Drehanode

Mit der Drehanode erreicht man, dass die eingebrachte Wärme sich auf einen großen Ring verteilt, ohne dass der Fokus dadurch größer wird. Abbildung 2.21 zeigt einen schematischen Aufbau. Eine typische Drehzahl liegt bei 6000/min. Die einzelnen Komponenten werden in den folgenden Abschnitten genauer beschrieben.

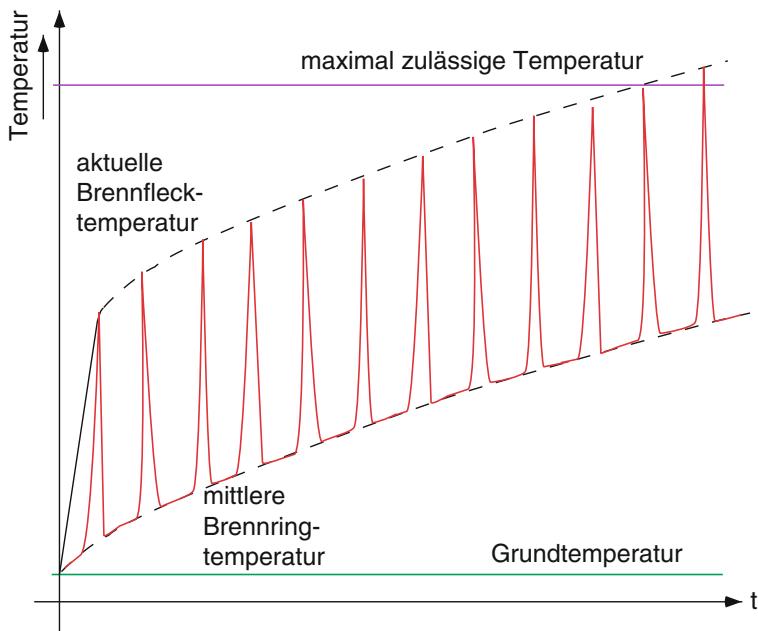


**Abb. 2.20** Brennfleckgeometrie bei der schräg gestellten Anode [6]

Den Verlauf der Temperatur an einer (mitbewegten) Stelle der Drehanode auf dem „Brennring“ zeigt Abb. 2.22. Jedes mal, wenn der Elektronenstrahl diese Stelle trifft, wird die Temperatur stark erhöht. Mit jedem Umlauf erhöht sich die mittlere Brennringtemperatur.



**Abb. 2.21** Schnitt durch eine Drehanoden-Röntgenröhre



**Abb. 2.22** Temperaturaufbau an einer Stelle auf der rotierenden Anode [6]

Nach einer gewissen Zahl von Umläufen, die natürlich von der Leistung abhängt, ist die maximal zulässige Temperatur erreicht, und die Röhre muss abgeschaltet werden.

Die Alternative zu einer Drehanode ist eine Festanode. Sie hat einen dickeren Schaft zur besseren Wärmeableitung. Festanoden werden vorteilhaft da eingesetzt, wo eine

niedrige Röntgenleistung über lange Zeit benötigt wird z. B. in der Diffraktometrie. In der Medizintechnik wird immer eine hohe Leistung in kurzer Zeit gefordert. Daher werden in der Diagnostik nur Drehanoden eingesetzt.

### 2.3.4 Anodenmaterial

Die Kriterien zur Auswahl eines geeigneten Anodenmaterials sind:

- hohe Ordnungszahl  $Z$  ( $\eta = k \cdot U_A \cdot Z$   $k \approx 10^{-9} V^{-1}$ ),
- hohe Schmelztemperatur  $T_{max}$ ,
- hohe Wärmeleitfähigkeit  $\lambda$ .

Aus der Zusammenfassung dieser Größen kann ein Qualitätsmaß für die Eignung von Materialien als Röntgenanode gebildet werden

$$Qualitätsmaß_{fest} = Z \cdot T_{max} \cdot \lambda \quad (2.16)$$

Eine genauere Analyse zeigt, dass für Drehanoden eine kleine Modifikation der oben genannten Formel zu einem etwas besseren Qualitätsmaß führt

$$Qualitätsmaß_{dreh} = Z \cdot T_{max} \cdot \sqrt{\lambda \rho c} \quad (2.17)$$

mit:  $\rho$  = Dichte,

$c$  = spezifische Wärme des Anodenmaterials.

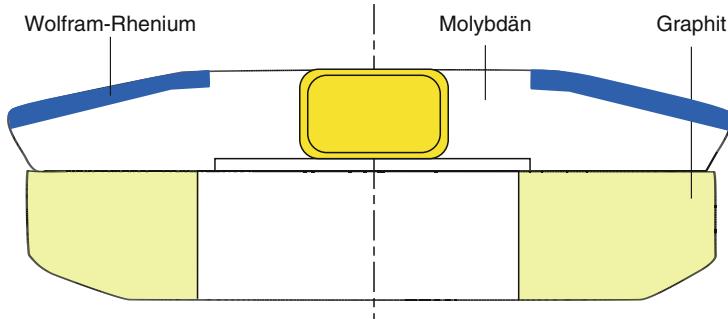
Die Tab. 2.2 der Anodenwerkstoffe zeigt einige Materialien zusammen mit den Ergebnissen für die beiden Qualitätsmaße. In beiden Fällen ist das Element Wolfram „Sieger nach Punkten“. Es wird daher fast immer verwendet. Durch Hinzufügen von kleinen Mengen Rhenium (Re) kann die Aufrauhung der Anode verzögert und damit die Langzeitstabilität verbessert werden. Nur in der Mammographie wird ein anderes Anodenmaterial, nämlich Molybdän, verwendet. Die charakteristische Strahlung  $K_\alpha$  von Molybdän führt zu einem besseren Kontrast bezüglich der diagnostisch wichtigen Mikrokalzifizierungen. Daher bevorzugt man ein technisch nicht so gut geeignetes Material, um eine bessere Diagnostik zu ermöglichen.

### 2.3.5 Anodenaufbau

Abbildung 2.23 zeigt einen typischen Anodenaufbau. Das Anodenmaterial W (mit Re) wird nur in einer ca. 1 mm dicken Auflage eingesetzt. Das Material darunter braucht keine so große Ordnungszahl und keine so hohe Maximaltemperatur zu haben. Man wählt

**Tab. 2.2** Verschiedene Anodenwerkstoffe und Bewertungskriterien [4]

Element	Ordnungszahl Z	Zulässige Temperatur $T_{\max} \cdot 10^{-2}$ Pa [°C]	Wärmeleitfähigkeit $\lambda$ [W/cmK]	Festanoden			Drehanoden		
				$ZT_{\max}$	$\lambda$	Reihenfolge	$\sqrt{\lambda \rho c}$	$ZT_{\max} / \sqrt{\lambda \rho c}$	Reihenfolge
Cu	29	1032	3,98	119113	8	3,68	110135	10	
Mo	42	2167	1,38	125599	7	1,88	171106	8	
Ag	47	832	4,18	163450	4	3,18	124350	9	
Ta	73	2587	0,55	103868	9	1,13	213402	6	
W	74	2757	1,3	265223	1	1,81	369273	1	
Re	75	2557	0,71	136160	6	1,38	264650	4	
Os	76	2280	0,87	150754	5	1,77	306706	3	
Ir	77	2220	1,46	249972	3	2,06	352136	2	
Pt	78	1742	0,71	96472	10	1,41	191585	7	
Au	79	(1063)	3,14	263687	2	2,81	235975	5	
U	92	(1132)	0,25	26036	11	0,75	78108	11	



**Abb. 2.23** Aufbau einer Drehanode [6]

meistens Molybdän (Mo). Es weist einen etwas besseren Wert für  $\sqrt{\lambda\rho c}$  auf, ist hart und lässt sich besser verarbeiten.

Unter der Drehanode wird oft ein Sockel aus Graphit angebracht. Graphit hat eine ca. 10 mal größere spezifische Wärme als Wolfram. So können Anoden hergestellt werden, die eine Energie von  $10^6$  Ws aufnehmen können bevor Schäden auftreten. Solche Anoden können z. B. 10 sec mit 100 kW betrieben werden. Danach benötigen diese Röntgenröhren eine längere Pause zum Abkühlen.

Oft möchte der Radiologe zwischen einer Röhre mit kleiner Leistung und kleinem Fokus und einer Röhre mit großer Leistung und großem Fokus schnell umschalten können. Hierfür wurden Doppelwinkel- bzw. Doppelfokus-Anoden entwickelt, deren Aufbau in Abb. 2.24 dargestellt ist.

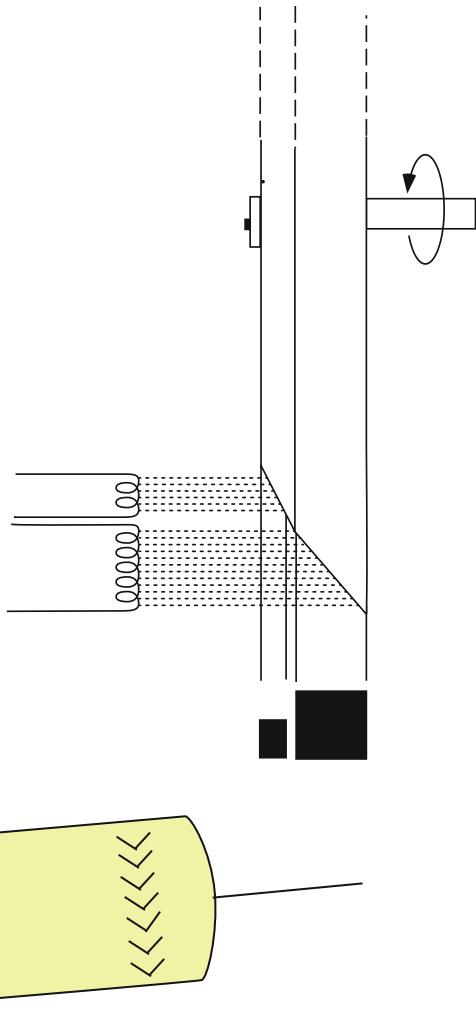
Der Anodenteller weist meistens eine Reihe von Schlitten auf, die verhindern sollen, dass die Anode wegen der ungleichmäßigen Erhitzung reißt. Die Temperatur im Brennfleck erreicht Werte über 2000 °C.

### 2.3.6 Drehlager

Typische Drehzahlen von Drehanoden liegen bei 6.000 bis 9.000 Umdrehungen pro Minute. Spezialtypen erreichen bis zu 17.000 Umdrehungen pro Minute. Gleichzeitig muss über das Drehlager ein großer Teil der Wärme abgeführt werden (der Rest wird über Wärmestrahlung abgegeben). Wenn man dann noch bedenkt, dass diese Lager im Vakuum betrieben werden und daher nicht mit Öl geschmiert werden können, wird deutlich, dass die Entwicklung und Optimierung von Drehlagern ein großes und wichtiges Thema bei den Herstellern von Röntgenröhren ist. Das klassische Schmiermittel für Kugellager in Röntgenröhren ist Blei, welches in die Poren des Kugelmaterials eingebracht und nach dem Anlaufen flüssig wird.

Seit einiger Zeit gibt es einen neuen Lagertyp: das Gleitrollenlager. Abbildung 2.25 zeigt schematisch, wie Rillen keilförmig in den rotierenden Schaft eingeschnitten werden. Als Schmiermittel wird das Flüssigmetall In-Ga-Sn verwendet. Nach dem Anlaufen bildet

**Abb. 2.24** Doppelwinkel-Anode



**Abb. 2.25** Gleitrollenlager

sich im Bereich der Rillen ein Schmierfilm aus, der ähnlich wie beim Aquaplaning zu einem fast perfekten Gleiten führt. Gleitrollenlager haben eine erheblich längere Lebensdauer als Kugellager.

### 2.3.7 Vakuumkammer, Durchführungen und Gehäuse

Bei der Optimierung der Vakuumkammer einer Röntgenröhre ist zu beachten, dass zwischen Kathode und Anode typisch eine Spannung von 100 kV angelegt wird, und dass es natürlich zu keinen Überschlägen oder Kriechströmen kommen darf. Das klassische

Material für Röntgenröhren ist daher Glas. Seit einiger Zeit gibt es auch Röntgenröhren, die aus Metall und Keramik hergestellt werden.

Die Röntgenröhre ist in einem Gehäuse untergebracht, welches einerseits die Kühlung technisch löst und andererseits die Abstrahlung von Röntgenstrahlung in unerwünschte Richtungen verhindert. Zusammen mit der Röhre ergibt sich ein sogenannter „Strahler“.

### 2.3.8 Filter

Wie bereits erwähnt, trägt die niederenergetische „weiche“ Röntgenstrahlung nicht zum Bild bei. Sie muss bei Röhren für die medizinische Diagnostik grundsätzlich so gut wie möglich herausgefiltert werden. Besonders gut eignet sich hierfür Aluminium. Die K-Kante im Absorptionsspektrum liegt bei ca. 1 keV, d.h. Röntgenstrahlung oberhalb 1 keV – ca. 10 keV wird stark absorbiert.

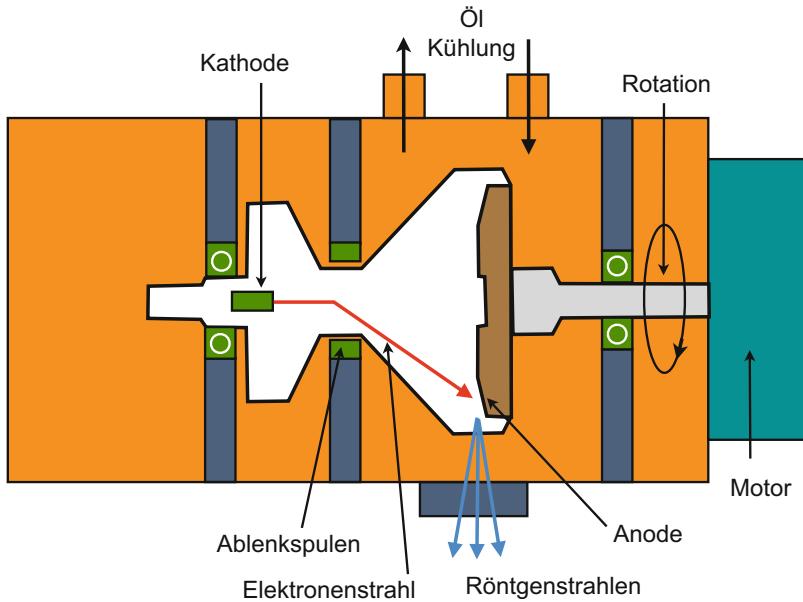
Bei Röntgenröhren für die Mammographie möchte man die  $K_{\alpha}$ -Strahlung des Molybdäns bei ca. 20 keV ausnutzen. Sie entsteht nur mit Anodenspannungen deutlich oberhalb 20 keV, also z.B. 30 keV. Um das Bremsstrahlungsspektrum zwischen 20 keV und 30 keV zu bedämpfen, wählt man einen Molybdän-Filter, da die K-Absorptionskante ein kleines Stück oberhalb der  $K_{\alpha}$ -Linie liegt. (Jedes Material ist für seine eigene  $K_{\alpha}$ -Linie ziemlich transparent.)

### 2.3.9 Motor

Über die verwendeten Motorentypen wird wenig berichtet. Es ist offensichtlich, dass bei einer Röntgenröhre mit Drehanode der rotierende und der stehende Teil des Motors durch das Glas der Vakuumröhre getrennt sind. Das häufige Anlaufen und Abbremsen erfordert eine hervorragende Ansteuer-Elektronik des Motors.

### 2.3.10 Drehkolben-Röhre

Im Jahr 2001 hat das Unternehmen Siemens eine ganz neuartige Bauart von Röntgenröhren vorgestellt: die Drehkolben-Röhre (Abb. 2.26). Hier dreht sich die komplette Vakuumkammer der Röntgenröhre. Ohne geschickte Gegenmaßnahmen würde sich dann auch der Brennfleck auf dem Anodenteller im Laborsystem herumdrehen. Dieses Problem wird folgendermaßen gelöst: Die Kathode befindet sich genau in der Mitte der Röntgenröhre. Der Elektronenstrahl wird durch Magnettfelder so abgelenkt, dass er immer – trotz der rotierenden Röhre – auf einen im Laborsystem ortsfesten Punkt auf der Drehanode trifft. Da sich der Anodenteller im Laborsystem dreht verteilt sich wiederum die Wärme wie gewünscht auf den ganzen Teller. Die ganze drehende Röntgenröhre befindet sich in einem Ölbad, so dass sowohl die Schmierung der Drehlager als auch die Wärmeabfuhr optimal gelöst sind.



**Abb. 2.26** Röntgenröhre mit rotierendem Vakuumgefäß (Drehkolben-Röhre) (Quelle: Siemens)

### 2.3.11 Neue Ansätze zur Erzeugung von Röntgenstrahlen

Siemens berichtet von Forschungsprojekten, in denen ein ganz neuartiger Ansatz zur Erzeugung von Röntgenstrahlen beschrieben wird. Nach den vorliegenden Beschreibungen wird dabei in der Mitte eines Vakuumgefäßes ein dünner Strahl aus flüssigem Metall (LiMA: liquid metal jet alloy target) durch das Vakuum hindurch in einen Auffangbehälter geschossen. Um diese Fontaine herum sind ringförmig flächenhafte Kathoden aus nanostrukturiertem Kohlenstoff angeordnet. Die Elektronen treten wegen des hohen elektrischen Feldes an der Spitze der Nadel aus der Kathode in das Vakuum hinaus. Von dort werden sie mit Hilfe der hohen Anodenspannung beschleunigt und in den flüssigen Metall-Jet geschossen. Dort erzeugen sie wie in Abschn. 2.1 beschrieben Röntgenstrahlen, die seitlich aus dem Vakuumgefäß austreten. Dieser Röhrentyp hat keine Lager, die mit hoher Drehgeschwindigkeit im Vakuum betrieben werden müssen. Die extrem hohe Wärme im Fokus wird wegen der hohen Geschwindigkeit des Jets schnell abgeführt und kann sogar aus dem Auffanggefäß zurückgewonnen werden. Ein besonderer Vorteil ist, dass ein deutlich kleinerer Fokus realisiert werden kann. Hierdurch verspricht man sich eine deutliche bessere Bildqualität.

### 2.3.12 Kathode und Stromregelung

In der Kathode treten die Elektronen durch den thermoelektrischen Effekt aus der Glühwendel in das Vakuum der Röntgenröhre aus. Die Stromdichte wird durch die Richardson-Formel beschrieben

$$j_e = A_0 \cdot T^2 \cdot e^{-W/kT} \quad (2.18)$$

mit:  $j_e$  = Stromdichte,

$A_0$  = Materialkonstante ( $60 \text{ Acm}^{-2}\text{K}^{-2}$  für Wolfram),

$T$  = absolute Temperatur,

$W$  = Austrittsarbit (4,5 eV für Wolfram),

$k$  = Boltzmannkonstante.

Große Ströme erfordern eine hohe Temperatur und eine kleine Austrittsarbit. Wieder ist das Material Wolfram besonders gut geeignet.

Der Anodenstrom wird grob über den Heizstrom der Glühwendel eingestellt. Die Regelung über den Heizstrom ist relativ träge, die Feinabstimmung erfolgt daher elektro-nisch. Ähnlich wie in jeder Kathodenstrahlröhre werden die Elektronen schließlich mit einem Wehnelt-Zylinder fokussiert und „abgesaugt“. Der Brennfleck erhält damit ein gaussförmiges Profil mit Halbwertsbreiten zwischen 0,6 und 0,8 mm.

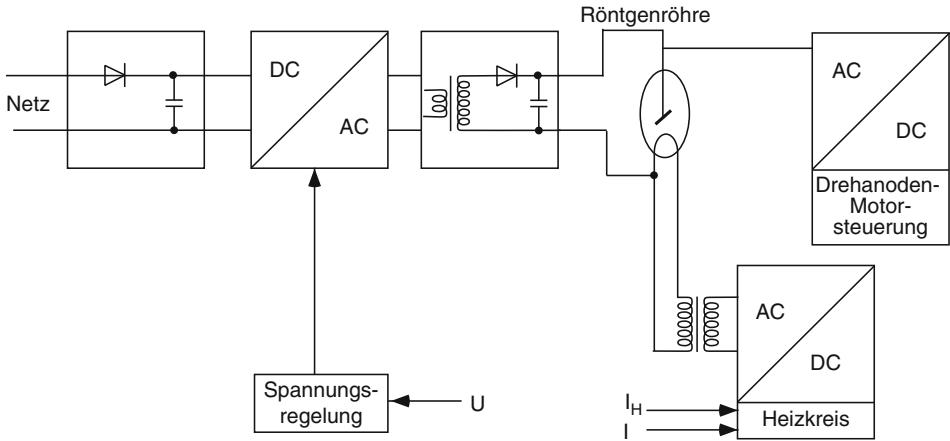
### 2.3.13 Generator

Da die abgegebene Röntgenleistung stark von der Anodenspannung abhängt, erfordert die genaue Einstellung der abgegebenen Dosis eine besonders genau einstellbare und zeitlich konstante Anodenspannung. Früher verwendete man sog. „12-Puls-Generatoren“. Heute werden bevorzugt sog. Hochfrequenzgeneratoren eingesetzt, da sie sich präziser einstellen lassen und kompakter in der Bauweise sind (Abb. 2.27).

Die Netzspannung wird zunächst gleichgerichtet und dann mit einem Thyristor wieder „zerhackt“. Der Takt bestimmt die gewünschte Hochspannung und liegt bei 5 kHz–25 kHz. Dann erfolgt die Transformation in den Bereich 100 kV und die Gleichrichtung. Die Röntgenquelle wird ein- bzw. ausgeschaltet, indem der Thyristor-Takt freigeschaltet wird.

### 2.3.14 Belichtungssteuerung

Die Einstellung der richtigen Belichtung (d. h. der richtigen Dosis) ist für den diagnostischen Wert einer Röntgenaufnahme von zentraler Bedeutung. Die gesamte von der



**Abb. 2.27** Prinzip des Hochfrequenzgenerators [6]

Röntgenquelle in Form von Röntgenstrahlung abgegebene Leistung lässt sich nach Abschn. 2.1.4 angeben:

$$J_{ges} = k \cdot Z \cdot I_A \cdot U_A^2, \quad (2.19)$$

mit:  $k \approx 10^{-9} \text{ V}^{-1}$ .

Die abgegebene Dosis ist damit

$$D_{ges} = k \cdot Z \cdot I_A \cdot U_A^2 \cdot T, \quad (2.20)$$

mit:  $T = \text{Belichtungszeit}$ .

Wie schon erwähnt bleibt der niederenergetische Teil der Röntgenstrahlung im Körper stecken und trägt nicht zum Bild bei (Strahlaufhärtung). Daher benutzt man oft eine Näherungsformel für die sog. „bildgebende Dosis“:

$$D_{Bild} = k^* \cdot Z \cdot I_A \cdot U_A^n \cdot T \quad (2.21)$$

mit:  $n \approx 3$ .

Diese Näherung berücksichtigt, dass die Dosis am Film überproportional mit der Anodenspannung zunimmt. Sie gilt nur in einem kleinen Spannungsbereich. Die Anodenspannung wird meistens durch die diagnostische Fragestellung vorgegeben. Hierfür gibt es Tabellen mit Richtwerten. Zum Beispiel werden im Thorax-Bereich Knochenaufnahmen mit  $U_A = 66 \text{ kV}$  und Lungenaufnahmen mit  $U_A = 125 \text{ kV}$  gemacht.

Bei der Belichtungssteuerung versucht man, die Belichtungszeit  $T$  so kurz wie möglich und den Strom  $I_A$  so groß wie möglich zu machen (unter Einhaltung des für die Belichtung des Films optimalen Werts  $D_{Bild}$ ), damit die Aufnahme möglichst wenig verwackelt ist.

Drei Möglichkeiten zur Belichtungssteuerung, die mit den Schlagworten „Dreiknopf-Steuerung“, „Zweiknopf-Automatik“, und „Einknopf-Automatik“ bezeichnet werden, sind an Röntgensystemen wählbar. Bei der „Dreiknopf-Steuerung“ werden  $U_A$ ,  $I_A$  und  $T$  (kV, mA, s) „per Hand“ eingestellt, und es kommt auf das Geschick der bedienenden Person an, eine gute Belichtung des Filmes zu erreichen. Bei der „Zweiknopf-Automatik“ werden  $U_A$  (kV) und  $I_A \cdot T$  (mAs) eingestellt. Wieder hängt es von der Erfahrung ab, die richtige Belichtung zu erreichen. Hier aber wählt das Röntgensystem selbst den maximal möglichen Strom, so dass die Aufnahme möglichst kurz erfolgt, ohne die Röntgenröhre zu überhitzen. Die „Einknopf-Automatik“ ist eine Belichtungsautomatik (Automatic Exposure Control AEC). Es wird nur noch  $U_A$  vorgegeben. Sensoren in der Filmoberfläche messen während der Aufnahme die bildgebende Dosis (an mehreren Referenzpunkten, die in einer sogenannten „Region of Interest“ (ROI) platziert werden) und es wird immer das optimale mAs-Produkt gewählt.

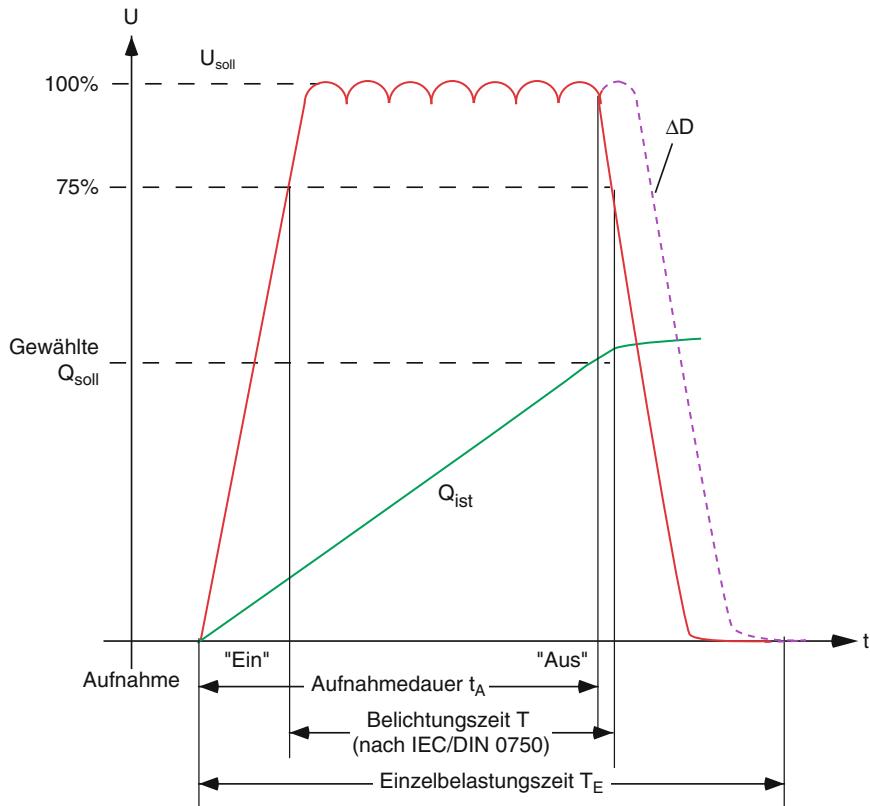
Die Steuerung der abgegebenen Röntgenleistung über den Thyristor des Hochfrequenzgenerators führt dazu, dass die gesamte Dosis nur in „digitalen“ Schritten vorgegeben werden kann. Abbildung 2.28 zeigt, wie nach einer vorgegebenen Zahl von Halbwellen der Thyristor abgeschaltet oder noch ein weiteres Mal durchgeschaltet wird, und wie sich hieraus eine unterschiedliche Dosis mit der Differenz  $\Delta D$  ergibt.  $\Delta D$  muss so klein wie möglich gewählt werden. Daher sind Hochfrequenzgeneratoren mit hoher Taktfrequenz vorteilhaft. Taktfrequenzen oberhalb von 25 kHz haben auch den Vorteil, dass die Schallentwicklung des Trafos oberhalb der Hörschwelle liegt.

Es gibt inzwischen spezielle Röntgenröhren, in denen der Anodenstrom mit einem Gitter in der Röhre geschaltet werden kann. Hiermit lässt sich exakt eine gewünschte Dosis einstellen. Darüber hinaus entfällt der Teil der Dosis, der in den Einschalt- und Ausschaltflanken des Hochspannungsgenerators entsteht, und der überwiegend eine so niedrige Energie hat, dass er nichts zum Bild beiträgt.

### 2.3.15 Generator mit „fallender Last“

Abbildung 2.29 zeigt eine typische Belastungskurve einer Röntgenröhre. Man erkennt, dass zu jeder Anodenspannung ein maximales mAs-Produkt gehört. Nach Erreichen dieses mAs-Wertes muss die Röhre abgeschaltet werden, damit es zu keiner Überhitzung kommt.

Ein sog. „Feststrom-Generator“ liefert einen konstanten Strom und schaltet nach der gewünschten Dosis oder nach Erreichen der Belastungsgrenze ab. In letzterem Fall ist die Aufnahme misslungen. Ein Generator mit „fallender Last“ beginnt mit einem deutlich größeren Strom. Dann wird während der Aufnahme der Strom gerade so reduziert, dass die Belastungsgrenze nicht erreicht wird. Hier sei auch nochmals auf Abb. 2.22 verwiesen, in der man erkennt, dass der Anodenstrom bei den ersten Umläufen der Drehanode größer



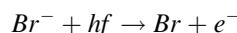
**Abb. 2.28** Belichtungszeit, Aufnahmedauer und Schwankung der applizierten Dosis  $\Delta D$  [6]

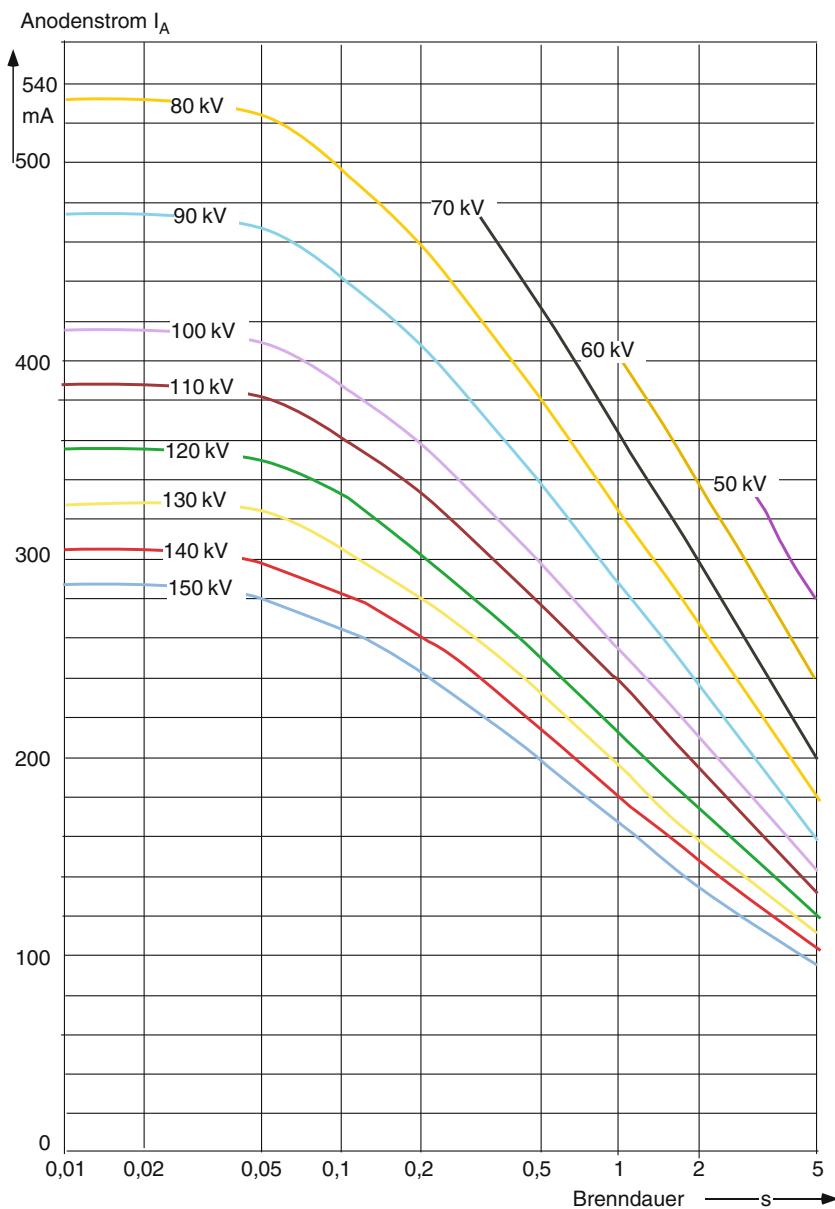
sein darf als bei den späteren. So erreicht man kürzere Belichtungszeiten und verhindert falsch belichtete Aufnahmen.

## 2.4 Techniken der Röntgen-Bildaufnahme

### 2.4.1 Röntgenfilm

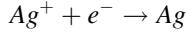
Die klassische Methode zur Aufnahme von Röntgenbildern ist immer noch der Röntgenfilm. Er besteht, wie ein normaler Schwarzweißfilm, aus einer Trägerfolie, auf die eine Emulsionsschicht aufgebracht ist. In dieser Emulsionsschicht befinden sich kleine Silberbromid-Kristalle. Trifft ein Röntgenquant auf solch einen Kristall, werden viele Bromionen oxidiert und es entstehen freie Elektronen





**Abb. 2.29** Typische Belastungskurven von Röntgenröhren [4]

Diese Elektronen werden an „Keimen“ eingefangen und ziehen die benachbarten  $\text{Ag}^+$ -Ionen an. Die  $\text{Ag}^+$ -Ionen werden reduziert und es entstehen an den belichteten Stellen des Films kleine Silberkeime



Beim Entwickeln werden an diesen Keimen millionenfach weitere  $\text{Ag}^+$ -Ionen reduziert, und es entstehen kleine Silberkörner. Beim Fixieren wird überschüssiges, nicht belichtetes  $\text{AgBr}$  aus der Emulsionsschicht herausgelöst. Da die Silberkristalle sehr klein sind, erreicht der einfache Röntgenfilm eine hervorragende Detailauflösung bis zu 0,025 mm. Die Stärke der Schwärzung eines Films wird mit der optischen Dichte S angegeben. Sie gibt im logarithmischen Maßstab an, wie stark transmittiertes Licht geschwächt wird:

$$S = \log J_{Lo}/J_L \quad \text{Schwärzung} \quad (2.22)$$

mit:  $J_L$  = transmittierte Lichtintensität,

$J_{Lo}$  = auftreffende Lichtintensität.

Die Helligkeitsempfindung des menschlichen Auges hängt ebenfalls logarithmisch von der Lichtintensität ab, d.h. je größer an einer Stelle des Films die Schwärzung, desto „schwarzer“ empfindet das Auge die betreffende Stelle. Andererseits ist der Logarithmus der Dosis, mit der der Film belichtet wurde, in der Röntgentechnik ein Maß für den Röntgen-Schwächungskoeffizienten  $\mu$ :

$$\ln \frac{D_0}{D} = \ln \frac{J_{R0} \cdot T}{J_R \cdot T} = \ln \frac{J_{R0}}{J_R} = \mu \cdot d \quad (2.23)$$

mit:  $J_R$  = transmittierte Röntgenintensität,

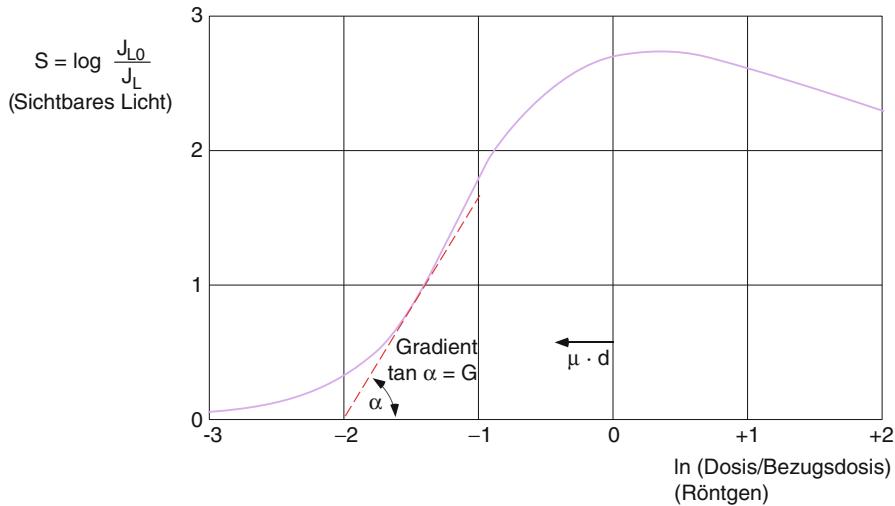
$J_{R0}$  = auftreffende Röntgenintensität,

$T$  = Belichtungszeit.

Bei der sogenannten „Schwärzungskurve“ eines Films trägt man die Schwärzung über dem Logarithmus der Dosis auf (Abb. 2.30).

Befindet man sich mit der Dosis im linearen Bereich der Schwärzungskurve, so ist das Bild ein „negatives“ Bild des Röntgen-Schwächungskoeffizienten. (Großes  $\mu$  heißt kleine Schwärzung! Hinter Knochen ist der Röntgenfilm transparent d.h. weiß). Ist die Belichtung zu klein, erhält man ein helles Bild mit einem kontrastlosen Grauschleier. Ist die Belichtung zu stark, so ist das Bild insgesamt schwarz.

Die Steilheit der Schwärzungskurve nennt man  $\gamma$ -Wert ( $\gamma = \tan \alpha$ ). Röntgenfilme mit einem großen  $\gamma$ -Wert zeigen einen großen Kontrast in einem kleinen Dosisbereich. Die Belichtung muss also sehr genau eingestellt werden. Filme mit einem kleinen Gammawert



**Abb. 2.30** Schwärzungskurve eines Röntgenfilms [4]

zeigen einen mäßigen Kontrast, können aber über einen weiten Dosisbereich eingesetzt werden.

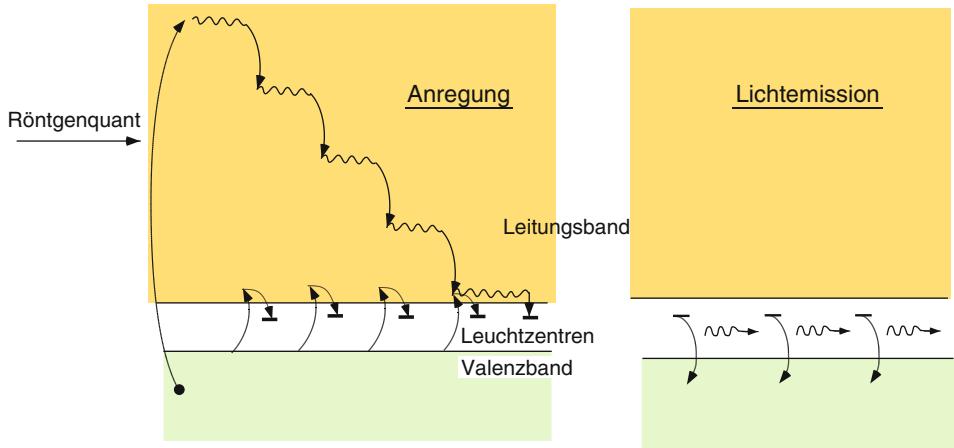
Dem Vorteil der extrem guten Ortsauflösung von einfachen Röntgenfilmen steht der Nachteil entgegen, dass nur ca. 1 % der auftreffenden Röntgenquanten in der dünnen Filmemulsion absorbiert werden. Es wird also eine relativ hohe Strahlendosis für ein Röntgenbild benötigt. Solche einfachen Röntgenfilm-Belichtungen sind daher in der medizinischen Diagnostik unüblich. Eine Verbesserung um den Faktor 2 bringt ein beidseitig beschichteter Röntgenfilm.

## 2.4.2 Verstärkerfolien

Bei den Verstärkerfolien wird die Röntgenstrahlung zuerst in sichtbares Licht umgewandelt und dann mit einem Film nachgewiesen. Im Leuchtstoff erzeugt das einfallende Röntgenquant eine große Zahl von freien Elektronen, die in Leuchtzentren im Kristall relaxieren (Abb. 2.31). Wenn die angeregten Leuchtzentren in den Grundzustand zurückfallen, senden sie Licht aus. Diesen Vorgang nennt man Lumineszenz.

Die Vorteile von Verstärkerfolien gegenüber dem einfachen Röntgenfilm sind:

- Die Lumineszenzschicht kann einen größeren Röntgen-Schwächungskoeffizienten haben als die Emulsionsschicht, denn sie kann Elemente mit höherer Ordnungszahl Z enthalten und eine größere Dichte  $\rho$  haben.
- Die Lumineszenzschicht kann dicker sein als die Emulsionsschicht, da sie nicht entwickelt und fixiert werden muss.



**Abb. 2.31** Anregung und Lichtemission in Verstärkerfolien (Energieniveauschema)

- Die Lumineszenzschicht kann aus einem Röntgenquant sehr viele sichtbare Photonen erzeugen. Würde ein 100 keV-Quant zu 100 % absorbiert und zu 100 % in sichtbares Licht von 550 nm  $\hat{=}$  2,26 eV umgewandelt, so könnten im Prinzip ca. 44.000 sichtbare Photonen entstehen.

Die Qualitätskriterien für Verstärkerfolien sind somit:

- eine hohe Röntgenabsorption,
- eine hohe Quantenausbeute,
- eine gute Anpassung des Leuchtspektrums an die Filmempfindlichkeit.

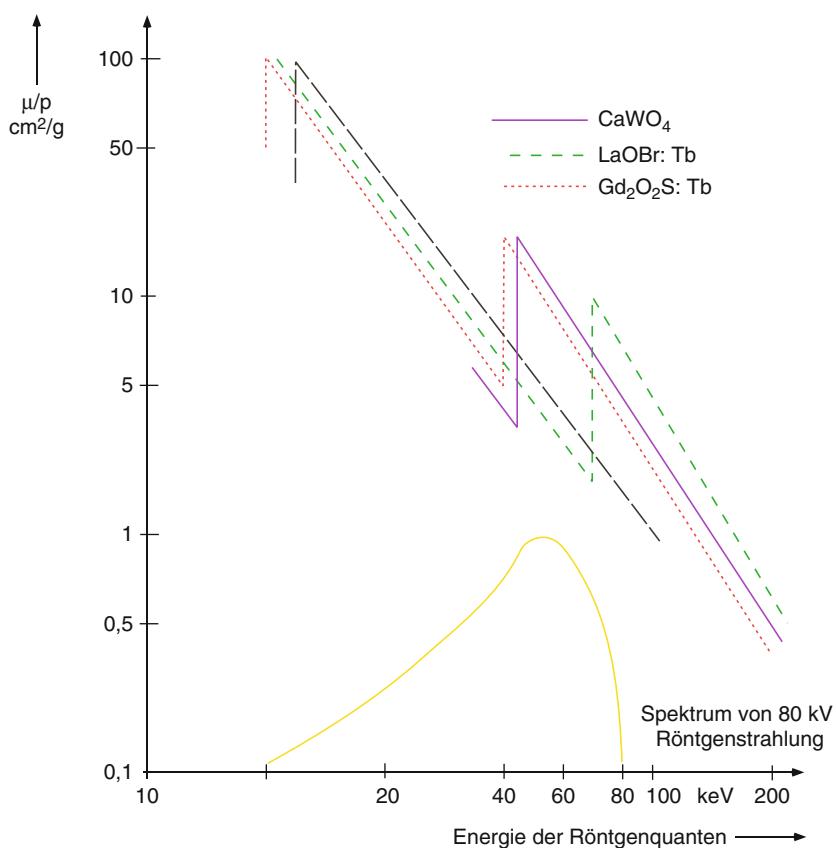
Die wichtigsten, heute eingesetzten Leuchtstoffe sind: Calciumwolframat  $\text{CaWO}_4$ , Lanthanoxibromid mit Terbium dotiert ( $\text{LaOBr:Tb}$ ) und Gadoliniumoxisulfid mit Terbium dotiert ( $\text{Ga}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$ ). Die Wahrscheinlichkeit für ein Röntgenquant in der Verstärkerfolie absorbiert zu werden und den Wirkungsgrad bei der Umwandlung der Röntgen-Quantenergie in sichtbares Licht zeigt Tab. 2.3.

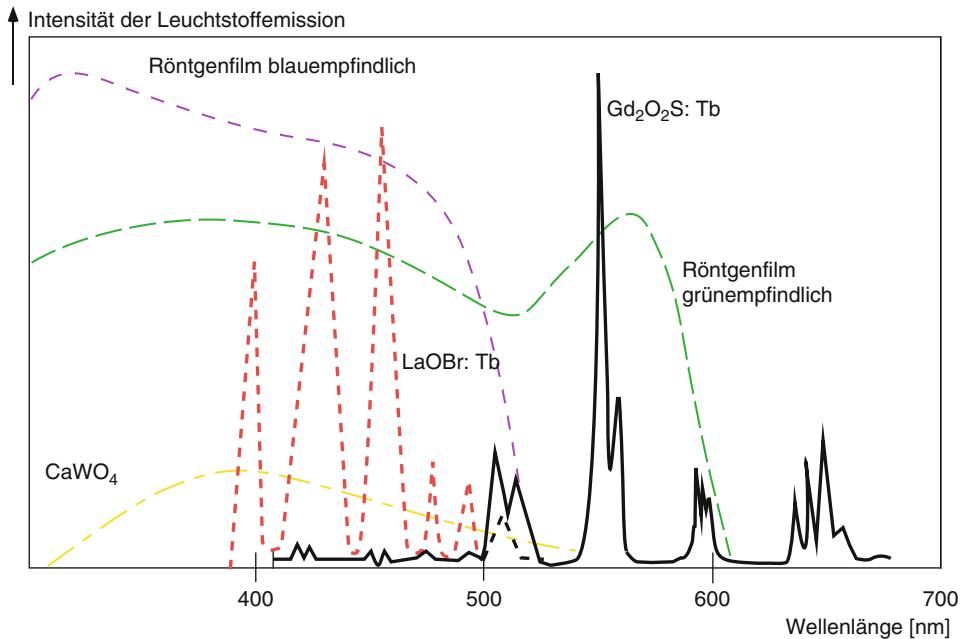
Abbildung 2.32 zeigt den Massenschwächungskoeffizienten verschiedener Leuchtstoffe.

Man erkennt, dass z. B.  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$  für typische Röntgenenergien besonders gut geeignet ist wegen der K-Kante bei ca. 40 keV. Außerdem weist  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$  einen guten Wirkungsgrad bei der Konversion in sichtbares Licht auf. Schließlich zeigt Abb. 2.33, dass  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S:Tb}$  an einen „grünempfindlichen“ Röntgenfilm gut angepasst ist. So kann man die gleiche Filmschwärzung mit einer deutlich geringeren Dosis erreichen als mit dem einfachen Röntgenfilm.

**Tab. 2.3** Röntgenabsorption mit Lichtkonversion [4]

Verstärkungsfolien	Röntgenstrahlabsorption in einer -100 $\mu\text{m}$ -Folie bei:			Wirkungsgrad der Lichtheission %
	40 keV	60 keV	80 keV	
	%	%	%	
CaWO <sub>4</sub>	33	13	27	4
LaOBr: Tb	73	33	17	13
Gd <sub>2</sub> O <sub>2</sub> S: Tb	37	51	28	19

**Abb. 2.32** Massenschwächungskoeffizienten verschiedener Röntgenleuchtstoffe [6]



**Abb. 2.33** Spektrale Emission von  $\text{CaWO}_4$ ,  $\text{LaOBr: Tb}$ ,  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S: Tb}$  [4]

Der Verstärkungsfaktor  $V$  einer Folie ist hierfür ein Maß:

$$V = \frac{\text{Dosis ohne Verstärkerfolie}}{\text{Dosis mit Verstärkerfolie}} \quad (\text{für gleiche Schwärzung}) \quad (2.24)$$

Typische Werte für den Verstärkungsfaktor  $V$  liegen bei 10–20.

Die Verwendung von Verstärkerfolien hat aber nicht nur Vorteile. Die Bildschärfe wird notgedrungen schlechter. Natürlich muss der Abstand zwischen Folie und Film möglichst klein sein, da es sonst zu Verschmierungen kommt.

Abbildung 2.34 verdeutlicht, dass mit einer dicker werdenden Folie zwar einerseits die Röntgenabsorptionswahrscheinlichkeit ansteigt, aber andererseits die Bildunschärfe zunimmt. So gibt es „feinzeichnende“ Folien mit niedrigem Verstärkungsfaktor und „hochverstärkende“ Folien mit etwas schlechterer Auflösung. Besonders empfindlich sind Kombinationen aus einem beidseitig beschichteten Röntgenfilm und zwei Verstärkerfolien. Hierbei kann es aber zum „Cross over“-Effekt kommen, bei dem die Lumineszenz der einen Verstärkerfolie den Film auf der gegenüberliegenden Seite „unscharf“ belichtet. Der Effekt kann wirksam verhindert werden, wenn der Träger des Röntgenfilms für das Lumineszenzlicht undurchsichtig ist.

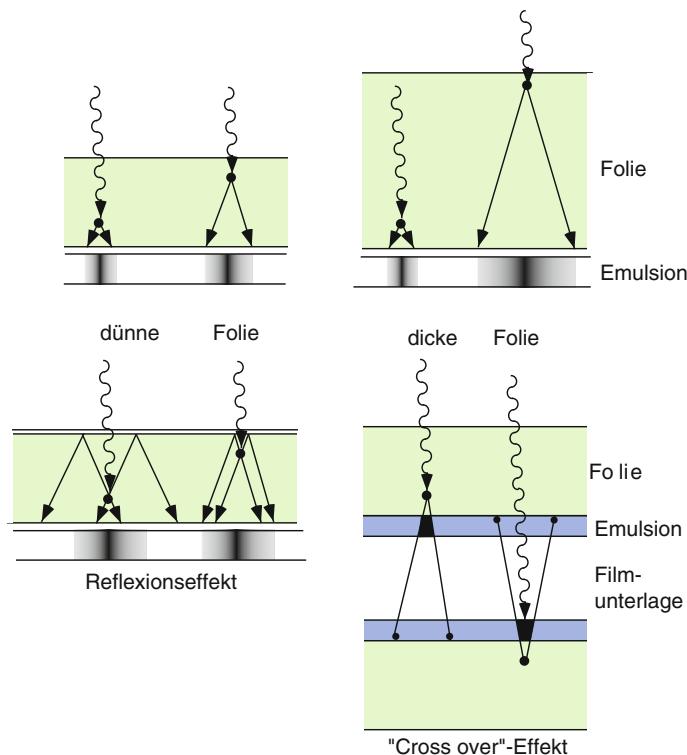
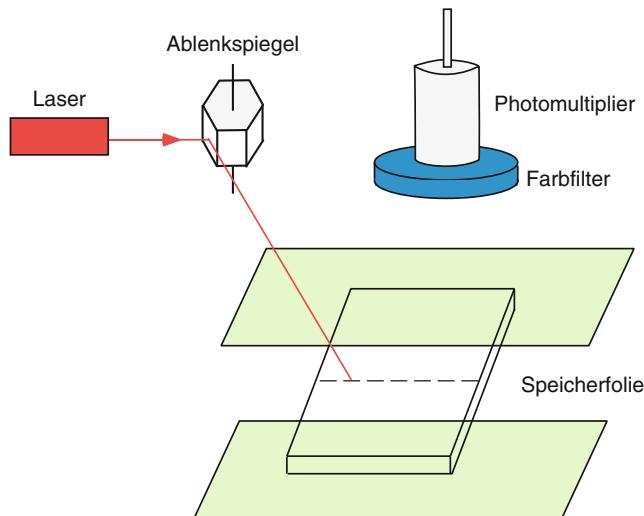
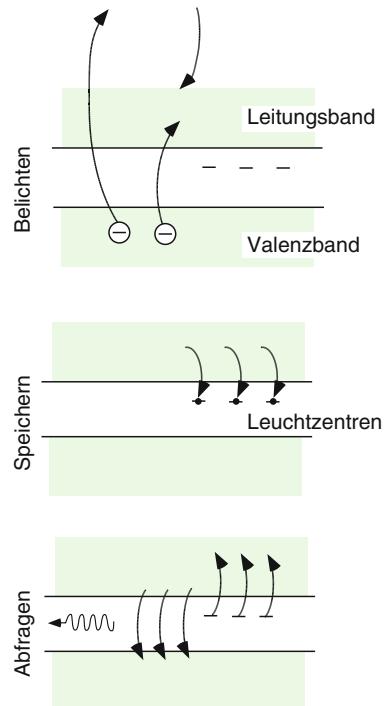


Abb. 2.34 Bildunschärfe und Foliendicke [4]

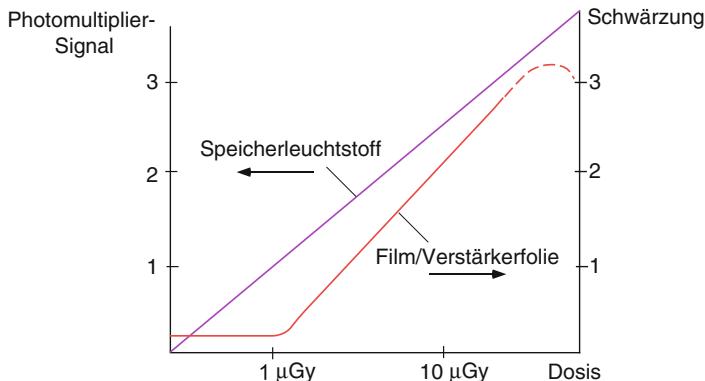
### 2.4.3 Speicherfolien: digitale Lumineszenz – Radiographie

Den ersten Schritt zur digitalen Radiographie hat man mit den sogenannten Speicherfolien gemacht. Die Funktionsweise ist zunächst ganz ähnlich wie bei den Verstärkerfolien (Abb. 2.35). Ein Röntgenquant erzeugt viele freie Elektronen, die wiederum in viele Leuchtzentren relaxieren. Im Gegensatz zu den Verstärkerfolien ist hier aber der Übergang vom Leuchzentrum in den Grundzustand „optisch verboten“. Die Leuchzentren bleiben angeregt und die Speicherfolie kann in einer lichtundurchsichtigen Kassette aus dem Röntgengerät heraus und in ein Auslesesystem („Laserscanner“) hineingebracht werden. Hier wird nun das gespeicherte Bild mit einem Laser mit sehr kleinem Fokus abgetastet. Die Wellenlänge des Lasers ist so abgestimmt, dass die Elektronen aus den Fallen („Traps“) in den Leuchzentren befreit werden und über das Leitungsband in den Grundzustand zurückfallen. Das hierbei emittierte Licht wird mit einem hochempfindlichen Photomultiplier registriert. Ein Farbfilter vor dem Photomultiplier sorgt dafür, dass nur das emittierte, aber nicht das vom Laser kommende Licht nachgewiesen wird (Abb. 2.36).

**Abb. 2.35** Bildaufnahme mit Speicherfolien



**Abb. 2.36** Auslesesystem für Speicherfolien: „Laserscanner“



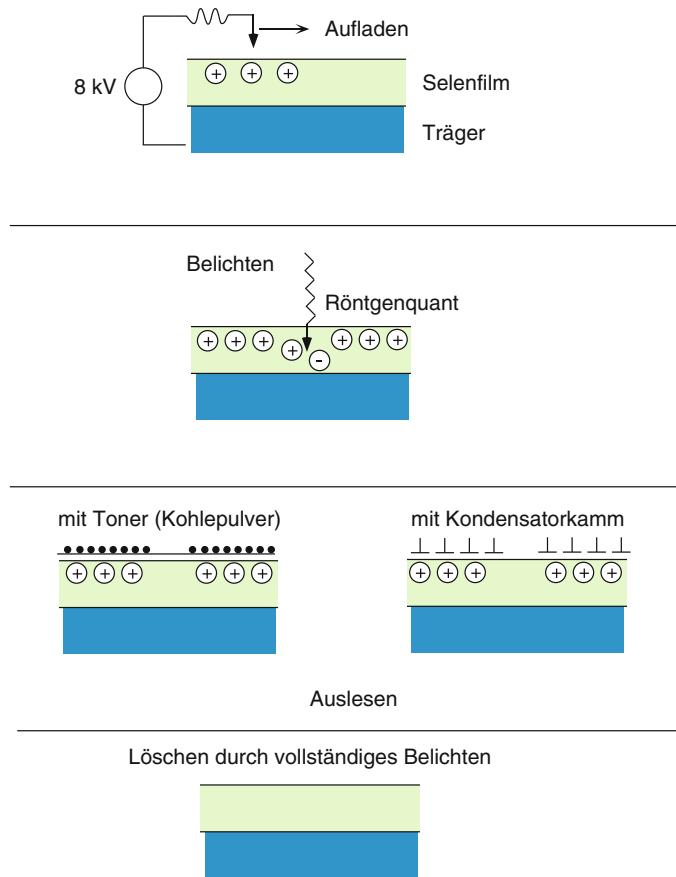
**Abb. 2.37** Signal als Funktion der Dosis für Speicherleuchtstoffe [6]

Aus dem Photomultiplier-Signal kann Zeile für Zeile das Bild digitalisiert und in einen Rechner bzw. auf einen Monitor übertragen werden. Nach einem Belichtungs- und Auslesevorgang muss die Speicherfolie einmal vollständig gelöscht werden. Die Vorteile der Speicherfolien sind:

- Man erhält ein digitales Bild, welches im Rechner weiterverarbeitet werden kann.
- Aufgrund des großen Dynamikbereiches von Speicherfolien sind falsche Belichtungen seltener (Abb. 2.37).

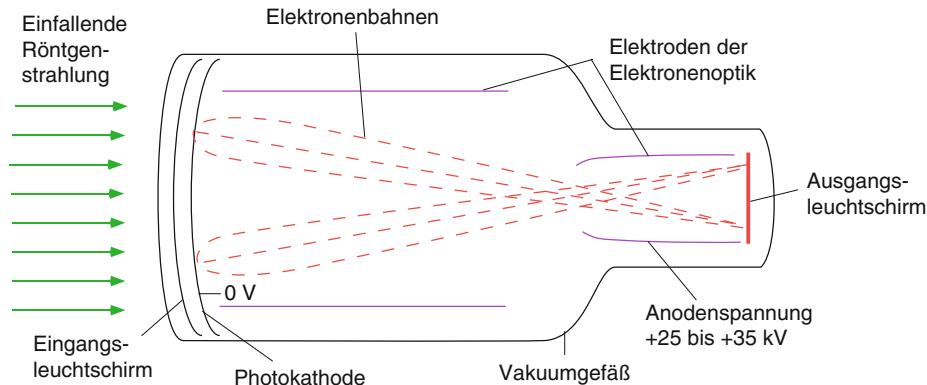
#### 2.4.4 Bildaufnahme mit Selen-Filmen (Xeroradiographie)

Das ursprüngliche Ziel bei der Bildaufnahme mit Selen-Filmen war es, das lästige Entwickeln und Fixieren von Röntgenfilmen zu vermeiden. Sie haben aber auch für die digitale Radiographie eine Bedeutung. Anstelle des Röntgenfilms wird ein Selen-Film verwendet, der auf einen festen Träger aufgebracht ist (Abb. 2.38). Mit einer Korona-Entladung wird die Oberfläche des Films positiv aufgeladen. So entsteht im Selenfilm ein starkes elektrisches Feld zwischen der Oberfläche und der Unterlage. Trifft ein Röntgenquant auf den Film werden freie Elektronen erzeugt, die im Feld zur Oberfläche des Selen-Films wandern und dort rekombinieren und damit die positive Raumladung abbauen. Wird dann eine Aufschlämmung mit feinstem Kohlepulver (Toner) über den Selen-Film geleitet, so haften die Kohleteilchen überall dort, wo noch eine positive Raumladung vorhanden ist. Das Muster der Kohleteilchen wird dann auf einen Film übertragen. Schließlich muss der Selen-Film mit einer großflächigen Belichtung wieder gelöscht werden. Das Verfahren ist weitgehend identisch mit der Fotokopierer-Technik. Vorteilhaft bei der Xeroradiographie ist, dass auch hier der Dynamikbereich bei der Abbildung sehr groß ist, d. h. es gibt weniger falsche Belichtungen.



**Abb. 2.38** Bildaufnahme mit einem Selen-Film („Xeroradiographie“): Aufladen der Selenschicht, Belichten, Auslesen (mit Toner oder Kondensatorkamm), Löschen

Auf der Selen-Technik aufbauend wurde auch ein Verfahren der digitalen Radiographie entwickelt. Hier wird das „latente Bild“ im Selen-Film nicht mit Toner sondern mit einem Kondensatorkamm abgefragt. Eine Zeile aus über 1000 winzigen Kondensatoren wird über den belichteten Selen-Film gezogen. Der Strom in den Leitungen gibt die Änderung des Aufladungszustands über der Zeit an. Aus den digitalisierten Signalen kann das Bild rekonstruiert werden. Bei diesem System wird eine große mit Selen beschichtete Trommel eingesetzt. Vor dem Belichten wird die Trommel unter dem Kamm für die Korona-Aufladung weggedreht. Nach dem Belichten wird die Trommel unter dem Kondensator-Kamm vorbeigedreht. Nach dem „Löschen“ kann sofort die nächste Aufnahme gemacht werden.



**Abb. 2.39** Röntgenbildverstärker [6]

## 2.4.5 Der Röntgenbildverstärker

Bei der klassischen „Durchleuchtung“ möchte der Arzt Bewegungsabläufe oder die Ausbreitung eines Kontrastmittels im Körper kontinuierlich beobachten. In der „Frühgeschichte“ der Röntgentechnik stand der Arzt hierbei direkt vor einem Fluoreszenzschirm bei eingeschalteter Röntgenstrahlung – eine extrem große Strahlenbelastung für Patient und Arzt. Der Röntgenbildverstärker macht heute eine Durchleuchtung mit akzeptabler Strahlenbelastung möglich. Abbildung 2.39 zeigt das Prinzip.

Die einfallende Röntgenstrahlung erzeugt in einem Eingangsleuchtschirm ähnlich wie die Verstärkerfolie sichtbare Photonen. Diese treffen auf eine unmittelbar anliegende Photokathode, in der sie Photoelektronen auslösen. Diese Elektronen werden mit einer Elektronenoptik auf einen Ausgangsleuchtschirm abgebildet und dabei mit einer Spannung von 25 kV–30 kV beschleunigt. So erzeugt jedes Photoelektron einen Lichtpunkt auf dem Ausgangsleuchtschirm. Der Ausgangsleuchtschirm könnte direkt betrachtet werden, er ist aber meistens zu klein. Er wird daher mit einer Videokamera aufgenommen, so dass das Bild auf einem Monitor dargestellt werden kann. Die Komponenten des Röntgenbildverstärkers sollen im Folgenden beschrieben werden.

Der Eingangsleuchtschirm besteht meistens aus Cäsiumjodid, welches mit Natrium dotiert ist: CsI:Na. Die Kriterien bei der Materialauswahl sind zunächst wie bei einer Verstärkerfolie eine hohe Röntgenabsorption und ein hoher Konversionsgrad in sichtbares Licht. Hier erfordert die gute Anpassung an die spektrale Empfindlichkeit der Photokathode einen Lumineszenz-Schirm, der relativ weit im blauen Spektralbereich leuchtet. Abbildung 2.40 zeigt, dass CsI:Na sowohl einen hohen Massenschwächungskoeffizienten als auch eine gute spektrale Anpassung an Photokathoden aus Antimon-Cäsium SbCs<sub>3</sub> hat. Der wesentliche Vorteil von CsI:Na ist aber die Tatsache, dass CsI so hergestellt werden kann, dass sich eine Säulenstruktur ausbildet, d. h. die Kristallite wachsen von

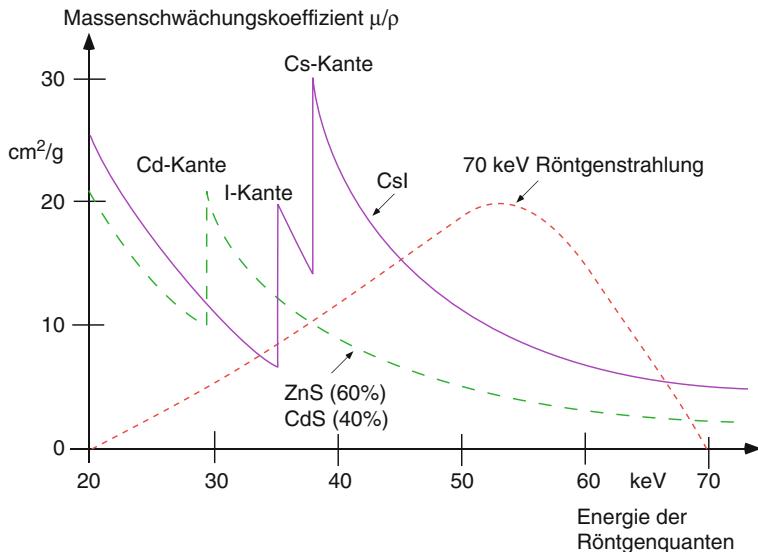
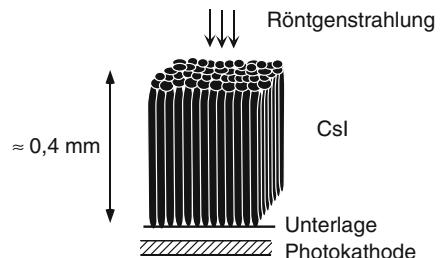


Abb. 2.40 Massenschwächungskoeffizient von ZnCdS und CsI [6]

Abb. 2.41 Säulenstruktur eines CsI Röntgenschirms

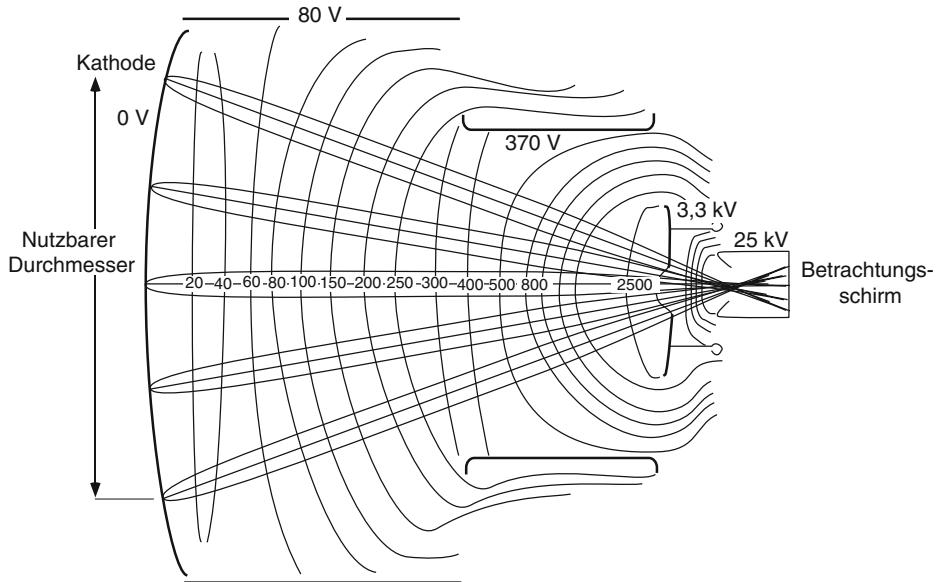


Kristallisationskeimen an der Unterlage ausgehend wie kleine Stäbchen (Abb. 2.41). Diese Kristallite verhalten sich wie kleine Lichtfasern und „führen“ das Lumineszenzlicht zur Photokathode.

So können relativ dicke Leuchtschichten von z. B. 0,4 mm hergestellt werden, ohne dass hierdurch die räumliche Auflösung zu stark verschlechtert wird. Die große Dicke, die hohe Ordnungszahl und die große Dichte des Materials führen dazu, dass bis zu 70 % aller eintreffenden Röntgenquanten nachgewiesen werden können.

Der Röntgenverstärker ist natürlich auch ein großes Vakuumgefäß, weil sich darin freie Elektronen ausbreiten müssen. Er benötigt daher ein „Eingangsfenster“, welches einerseits möglichst gut Röntgenstrahlung hindurch lässt und andererseits den Druck von einer Atmosphäre aushält. Üblich sind Aluminiumfenster, die für diagnostische Röntgenstrahlung eine Transmission von ca. 90 % haben.

Die Kriterien für die Photokathode sind eine hohe Photoelektronen-Ausbeute (d. h. eine niedrige Austrittsarbeit) und eine lange Lebensdauer. Da die Photoelektronen-



**Abb. 2.42** Potentialverteilung in einem Röntgenbildverstärker [6]

Emission ein sehr oberflächenempfindliches Phänomen ist, genügen schon kleinste Degradationen der Oberfläche, um die Ausbeute drastisch zu reduzieren. Die Verbindung SbCs<sub>3</sub> hat sich nach diesen Kriterien als optimal herausgestellt.

Der nächste Teil des Röntgenbildverstärkers ist die elektronenoptische Abbildung. Jeder Punkt der Photokathode muss so scharf wie möglich auf einen Punkt des Ausgangsleuchtschirms abgebildet werden (Abb. 2.42). Erschwerend kommt hinzu, dass die Photoelektronen unter sehr vielen unterschiedlichen Winkeln in das Vakuum austreten. Es sollen möglichst alle Photoelektronen „eingesammelt“ und exakt abgebildet werden. Schließlich sollen die Elektronen auf ihrem Weg stark beschleunigt werden, damit eine deutliche Signalverstärkung erreicht wird. All das wird erreicht durch eine mit Methoden der numerischen Feldberechnung optimierte Anordnung von vielen unterschiedlich geformten Ringen, die auf ein unterschiedliches Potential gelegt werden.

Die Verkleinerung bei dieser Abbildung auf den relativ kleinen Leuchtschirm ist für die direkte Betrachtung unerwünscht. Für die übliche Weiterverarbeitung der Signale mit einer Videokamera ist sie von Vorteil. Der Ausgangsleuchtschirm ist wie ein Schwarz-weißmonitor mit dem Leuchtstoff ZnCdS:Ag beschichtet. Die Kamera, mit der der Leuchtschirm aufgenommen wird, ist eine klassische Videokamera.

Das letzte Glied der Kette ist bei der Abbildung mit der Videokamera der Monitor. Seine Bedeutung wird meistens unterschätzt: Er stellt die Verbindung zum Auge des Betrachters dar. Natürlich muss der Monitor eine besonders hohe Auflösung haben. Auch ist es wichtig, durch eine hohe Zeilenfrequenz eine flimmerfreie Betrachtung zu erreichen.

Wichtig ist aber insbesondere auch die maximale Helligkeit. Normale Monitore erreichen in „weißen“ Bildpunkten eine Helligkeit von  $500 \text{ cd/m}^2$ . Lichtkästen, wie sie in der Radiologie üblich sind, arbeiten aber mit Helligkeiten von  $2000 \text{ cd/m}^2$ . Aus Untersuchungen über die Physiologie des Sehens weiß man, dass kleine Kontrastunterschiede bei einem hohen Helligkeitsniveau besser zu erkennen sind als bei einem niedrigen Niveau. Es gibt inzwischen spezielle Monitore für die Radiologie, die alle diese Gesichtspunkte noch besser berücksichtigen.

Die Qualitätskriterien für einen Röntgenbildverstärker insgesamt sind:

- eine hohe räumliche Auflösung (s. MTF),
- ein niedriges Rauschen (s. DQE),
- ein hoher Konversionsfaktor,
- wenig Verzerrungen,
- eine gleichmäßige Ausleuchtung („Vignetting“).

Auf die beiden ersten Eigenschaften soll in den nächsten Kapiteln genauer eingegangen werden. Hier sei nur vorweggenommen, dass gute Röntgenbildverstärker noch Details von 0,5 mm Größe darstellen können und das Signal-Rausch-Verhältnis des Eingangssignals (Quantenrauschen) nur wenig verschlechtern.

Der Konversionsfaktor des Röntgenbildverstärkers ist definiert als

$$\text{Konversionsfaktor} = \frac{\text{Leuchtdichte am Ausgang}}{\text{Dosisleistung am Eingang}} \quad (2.25)$$

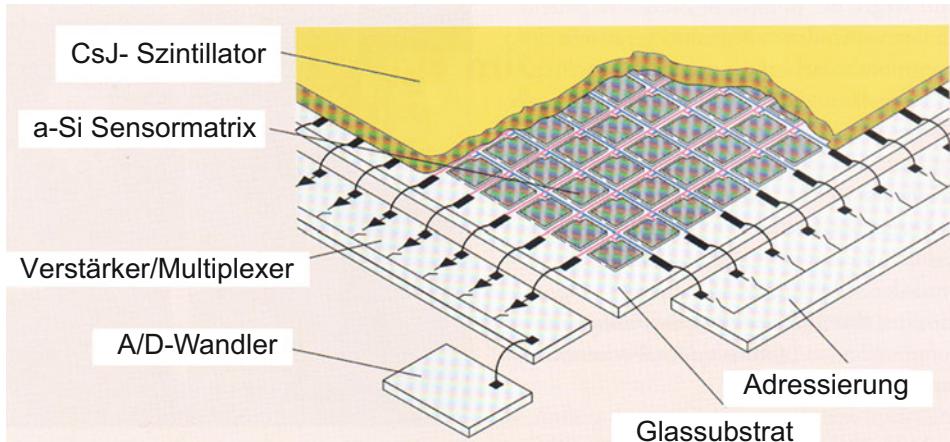
Typische Werte liegen bei  $30 \text{ (cd/m}^2\text{)}/(\mu\text{Gy/sec})$ .

Für Röntgenbildverstärker sind sattelförmige Verzeichnungen typisch. Sie lassen sich mit einem quadratischen Gitter vermessen und mit Methoden der digitalen Bildverarbeitung korrigieren. Meistens spielen sie bei der Diagnostik aber keine große Rolle.

## 2.4.6 Flache digitale Röntgen-Bildaufnehmer

Seit einigen Jahren gibt es auch Röntgen-Bildaufnehmer, die wie die Verstärkerfolien flach und leicht sind, aber nicht mehr vom Aufnahmegerät in das Auslesegerät transportiert werden müssen, sondern das Lumineszenzlicht direkt in ein elektronisches Signal umwandeln.

Es gab Ansätze für Systeme mit einer Konverter-Schicht, die das Röntgenlicht in sichtbares Licht umwandelt, und einer Matrix aus vielen CCD-Chips, wie sie in Videokameras eingesetzt werden (CCD = Charge Coupled Devices). Die Probleme, die an den Stellen auftreten, wo zwei CCD-Chips aneinander stoßen, konnten aber nicht gut genug gelöst werden.

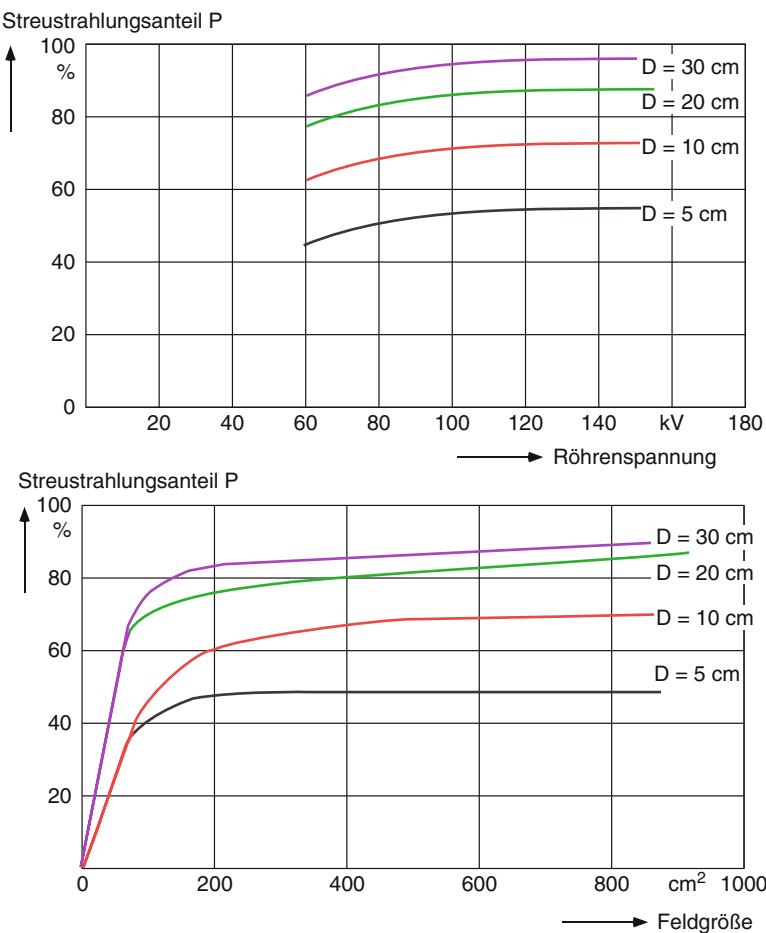


**Abb. 2.43** Schematischer Aufbau eines flachen digitalen Röntgendetektors

Schließlich wurden in einer gemeinsamen Aktion mehrerer Medizingeräte-Hersteller ein Bildaufnahme-System entwickelt, bei dem im Prinzip eine „riesige“ CCD-Kamera mit beispielsweise  $1024 \times 1024$  Bildpunkten auf einer Fläche von ca.  $20\text{ cm} \times 20\text{ cm}$  realisiert wurde. Da es keine so großen Silizium-Wafer gibt (bzw. diese nicht kostengünstig produziert werden können), musste eine Technologie entwickelt werden, bei der die benötigten Halbleiterbauelemente (Transistoren) aus Polysilizium auf einem Glasträger präpariert werden. Besonders schwierig ist es, in dieser Technologie alle  $10^6$  Bildpunkte fehlerlos zu realisieren. Auch das Problem der schnellen Alterung von Transistoren, die hierbei natürlich eine hohe Dosis Röntgenstrahlung „erleiden“, musste gelöst werden. Als Konverter-Schicht werden CsI-Filme (Cäsiumjodid) eingesetzt, wie sie schon beim Röntgenbildverstärker vorgestellt wurden.

Abbildung 2.43 zeigt den schematischen Aufbau eines flachen digitalen Röntgendetektors mit indirekter Konversion, d.h. mit einer Lumineszenzschicht, in der die Röntgenstrahlung zunächst in sichtbares Licht umgewandelt wird, bevor dieses dann mit Photodioden nachgewiesen wird. Die Schichtdicke der CsI-Schicht beträgt typisch 0,3 mm bis 2,5 mm. Dickere Lumineszenzschichten führen notwendig zu einer schlechten Ortsauflösung (siehe Abschn. 2.5 Einführung in die Modulationsübertragungsfunktion MTF). Die Kantenlänge der Pixel liegt bei 100 µm bis 200 µm. Die Photodioden bedecken ca. 70 % der Detektorfläche.

Es gibt Forschungsprojekte, deren Ziel es ist, direkt mit der Röntgenstrahlung Elektron-Loch-Paare im Halbleiter zu erzeugen („direct conversion“). Die Lumineszenzschicht ist dann überflüssig. Man verspricht sich davon nicht nur eine bessere Ortsauflösung, sondern insbesondere auch die Möglichkeit der Energieauflösung für die nachgewiesenen Röntgenquanten. So könnten gestreute Quanten, die meistens eine kleinere Energie als die Primärquanten haben, effektiv unterdrückt werden (siehe nächstes Abschn. 2.4.7).



**Abb. 2.44** Streustrahlungsanteil in Abhängigkeit von der Röhrenspannung, der Patientendicke D und der Feldgröße [4]

## 2.4.7 Raster

Es wurde schon in Abschn. 2.2.4 darauf hingewiesen, dass die Compton-Streuung eine bevorzugte Wechselwirkung von Röntgenstrahlung mit dem Körper ist, und dass daher bei einer Röntgenaufnahme viel Streustrahlung entsteht. Abbildung 2.44 zeigt quantitativ den Streustrahlanteil P für verschiedene Röhrenspannungen, Patientendicken und ausgelichtete Feldgrößen.

Hierbei ist der Streustrahlanteil definiert als

$$P = \frac{J_s}{J_p + J_s}, \text{ Streustrahlanteil} \quad (2.26)$$

mit:  $J_s$  = Streuintensität, d. h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die nicht auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist.

$J_p$  = Primärintensität, d. h. die Röntgenleistung in der Detektor-Ebene, die auf geradem Weg von der Quelle zum Detektor gelangt ist.

Der Verlauf der Kurven lässt sich qualitativ gut verstehen. Die genauen Werte hängen natürlich von der exakten Geometrie, insbesondere vom Abstand Quelle-Patient und vom Abstand Patient-Film ab. Die angegebenen Werte sind typisch und zeigen, dass man mit mindestens 50 % Streustrahlanteil, in extremen Fällen sogar bis zu 90 % Streustrahlanteil rechnen muss. Dieser Streustrahlanteil ist unerwünscht, da er den Kontrast der Bilder verschlechtert. Dies soll im Folgenden erläutert werden.

Der Kontrast, der zwischen zwei unterschiedlichen Bereichen auf dem Bild wahrgenommen werden kann, ist definiert als

$$K = \frac{J_A - J_B}{J_A + J_B} \text{ Kontrast} \quad (2.27)$$

mit:  $J_A$  = Röntgenleistung im Bereich A,

$J_B$  = Röntgenleistung im Bereich B.

In Bereichen mit kleinen Kontrastunterschieden gilt

$$K = \frac{\Delta J}{2J}, \quad (2.28)$$

mit:  $J$  = mittlere Röntgenleistung in beiden Gebieten.

Der Kontrast, den man erhalten würde, wenn es keine Streustrahlung gäbe, wäre damit

$$K_o = \frac{\Delta J_p}{2J_p}. \quad (2.29)$$

Der Kontrast, den man tatsächlich erhält, ergibt sich zu

$$K_s = \frac{\Delta J_p}{2(J_p + J_s)}. \quad (2.30)$$

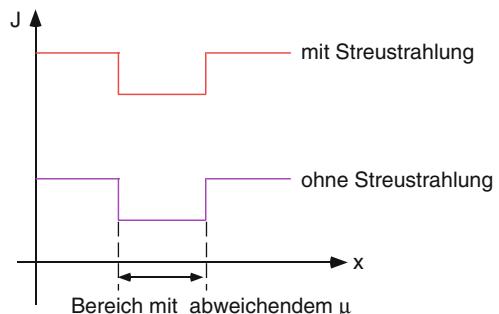
So kann man leicht zeigen, dass

$$K_s = K_o \cdot \frac{J_p}{J_p + J_s} = K_o \cdot \frac{1}{1 + J_s/J_p} \quad (2.31)$$

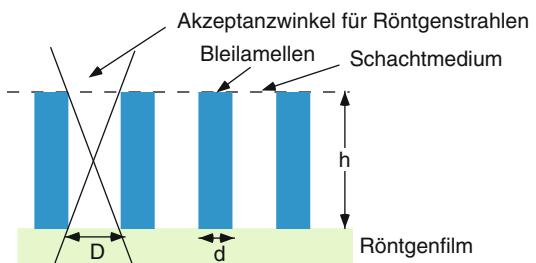
Mit zunehmender Streustrahlung nimmt der Kontrast  $K_s$  also ab. Um einem häufig gemachten Trugschluss vorzubeugen: Die Streustrahlung führt nicht zu einer Verschmierung, d. h. zu einer Abflachung scharfer Begrenzungen zwischen zwei Gebieten. Abbildung 2.45 zeigt den Intensitätsverlauf hinter einem Streifen mit abweichendem Schwächungskoeffizienten. Nur dadurch, dass die Gesamtintensität angehoben ist, wird der Kontrast kleiner. Es sieht nun so aus, als könnte man diesen Nachteil mit digitalen Aufnahmeverfahren leicht korrigieren: Man ziehe einfach den Streustrahlungsanteil ab! Dies löst das Problem leider nicht: Wie wir noch sehen werden, steigt das Rauschen des Bildes mit der Wurzel aus der Zahl der Röntgenquanten pro Bildpunkt an (Poisson-Verteilung, Abschn. 2.6). Damit führt der Streustrahlanteil letztlich zu einer deutlichen Zunahme des Rauschens und Gebiete mit nur kleinen Schwärzungsdifferenzen können nicht mehr getrennt werden.

Um den Streustrahlanteil in den Bildern wenigstens teilweise zu unterdrücken, werden sog. Raster eingesetzt. Es handelt sich um Platten, in denen viele dünne Bleifolien abwechselnd mit röntgendurchlässigem Material (z. B. Papier) zusammengepackt sind. Diese Platten werden unmittelbar auf den Röntgenfilm bzw. die Verstärkerfolie gelegt. Abbildung 2.46 zeigt den schematischen Aufbau eines Lamellen-Rasters.

**Abb. 2.45** Intensitätsverlauf hinter einem Objekt mit abweichendem Schwächungskoeffizienten  $\mu$  mit und ohne Streustrahlung. Die Streustrahlung hebt das Grundniveau an, macht das Bild aber nicht unscharf.



**Abb. 2.46** Lamellen-Raster zur Unterdrückung von Streustrahlung in der Bildebene



Man erkennt, wie der Akzeptanzwinkel für Röntgenstrahlen, der ursprünglich den ganzen Halbraum umfasste, auf einen kleinen Bereich eingeengt ist. So kann der Streustrahlanteil, der den Film erreicht, deutlich reduziert werden. Dies gelingt um so besser, je größer das sogenannte Schachtverhältnis ist:

$$r = \frac{h}{D}, \text{ Schachtverhältnis} \quad (2.32)$$

mit:  $h$  = Höhe der Bleilamellen,

$D$  = Dicke des Schachtmediums.

Ein typisches Beispiel für ein Lamellen-Raster lautet:

Höhe der Bleilamellen:	$h = 1,4 \text{ mm}$ ,
Dicke der Bleilamellen:	$d = 0,07 \text{ mm}$ ,
Dicke des Schachtmediums:	$D = 0,18 \text{ mm}$ ,
Schachtverhältnis:	$r = h/D = 8$ ,
Zahl der Bleilinien pro mm:	$N = 1/(d+D) = 4 \text{ pro mm}$ .

Aufwändiger in der Herstellung, aber auch effektiver bei der Streustrahlunterdrückung, sind fokussierende Linienraster.

Die „weißen Linien“ im Bild hinter den Lamellen verschlechtern die Ortsauflösung nicht zu sehr, da die Bleilamellen sehr dünn sind. Will man diesen Effekt aber prinzipiell vermeiden, muss das Raster während der Aufnahme schnell hin und her bewegt werden („wobbeln“).

Ein Raster führt leider immer dazu, dass auch ein Teil der erwünschten Primär-Röntgenstrahlung im Raster absorbiert wird. Ein Maß für die Qualität des Rasters, welches auf diesen Punkt besonders eingeht, ist die Selektivität

$$\Sigma = \frac{T_p}{T_s}, \text{ Selektivität} \quad (2.33)$$

mit:  $T_p$  = Primärstrahltransparenz,

$T_s$  = Streustrahltransparenz.

$$T_p = \frac{J_{p'}}{J_p} = \frac{\text{Primärstrahlintensität mit Raster}}{\text{Primärstrahlintensität ohne Raster}} \quad (2.34)$$

$$T_s = \frac{J_{s'}}{J_s} = \frac{\text{Streustrahlintensität mit Raster}}{\text{Streustrahlintensität ohne Raster}} \quad (2.35)$$

Diese Definition der Selektivität beschreibt allerdings nicht nur das Raster: Der Wert hängt davon ab, mit welchem Objekt gemessen wurde. Daher wird hierbei immer Form und Lage z. B. eines „Wasserphantoms“ angegeben, das für die Messung eingesetzt wurde. Selektivitäten liegen typisch zwischen 5 und 12.

Im Folgenden soll ein Beispiel für die Wirkung von Rastern betrachtet werden. Für einen 30 cm dicken Patienten und ein  $14\text{ cm} \times 14\text{ cm} = 196\text{ cm}^2$  großes Feld entnehmen wir der Abb. 2.44 einen Streustrahlungsanteil von ca. 80 %, d. h. ohne Raster ergeben sich 80 % Streustrahlung und 20 % Primärstrahlung in der Filmebene. Nehmen wir weiter an, das Raster habe eine Primärstrahltransparenz  $T_p$  von 60 % und eine Streustrahltransparenz  $T_s$  von 5 %. Damit hat das Raster eine Selektivität von  $\sum = 12$ . Der Kontrast ohne Raster  $K_{SO}$  ergibt sich dann zu ( $K_o$ : Kontrast ohne Streustrahlung)

$$K_{SO} = K_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_s}{T_p}} = K_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{0,05 \cdot 80}{0,6 \cdot 20}} = K_o \cdot 0,2 \quad (2.36)$$

Der Kontrast mit Raster  $K_{SR}$  ergibt sich zu

$$K_{SR} = K_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{T_s \cdot J_s}{T_p \cdot J_p}} = K_o \cdot \frac{1}{1 + \frac{0,05 \cdot 80}{0,6 \cdot 20}} = K_o \cdot 0,75 \quad (2.37)$$

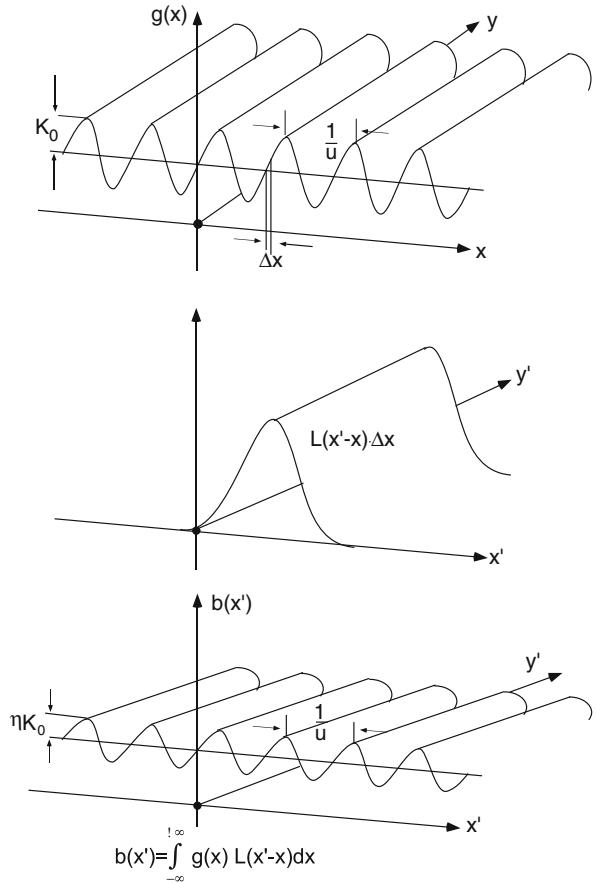
Man erreicht zwar nicht den Kontrast ohne Streustrahlung, aber doch zumindest eine deutliche Erhöhung. Die Bildqualität nimmt also im Allgemeinen bei Verwendung von Rastern deutlich zu.

## 2.5 Einführung der Modulationsübertragungsfunktion MTF

Ein besonders wichtiges Kriterium bei der Beurteilung der verschiedenen Verfahren zur Abbildung mit Röntgenstrahlen ist die räumliche Auflösung, die auf den Bildern erreicht wird. Der Begriff „räumliche Auflösung“ muss für eine genauere Analyse präziser definiert werden. Hierzu dient die sogenannte Modulationsübertragungsfunktion (MTF = Modulation Transfer Function), die im Folgenden auf einfache Weise eingeführt werden soll. Eine etwas abstraktere Beschreibung folgt im Kap. 3.

Wir gehen in dieser Einführung davon aus, dass wir im Röntgenstrahlengang ein Objekt haben, das am Ausgang zu einer Intensitätsverteilung führt, die in x-Richtung sinusförmig moduliert ist (Abb. 2.47). Ein ideales abbildendes System würde zu einem Bild führen, bei dem die Schwärzung, oder allgemeiner der Grauwert eines Bildpunktes, ebenfalls sinusförmig vom Ort x auf dem Bild abhängt. Der Grauwert soll in diesem Beispiel nicht von y abhängen, d. h. das Bild hat einfache Streifen.

**Abb. 2.47** Abbildung eines streifenförmigen Objektes  $g(x)$  auf das Bild  $b(x')$  mit der Linienbildfunktion  $L(x)$  [4]



Die mathematische Beschreibung des idealen Bildes („Original“) lautet

$$g(x) = \bar{g} + K_0 \cdot \sin(2\pi \cdot u \cdot x), \quad (2.38)$$

mit:  $g(x)$  = Grauwert des Originals am Ort  $x$ ,

$\bar{g}$  = mittlerer Grauwert des Originals,

$K_0$  = Amplitude der Grauwertmodulation,

$u = 1/\lambda$  = räumliche Frequenz der Grauwertmodulation,

$\lambda$  = Wellenlänge der Grauwertmodulation.

Dieses Original wird nun durch das abbildende System mit seiner begrenzten räumlichen Auflösung verändert, und man erhält am Ausgang ein Bild  $b(x')$ .

Betrachten wir zunächst, welches Bild wir bei einer unendlich schmalen Linie im Original am Ausgang erwarten können. Der Verlauf dieses Bildes charakterisiert das

abbildende System und wird Linienbildfunktion  $L(x')$  genannt. Je breiter  $L(x')$ , desto verschmierter wird am Ende das Bild.

Wir können uns nun das sinusförmig modulierte Original aus vielen schmalen Linien zusammengesetzt denken, die alle mit  $L(x')$  übertragen werden. Die Summe der Bilder aller dieser einzelnen Linien ist dann das Bild am Ausgang. So kann man das Bild  $b(x')$  als Faltung des Originals mit der Linienbildfunktion berechnen

$$b(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot L(x' - x) dx. \quad (2.39)$$

Dies lässt sich umformen zu

$$b(x') = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x' - x) \cdot L(x) dx. \quad (2.40)$$

Setzen wir für  $g(x' - x)$  das hier gewählte Original ein, erhalten wir

$$\begin{aligned} b(x') &= \int_{-\infty}^{+\infty} \{\bar{g} + K_0 \cdot \sin(2\pi u(x' - x))\} \cdot L(x) dx \\ &= \bar{g} \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \cdot dx + K_0 \int_{-\infty}^{+\infty} \sin(2\pi u(x' - x)) \cdot L(x) dx. \end{aligned} \quad (2.41)$$

mit

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L(x) dx = 1 \text{ (Normierung der Linienbildfunktion)}, \quad (2.42)$$

und

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta \quad (2.43)$$

folgt

$$\begin{aligned} b(x') &= \bar{g} + K_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \sin 2\pi u x' \cdot \cos 2\pi u x \cdot dx - K_0 \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \cos 2\pi u x' \cdot \sin 2\pi u x \cdot dx \\ &= \bar{g} + K_0 \cdot \sin 2\pi u x' \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \cdot \cos 2\pi u x \cdot dx - K_0 \cdot \cos 2\pi u x' \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \sin 2\pi u x \cdot dx. \end{aligned} \quad (2.44)$$

Wenn nun, wie meistens der Fall, die Linienbildfunktion symmetrisch ist, d. h.  $L(x) = L(-x)$ , so verschwindet das Integral mit dem Sinus-Term:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \sin 2\pi ux \cdot dx = 0. \quad (2.45)$$

Kürzen wir das andere Integral ab mit

$$\eta(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} L(x) \cos 2\pi ux \cdot dx \quad (2.46)$$

so erhalten wir als Ergebnis für das Bild

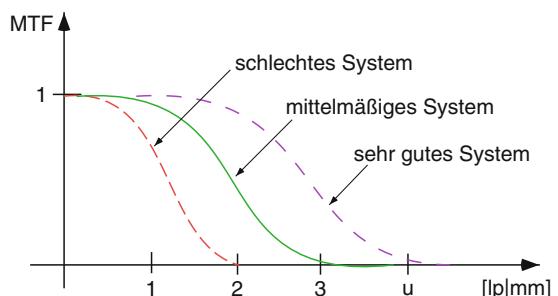
$$b(x') = \bar{g} + K_0 \cdot \eta(u) \cdot \sin 2\pi ux'. \quad (2.47)$$

Der Wert von  $\eta$  hängt von der räumlichen Frequenz des Originals ab. Er kann maximal 1 sein, da  $\int L(x)dx = 1$  und  $-1 \leq \cos(2\pi ux) \leq +1$ . Er wird dann nahe +1 liegen, wenn die Wellenlänge der Modulation  $\lambda = 1/u$  groß ist gegenüber der Ausdehnung von  $L(x)$ , d. h. große Wellenlängen werden unverfälscht übertragen. Der Wert von  $\eta$  geht gegen Null, wenn die Wellenlänge  $\lambda$  sehr klein ist gegenüber der Ausdehnung von  $L(x)$  (Abb. 2.48). Der eigentliche Bildinhalt geht dann verloren. Es bleibt nur der Mittelwert des Bildes.

Wie verändert sich der Kontrast bei dieser Abbildung? Die Definition des Kontrastes bezogen auf das Original in diesem Beispiel lautet

$$\frac{\max[g(x)] - \min[g(x)]}{\max[g(x)] + \min[g(x)]} = \frac{\bar{g} + K_0 - (\bar{g} - K_0)}{\bar{g} + K_0 + \bar{g} - K_0} = \frac{K_0}{\bar{g}} \quad (2.48)$$

**Abb. 2.48** Typischer Verlauf einer  $MTF(u)$ . Man erkennt einen Tiefpass-Charakter. Ein gutes System überträgt noch hohe Raumfrequenzen ungedämpft



Der Kontrast, der im Bild am Ausgang bestimmt werden kann, ergibt sich zu

$$\frac{\max[b(x)] - \min[b(x)]}{\max[b(x)] + \min[b(x)]} = \frac{\bar{g} + K_0 \cdot \eta(u) - (\bar{g} - K_0 \cdot \eta(u))}{\bar{g} + K_0 \cdot \eta(u) + \bar{g} - K_0 \cdot \eta(u)} = \eta(u) \frac{K_0}{\bar{g}}. \quad (2.49)$$

Der Kontrast ist also genau um den Faktor  $\eta(u)$  schlechter geworden. So kommen wir zu folgender (vorläufiger) Definition der Modulationsübertragungsfunktion MTF

$$MTF(u) = \frac{\text{Kontrast des Bildes am Ausgang bei Frequenz } u}{\text{Kontrast des Originals bei Frequenz } u}. \quad (2.50)$$

(Sinus – Signale!)

In unserem Beispiel erhalten wir also

$$MTF(u) = \eta(u). \quad (2.51)$$

Hält man der Reihe nach viele „Originale“ mit unterschiedlichen räumlichen Frequenzen  $u$  in das bildgebende System und misst jeweils die Kontrastverschlechterung, kann man die ganze Kurve  $MTF(u)$  aufnehmen.

Eine beliebte Einheit für die räumliche Frequenz  $u$  ist „Linienpaare/mm“ mit der Abkürzung „lp/mm“. Mit einem „Linienpaar“ ist genau ein weißer und ein schwarzer Streifen gemeint. Man erkennt, dass die Frequenz 0 – das ist ein gleichmäßig beleuchtetes Bild – immer gut übertragen wird (das ist der Mittelwert im oben beschriebenen Beispiel). Je höher die räumliche Frequenz, desto schlechter die Abbildung (Abb. 2.49). Bei sehr guten abbildenden Systemen reicht die MTF bis zu hohen räumlichen Frequenzen hinaus, bei schlechten schneidet sie schon früh ab (Abb. 2.48).

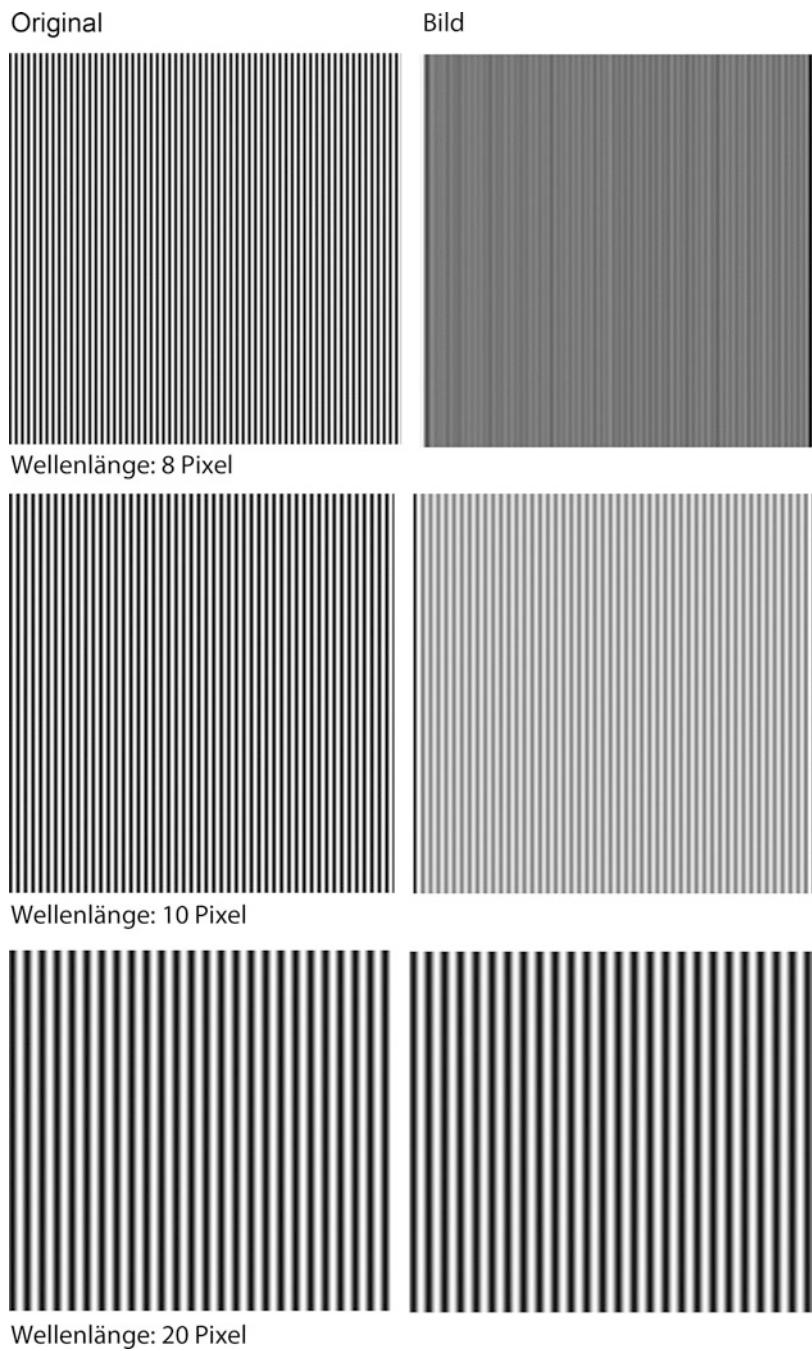
Möchte man gerne einen Wert für die räumliche Auflösung in mm angeben, im Sinne von: dies ist das kleinste Detail, welches man noch im Bild erkennen kann, so kann man z. B. das Reziproke der räumlichen Frequenz nehmen, bei der die MTF auf 0,1 abgesunken ist ( $Auflösung = 1/u_{10\%}$ ).

Man erkennt an der Definition der MTF einen weiteren interessanten Vorteil: Ein Gesamtsystem wie z. B. der Röntgenbildverstärker kann in seine einzelnen Komponenten zerlegt werden, und von jeder einzelnen Komponente kann die MTF definiert werden im Sinne von

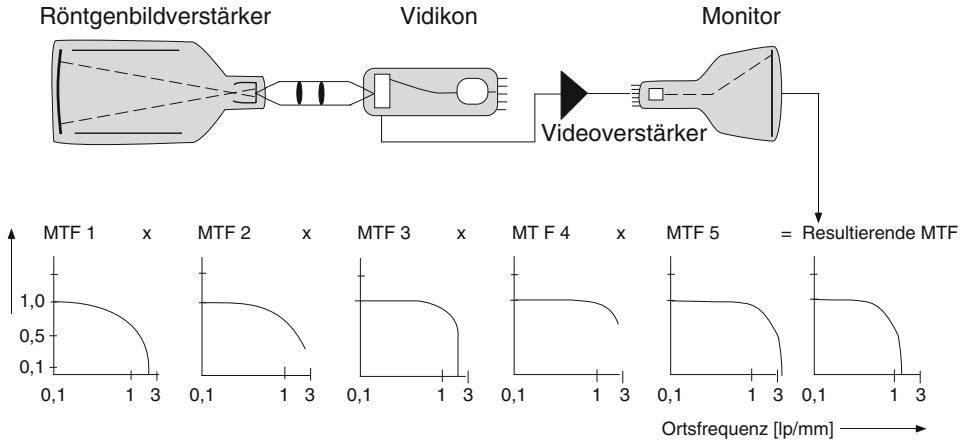
$$MTF(u) = \frac{\text{Kontrast am Ausgang bei Frequenz } u}{\text{Kontrast am Eingang bei Frequenz } u} \quad (2.52)$$

Die MTF des Gesamtsystems ergibt sich offensichtlich als Produkt der einzelnen MTFs, da der Ausgang der ersten Komponente gleichzeitig der Eingang der zweiten Komponente ist

$$MTF_{System}(u) = MTF_{Komp.1}(u) \cdot MTF_{Komp.2}(u) \cdot \dots \cdot MTF_{Komp.N}(u) \quad (2.53)$$



**Abb. 2.49** Beispiel für die Abbildung von Sinus-Streifenmustern mit unterschiedlicher Raumfrequenz



**Abb. 2.50** Modulationsübertragungsfunktion der Bildverstärkerkette [6]

Mit dieser Aufteilung in einzelne Komponenten erkennt man sofort, welcher Schritt der „Engpass“ in der Kette ist, der durch seine schlechte MTF das Gesamtergebnis verdirtbt. Hat eine Komponente bei einer hohen Raumfrequenz  $u$  eine MTF von Null, so zieht das automatisch die gesamte MTF bei dieser Frequenz auf Null, ganz egal wie gut die anderen Komponenten bei dieser Frequenz sind. Abbildung 2.50 zeigt die MTF der einzelnen Komponenten und das Produkt aller MTFs für einen Röntgen-Bildverstärker.

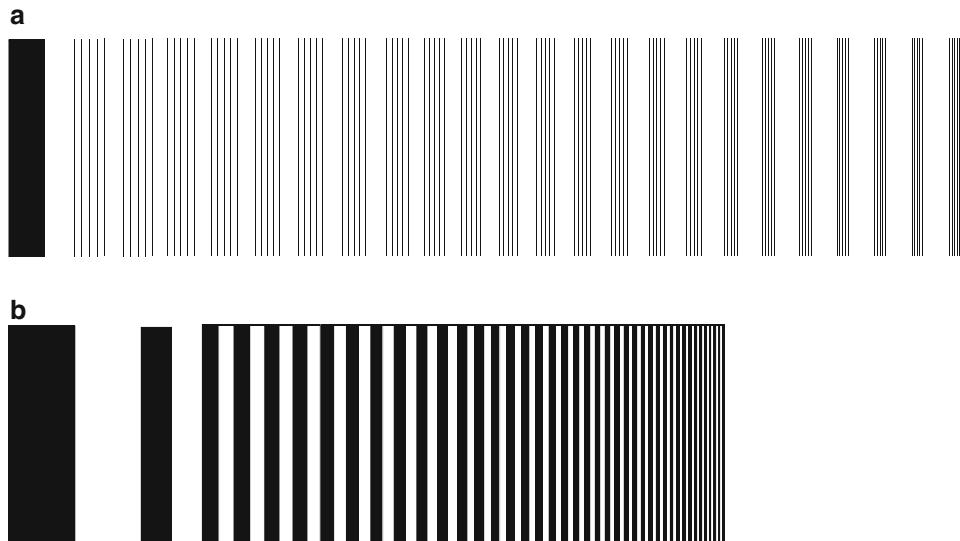
Die Messung der MTF mit vielen Sinus-Rastern unterschiedlicher Frequenz ist nicht praktikabel. Man verwendet statt dessen ein rechteckförmiges Bleistrichraster (Abb. 2.51). Wird nun der Kontrast im Original und im Bild bestimmt, so enthält der Messwert bei der „Wellenlänge“  $\lambda$  nicht nur Informationen über die Grundfrequenz  $u = 1/\lambda$ , sondern es sind Informationen über viele ungradzahlige höhere harmonische Frequenzen ( $3u, 5u, 7u \dots$ ) beigemischt. Mit Hilfe der Fourier-Reihenentwicklung des Rechtecksignals kann man aber die MTF bei der Grundfrequenz berechnen.

Es gilt

$$MTF(u) = \frac{\pi}{4} \left| R(u) + \frac{R(3u)}{3} - \frac{R(5u)}{5} + \frac{R(7u)}{7} - \dots \right| \quad (2.54)$$

mit

$$R(u) = \frac{\text{Kontrast Ausgang}(u)}{\text{Kontrast Eingang}(u)}. \text{ (Rechteck!)} \quad (2.55)$$



**Abb. 2.51** Bleistrichraster zur Messung der Modulationsübertragungsfunktion [2]

Man muss also den Kontrast am Ausgang bei  $u$ ,  $3u$ ,  $5u$  etc. ablesen und bekommt mit Gl. 2.54 die  $MTF(u)$ , so als hätte man mit einem Sinussignal gemessen. Auf andere Möglichkeiten, die  $MTF(u)$  zu messen, wird im Kap. 3 eingegangen.

## 2.6 Rauschen

### 2.6.1 Poisson-Verteilung

Wird eine physikalische Größe mehrfach gemessen, und es kommt nicht immer das Gleiche heraus, so kann man den Mittelwert  $\mu$  und die Standardabweichung  $\sigma$  bzw. die Varianz  $\sigma^2$  aller Messungen bestimmen.

$$\text{Mittelwert} \quad \mu = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i \quad (2.56)$$

$$\text{Varianz} \quad \sigma^2 = \frac{1}{(N-1)} \sum (x_i - \mu)^2 \quad (2.57)$$

mit:  $x_i$  = einzelner Messwert,

$N$  = Zahl der Messungen.

Man kann weiter nach der relativen Häufigkeit eines Messwertes  $x_i$  fragen. Hier beobachtet man zwei Verteilungen in der Natur besonders häufig. Am bekanntesten ist die Gaußverteilung

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (2.58)$$

mit:  $p(x)$  = relative Häufigkeit.

Zwei unabhängige Parameter –  $\mu$  und  $\sigma$  – beschreiben diese Verteilung.

Wichtig ist aber auch die Poissonverteilung

$$p(x) = \frac{\mu^x e^{-\mu}}{x!} \quad (2.59)$$

Diese Verteilung wird durch einen einzigen Parameter –  $\mu$  – beschrieben. Die Standardabweichung  $\sigma$  folgt bei der Poissonverteilung unmittelbar aus dem Mittelwert  $\mu$

$$\sigma^2 = \mu \quad (2.60)$$

Die Anwendung der Poissonverteilung soll an drei Beispielen erläutert werden:

- In einem Rosinenbrot befinden sich 200 Rosinen. Das Brot wird in 20 Scheiben geschnitten. Im Mittel befinden sich 10 Rosinen in einer Scheibe:  $\mu = 10$ . Werden viele gleiche Brote hergestellt und zerschnitten und die relative Häufigkeit für  $x$  Rosinen in einer Scheibe bestimmt, so wird sich eine Poissonverteilung ergeben. Die Standardabweichung, mit der die tatsächliche Rosinenzahl pro Scheibe um den Mittelwert 10 schwankt, beträgt  $\sqrt{10} = 3,16$ .
- Man präpariere viele identische Proben eines radioaktiven Präparates und messe eine Sekunde lang die Zahl der Zerfälle, also z. B. die Zahl der emittierten  $\gamma$ -Quanten. Die relative Häufigkeit, genau  $x$  Zerfälle in einer Sekunde zu messen, folgt der Poissonverteilung. Nehmen wir an, im Mittel messen wir 100 Zerfälle pro Sekunde. Die Standardabweichung wird dann  $\sigma = \sqrt{100} = 10$  betragen.
- Röntgenquanten fallen auf eine Detektormatrix. Die Aufnahme wird unter identischen Bedingungen (gleiche Dosis)  $N$ -mal wiederholt. Im Mittel landen in einer „Schachtel“ von  $1 \text{ mm}^2$  beispielsweise 100 Quanten. Die relative Häufigkeit,  $x$  Quanten zu messen, wird durch die Poissonverteilung beschrieben. Die Standardabweichung wird  $\sigma = \sqrt{100} = 10$  betragen.

Für die Abbildung mit Röntgenstrahlen bedeutet dies: Die Zahl der nachgewiesenen Quanten in einer vorgegebenen Fläche und einer vorgegebenen Zeit wird immer statistisch schwanken. Tabelle 2.4 zeigt: Je größer die Quantenzahl, desto größer die

**Tab. 2.4** Mittelwert und Standardabweichung bei der Poisson-Verteilung

$\mu$	$\sigma$	$\sigma$ in %
10	3,16	31,60 %
100	10,00	10,00 %
1000	31,60	3,16 %

Standardabweichung, aber desto kleiner die prozentuale Streuung. Wird die gemessene Quantenzahl in den Grauwert eines Bildes übersetzt, so werden die Grauwerte statistisch schwanken: Das Bild ist verrauscht. Dieser Beitrag zum Rauschen des Bildes wird *Quantenrauschen* genannt.

## 2.6.2 Zahl der Quanten pro Energiedosis

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, die Strahlendosis einer Röntgenaufnahme anzugeben. Darauf wird im Kap. 7 im Zusammenhang mit der biologischen Wirkung von Röntgenstrahlen auf den Körper noch detailliert eingegangen. Für die Bestimmung des Quantenrauschens wäre folgendes Maß naheliegend:

$$\text{Quantendosis} = \frac{\text{Zahl der Quanten}}{\text{mm}^2}$$

Einheit :  $\frac{1}{\text{mm}^2}$ .

(2.61)

Dieses Maß ist in der Radiologie unüblich. Ein anderes Maß könnte sein, welche Strahlungsenergie auf eine Detektorfläche in der Belichtungszeit T auftrifft

$$\frac{\text{Strahlungsenergie}}{\text{mm}^2} = \frac{\text{Strahlungsleistung} \cdot \text{Belichtungszeit}}{\text{mm}^2}$$

$$= \frac{\text{Zahl der Quanten} \cdot \text{Energie der Quanten}}{\text{mm}^2}$$

Einheit :  $\frac{\text{J}}{\text{mm}^2}$ .

(2.62)

Dieses Maß wird in der Dosimetrie verwendet, ist aber ebenfalls in der Radiologie unüblich. Gebräuchlich ist ein messtechnisches Maß. Die veraltete Version lautet:

$$\text{Ionendosis} = \frac{\text{durch Ionisation in Luft erzeugte Ladungsmenge eines Vorzeichens}}{\text{Luft - Volumen in der Meßkammer bei } 760 \text{ Torr}}$$

$$\text{Einheit : } \frac{\text{elektrostatische Ladungseinheit}}{\text{cm}^3} = \text{Röntgen} = R$$
(2.63)

Die neuere und jetzt vorgeschriebene Version lautet:

$$\text{Ionendosis} = \frac{\text{durch Ionisation in Luft erzeugte Ladungsmenge eines Vorzeichens}}{\text{Masse der Luft in der Meßkammer}} \quad (2.64)$$

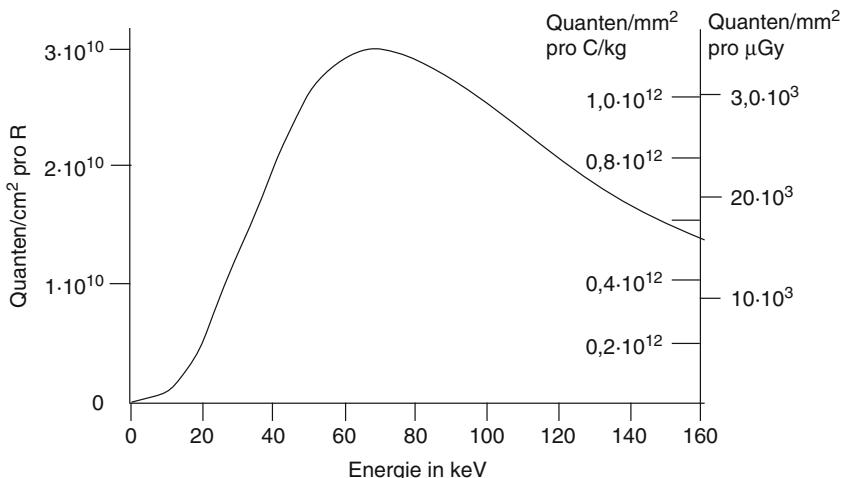
Einheit:  $\frac{C}{kg} = \frac{As}{kg}$ .

Die Umrechnung von Röntgen in As/kg erfolgt über die Umrechnung der Ladungseinheit und über die Dichte der Luft bei 760 Torr:

$$100 \text{ R} = 25,8 \text{ mAs/kg}$$

Praktisch kann man sich das Messverfahren so vorstellen: An die Stelle des Bildaufnahmesystems wird eine Messkammer mit Luft gestellt. Die zu messende Dosis wird eingestrahlt. Die gesamte in der Messkammer erzeugte Ladung wird bestimmt und durch die Masse der Luft in der Kammer ( $m_{Luft} = \rho_{Luft} \cdot \text{Messvolumen}$ ) geteilt. Die Messkammer ist dabei so klein zu wählen, dass die Strahlungsleistung sich beim Durchstrahlen der Kammer nur wenig ändert.

Die Umrechnung von der Ionendosis auf die Zahl der Quanten pro  $\text{mm}^2$  ist nicht einfach. Insbesondere ist der Umrechnungsfaktor abhängig von der Energie der Röntgenquanten. Es wurde aber eine Kalibrierkurve aufgenommen, aus der die Umrechnung leicht abgelesen werden kann (Abb. 2.52).



**Abb. 2.52** Umrechnungsfaktor für die Quantenzahl/ $\text{mm}^2$  in  $\mu\text{Gy}$  als Funktion der Quantenenergie [2]

Das letzte an dieser Stelle vorgestellte Maß für die Strahlendosis ist die Energiedosis:

$$\text{Energiedosis} = \frac{\text{durch Strahlung im Objekt deponierte Energie}}{\text{Masse des Objektes}} \quad (2.65)$$

Einheit:  $\frac{\text{J}}{\text{kg}} = \text{Gray} = \text{Gy}$ .

Die Energiedosiswerte, die sich bei einer Aufnahme mit einer bestimmten Ionendosis ergeben, hängen vom Material ab, in das die Röntgenquanten eindringen. Da das Weichteilgewebe des Körpers sich in dieser Hinsicht nur wenig von Wasser unterscheidet, ist die Energiedosis für Wasser auch ein Maß dafür, wieviel Energie pro Kilogramm im Körper des Menschen bei dieser Aufnahme deponiert wird. Messen könnte man die Energiedosis z. B. kalorimetrisch, indem die deponierte Energie als Erwärmung registriert wird. Hierbei ist wieder zu beachten, dass die Messkammer so dünn ist, dass sich die Strahlungsleistung beim Durchstrahlen nur wenig ändert. Die Messung erfordert eine umfangreiche Messtechnik und ist so nicht praktikabel. Für Wasser gibt es einen weitgehend energieunabhängigen Faktor zwischen der Ionendosis und der Energiedosis:

$$1 \text{ Gy} \Leftrightarrow 29,6 \text{ m As/kg (Wasser, 100 keV)}.$$

Daher wird in der Praxis meistens die Ionendosis gemessen und die Energiedosis daraus berechnet.

Mit der Kalibrierkurve in Abb. 2.52 ist man in der Lage, zu jeder vorgegebenen Energiedosis (in Gy) oder Ionendosis (in As/kg) die Zahl der Röntgenquanten pro  $\text{mm}^2$  anzugeben. Damit ist eine quantitative Aussage über das Quantenrauschen im Bild möglich.

Noch eine Bemerkung zum Verständnis: Die Kurve in Abb. 2.52 zeigt ein Maximum im Bereich 80 keV–100 keV. Hier braucht man besonders viele Röntgenquanten, um eine Energiedosis von  $1\mu\text{Gy}$  zu deponieren. Dies korrespondiert zu dem Minimum des Absorptionskoeffizienten in Wasser in Abb. 2.16 bei 80 keV–100 keV.

### 2.6.3 Quantenstatistik am Beispiel Röntgenbildverstärker

Betrachten wir ein Beispiel einer Röntgenaufnahme mit Hilfe eines Röntgenbildverstärkers mit folgenden willkürlichen Vorgaben:

mittlere Röntgenenergie:	80 keV
Dosisleistung:	$0,2 \mu\text{Gy/s}$
Pixelgröße:	$0,2 \text{ mm} * 0,2 \text{ mm}$
Belichtungszeit für ein Bild:	0,2 s

Aus Abb. 2.52 lesen wir bei 80 keV ab:  $3,4 \cdot 10^4 \frac{\text{Quanten}}{\text{mm}^2 \mu\text{Gy}}$ . Damit erhalten wir 272 Quanten pro Pixel pro Sekunde und 54 Quanten pro Pixel pro Bild. Die Poissonverteilung sagt damit eine statistische Schwankung der ankommenden Quanten mit einer Standardabweichung von  $\sigma = \sqrt{54} = 7,3$  voraus:

$$\text{Ankommende Quanten : } 54 \pm 7,3 = 54 \pm 13,5\%.$$

Dieses Quantenrauschen ist von der Natur vorgegeben und lässt sich (bei vorgegebener Dosis) durch keinen noch so guten Röntgenbildverstärker verbessern.

Machen wir nun folgende Annahmen über den Eingangsleuchtschirm des Röntgen-Bildverstärkers: Absorption im Eingangsfenster: 10 % und effektiver Absorptionsgrad (CsI bei 80 kV): 70 %. Damit liegt die Zahl der tatsächlich nachgewiesenen Quanten bei 34. Diese Zahl unterliegt ebenfalls der Poisson-Statistik:

$$\sigma = \sqrt{34} = 5,8$$

$$\text{Nachgewiesene Quanten : } 34 \pm 5,8 = 34 \pm 17,1\%.$$

Damit ist das Signal-Rausch-Verhältnis im Eingangsleuchtschirm etwas schlechter geworden.

Nehmen wir weiter an, bei der Umwandlung des Röntgenquants in sichtbares Licht entstehen 2600 Photonen pro Röntgenquant, dann ergeben sich im Mittel pro Bild pro Pixel:  $2600 \cdot 34 = 88400$  Photonen. Auch hier wird uns die Statistik einen Streich spielen und nicht immer 2600 Photonen erzeugen, sondern z. B.  $2600 \pm 100$ . Nach dem Fehlerfortpflanzungsgesetz

$$\begin{aligned} x_A &= \mu_A \pm \sigma_A & x_B &= \mu_B \pm \sigma_B \\ x_A \cdot x_B &= \mu_A \cdot \mu_B \pm \sqrt{\mu_A^2 \sigma_B^2 + \mu_B^2 \sigma_A^2} \end{aligned} \quad (2.66)$$

folgt für die Zahl der erzeugten Photonen

$$\begin{aligned} \text{Zahl der erzeugten Photonen} &= 88400 \pm \sqrt{227 \cdot 10^6 + 11 \cdot 10^6} \\ &= 88400 \pm 15400 = 88400 \pm 17,4\%. \end{aligned} \quad (2.67)$$

Die prozentuale Standardabweichung ändert sich hierbei nur geringfügig. Am schlimmsten wirkt sich offenbar die Zunahme des Rauschen „ganz vorne“ bei der Absorption der Röntgenquanten auf das Ergebnis aus. Der Quantennachweis stellt in der Regel den entscheidenden „Engpass“ in der Nachweiskette für Röntgenbilder dar.

## 2.6.4 „Detective Quantum Efficiency“ – DQE

In diesem Abschnitt sollen die Rauscheigenschaften eines bildgebenden Systems charakterisiert werden. Das letzte Kapitel zeigt, dass eine einfache Messung des Rauschens am Ausgang nicht das bildgebende System charakterisiert: Das Quantenrauschen ist vorgegeben und ein noch so gutes System kann nichts daran ändern. Das geeignete Maß für die Qualität eines bildgebenden Systems ist daher die Angabe, um welchen Faktor das System das Rauschen verschlechtert.

Daher definiert man die

$$\text{Detective Quantum Efficiency} = \text{DQE} = \frac{(\text{Signal}/\text{Rausch})^2 \text{ am Ausgang}}{(\text{Signal}/\text{Rausch})^2 \text{ am Eingang}} \quad (2.68)$$

Die beste DQE, die ein System erreichen kann, ist 1. Dann fügt das System kein Rauschen hinzu (vergl. die beste MTF ist ebenfalls 1).

Die DQE einer Abbildungskette lässt sich aus den DQEs der einzelnen Komponenten bestimmen

$$\text{DQE}_{\text{Kette}} = \text{DQE}_{\text{Komp.1}} \cdot \text{DQE}_{\text{Komp.2}} \cdot \dots \cdot \text{DQE}_{\text{Komp.N}} \quad (2.69)$$

Dies gilt – wie bei der MTF – ganz offensichtlich, denn der Ausgang von Komponente 1 ist der Eingang von Komponente 2 usw., so dass sich die entsprechenden Terme in dem Produkt herauskürzen lassen. Die oben genannte Definition der DQE lässt sich auf jede Komponente einer Abbildungskette anwenden, ganz egal woher das Zusatzauschen kommt. Der Name „Detective Quantum Efficiency“ leitet sich aus der Anwendung auf das Quantenrauschen ab.

Wenn das Rauschen von Poissonverteilten Größen stammt, gilt nämlich:

$$\text{DQE}_{\text{Poisson}} = \frac{\sigma_{\text{Ausgang}}^2}{\sigma_{\text{Eingang}}^2} = \frac{\bar{n}_{\text{Ausgang}}}{\bar{n}_{\text{Eingang}}} \quad (2.70)$$

mit:  $\bar{n}_{\text{Ausgang}}$  = mittlere Quantenzahl am Ausgang,

$\bar{n}_{\text{Eingang}}$  = mittlere Quantenzahl am Eingang.

Im Beispiel des letzten Kapitels gilt für den Eingangsschirm:

$$\text{DQE}_{\text{Schirm}} = \frac{34}{54} = 0,63. \quad (2.71)$$

Hier ist die DQE offenbar die Zahl der tatsächlich nachgewiesenen Quanten bezogen auf die Zahl der eintreffenden Quanten – daher der Name „Detective Quantum

Efficiency“. Der Quantennachweis ist meistens der Engpass in der Abbildungskette. Der zweite Teil – die Umwandlung der Röntgenquanten in sichtbares Licht – verschlechtert im Beispiel des letzten Kapitels das Rauschen des System nur unwesentlich

$$DQE_{Konversion} = \frac{(88400/15400)^2}{(34/5,8)^2} = 0,96 \quad (2.72)$$

Ein weiterer Begriff leitet sich aus dem Spezialfall des Quantenrauschen ab

$$\text{Noise Equivalent Quanta} = NEQ = DQE \cdot \bar{n}_{Eingang} \quad (2.73)$$

Ist das Rauschen reines Quantenrauschen, so gilt

$$NEQ = DQE \cdot \bar{n}_{Eingang} = \bar{n}_{Ausgang} \quad (2.74)$$

Damit ist die NEQ eine vom System und von der Dosis bei der Aufnahme abhängige Größe, die die Zahl der tatsächlich nachgewiesenen Quanten angibt.

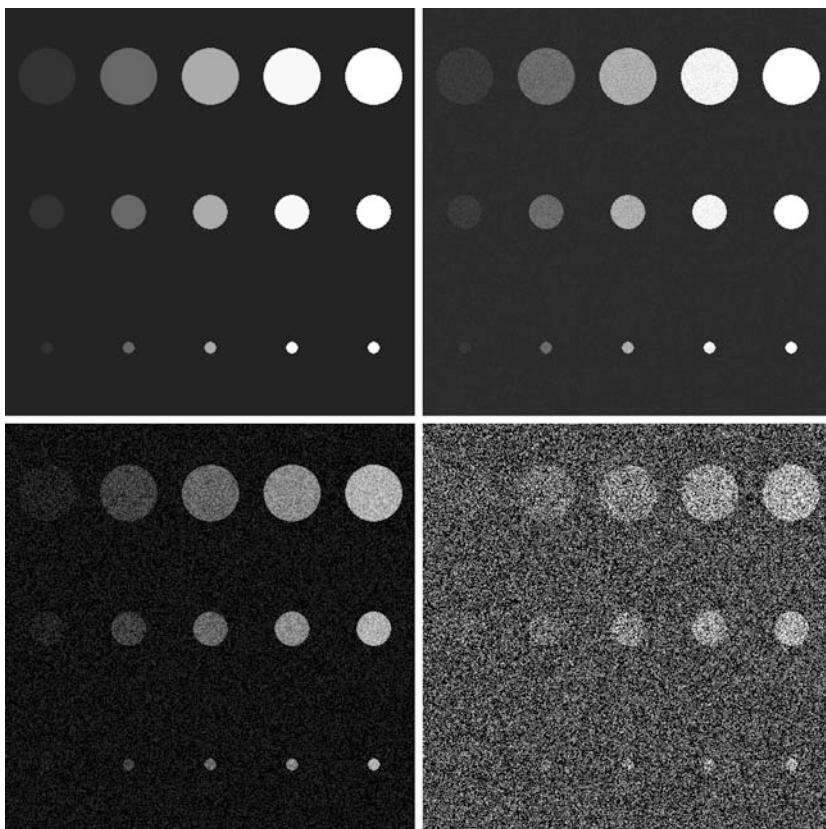
Im Fall einer beliebigen Rauschquelle in der Abbildungskette kann man immer noch die Definition:  $NEQ = DQE \cdot \bar{n}_{Eingang}$  anwenden. Man interpretiert damit das gesamte Systemrauschen als Quantenrauschen und beschreibt dieses Rauschen durch die Angabe der „effektiv“ nachgewiesenen Quanten.

## 2.6.5 Optimierung von DQE und MTF

Die DQE und die MTF sind beide wichtige Größen zur Beschreibung eines bildgebenden Systems in der Medizin. Leider widersprechen sich oft die Forderung nach einer guten DQE *und* einer guten MTF. Wird z. B. bei einem Röntgenbildverstärker die Dicke des Leuchtstoffes immer weiter vergrößert, so werden mehr Röntgenquanten absorbiert und die DQE steigt. Gleichzeitig wird aber der Lichtfleck auf der Photokathode immer größer, d. h. die MTF wird schlechter (d. h. sie schneidet schon bei kleineren Raumfrequenzen ab).

Das Gleiche gilt für Verstärkerfolien (Abschn. 2.4.2): Hier wurden die feinzeichnenden und die hochverstärkenden Folien beschrieben. Gleichzeitig feinzeichnend und hochverstärkend wäre gut – solche Verstärkerfolien müssen aber noch erfunden werden.

Bemerkenswert ist auch, dass in stark verrauschten Bildern besonders kleine Objekte nicht mehr erkennbar sind (Abb. 2.53). Offenbar „integriert“ das Auge über größere Flächen, wenn dadurch ein „vermutetes“ Objekt sichtbar wird und verbessert so in der Wahrnehmung das Signal-Rausch-Verhältnis. Bei kleinen Objekten entfällt diese Möglichkeit und sie sind aus dem Bild „verschwunden“.



**Abb. 2.53** Testbilder mit Rauschen

---

## 2.7 Anwendungen der Projektions-Röntgentechnik

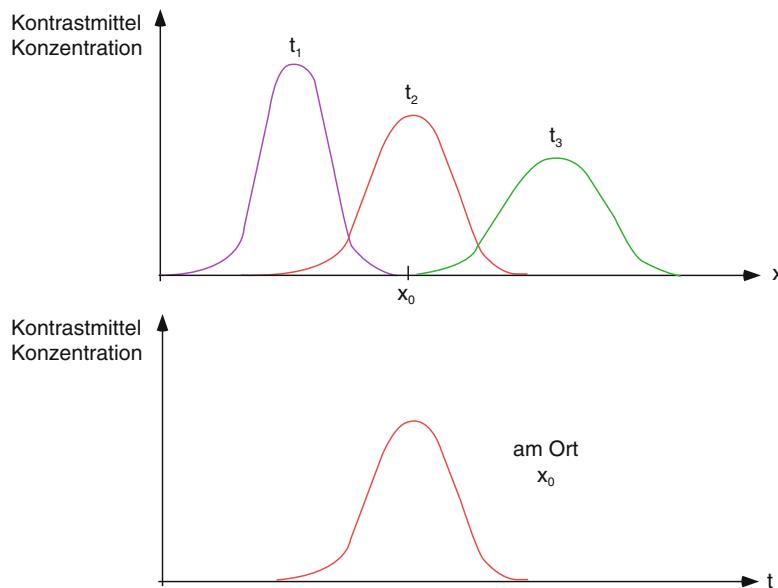
### 2.7.1 Kontrastmittel

Auf Röntgenbildern können nur Objekte erkannt werden, die sich von ihrer Umgebung im Röntgenschwächungskoeffizienten unterscheiden. Knochen unterscheiden sich deutlich von Weichteilgewebe und sind damit im Röntgenbild deutlich zu erkennen. Verschiedene Weichteilgewebe unterscheiden sich aber fast gar nicht. Um sie trotzdem sichtbar zu machen werden Kontrastmittel eingesetzt. Tabelle 2.5 zeigt die gebräuchlichsten Kontrastmittel (KM).

Jodhaltige Kontrastmittel für die Gefäßdarstellung müssen sorgfältig entsprechend der diagnostischen Fragestellung ausgesucht werden. Auch ist zu beachten, dass das Kontrastmittel dem Patienten keinen Schaden zufügt. In wenigen Fällen kann durch das

**Tab. 2.5** Die gebräuchlichsten Kontrastmittel (KM)

Röntgennegative KM	z. B. für Gelenke	Luft, CO <sub>2</sub> , N <sub>2</sub> O
Röntgenpositive KM	z. B. für Gefäße	Trijodbenzoësäure o. ä.
	z. B. für Magen-Darm-Bilder	BaSO <sub>4</sub>

**Abb. 2.54** Bolus in Blutgefäßen. Oben: der Bolus bewegt sich mit der Zeit auf der x-Achse weiter und verbreitert sich dabei. Unten: eine Messsonde, die sich an einem festen Ort befindet, wird eine Zunahme gefolgt von einer Abnahme der Konzentration des Kontrastmittels feststellen

Kontrastmittel ein Zusammenbruch des Kreislaufs ausgelöst werden. Das Kontrastmittel muss nach der Untersuchung den Körper des Patienten auf natürlichem Wege wieder verlassen. Für die Gefäßdarstellung unterscheidet man nierengängige (nephrotope) und lebergängige (hepatope) Kontrastmittel.

Oft wird das Kontrastmittel als eine wohldefinierte „Säule“ in die Blutbahn injiziert. Solch eine mit Kontrastmittel angereicherte Säule nennt man „Bolus“. Ein Bolus breitet sich mit dem Blutfluss im Körper aus (Abb. 2.54). Durch Diffusionseffekte und Turbulenzen wird sich der Bolus langsam verbreitern. Die Beobachtung eines Bolus zu verschiedenen Zeiten ermöglicht über die Darstellung von Lage und Form der Blutgefäße hinaus die Beobachtung der zeitlichen Dynamik, mit der das Blut durch den Körper oder ein Organ fließt.

## 2.7.2 Digitale Subtraktionsangiographie DSA

Werden mit einem Kontrastmittel die Blutgefäße dargestellt, so sind in dem Bild andere Objekte, die sich vor oder hinter dem Blutgefäß befinden, überlagert. Das Bild einer Blutbahn vor einem Knochen zeigt eine „Knick“ in den Grauwerten. Solche Stufen können bei der Interpretation der Bilder zu Schwierigkeiten führen.

Bei der digitalen Subtraktionsangiographie werden von dem untersuchten Körperbereich zwei digitale Röntgenaufnahmen gemacht: eine ohne und eine mit Kontrastmittel. Werden beide Bilder „geschickt“ subtrahiert, erscheint ein Bild, welches nur noch die Blutgefäße enthält. Was bedeutet aber „geschickt“ subtrahiert?

Betrachten wir die Röntgenintensität in einem Bildpunkt hinter dem Patienten ohne Kontrastmittel, so gilt:

$$J_M = J_0 \cdot e^{-\mu \cdot D} \quad (2.75)$$

mit:  $J_M$  = Intensität hinter dem Patienten ohne Kontrastmittel (M steht für „Maske“),

$J_0$  = Intensität vor dem Patienten,

$\mu$  = mittlerer Röntgenschwächungskoeffizient,

$D$  = Dicke des Patienten.

Die Intensität hinter dem Patienten nach der Injektion des Kontrastmittels ergibt sich dann zu

$$J_F = J_0 \cdot e^{-[\mu(D-G)+\mu_J \cdot G]} \quad (2.76)$$

mit:  $J_F$  = Intensität hinter dem Patienten mit KM (F steht für Füllung),

$G$  = Dicke des Gefäßes,

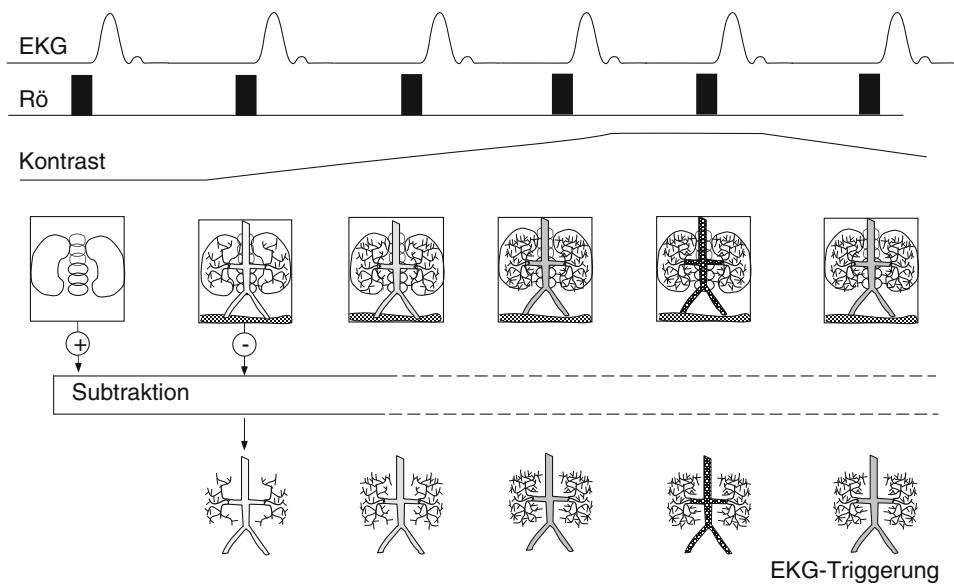
$\mu_J$  = Röntgenschwächungskoeffizient des Kontrastmittels (J steht für Jod).

Bestimmen wir nun aus den beiden Bildern Pixel für Pixel den Wert ( $\ln J_F - \ln J_M$ ), so ergibt sich

$$\begin{aligned} \ln J_F - \ln J_M &= \ln J_0 - \mu(D-G) - \mu_J G - \ln J_0 + \mu \cdot D \\ &= G(\mu - \mu_J) \approx -G \cdot \mu_J \end{aligned} \quad (2.77)$$

(wenn  $\mu_J \gg \mu$ ).

Damit hängt der Grauwert des so berechneten Bildes nur noch von der Dicke des Gefäßes ab. Nur die Subtraktion der logarithmierten Bilder ergibt ein reines „Gefäßbild“. Die einfache Subtraktion der Grauwerte würde zwar den Hintergrund verschwinden lassen, aber die Gefäße würden beispielsweise vor Knochen immer noch Grauwert-Kanten aufweisen.



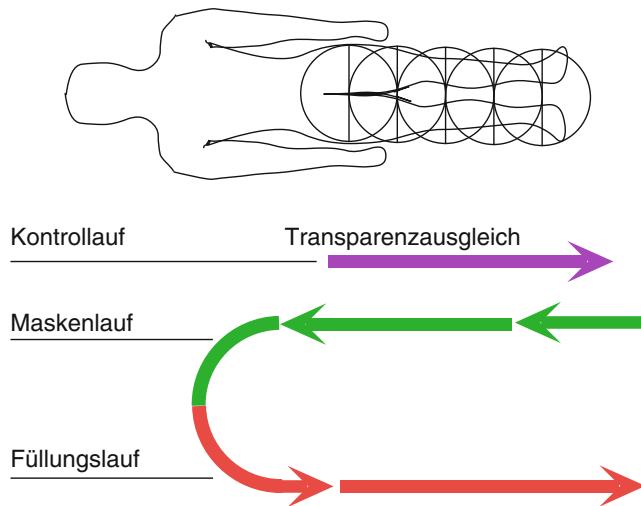
**Abb. 2.55** Digitale Subtraktionsangiographie mit EKG-Triggerung am Beispiel der Nierengefäße [3]

Eine interessante Variante der DSA ist die Aufnahme von einer Bildserie mit EKG-Triggerung. Hierbei werden die Röntgenaufnahmen immer in der gleichen Phasenlage zum Herzschlag (z. B. im enddiastolischen Zustand) aufgenommen. Abbildung 2.55 zeigt, wie so die zeitliche Dynamik des Kontrastmitteldurchgangs durch die Nieren beobachtet werden kann.

Eine weitere Variante der DSA ist unter dem Schlagwort „bolus chase“ bekannt. Zur Untersuchung der Blutgefäße in den Extremitäten (z. B. den Beinen) wird ein Röntgenbildverstärker über die Beine hinweg gefahren (Abb. 2.56). Die Serie von Bildern, die vor Injektion des Kontrastmittels aufgenommen wird, dient als Maske. Dann wird das Kontrastmittel elektronisch gesteuert injiziert, und die Wanderung des Bolus durch die Beinarterien verfolgt. Die Subtraktion der logarithmierten Signale und die Zusammensetzung der Einzelbilder zu einem Gesamtbild ergibt eine vollständige Darstellung der Beinarterien.

### 2.7.3 Der C-Bogen

Eine besonders in der interventionellen Radiographie vorteilhafte Anordnung von Röhre und Bilddetektor ist der so genannte C-Bogen. Hierbei ist die Röntgenröhre an einem Ende eines C-förmigen Armes angebracht und der Röntgendetektor am anderen Ende.



**Abb. 2.56** Angiographie der Extremitäten mit „bolus chase“ [4]

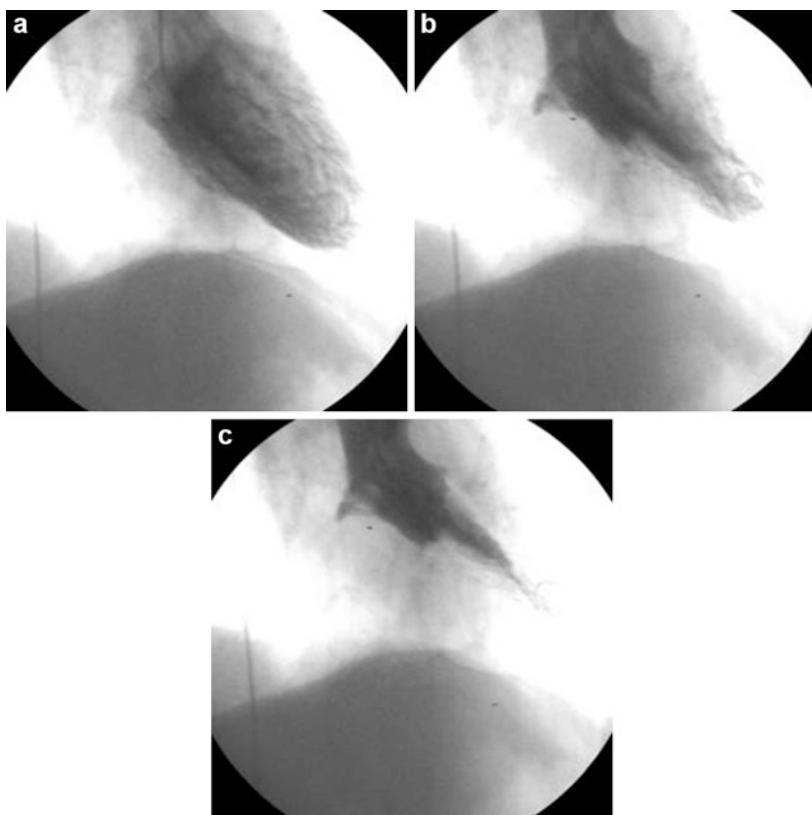
Dieses C lässt sich um zwei Achsen drehen, so dass man zum einen von der rechten Seite des Patienten über die Mitte zur linken Seite drehen kann und auch von einem Blickwinkel von der Kopfseite zu einem Blickwinkel von der Fußseite schwenken kann.

Bei sogenannten biplanen Röntgensystemen sind zwei C-Bögen ineinander geschachtelt. Damit können zwei Blickwinkel gleichzeitig eingerichtet werden.

Die Anwendungen liegen besonders im Bereich der Angiographie, wobei die Herzkranzgefäße und die Gefäße des Gehirns im Vordergrund stehen.

## 2.7.4 Ventrikulographie

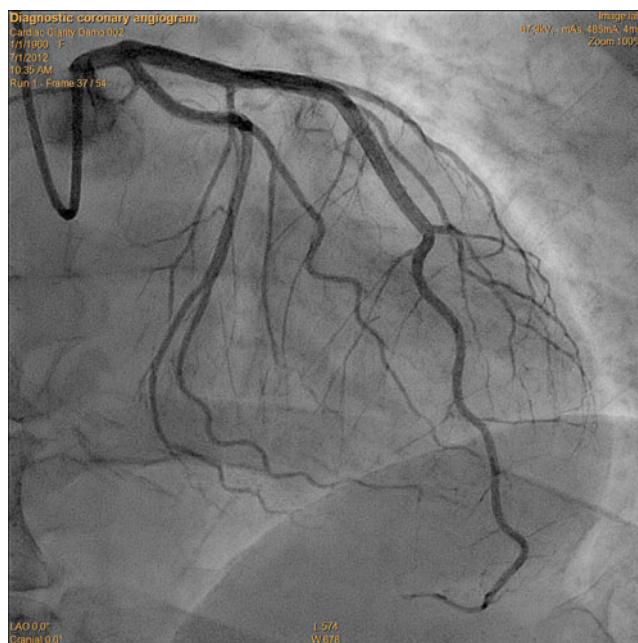
Bei der Ventrikulographie wird die Bewegung des Herzmuskels quantitativ analysiert. Es wird Kontrastmittel in eine Vene injiziert. Das angereicherte Blut wird zum rechten Ventrikel und danach über die Lunge zum linken Ventrikel transportiert. Wenn die Kontrastmittelkonzentration im linken Ventrikel maximal ist, werden zwei Röntgenaufnahmen gespeichert: eine in der diastolischen Phase und eine in der systolischen Phase. Durch die Füllung des Ventrikels mit Kontrastmittel lässt sich die Bewegung vom Inneren der Herzwand (Endokard) verfolgen (Abb. 2.57). Durch Vergleich mit Daten von durchschnittlichen gesunden Menschen kann ermittelt werden, welcher Teil des Herzmuskels z. B. in Folge eines Infarktes nicht ausreichend am Pumpvorgang teilnimmt.



**Abb. 2.57** Ventrikulographie: a diastolische Phase, b Übergangsphase, c systolische Phase

### 2.7.5 Koronarangiographie

Hierbei soll untersucht werden, ob die Herzkrankgefäß (Koronararterien), die den Herzmuskel mit Blut versorgen, verengte Stellen (Stenosen) aufweisen. Dabei ist es nötig, das Kontrastmittel direkt in die Coronararterien zu injizieren (Abb. 2.58). Hierzu wird in eine Körperarterie (vorzugsweise die Beinarterie in der Leistengegend) ein Katheter eingeführt und bis zum Übergang Aorta/linkes Ventrikel vorgeschoben. Unter ständiger Kontrolle mit einem Röntgensystem wird die Spitze des Katheters in eine Coronararterie geführt und EKG-getriggert das Kontrastmittel injiziert. Mit hoher Bildfolgerate (50–100 Bilder pro Sekunde) wird möglichst aus zwei Projektionen gleichzeitig aufgezeichnet, wie das Kontrastmittel in den Arterienbaum einschießt. Verengte Stellen können in der späteren Befundung mit einem „Cursor“ markiert und mit Unterstützung des Computers quantitativ vermessen werden. Der freie Durchmesser des Gefäßes (Lumen) ist die für die Diagnostik entscheidende Größe.



**Abb. 2.58** Koronarangiographie. Einschießen des Kontrastmittels in die Herzkranzgefäße.  
(Quelle: Philips Healthcare)

## 2.7.6 Interventionelle Röntgenbildgebung

Hervorzuheben ist die sog. interventionelle Radiographie, bei der unter Einsatz eines Röntgensystems ein therapeutischer Eingriff überwacht oder verfolgt wird. Ein wichtiges Beispiel ist die PTCA (Perkutane Transluminale Coronare Angioplastie), bei der ein verengtes Herzkranzgefäß mit Hilfe eines kleinen Ballons wieder aufgeweitet wird. Oft wird im Nachgang eine Gefäßstütze („Stent“) gesetzt, die das Gefäß nachhaltig offen halten soll.

## 2.7.7 Übersicht über verschiedene Anwendungen der Röntgentechnik

Die Tab. 2.6 zeigt stichwortartig einige Organe und die zugehörige Bezeichnung der Röntgendiagnostik für die Untersuchung dieser Organe. Die Liste ist nicht vollständig – die möglichen Anwendungen und medizinischen Bezeichnungen sind so vielfältig, dass sie ganze Bücher füllen können (Abb. 2.59 und 2.60).

**Tab. 2.6** Anwendungen der Röntgentechnik in der Medizin (Projektions-Röntgen)

Knochen und Gelenke	Fraktur, Unfallchirurgie, Osteoporose (Verminderung des Knochengewebes), Bandscheibenvorfall, Endoprothetik („künstliche Hüfte“) Knochentumor <i>Arthographie</i> (Darstellung der Gelenkhöhlen)
Blutgefäße und Herz	<i>Angiographie</i> (Darstellung der Blutgefäße, Verdacht auf Stenosen, Embolie/Thrombose oder Aneurysmen), – <i>Koronarangiographie</i> (Herzkranzgefäße, Herzinfarkt), – <i>Angiographie</i> der Extremitäten (Arme, Beine), – <i>zerebrale Angiographie</i> (Gehirn, Apoplex/Schlaganfall), – <i>renale Angiographie</i> (Nieren), – <i>thorakale Angiographie</i> (Aortenklappen, Aortenbogen), – <i>abdominale Angiographie</i> (abdominale Aorta, Beckenarterie), <i>Phlebographie</i> (Venendarstellung, Verdacht auf Embolien), <i>Ventrikulographie</i> (Darstellung der Herzventrikel), <i>PTCA</i> (perkutane transluminale coronare Angioplastie).
Magen, Darm, Blinddarm	<i>Gastro-Intestinaltrakt</i> , Appendizitis (Blinddarmentzündung), Passagesstörungen, Volvulus (Darmverschlingung), Illeus (Darmverschluß).
Gehirn	<i>zerebrale Angiographie</i> , kraniale Gefäße, Karotis (Halsschlagader).
Niere und Blase	<i>renale Angiographie</i> (Darstellung der Nierengefäße), Lithotripsie (Nierensteinzertrümmerung).
Brust	<i>Mammographie</i> (Darstellung der weiblichen Brust, Vorsorge bzw. Verdacht auf Brustkrebs).
Lunge	<i>Thoraxaufnahme</i> , Lungenembolie, Pneumonie (Lungenentzündung), Tuberkulose.

## 2.8 MV-Imaging

### 2.8.1 Problematik beim Nachweis von MeV-Quanten

In der Strahlentherapie werden Krebserkrankungen behandelt, indem der Tumorbereich ionisierender Strahlung ausgesetzt wird. Für einen optimalen Therapie-Erfolg können folgende Regeln angegeben werden:



**Abb. 2.59** Projektionsröntgen (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 2.60** C-Bogen mit flachem digitalem Röntgendetektor (Quelle: Philips Healthcare)

- Röntgenstrahlung im Bereich 10 MeV bis 20 MeV (extrem harte Strahlung, Gamma-Strahlung) ist besonders gut geeignet.
- Das betroffene Gebiet (ev. erweitert um eine kleine Sicherheitszone) sollte so genau wie möglich getroffen werden. Gesundes Gewebe sollte so wenig wie möglich belastet werden.
- Die erforderliche Strahlendosis sollte in vielen Paketen (10 bis 20) von ca. 1 Minute an aufeinander folgenden Tagen appliziert werden.

Diese Regeln führen dazu, dass man gerne zu Beginn jeder Bestrahlung ein Bild aufnehmen möchte, um die exakte Einstellung von Kollimator und Patientenlage zu überprüfen. Diese Bilder werden „Portal Images“ genannt. Da die verwendete Strahlung im MeV-Bereich liegt spricht man auch von „MV-Imaging“. Soll die Bildaufnahme noch dazu führen, dass die begonnene Bestrahlung bei einer fehlerhaften Einstellung sofort abgebrochen werden kann, so ist es notwendig, dass Bild und Bildauswertung in wenigen Sekunden vorliegen. Filme, die erst entwickelt werden müssen, sind also für diese Aufgabe ungeeignet. Ein digitales Aufnahmesystem für diesen Zweck wird auch „Electronic Portal Imaging Device“ (EPID) genannt.

Die Aufnahme von Bildern im MeV-Bereich ist besonders schwierig:

- Die Wechselwirkung der Gamma-Quanten mit einem Aufnahmesystem ist klein. Die meisten Quanten gehen hindurch. So wird nur eine kleine DQE erreicht und die Bilder werden ein hohes Quantenrauschen zeigen.
- Die Kontraste im Bild sind sehr klein, da sich die Schwächungskoeffizienten von verschiedenen Gewebeklassen des Körpers in diesem hohen Energienbereich nur wenig unterscheiden.

Ein typisches EPID geht ähnlich wie der Röntgenbildverstärker vor: Die ionisierende Strahlung wird zunächst in sichtbares Licht umgewandelt und dieses sichtbare Licht wird dann mit einer Kamera aufgenommen.

### 2.8.2 Umwandlung der Gamma-Quanten in Licht

Ziel dieser Stufe in der Abbildungskette ist es, möglichst viele Gamma-Quanten nachzuweisen, und jedes nachgewiesene Quant in möglichst viele sichtbare Photonen umzuwandeln (DQE). Dabei sollte die räumliche Auflösung (MTF) nicht zu stark verschlechtert werden.

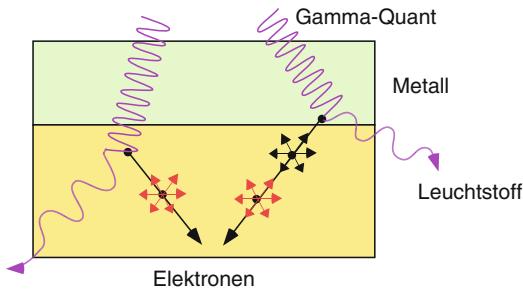
Es hat sich herausgestellt, dass Kombinationen aus Metallplatten und Leuchtschirmen hierfür besonders gut geeignet sind (Abb. 2.61).

Im Metall entstehen durch Compton-Streuung schnelle Elektronen, die dann im Leuchtstoff zu sichtbaren Photonen führen (Tab. 2.7).

**Tab. 2.7** Typische Materialien und Schichtdicken für das MeV-Imaging

	Metall	Leuchtstoff
Material	Stahl, Cu oder W	Gd <sub>2</sub> O <sub>2</sub> S oder CsI
Dicke	1 mm–2 mm	0,5 mm–0,8 mm

**Abb. 2.61** Nachweis von Gamma-Quanten mit einer Kombination aus Metallplatte und Leuchtstoff



**Abb. 2.62** DQE eines Detektors mit 1 mm Gd<sub>2</sub>O<sub>2</sub>S-Leuchtschicht und einer Kupferplatte mit variabler Dicke (Gamma-Energie: 6 MeV) [5]

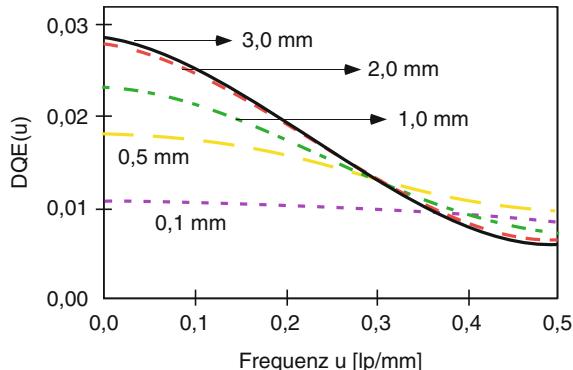
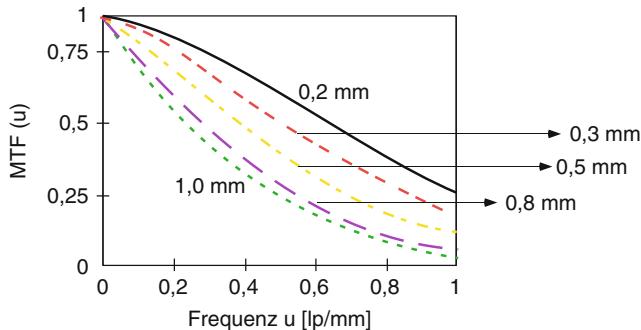


Abbildung 2.62 zeigt, wie mit zunehmender Dicke der Kupferplatte die DQE von 1 % auf 3 % gesteigert werden kann. Da Wolfram eine höhere Ordnungszahl hat, kann die gleiche DQE schon mit dünneren Wolfram-Schichten erreicht werden.

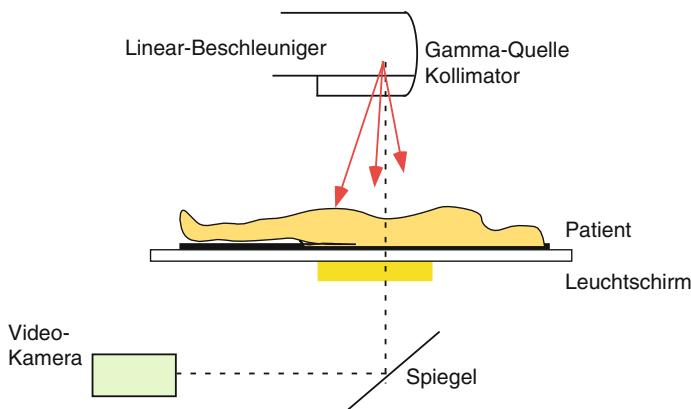
Die Dicke der Metallschicht führt im Bereich 0,1 mm bis 2 mm nur zu einer unwesentlichen Verschlechterung der MTF, da die Elektronen überwiegend in Vorwärtsrichtung gestreut werden.

Abbildung 2.63 zeigt beispielhaft, wie die MTF mit zunehmender Leuchtstoffdicke immer schlechter wird. Da bei 0,5 lp/mm noch eine gute MTF (z. B. 50 %) gefordert wird, sollte die Leuchtstoffdicke bei ca. 0,5 mm–0,8 mm liegen.

Die Abbildungen sind das Ergebnis von Monte-Carlo-Simulation (vergl. Abschn. 2.2.3), die durch einzelne Messungen validiert wurden.



**Abb. 2.63** MTF eines Detektors mit 1 mm Wolfram und einer  $\text{Gd}_2\text{O}_2\text{S}$ -Leuchtschicht variabler Dicke. Gamma-Energie: 6 MeV [5]



**Abb. 2.64** Schematischer Aufbau eines MV-Imaging-Systems

### 2.8.3 Umwandlung der Leuchtschirm-Bilder in ein Videosignal

Üblicherweise wird der Leuchtschirm mit einem Spiegel auf eine Videokamera abgebildet (Abb. 2.64).

Wegen der starken Verkleinerung bei der Abbildung des Leuchtschirms auf den kleinen CCD-Chip in der Kamera geht ein großer Teil der sichtbaren Photonen verloren. Der Prozentsatz der nachgewiesenen Photonen ist so klein, dass sogar die DQE bei diesem Schritt weiter verschlechtert wird. Daher arbeitet man hier auch an großen flachen Bilddetektoren, die bis zu 50 % der erzeugten Photonen nachweisen können (vergl. Abschn. 2.4.6).

## Literatur

1. Diethelm L.: Handbuch der medizinischen Radiologie, in: Physikalische Grundlagen und Technik Teil 1. H. Vieten, Ed., Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1968.
2. Hutten H.: Biomedizinische Technik Band 1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1992.
3. Laubenberger T. und Laubenberger J.: Technik der medizinischen Radiologie. Köln: Deutscher Ärzte-Verlag, 1999.
4. Morneburg H.: Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik. Erlangen: Publicis 1995.
5. Kausch C.: Philips Forschungslabotorien, Hamburg, 1999.
6. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis, 2005.
7. Aach T. und Dössel O.: Bildgebung durch Projektionsröntgen. in: Dössel, O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.

In diesem Kapitel werden Methoden zur mathematischen Analyse von bildgebenden Systemen vorgestellt, die auf alle bildgebenden Systeme angewendet werden können. Diese Methoden sind auch für das Verständnis der Bildverarbeitung (Kap. 4) wichtig. Wegen ihrer allgemeinen Gültigkeit wirken sie zunächst sehr abstrakt. Die Bedeutung wird oft erst am konkreten Beispiel sichtbar. Gerade die allgemeine Gültigkeit macht sie aber auch zu einem faszinierenden Werkzeug der bildgebenden Verfahren mit dem viele Probleme elegant gelöst werden können.

---

## 3.1 1D-Fouriertransformation

Die Fouriertransformation von zeitabhängigen Signalen ist in der Physik und Elektrotechnik bekannt

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) \exp(-j \cdot \omega t) dt. \quad (3.1)$$

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega) \exp(+j \cdot \omega t) d\omega. \quad (3.2)$$

Dabei ist  $f(t)$  eine Funktion der Zeit,  $F(\omega)$  ihre Fouriertransformierte,  $j$  die imaginäre Einheit und  $\omega$  die Kreisfrequenz.

Die Fouriertransformation ist ein wichtiges Werkzeug zum Verständnis der Übertragungseigenschaften von Systemen. Aus dem gleichen Grund verwendet man in der

Systemtheorie abbildender Systeme die Fouriertransformation von Bildern. Zur Einführung betrachten wir zuerst den eindimensionalen Fall, d.h. der Grauwert eines Bildes ändert sich nur in x-Richtung. Wir definieren dann die 1D-Fouriertransformierte zu

$$F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-j \cdot 2\pi \cdot ux) dx. \quad (3.3)$$

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot ux) du. \quad (3.4)$$

Es geht bei Bildern also um Funktionen des Ortes  $f(x)$ . Im Vergleich zur Fouriertransformierten von zeitabhängigen Signalen wird oft mit der räumlichen Frequenz  $u$  und nicht mit einer „räumlichen Winkelgeschwindigkeit“ gearbeitet. (Erst im Kap. 11 bei der Magnetresonanz-Tomographie werden wir die räumliche Winkelgeschwindigkeit  $k = 2\pi \cdot u$  einführen.) Die Fouriertransformation ist hier eine Abbildung vom Ortsraum  $x$  in den Raum der räumlichen Frequenzen  $u$ .

$$f(x) \Leftrightarrow F(u) \quad (3.5)$$

Im allgemeinen ist  $F(u)$  komplex.

$$F(u) = |F(u)| \cdot \exp(j \cdot \phi(u)) \quad (3.6)$$

mit:  $|F(u)|$  = Amplitudenspektrum,

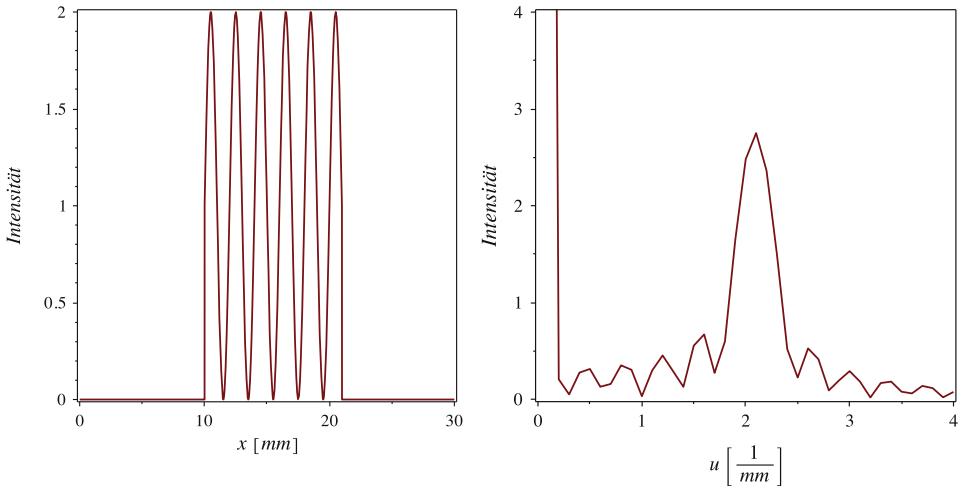
$\phi(u)$  = Phase.

Liegt im Ortsraum ein Sinus-Signal mit der Wellenlänge  $\lambda$  vor, so enthält das Amplitudenspektrum ein Maximum bei  $u = 1/\lambda$  (Abb. 3.1).

Als Beispiel soll die 1D-Fouriertransformierte eines rechteckigen schwarzen Streifens auf weißem Hintergrund berechnet werden (Abb. 3.2).

Es gilt

$$\begin{aligned} F(u) &= \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) \exp(-j \cdot 2\pi \cdot ux) dx = \int_0^{x_o} A \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot ux) dx \\ &= -\frac{A}{j \cdot 2\pi \cdot u} [\exp(-j \cdot 2\pi \cdot u \cdot x)]_0^{x_o} = -\frac{A}{j \cdot 2\pi \cdot u} [\exp(-j \cdot 2\pi \cdot u \cdot x_0) - 1] \quad (3.7) \\ &= \frac{A}{j \cdot 2\pi \cdot u} [\exp(j \cdot \pi \cdot u \cdot x_0) - \exp(-j \cdot \pi \cdot u \cdot x_0)] \cdot \exp(-j \cdot \pi \cdot u \cdot x_0) \\ &= \frac{A}{\pi \cdot u} \cdot \sin(\pi \cdot u \cdot x_0) \cdot \exp(-j \cdot \pi \cdot u \cdot x_0). \end{aligned}$$



**Abb. 3.1** kurzer Abschnitt eines Sinus-Signals im Ortsraum (links) und Amplitudenspektrum (rechts)

Damit ergibt sich für das Amplitudenspektrum eine „ $\sin(u)/u$ “-Funktion (Abb. 3.3).

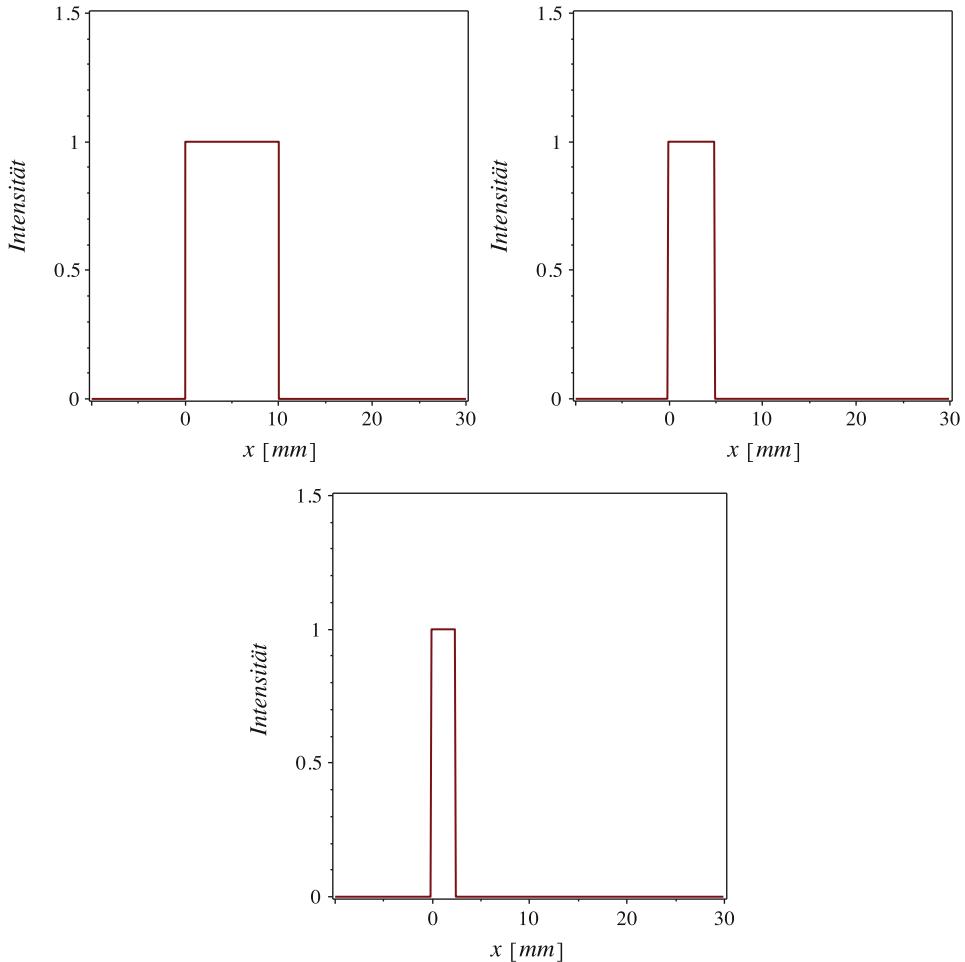
$$|F(u)| = \frac{A}{\pi \cdot u} \cdot |\sin(\pi \cdot u \cdot x_o)| \cdot |\exp(-j \cdot \pi \cdot u \cdot x_o)| = A \cdot x_o \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot u \cdot x_o)}{\pi \cdot u \cdot x_o} \right|. \quad (3.8)$$

Eine Verschiebung von  $f(x)$  im Ortsraum ändert am Amplitudenspektrum nichts. Nur die Phase von  $F(u)$  verschiebt sich. In der digitalen Bildverarbeitung liegen Bilder nicht als analoge Grauwerte über einer analogen x-Achse vor sondern als Matrix digitaler Grauwerte. Ein digitaler Bildpunkt wird „Pixel“ genannt. Im eindimensionalen Fall sind „Bilder“ damit „Zahlenreihen“ von Grauwerten. Ist der Abstand zwischen zwei Pixeln  $\Delta x$  bekannt (und wurde das Abtasttheorem nicht verletzt, s. Abschn. 3.9), so können Bild und Zahlenreihe  $\tilde{f}(x_i)$  ineinander umgerechnet werden

$$\text{gegebenes Bild : } \left\{ \tilde{f}(x_o), \tilde{f}(x_o + \Delta x), \dots, \tilde{f}(x_o + (N-1) \cdot \Delta x) \right\}, \quad (3.9)$$

$$\text{digitales Bild : } \{f(0), f(1), \dots, f(N-1)\} = f(x); \quad x = 0 \dots N-1 \quad (3.10)$$

Im Folgenden wird mit  $f(x)$  immer die Zahlenreihe der Grauwerte bezeichnet, wobei  $x$  der Index des Pixels ist, der von 0 bis  $N-1$  läuft. Die digitale 1D-Fouriertransformierte  $F(u)$  und ihre Rücktransformierte  $f(x)$  lauten damit

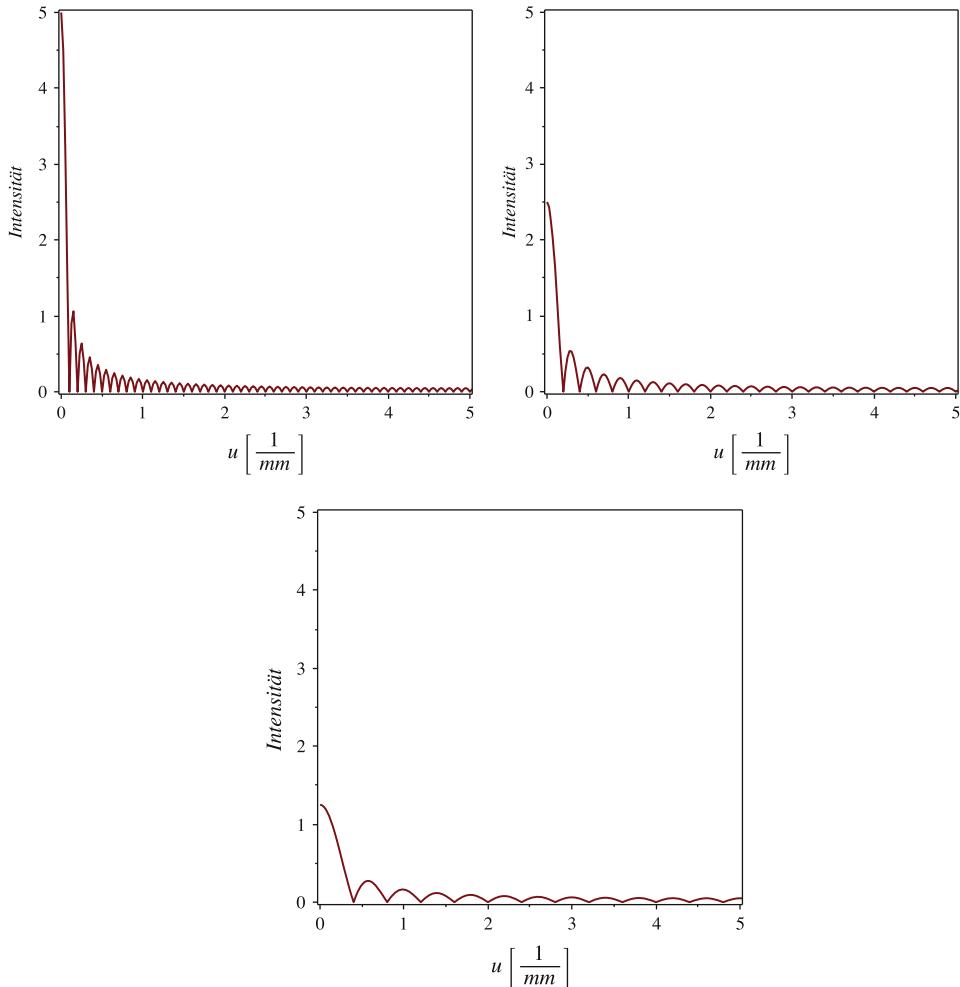


**Abb. 3.2** Rechteck-Signal im Ortsraum ( $A=1$ ,  $x_0=10 \text{ mm}$ .. $5 \text{ mm}$ .. $2,5 \text{ mm}$ )

$$F(u) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{x=0}^{N-1} f(x) \cdot \exp(-j \cdot 2\pi \cdot ux/N), \quad (3.11)$$

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) \cdot \exp(+j \cdot 2\pi \cdot ux/N). \quad (3.12)$$

Auch die Fouriertransformierte ist damit zu einer (komplexen) Zahlenreihe geworden, deren Indizes die digitalen Frequenzen  $u$  sind. Die Übersetzung in die „echte“ Fouriertransformierte erfolgt dann so:



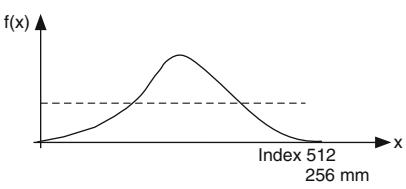
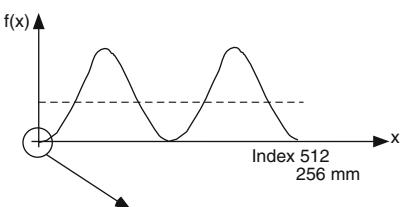
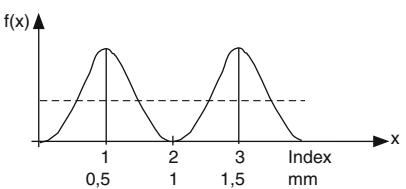
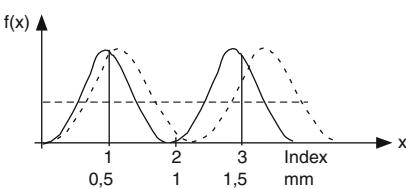
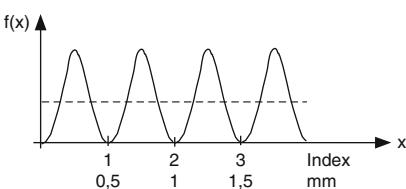
**Abb. 3.3** Amplitudenspektrum vom Rechteck-Signal ( $A=1$ ,  $x_0=10$  mm..5 mm..2,5 mm)

$$\text{digitale Fouriertransformierte : } \{F(0), F(1), \dots, F(N-1)\} = F(u), \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \text{„echte“ Fouriertransformierte : } & \left\{ \tilde{F}(0), \tilde{F}(\Delta u), \dots, \tilde{F}((N-1) \cdot \Delta u) \right\} \\ & \Delta u = \frac{1}{N \cdot \Delta x}. \end{aligned} \quad (3.14)$$

Tabelle 3.1 erklärt die Übersetzung an einem Beispiel (Pixelabstand  $\Delta x = 0,5$  mm, Zahl der Pixel  $N = 512$ ).

**Tab. 3.1** Wellenlängen und räumliche Frequenzen am Beispiel  $\Delta x = 0,5 \text{ mm}$ ,  $N = 512$ 

Bild	$\lambda$ [mm]	$\lambda$ [Pixel]	Peak von $ F(u) $ bei Index u	Peak von $ F(u) $ bei Frequenz [1/mm]
	$\infty$	$\infty$	0	0
	256	512	1	$\frac{1}{256}$
	128	256	2	$\frac{2}{256} = \frac{1}{128}$
	1	2	256	$\frac{256}{256} = 1$
A b t a s t t h e o r e m				
	0,996 bzw. 1.004	1,992 bzw. 2.008	257 bzw. 255	$\frac{257}{256} \approx 1,004$ $\frac{255}{256} \approx 0,996$
A b t a s t t h e o r e m				
	0,5 bzw. $\infty$	1 bzw. $\infty$	512 bzw. 0	$\frac{512}{256} = 2$ 0

Man erkennt, dass die höchste „sinnvolle“ Frequenz beim Frequenzindex  $u = 256 = N/2$  liegt. Enthält das Bild größere Frequenzen, wird das Abtasttheorem verletzt (s. Abschn. 3.9). Möglicherweise im Bild vorhandene höherfrequente Signale werden in den Frequenzbereich 0–256 gespiegelt. Die Einträge für  $F(u)$  oberhalb von 256 entsprechen gespiegelt den Einträgen unterhalb von 256. Die Frequenz  $u = 512$  entspricht der Frequenz 0. Die oben genannte Definition der Fouriertransformierten lässt formell auch Frequenzen  $u$  oberhalb von 512 und sogar negative Frequenzen zu. Ist  $f(x)$  reell (die Grauwerte von Bildern sind immer reell), so erkennt man an der Definitionsgleichung sofort, dass gilt

$$F(-u) = F(u)^* \quad (3.15)$$

(\*:konjugiert komplex)

da nach der Euler-Formel gilt

$$\exp(-j2\pi ux/N) = \cos(-j2\pi ux/N) + j \sin(-j2\pi ux/N) \quad (3.16)$$

Und da der Cosinus und der Sinus in  $2\pi$  periodisch sind, folgt:

$$F(u + N) = F(u) \quad (3.17)$$

Damit erkennt man auch, dass die Werte von  $F(u)$  im oben angegebenen Beispiel zwischen  $u = 256$  und  $u = 512$  gleich den konjugiert komplexen Werten von  $F(u)$  zwischen  $u = 256$  und 0 sind, denn man kann die Werte erst an der Null spiegeln ( $F(-u) = F(u)^*$ ) und dann um 512 verschieben ( $F(u + N) = F(u)$ ).

Die Abbildung vom Ortsraum in den Frequenzraum lässt sich für den digitalen eindimensionalen Fall auch als Matrixmultiplikation schreiben

$$\begin{pmatrix} F(0) \\ " \\ " \\ " \\ " \\ F(N-1) \end{pmatrix} = \frac{1}{N} \begin{pmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ 1 & \exp(-j \cdot 2\pi \cdot 1/N) & \dots & " \\ 1 & \exp(-j \cdot 2\pi \cdot 2/N) & \dots & " \\ " & " & \dots & " \\ " & " & \dots & " \\ 1 & \exp\left(-j \cdot 2\pi \cdot \frac{N-1}{N}\right) & \dots & " \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f(0) \\ " \\ " \\ " \\ " \\ f(N-1) \end{pmatrix} \quad (3.18)$$

Die Ausführung der Multiplikation der Matrix mit dem Vektor  $f(x)$  führt sofort auf die alte Definition der digitalen eindimensionalen Fouriertransformation von Gl. 3.11. Diese Schreibweise verdeutlicht noch einmal die Abbildung vom Ortsraum  $f(x)$  in den

Frequenzraum  $F(u)$ . Bei dieser Abbildung tragen grundsätzlich alle Werte  $f(x)$  zu einem Wert  $F(u)$  bei. Ist die Funktion  $f(x)$  wie im Fall der Fouriertransformation von Bildern reell, so ist auch  $F(0)$  reell und stellt den Mittelwert der Grauwerte  $f(x)$  dar.

## 3.2 2D-Fouriertransformation

Die natürliche Erweiterung vom eindimensionalen Fall auf den zweidimensionalen Fall – eben der Fouriertransformation von Bildern – lautet

$$F(u, v) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) \exp(-j \cdot 2\pi \cdot (ux + vy)) dx dy, \quad (3.19)$$

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \exp(+j \cdot 2\pi \cdot (ux + vy)) du dv. \quad (3.20)$$

Es handelt sich wieder um eine Abbildung vom Ortsraum in den Frequenzraum

$$\begin{array}{ccc} \text{Ortsraum} & \Leftrightarrow & \text{Frequenzraum} \\ f(u, v) & \Leftrightarrow & F(u, v) \end{array} \quad (3.21)$$

Wieder ist  $F(u, v)$  im Allgemeinen eine komplexe Funktion

$$F(u, v) = |F(u, v) \cdot \exp(j \cdot \phi(u, v))| \quad (3.22)$$

mit:  $F(u, v) = \text{Amplitudenspektrum}$ ,

$\phi(u, v) = \text{Phase}$ .

Die Integrationen über  $x$  und  $y$  bzw. über  $u$  und  $v$  können nacheinander in beliebiger Reihenfolge durchgeführt werden.

Bei der digitalen 2D-Fouriertransformation beschränken wir uns in diesem Buch auf *quadratische Bilder*, und definieren:

$$F(u, v) = \frac{1}{N} \sum_{x, y} f(x, y) \cdot \exp(-j \cdot 2\pi(ux + vy)/N) \quad (3.23)$$

$$f(x, y) = \frac{1}{N} \sum_{u, v} F(u, v) \cdot \exp(+j \cdot 2\pi(ux + vy)/N) \quad (3.24)$$

Durch die Einschränkung auf quadratische Bilder ist es möglich, die Hin- und die Rücktransformation vollkommen symmetrisch zu definieren (Faktor 1/N). In völliger Analogie zum eindimensionalen Fall gilt hier wenn  $f(x,y)$  reell ist:

$$F(u, v) = F(-u, -v)^* \quad (3.25)$$

$$F(u + N, v) = F(u, v) \quad (3.26)$$

$$F(u, v + N) = F(u, v) \quad (3.27)$$

Werden vorübergehend die Werte der Fouriertransformierten im Bereich  $0 < u < N/2$  und  $N/2 < v < N$  mit G bezeichnet, und nennen wir die gespiegelten Matrizen  $F^T$  und  $G^T$ , so kann man das Diagramm in Abb. 3.4 aufstellen.

Es ist allgemein üblich, Bilder der Fouriertransformierten nicht mit der Frequenz 0,0 links unten, sondern mit der Frequenz 0,0 in der Mitte darzustellen („Swap Quadrants“). Der Informationsgehalt der Darstellung ist nach Abb. 3.4 offenbar identisch.

Abbildung 3.4 erweckt den Anschein, als bräuchte man im Frequenzraum nur halb so viele Zahlen wie im Ortsraum, um das Bild vollständig zu beschreiben. Man darf aber nicht vergessen, dass alle  $F(u,v)$  komplexe Zahlen mit Real- und Imaginärteil sind.

Weiter ist es üblich, bei der Darstellung des Amplitudenspektrums  $|F(u,v)|$  nicht dessen Absolutbetrag direkt in einen Grauwert zu übersetzen, sondern die Grauwerte in einem logarithmischen Maßstab darzustellen

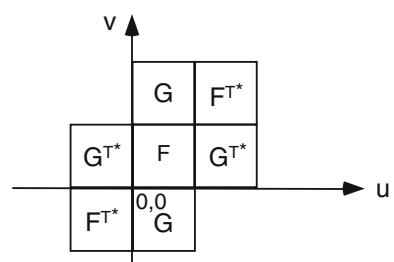
$$D(u, v) = c \cdot \log[1 + |F(u, v)|] \quad (3.28)$$

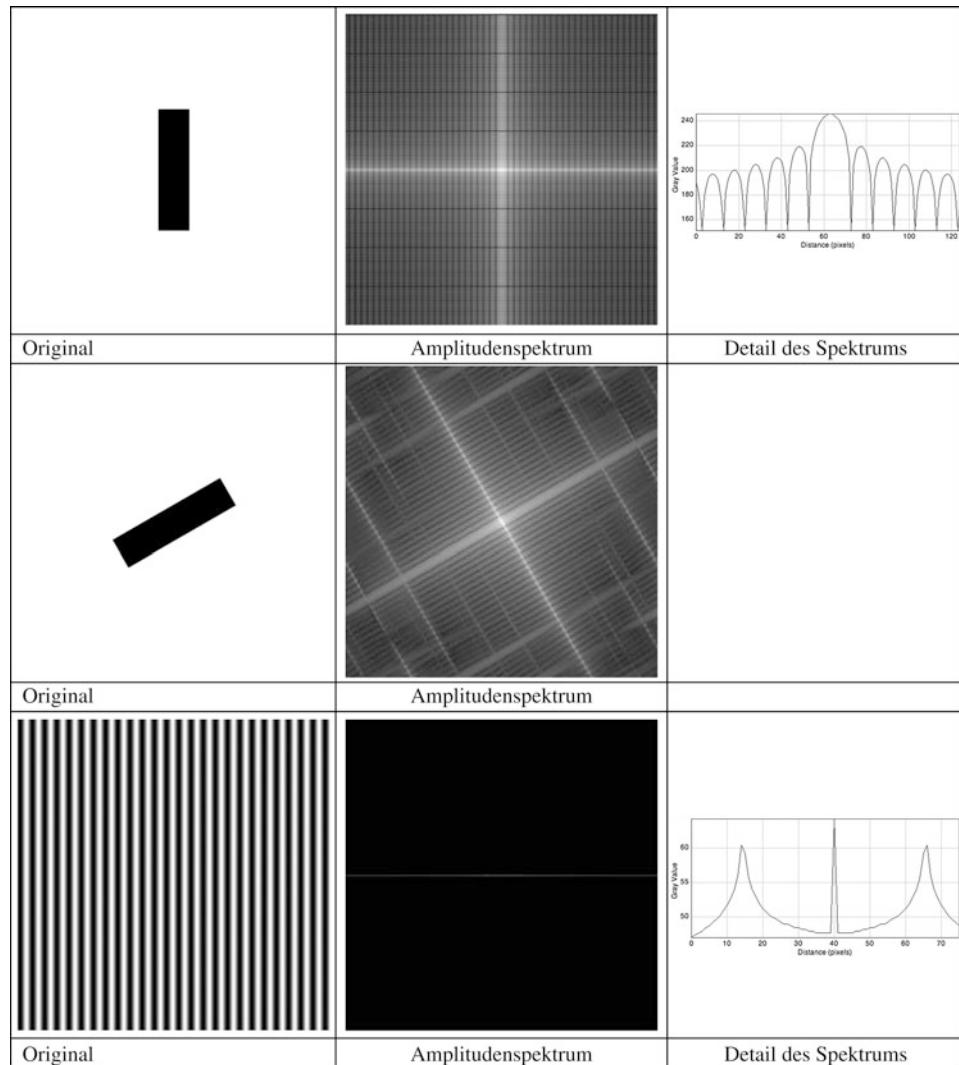
(Der Wert  $F(u,v)=0$  darf natürlich nicht zur Fehlermeldung führen, daher die „1+“).

Abbildung 3.5 zeigt einige Beispiele zur Fouriertransformation. Sie wurden mit dem Programm ImageJ vom National Institute of Health in den USA erzeugt [3].

Das zweite Beispiel in Abb. 3.5 zeigt, dass die Fouriertransformierte eines gedrehten Bildes gleich der gedrehten Fouriertransformierten des Originals ist. (Der allgemeingültige Beweis findet sich in der Literatur).

**Abb. 3.4** Spiegelung und Verschiebung von Quadranten („Swap Quadrants“)





**Abb. 3.5** Beispiele für Bilder mit ihrer Fouriertransformierten (Amplitudenspektrum)

Für quadratische Bilder, bei denen die Zeilen- und Spaltenzahl eine Zweierpotenz ist (z. B.  $256 \cdot 256$  oder  $512 \cdot 512$ ), gibt es sehr schnelle Algorithmen für die Fouriertransformation: die Fast-Fouriertransformation FFT. Daher werden durchgängig als Kan tenlängen von Bildern die Zweierpotenzen bevorzugt.

### 3.3 Faltung

Im eindimensionalen Fall ist die Faltung zweier Funktionen definiert als

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cdot g(x - x') dx'. \quad (3.29)$$

Das Faltungstheorem besagt, dass die Fouriertransformierte zweier gefalteter Funktionen gleich dem Produkt der Fouriertransformierten der Einzelfunktionen ist

$$f(x) * g(x) \Leftrightarrow F(u) \cdot G(v). \quad (3.30)$$

Dies lässt sich auf den zweidimensionalen Fall übertragen

$$f(x, y) * g(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') g(x - x', y - y') dx' dy' \quad (3.31)$$

$$f(x, y) * g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) \cdot G(u, v). \quad (3.32)$$

Damit können Faltungen von Bildern mit der FFT effektiv im Frequenzraum durchgeführt werden.

Eine wichtige Anwendung der Faltung im Bereich der bildgebenden Systeme ist die „Verschmierung“ eines Bildes durch eine breite Linienbildfunktion (vergl. Abschn. 2.5). Abbildung 3.6 zeigt im eindimensionalen Fall die Faltung einer Funktion  $f(x)$  mit einer „schmalen“ Linienbildfunktion  $g_1(x)$  und mit einer „breiten“ Linienbildfunktion  $g_2(x)$ .

In Analogie zu dem Faltungstheorem gilt entsprechend

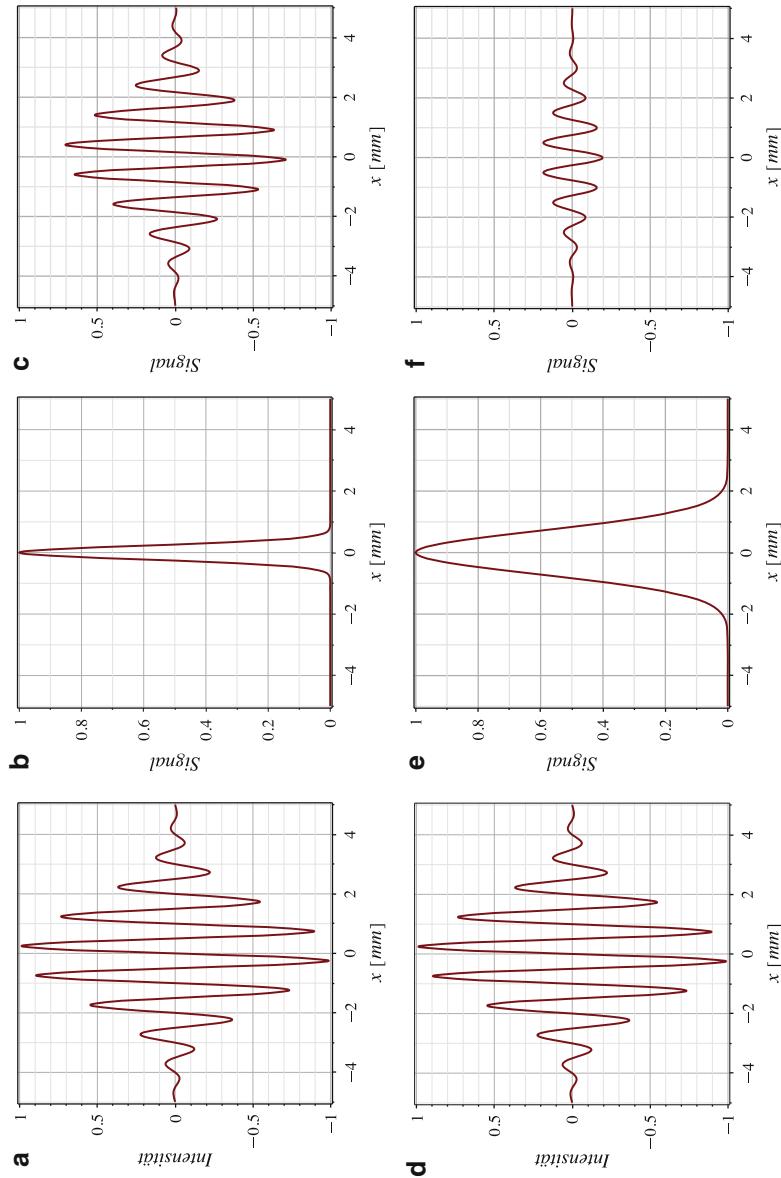
$$f(x, y) \cdot g(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) * G(u, v) \quad (3.33)$$

---

### 3.4 Korrelation

Im eindimensionalen Fall ist das Korrelationsintegral zweier Funktionen definiert als

$$f(x) \otimes g(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x') \cdot g(x + x') dx'. \quad (3.34)$$



**Abb. 3.6** Faltung von Funktionen, links: original, Mitte: Faltungskern, rechts: Ergebnis. (a) Original. (b) Faltungskern. (c) Ergebnis. (d) Original.  
(e) Faltungskern. (f) Ergebnis

Das Korrelationstheorem besagt, dass die Fouriertransformierte zweier korrelierter Funktionen gleich dem Produkt aus der konjugiert komplexen Fouriertransformierten der ersten Einzelfunktion und der Fouriertransformierten der zweiten Einzelfunktion ist

$$f(x) \otimes g(x) \Leftrightarrow F^*(u) \cdot G(u) \quad (3.35)$$

Dies lässt sich wieder auf den zweidimensionalen Fall übertragen

$$f(x, y) \otimes g(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') \cdot g(x + x', y + y') dx' dy' \quad (3.36)$$

$$f(x, y) \otimes g(x, y) \Leftrightarrow F^*(u, v) \cdot G(u, v) \quad (3.37)$$

Damit können auch Korrelationen von Bildern mit der FFT effektiv im Frequenzraum durchgeführt werden. Für die Autokorrelation gilt offenbar

$$f(x, y) \otimes f(x, y) \Leftrightarrow |F(u, v)|^2 \quad (3.38)$$

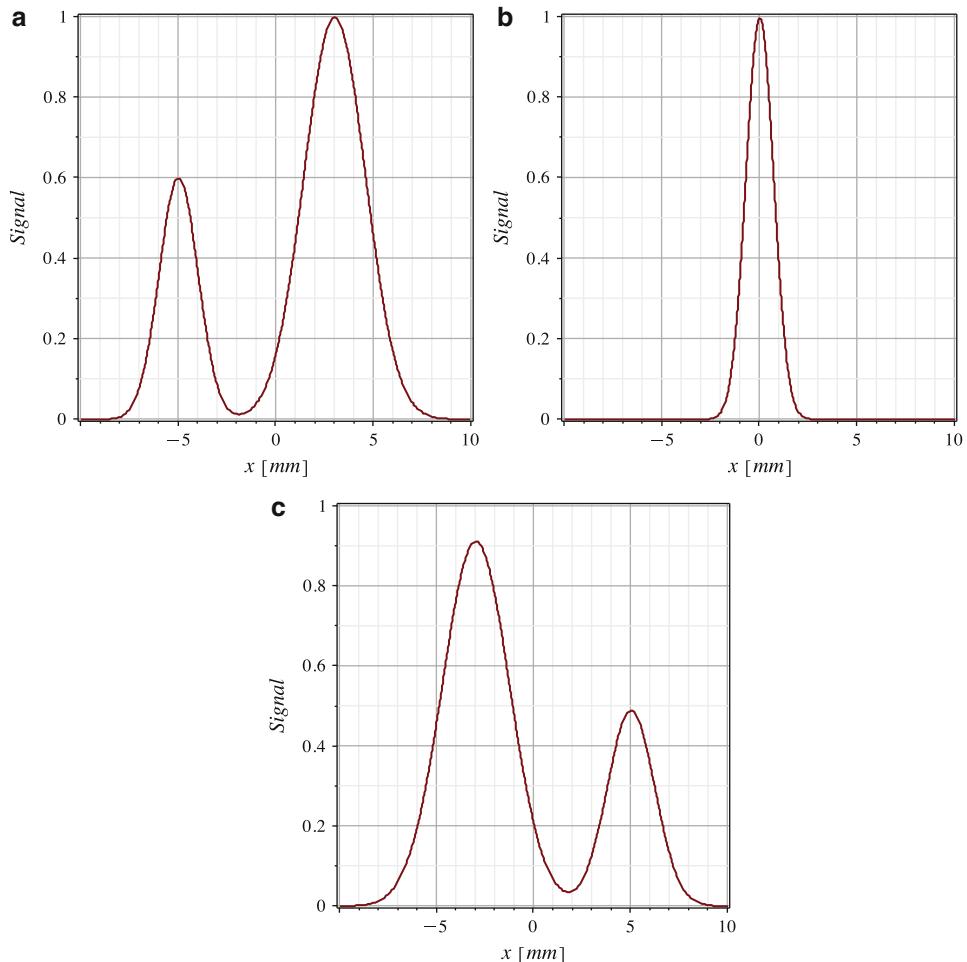
Eine wichtige Anwendung der Korrelation im Bereich der bildgebenden Systeme ist die Frage: Wie muss ich Bild A gegenüber Bild B verschieben, damit die Bildmuster möglichst gut aufeinander passen? Abbildung 3.7 zeigt ein Beispiel.

Offenbar ähnelt die Funktion  $f$  der Funktion  $g$  an zwei Stellen. Die Funktion  $g$  muss aber um die Stütze  $x_0$  bzw.  $x_1$  verschoben werden. Die Korrelationsfunktion

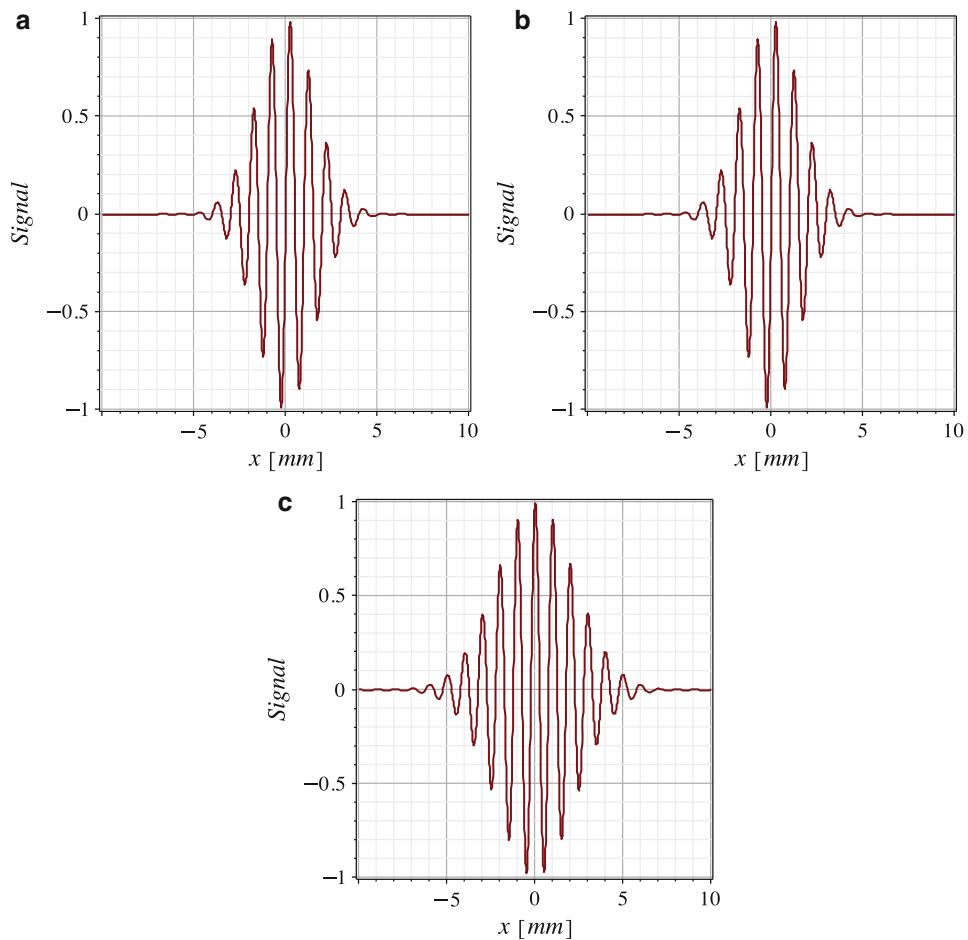
$$f(x, y) \otimes g(x, y)$$

zeigt genau bei  $x = x_0$  und  $x = x_1$  ein Maximum.

Die Autokorrelationsfunktion beantwortet die Frage: Gibt es in einem Bild an verschiedenen Stellen ähnliche Muster? Abbildung 3.8 zeigt ein Beispiel. Die Berechnung der Autokorrelationsfunktion und die nachfolgende Bestimmung der Fouriertransformation ist nach (Gl. 3.37) auch ein geeigneter Weg um das Rauschleistungsspektrum von verrauschten Signalen zu bestimmen.



**Abb. 3.7** Korrelation von Funktionen **a:**  $f(x,y)$ , **b:**  $g(x,y)$ , **c:**  $f(x,y) \otimes g(x,y)$



**Abb. 3.8** Autokorrelation einer Funktion **a:**  $f(x,y)$ , **b:**  $g(x,y)$ , **c:**  $f(x,y) \otimes g(x,y)$

**Tab. 3.2** Allgemeines abbildendes System und drei Beispiele

Eingang	abbildendes System	Ausgang
$f(x,y)$	System	$g(x,y)$
Röntgendiffusions $D(x,y)$	Röntgensystem mit Verstärkerfolie	Film
Röntgenschwächungs-koeffizient $\mu(x,y)$	CT-System	digitales Bild im Speicher
Protonendichte $\rho(x,y)$	MR-System	Monitor

### 3.5 Linearität und Verschiebungsinvarianz

Betrachten wir nun allgemein ein abbildendes System, wobei Eingang, System und Ausgang ganz unterschiedlich aussehen können.

Es werden nun zwei wichtige Definitionen eingeführt:

Ein abbildendes System mit

$$f_i(x,y) \rightarrow \boxed{\text{System}} \rightarrow g_i(x,y) \quad (3.39)$$

ist dann *linear*, wenn gilt

$$\sum c_i \cdot f_i(x,y) \rightarrow \boxed{\text{System}} \rightarrow \sum c_i \cdot g_i(x,y) \quad (3.40)$$

Ein abbildendes System mit

$$f(x,y) \rightarrow \boxed{\text{System}} \rightarrow g(x,y) \quad (3.41)$$

ist dann *verschiebungsinvariant*, wenn gilt

$$f(x - x_0, y - y_0) \rightarrow \boxed{\text{System}} \rightarrow g(x - x_0, y - y_0) \quad (3.42)$$

Die Koordinaten  $x, y$  sind auf beiden Seiten des abbildenden Systems als relative Einheiten gemeint. Natürlich kann beispielsweise das Bild auf dem Monitor größer oder kleiner sein als das Original.

Einige Leser erkennen die Ähnlichkeit zu linearen und zeitinvarianten Systemen („LTI“) aus der Signalverarbeitung.

### 3.6 Hauptsatz der Systemtheorie abbildender Systeme

Der wichtigste Satz für die Systemtheorie abbildender Systeme lautet:

Ist ein System linear und verschiebungsinvariant, dann gibt es eine Funktion  $h(x,y)$ , so dass gilt

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x',y') h(x-x',y-y') dx' dy'. \quad (3.43)$$

Der Beweis ist einfach, wenn man das Delta-Funktional und seine Eigenschaften kennt. Sei  $O$  ein Operator, der linear und verschiebungsinvariant ist. Sei wieder  $f(x,y)$  das Bild am Eingang des abbildenden Systems. Dann gilt:

$$f(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x',y') \delta(x'-x, y'-y) dx' dy' \quad (3.44)$$

$$\begin{aligned} g(x,y) &= O[f(x,y)] = O\left[\iint \dots dx' dy'\right] \\ &= \iint f(x',y') h(x'-x, y'-y) \underbrace{\delta(x'-x, y'-y)}_{h(x'-x, y'-y)} dx' dy' \quad (3.45) \\ &= \iint f(x',y') h(x'-x, y'-y) dx' dy' \end{aligned}$$

Damit ist jedes lineare und verschiebungsinvariante abbildende System bezüglich seiner Abbildungseigenschaften vollständig durch die Angabe von  $h(x,y)$  charakterisiert. Das zu jedem beliebigen Original  $f(x,y)$  gehörende Bild  $g(x,y)$  kann mit  $h(x,y)$  bestimmt werden. Die Funktion  $h(x,y)$  heisst „Impulsantwort“ (englisch: Point Spread Function PSF).  $h(x,y)$  ist offenbar die Antwort des Systems auf einen einzigen sehr hellen Punkt, also die Antwort auf das Delta-Funktional.

Mit dem Faltungstheorem gilt

$$g(x,y) = f(x,y) * h(x,y) \Leftrightarrow G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u,v) \quad (3.46)$$

$$h(x,y) \Leftrightarrow H(u,v) \quad (3.47)$$

Die Funktion  $H(u,v)$  heisst „komplexe Übertragungsfunktion“ (englisch: Transferfunction).

Wir definieren nun ganz allgemein die „Modulationsübertragungsfunktion“ MTF (englisch: Modulation Transfer Function) mit

$$MTF(u, v) = |H(u, v)| \quad \text{oder etwas genauer} \quad MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|} \quad (3.48)$$

Die MTF ist also der Absolutbetrag der bei (0,0) auf 1 normierten komplexen Übertragungsfunktion.

Vergleichen wir diese allgemeine Definition der MTF mit der speziellen Definition in Abschn. 2.5: Dort ist das Original eine Sinus-Funktion, d. h.  $f(x,y)$  enthält nur eine Frequenz  $u_0$ , d. h.  $F(u,v)$  ist nur an der Stelle  $u_0$  ungleich null. Da  $G(u,v) = F(u,v) \cdot H(u, v)$  hat auch  $G(u,v)$  nur eine Linie bei  $u = u_0$ . Die Werte von  $G(u,v)$  sind auf dieser Linie um den Faktor  $H(u,v)$  kleiner geworden im Vergleich zu  $F(u,v)$ .

Bildet man durch Rücktransformation das Bild  $g(x,y)$ , so erkennt man, dass auch  $g(x,y)$  eine einzige Sinus-Funktion (Frequenz  $u_0$ ) ist, und dass die Amplitude um  $|H(u_0)|$  kleiner geworden ist. Daher gilt für Sinus-Funktionen

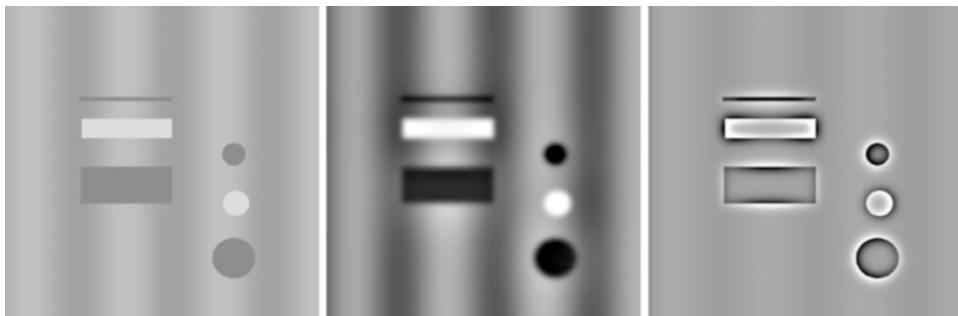
$$MTF(u, v) = \frac{|H(u, v)|}{|H(0, 0)|} = \frac{\text{Amplitude am Ausgang}}{\text{Amplitude am Eingang}} = \frac{\text{Kontrast am Ausgang}}{\text{Kontrast am Eingang}} \quad (3.49)$$

Damit stimmt die vorläufige Definition aus Abschn. 2.5 mit der allgemeinen Definition der MTF überein.

Eine mögliche Phasenverschiebung zwischen Original und Bild wird bei der Angabe der MTF nicht mehr sichtbar. Zur vollständigen Systembeschreibung braucht man die komplexe Übertragungsfunktion. Zur Beurteilung der Qualität der Abbildung genügt aber die MTF.

### 3.7 Hochpass und Tiefpass

Zwei Typen von Funktionen für die  $MTF(u, v)$  sollen hier genauer betrachtet werden (Abb. 3.9).



**Abb. 3.9** MTF mit Hochpass- und mit Tiefpass-Verhalten, angewendet auf ein Testbild (links: Original, Mitte: Tiefpass-Filter, rechts: Hochpass-Filter)

Beim „Hochpass“ werden alle Frequenzanteile bis zu einer Grenzfrequenz  $u_G$  mit Null multipliziert, also gelöscht. Alle Frequenzen oberhalb von  $u_G$  werden mit 1 multipliziert, also unverändert durchgelassen. Solch ein Filter spielt in der digitalen Bildverarbeitung eine große Rolle. Sind im Bild großräumige Grauwertschwankungen vorhanden, die auf einen unvollkommenen Bildaufnehmer zurückzuführen sind, dann kann dieser Fehler mit einem Hochpass-Filter korrigiert werden.

Beim „Tiefpass“ werden alle Frequenzanteile oberhalb  $u_G$  gelöscht und die darunterliegenden durchgelassen. Dies ist das typische Verhalten eines unvollkommenen abbildenden Systems (vergl. Abb. 2.48).

Rechteckförmige Filter führen im Ortsraum zu „Echos“ an scharfen Kanten. Die Multiplikation mit dem Rechteck im Frequenzraum entspricht ja einer Faltung mit  $\left| \frac{\sin(\pi u_0 x)}{\pi u_0 x} \right|$  im Ortsraum und der periodische Verlauf dieser Funktion führt automatisch zu den Echos. Je weicher der Übergang zwischen dem Sperrbereich und dem Durchlassbereich im Frequenzraum ist, desto weniger treten Echos auf.

Da die Fouriertransformierte einer Gauß-Funktion wieder eine Gauß-Funktion ist, führt z. B. ein gaußförmiger Tiefpass nur zu einer einfachen Faltung mit einer Gauß-Funktion im Ortsraum (Verschmierung, Unschärfe).

## 3.8 Messung der MTF

Wir haben schon zwei Verfahren zur Messung der MTF in Abschn. 2.5 kennengelernt:

- Messung des Kontrastes im Original und im Bild mit verschiedenen sinusförmigen Rastern (nicht praktikabel).
- Messung des Kontrastes im Original und im Bild mit verschiedenen rechteckförmigen Rastern und „Korrektur“ mit

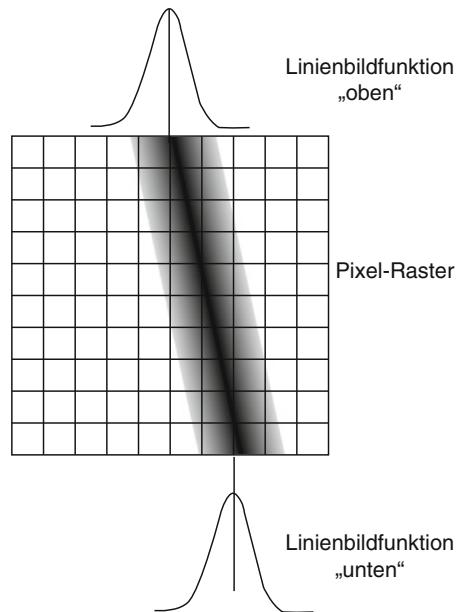
$$MTF(u) = \frac{\pi}{4} \left| R(u) + \frac{R(3u)}{3} - \frac{R(5u)}{5} + \frac{R(7u)}{7} + \dots \right| \quad (3.50)$$

Nun sehen wir, dass es noch andere Messverfahren gibt:

- Messung der Impulsantwort  $h(x,y)$ , 2D-Fouriertransformation und Absolutbetragsbildung,
- Messung der Linienbildfunktion (schmaler Schlitz vor dem bildgebenden System), 1D-Fouriertransformation und Absolutbetragsbildung.

Drehen des Schlitzes um ein paar Grad und Wiederholung der Messung und der FFT.

**Abb. 3.10** Messung der MTF mit einem gekippten „Schlitz“



Da die Fouriertransformation eines gedrehten Bildes einer gedrehten Fouriertransformation entspricht, kann so sukzessive die  $(u,v)$ -Ebene abgetastet werden und die  $MTF(u,v)$  bestimmt werden.

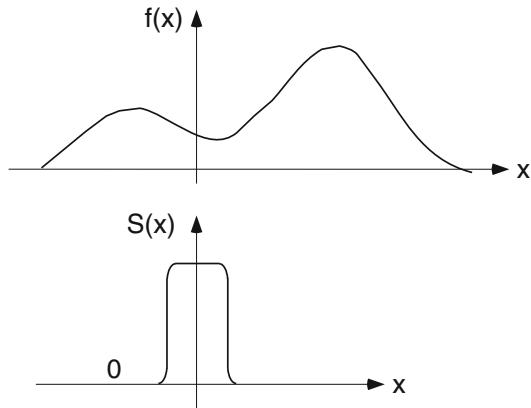
Meistens ist die  $MTF(u,v)$  rotationssymmetrisch und es genügt eine Messung in einer Raumrichtung. Bei den beiden letzten Verfahren ist zu beachten, dass man die Impulsantwort sehr fein abtasten muss, um durch eine FFT die MTF zu erhalten.

Meistens werden digitale bildgebende Systeme aber so ausgelegt, dass die Pixelgröße an die Impulsantwort angepasst ist, so dass eine so feine Abtastung gar nicht möglich ist. Beim Schlitz-Verfahren kann man sich mit einem Trick retten: Der Schlitz wird gegenüber der Pixel-Matrix um wenige Grade gedreht (Abb. 3.10). Aus den vielen Bildzeilen, die jeweils ein kleines Stück gegen die Linienbildfunktion versetzt sind, kann so eine fein abgetastete Linienbildfunktion rekonstruiert werden.

### 3.9 Abtastung und Abtasttheroem

Wird ein analoges Bild in ein digitales umgewandelt, so wird das analoge Bild in diskrete Pixel unterteilt und die analogen Grauwerte werden in diskrete Grauwerte übersetzt (Quantisierung). Die Digitalisierung in diskrete Grauwerte erfolgt meistens mit ausreichender Feinheit und ist unproblematisch. Die Aufteilung des Bildes in diskrete Pixel erfordert eine genauere Betrachtung.

**Abb. 3.11** Bild  $f(x)$  und Empfindlichkeitskurve eines Sensors  $S(x)$



Gegeben sei ein Bild  $f(x,y)$ , welches mit einem „Sensor“ abgetastet werden soll. Der Sensor habe eine Empfindlichkeitskurve  $S(x)$ , wie sie Abb. 3.11 zeigt. Würden wir den Sensor „analog“ am Bild  $f(x)$  vorbeiführen, müssten wir ein Faltungsintegral berechnen. Bei der Digitalisierung in Pixel haben wir aber ein anderes Problem: Hier sind viele Sensoren gleichzeitig nebeneinander angeordnet (Abb. 3.12).

Ist  $S(x,y)$  die Empfindlichkeitskurve der Sensoren, so ergibt sich das Messsignal vom Sensor  $(n, m)$  zu:

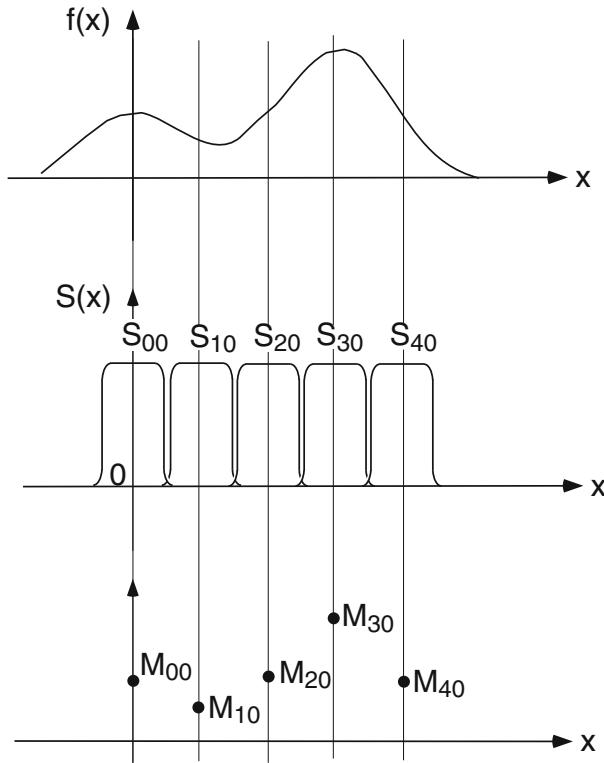
$$M_{nm} = \iint f(x, y) \cdot S(x - n \cdot \Delta x, y - m \cdot \Delta y) dx dy \quad (3.51)$$

Mathematisch lässt sich das Problem leichter beschreiben, wenn als Empfindlichkeitskurve der einzelnen Sensoren eine unendlich schmale Gaußkurve angenommen wird. Dann wird das zu digitalisierende Bild einfach mit einer Kammfunktion multipliziert, die im Zentrum der Pixel den Wert 1 und sonst den Wert 0 hat.

Nun soll untersucht werden, wie fein man ein Bild abtasten muss, damit die Bildinformation möglichst vollständig erhalten bleibt und es zu keinen Bildfehlern (Artefakten) kommt. Abbildung 3.13 erklärt die Vorgänge beim Abtasten im Orts- und im Frequenzraum (eindimensionaler Fall).

Wir gehen von einem analogen Original  $f(x)$  aus (Teil a) und machen die Annahme, dass das Spektrum begrenzt ist, d. h. das Original enthält keine größeren Frequenzen als  $w$  (Teil b). Die Kammfunktion  $S(x)$  mit Nadeln der Länge 1 im Abstand  $\Delta x$  wurde eben eingeführt (Teil c). Ihre Fouriertransformierte besteht aus einem Kamm mit „Nadeln“ der Länge 1 bei den Frequenzen  $n(1/\Delta x)$  (Teil d). Der Multiplikation von  $f(x)$  mit der Kammfunktion  $S(x)$  im Ortsraum (Teil e) entspricht die Faltung von  $F(u)$  mit  $S(u)$  im Frequenzraum (Teil f).

Im ersten Fall (Abb. 3.13 (Teil e) und (Teil f)) wurde  $\Delta x$  so breit gewählt, dass es im Frequenzraum zu Überschneidungen kommt. Damit werden die hochfrequenten Anteile

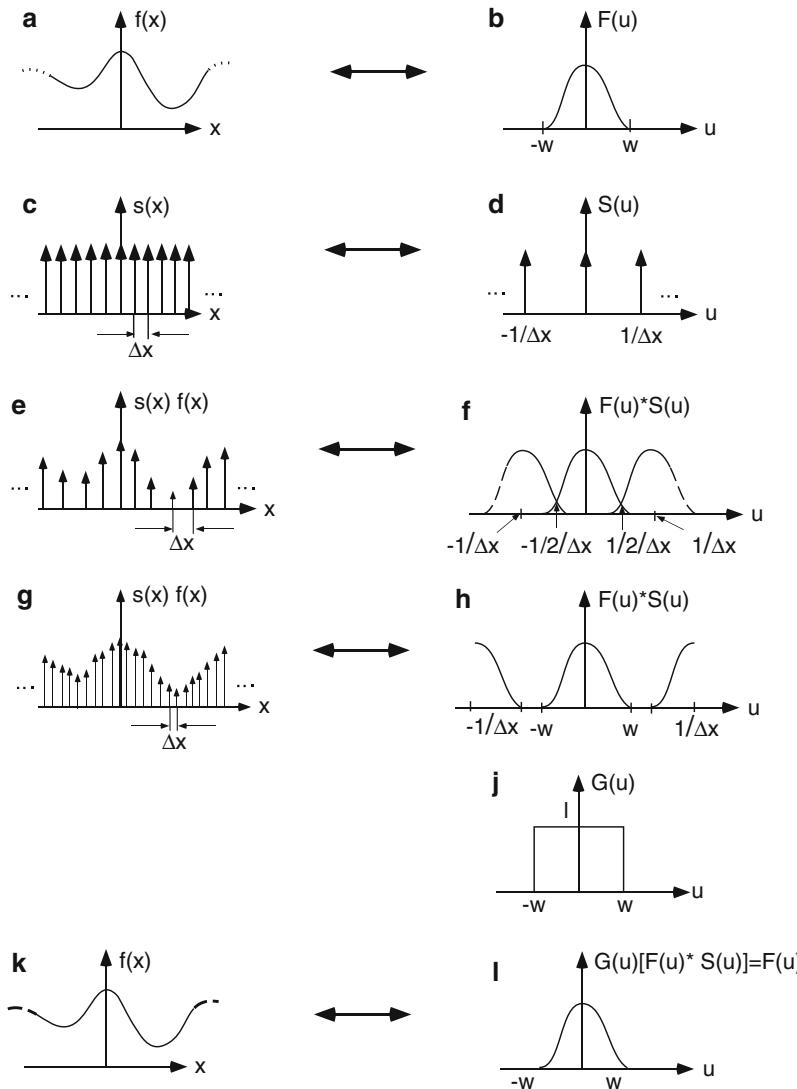


**Abb. 3.12** Digitalisierung eines Bildes mit einer Sensormatrix

von  $f(x)$  in den unteren Frequenzbereich gespiegelt und es kommt zu Abbildungsfehlern (Aliasing-Artefakte). Erst wenn  $\Delta x$  so schmal gewählt wird, dass die Frequenzanteile in  $F(u)*S(u)$  getrennt sind (Abb. 3.13 (Teil g) und (Teil h)), kommt es zu keiner Überlagerung. Wird mit einem Tiefpassfilter  $G(u)$  aus dem Spektrum der Bereich zwischen  $-w$  und  $+w$  herausgefiltert (Teil j), kann durch Rücktransformation die gefilterte Originalfunktion  $f(x)$  vollständig und ohne jeden Informationsverlust zurückgewonnen werden (Teil k). Aus Abb. 3.13 (Teil f) kann die Bedingung für das Abtasten ohne Informationsverlust bzw. Aliasing-Fehler abgelesen werden.

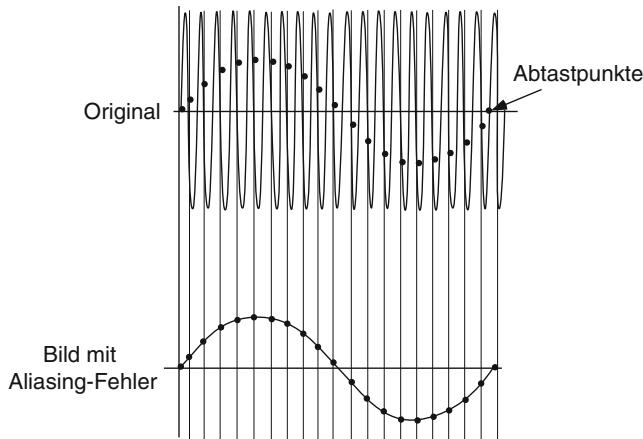
$$\Delta x \leq \frac{1}{2w} \quad (3.52)$$

Dies ist das klassische Abtasttheorem, angewandt auf Bilder. Es besagt, dass der Abtastabstand  $\Delta x$  kleiner sein muss als die Hälfte der kleinsten vorkommenden Wellenlänge. Den gleichen Zusammenhang erkennt man auch in der Tab. 3.1, in der die Übersetzung von Sinussignalen in Frequenzen verdeutlicht wurde. Dass eine zu grobe Abtastung nicht einfach nur die hohen Frequenzen im Signal unterdrückt, sondern sogar

**Abb. 3.13** Das Abtasttheorem [9]

zu „falschen“ Bildern führt, zeigt auch Abb. 3.14. Die hohe Frequenz wird durch zu grobe Abtastung in den unteren Frequenzbereich gespiegelt.

Bei der Digitalisierung von Bildern ist es also unbedingt erforderlich, dass das Abtasttheorem nicht verletzt wird. Das bedeutet aber, dass die MTF und der Abtastabstand genau aufeinander abgestimmt sein müssen. Manchmal ist der kleinste Abtastabstand durch das Messsystem vorgegeben, weil der einzelne Detektor eine



**Abb. 3.14** Aliasing Fehler. Im oberen Bild wird eine hohe Raumfrequenz zu selten abgetastet. Es entsteht das untere abgetastete Signal mit einer Frequenz, die im oberen Bild gar nicht vorkommt

gewisse Mindestgröße hat. In diesem Fall muss die MTF der davor liegenden Komponenten „künstlich“ verschlechtert werden, wodurch möglicherweise gleichzeitig die DQE verbessert werden kann (vergl. Abschn. 2.6).

### 3.10 Die begrenzte Fenstergröße

Die „Fenstergröße“, durch die der Patient betrachtet wird, ist immer begrenzt. Abbildung 3.15 zeigt zwei Möglichkeiten, wie der Bildinhalt am Fensterrand verlaufen kann.

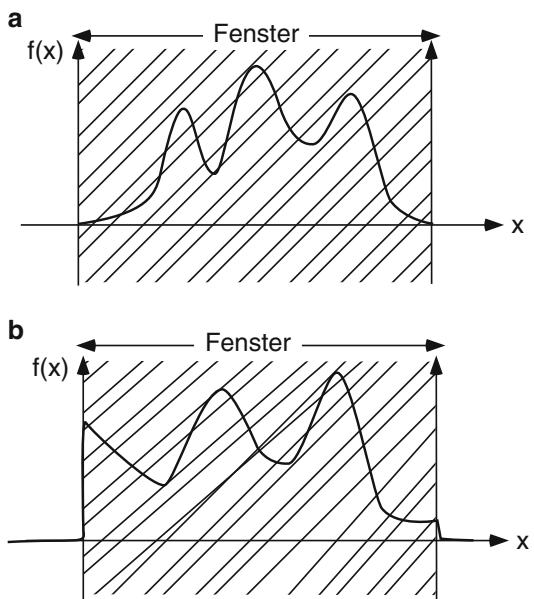
Abbildung 3.15a ist unproblematisch, Abb. 3.15b führt zu Problemen, da das Bild wegen der scharfen Kanten nicht bandbegrenzt ist. Es sind Anteile von extrem großen Frequenzen darin enthalten. Das Bild muss vor der Digitalisierung an den Rändern „auf Null gedrückt werden“, sonst kommt es zu Aliasing-Artefakten.

### 3.11 Rauschen in der Systemtheorie

Betrachten wir ein Eingangsbild, welches nur Rauschen und keine eigentliche Bildinformation enthält (Abb. 3.16). Das Rauschen wurde in Abb. 3.16 als reines Quantenrauschen angenommen. Das Spektrum ist daher „weiß“, d. h. alle Frequenzen kommen mit gleicher Amplitude vor. Auch rauschen alle Pixel „für sich alleine“ d. h. es gibt keine Ähnlichkeiten zwischen benachbarten Pixeln. Die Autokorrelationsfunktion hat daher nur in der Mitte bei (0,0) ein großes Signal, der Rest ist fast null.

Nennen wir das verrauschte Eingangsbild  $r(x,y)$ , so definieren wir das Rauschleistungsspektrum  $NPS_{Eingang}$  (Noise Power Spectrum)

**Abb. 3.15** Möglichkeiten des Bildverlaufs am Fensterrand



$$r(x, y) \Leftrightarrow R(u, v) \quad (3.53)$$

$$|R(u, v)|^2 = NPS_{Eingang}(u, v) = \text{Rauschleistungsspektrum} \quad (3.54)$$

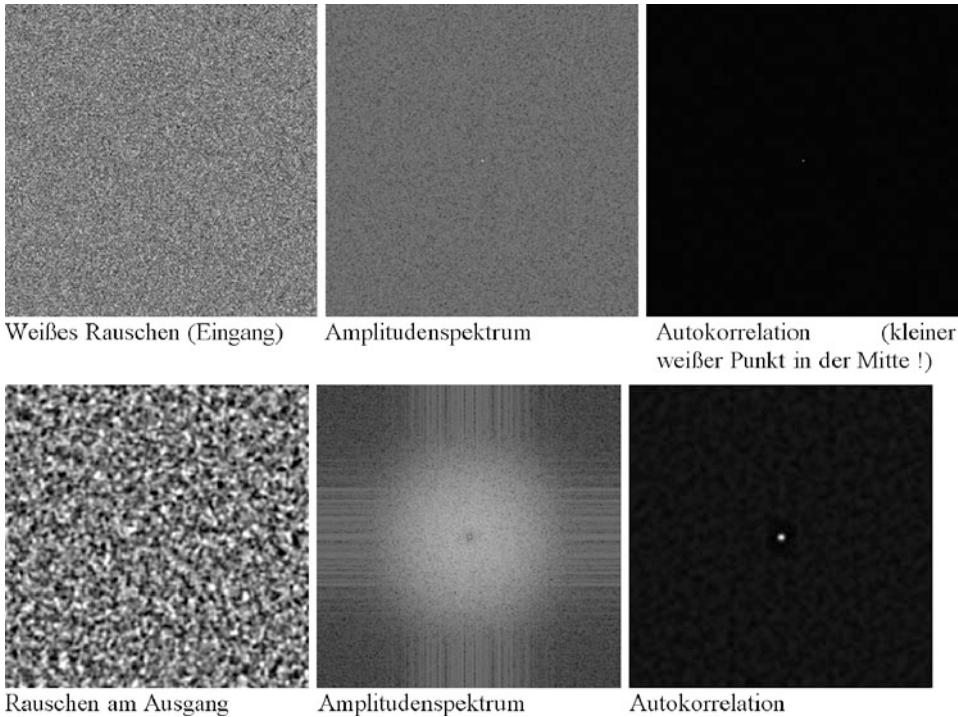
Genau genommen müsste man sehr viele verrauschte Eingangsbilder  $r(x,y)$  erzeugen, dann alle diese Bilder fouriertransformieren und schließlich den Mittelwert über all diese Spektren bilden, um näherungsweise den Erwartungswert von  $R(u,v)$  zu erhalten. Dieses Vorgehen wird im Folgenden implizit angenommen.

Durchläuft dieses Eingangsbild ein abbildendes System, so kann man das Ausgangsbild mit Hilfe der komplexen Übertragungsfunktion berechnen. Hierbei nehmen wir zunächst an, dass das abbildende System selbst kein Rauschen hinzufügt, d. h. das gesamte Rauschen am Ausgang kann durch das Rauschen am Eingang erklärt werden ( $DQE = 1$ ).

$$r(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow R(u, v) \cdot H(u, v) \quad (3.55)$$

Damit ist das Rauschleistungsspektrum am Ausgang  $NPS_{Ausgang}$

$$\begin{aligned} NPS_{Ausgang}(u, v) &= |R(u, v)|^2 \cdot |H(u, v)|^2 \\ &= |R(u, v)|^2 \cdot MTF(u, v)^2 \quad (\text{für } DQE = 1) \end{aligned} \quad (3.56)$$



**Abb. 3.16** Rauschen in der Systemtheorie: Bild, Amplitudenspektrum und Autokorrelation. (a) Weißes Rauschen (Eingang). (b) Amplitudenspektrum. (c) Autokorrelation (kleiner weißer Punkt in der Mitte !). (d) Rauschen am Ausgang. (e) Amplitudenspektrum. (f) Autokorrelation

Nehmen wir an, dass am Eingang nur Quantenrauschen mit einem „weissen“ Spektrum vorliegt, dann gilt

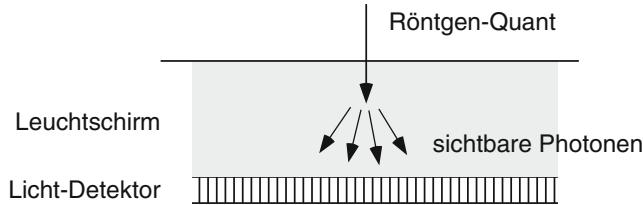
$$NPS_{\text{Ausgang}}(u, v) = k \cdot MTF(u, v)^2 \quad (3.57)$$

mit:  $k$  = Proportionalitätsfaktor.

Das Rauschleistungsspektrum am Ausgang hat also den gleichen Verlauf wie die quadrierte MTF. Betrachten wir einmal die Autokorrelationsfunktion des Ausgangsbildes, so gilt

$$\begin{aligned} \{r(x, y) * h(x, y)\} \otimes \{r(x, y) * h(x, y)\} &\Leftrightarrow |R(u, v)|^2 \cdot |H(u, v)|^2 \\ &= NPS_{\text{Ausgang}}(u, v) \end{aligned} \quad (3.58)$$

Die Fouriertransformierte der Autokorrelationsfunktion ist gleich dem Rauschleistungsspektrum und gleicht damit ebenfalls der quadrierten MTF (vergl. Gl. 3.37 in Abschn. 3.4). Hinter dem abbildenden System rauschen benachbarte Pixel nicht mehr



**Abb. 3.17** Eingangsleuchtschirm des Röntgenbildverstärkers (schematisch). Erklärung, warum die MTF (die das Bild unscharf macht) und die Autokorrelationsfunktion (die die Kopplung zwischen benachbarten Pixel erkennt) in einem Zusammenhang stehen.

unabhängig voneinander. Der Zusammenhang kann am Eingangsleuchtschirm des Röntgenbildverstärkers verdeutlicht werden.

Ein absorbiertes Röntgenquant führt zu einem breiten Lichtfleck, der der Impulsantwort entspricht. Die Autokorrelationsfunktion wird in diesem Bereich ein großes Signal aufweisen. Das Rauschleistungsspektrum am Ausgang kann nicht mehr weiß sein, da hohe Raumfrequenzen durch die „endliche“ MTF abgeschnitten werden.

Bei den bisherigen Überlegungen wurde angenommen, dass das abbildende System kein Rauschen hinzufügt, d. h.  $DQE = 1$ . Wir wollen nun den allgemeinen Fall betrachten und definieren eine verallgemeinerte  $DQE(u,v)$ .

$$\frac{\frac{SPS_{Ausgang}(u,v)}{NPS_{Ausgang}(u,v)}}{\frac{SPS_{Eingang}(u,v)}{NPS_{Eingang}(u,v)}} = DQE(u,v) \quad (3.59)$$

$SPS$  = Signalleistungsspektrum

$NPS$  = Rauschleistungsspektrum

Das Ausgangssignal kann mit der Übertragungsfunktion  $H(u,v)$  aus dem Eingangssignal berechnet werden

$$Signal_{Ausgang}(u,v) = G \cdot Signal_{Eingang}(u,v) \cdot H(u,v) \quad (3.60)$$

$$SPS_{Ausgang}(u,v) = G^2 \cdot SPS_{Eingang}(u,v) \cdot MTF^2(u,v) \quad (3.61)$$

mit:  $G$  = Verstärkungsfaktor (“Gain”).

Damit folgt für die  $DQE(u,v)$

$$DQE(u, v) = G^2 \cdot MTF^2(u, v) \cdot \frac{NPS_{Eingang}(u, v)}{NPS_{Ausgang}(u, v)} \quad (3.62)$$

$$NPS_{Ausgang}(u, v) = G^2 \cdot \frac{MTF^2(u, v)}{DQE(u, v)} \cdot NPS_{Eingang}(u, v) \quad (3.63)$$

Im Spezialfall, bei dem Röntgenquanten auf den Eingang fallen, und die Poissonstatistik angewendet werden kann, gilt

$$NPS_{Eingang}(u, v) = \bar{n}_{Eingang} \quad (3.64)$$

mit:  $\bar{n}_{Eingang}$  = mittlere Zahl der Quanten pro Pixel am Eingang.

Damit folgt für diesen Fall

$$NPS_{Ausgang}(u, v) = G^2 \cdot \frac{MTF^2(u, v)}{DQE(u, v)} \cdot \bar{n}_{Eingang} \quad (3.65)$$

Der einfachste Fall liegt vor, wenn die  $DQE(u,v)$  bis zu sehr großen Frequenzen flach verläuft. Dann „zieht“ die MTF bei größeren Frequenzen das Rauschleistungsspektrum nach null. Kritisch wird es, wenn die DQE noch vor der MTF gegen null geht. Dann wird das Rauschleistungsspektrum in diesem Frequenzbereich sehr groß.

Die  $DQE(u,v)$  ist damit die wichtigste Größe zur Charakterisierung der Rauscheigenschaften eines abbildenden Systems.

## Literatur

1. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis, 2005.
2. Dössel O.: Systemtheorie abbildender Systeme. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2014.
3. web-Seite von ImageJ des National Institutes of Health in den USA: <http://imagej.nih.gov/ij/>

Die digitale Verarbeitung medizinischer Bilder nimmt in den Forschungs- und Entwicklungsabteilungen der Firmen der Medizintechnik einen immer größeren Raum ein. Softwarepakete zur Analyse und Visualisierung digitaler medizinischer Bilder sind eigenständige Produkte geworden und haben einen stark steigenden Markt. Mit immer besseren Computern und Algorithmen kann der diagnostische Wert medizinischer Bilder immer weiter gesteigert werden. Die digitale Bildverarbeitung ist inzwischen zu einer eigenständigen Wissenschaft geworden, und es gibt eine Reihe von Lehrbüchern zu diesem Thema [1, 2, 3]. In einem Buch über die bildgebenden Verfahren der Medizin kann das Thema „digitale Bildverarbeitung“ nur kurz berührt werden.

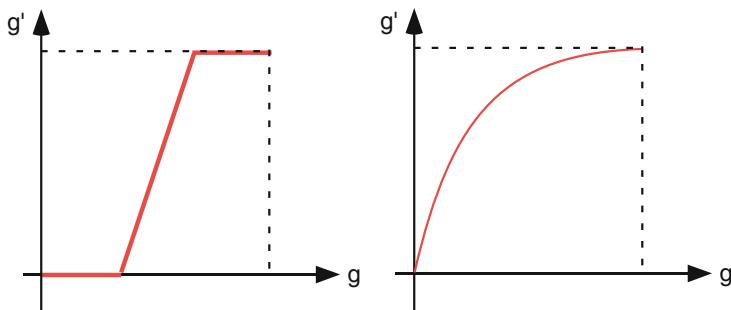
---

## 4.1 Punktoperationen

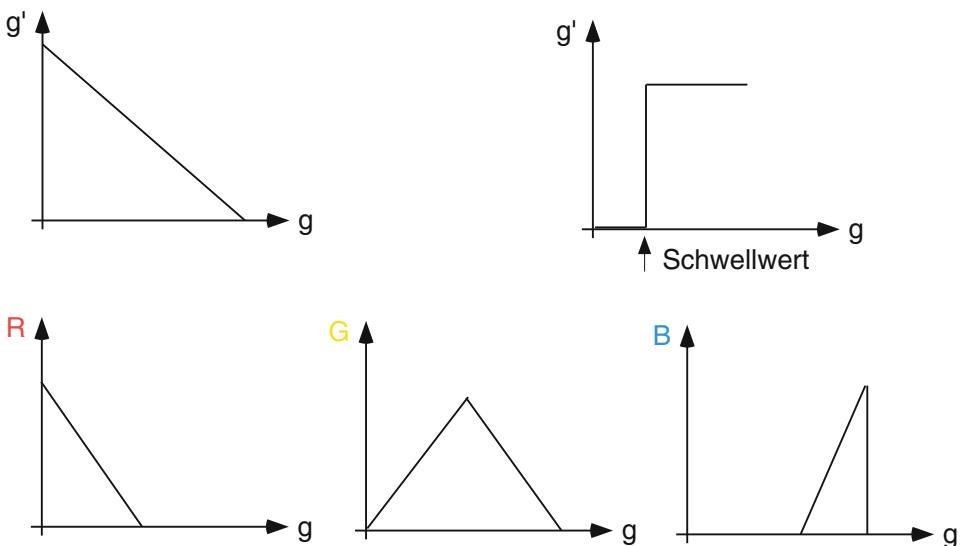
Bei den sogenannten homogenen Punktoperationen wird jedem Pixel mit dem Grauwert  $g$  ein neuer Grauwert  $g'$  zugeschrieben, wobei der Ort des Pixels und die Grauwerte der Nachbarpixel keine Rolle spielen. Der bekannteste Vertreter dieser Operationen ist die Kontrastdehnung (Abb. 4.1).

Ein ausgewählter kleiner Grauwertbereich des Originals wird auf den gesamten zur Verfügung stehenden Grauwertbereich projiziert. So werden kleinste Grauwertunterschiede in diesem Bereich deutlich sichtbar. Die Operation ist nicht umkehrbar, d. h. Graustufenunterschiede außerhalb des Fensterbereichs gehen verloren. Auch andere Grauwert-Transformationen können sinnvoll sein. So kann z. B. eine logarithmische Kennlinie Graustufenunterschiede im unteren Graustufenbereich hervorheben.

Zur Berechnung des neuen Grauwertes  $g'$  aus dem alten Wert  $g$  kann prinzipiell eine beliebige Funktion  $f$  verwendet werden, die reelle Zahlen auf reelle Zahlen abbildet.



**Abb. 4.1** Kontrastdehnung, links mit linearer Kennlinie, rechts mit logarithmischer Kennlinie



**Abb. 4.2** Beispiele für Punktoperationen: Grauwert-Inversion, Schwellwert-Darstellung und Falschfarben-Darstellung ( $R$  = Rotwert,  $G$  = Grünwert,  $B$  = Blauwert)

Wenn z. B. nur 256 Graustufen auf 256 neue Graustufen abgebildet werden sollen, kann durch Aufstellen einer Tabelle (Look-up-table LUT) Rechenzeit gespart werden.

Bei den inhomogenen Punktoperationen geht auch der Ort des Pixels in die Berechnung des neuen Grauwertes ein. Der Ort des Pixels im Bild bleibt aber unverändert. Das wichtigste Beispiel ist die Kalibrierung einer Sensormatrix. In jedem einzelnen Pixel wird der Grauwert mit dem Eichfaktor dieses Sensorelementes multipliziert. Abbildung 4.2 zeigt einige Beispiele für oft verwendete Punktoperationen.

## 4.2 Geometrische Transformationen

Bei den geometrischen Transformationen wird ein Grauwert am Ort  $(x, y)$  möglichst unverändert an einen anderen Ort  $(x', y')$  übertragen. Die einfachste Abbildung dieser Gruppe ist die affine Transformation, die sich immer darstellen lässt als

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_x \\ t_y \end{bmatrix}. \quad (4.1)$$

In der numerischen Behandlung ist es oft günstiger, die Transformation als eine einzige Matrixmultiplikation zu beschreiben. Dies gelingt mit den sog. homogenen Koordinaten, bei denen einfach eine dritte bedeutungslose Koordinate hinzugefügt wird.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & t_x \\ a_{21} & a_{22} & t_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

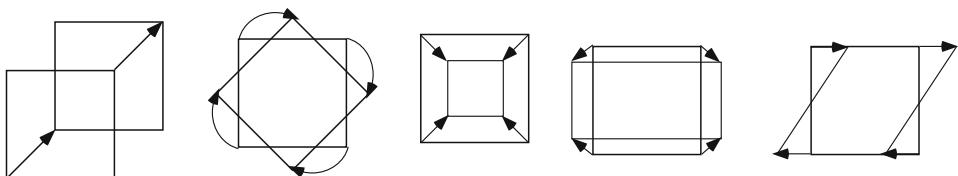
So lassen sich Translatation, Rotation, Dilatation, Stauchung und Scherung beschreiben.

Das „Geradebiegen“ einer sattelförmigen Verzeichnung wie beim Röntgenbildverstärker gelingt nicht mit einer affinen Transformation. Hier ist eine „elastische“ Transformation nötig (Abb. 4.3).

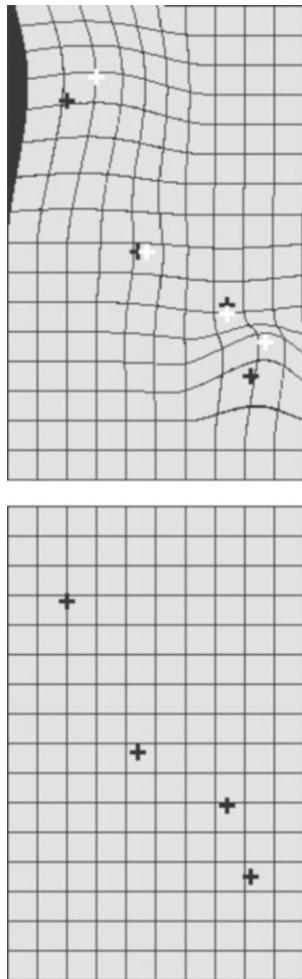
Eine besonders interessante Klasse von elastischen Transformationen ist das „Image warping“ mit radialen Basisfunktionen. Hierbei werden zunächst im Originalbild  $N$  Punkte  $(x_i, y_i)$  markiert. Dann wird für das elastisch verformte Bild angegeben, wo diese  $N$  Punkte landen sollen, d. h. es werden die neuen Koordinaten  $(x'_i, y'_i)$  festgelegt

$$T \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix}. \quad (4.3)$$

Um diese Ankerpunkte herum soll das Bild elastisch verformt werden. Beim „image warping“ soll das so geschehen, dass die Verformung um so kleiner wird, je weiter man sich von den Ankerpunkten entfernt (Abb. 4.4). Im allgemeinen Fall setzt sich die „image



**Abb. 4.3** Translation, Rotation, Stauchung, Streckung und Scherung [2]



**Abb. 4.4** Image Warping – die Ankerpunkte im Original (schwarze Kreuze) werden elastisch auf die neuen Orte (weiße Kreuze) verschoben

warping“-Transformation  $T$  aus einem affinen Anteil und einem elastischen Anteil zusammen

$$\begin{bmatrix} x' \\ y \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} t_1 \\ t_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} R_1(x, y) \\ R_2(x, y) \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

Die Funktionen  $R_1(x, y)$  und  $R_2(x, y)$  haben nun folgende Form

$$R_k(x, y) = \sum_{x=1}^N b_i g(r) = \sum_{x=1}^N b_i g\left(\sqrt{(x - x_i)^2 + (y - y_i)^2}\right) \quad (4.5)$$

wobei  $g(r)$  irgendeine Funktion sein kann, die mit zunehmendem Argument kontinuierlich abfällt, z. B.

$$g(r) = \exp\left(\frac{-r^2}{\sigma^2}\right) \quad (4.6)$$

Die Koeffizienten  $a_{ij}$ ,  $t_i$  und  $b_i$  werden so bestimmt, dass gilt

$$T \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x'_i \\ y'_i \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

Damit werden die Punkte  $(x_i, y_i)$  maximal verschoben, und zwar so, dass sie genau die Punkte  $(x'_i, y'_i)$  treffen. Je weiter ein Originalpunkt  $(x_i, y_i)$  von den Ankerpunkten entfernt ist, desto kleiner ist das Argument der Funktion  $g$  und damit auch die Verschiebung des Punktes.

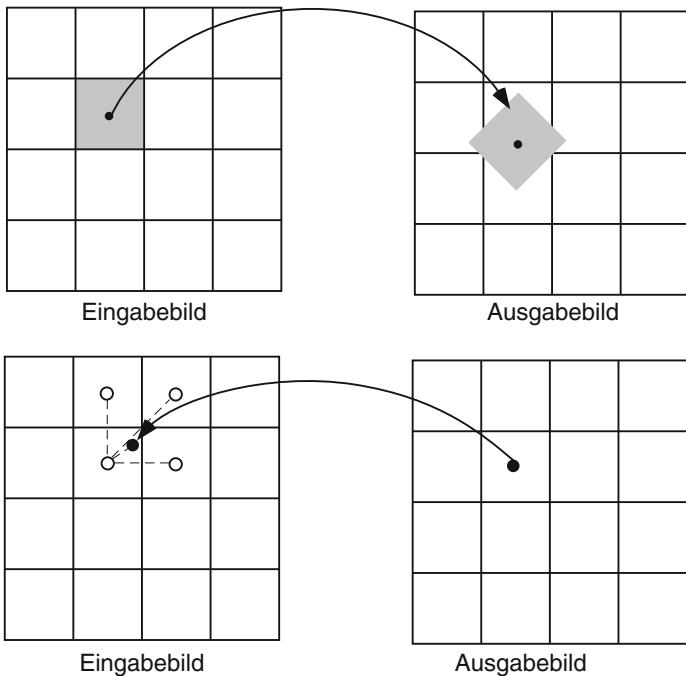
Mit der „Image warping“ Methode können z. B. zwei medizinische Bilder übereinander gelegt werden, zwischen denen eine Bewegung stattgefunden hat, und in denen man eine Reihe von korrespondierenden anatomischen Landmarken identifiziert hat.

---

## 4.3 Interpolation

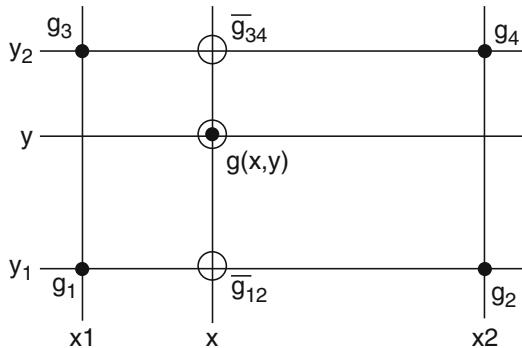
Bei allen geometrischen Transformationen landen die neuen Bildpunkte in der Regel nicht auf den äquidistanten Gitterpunkten des Pixel-Rasters. Sie müssen zur Darstellung in geeigneter Weise wieder auf ein Gitter interpoliert werden. Die Eintragung der Grauwerte in das am nächsten gelegene Pixel ist ungeeignet, da dann möglicherweise einige Pixel zweimal und andere nie getroffen werden.

Wird „rückwärts“ betrachtet der Grauwert des nächsten Nachbarn im Originalbild gesucht, erhält man immer ein vollständiges interpoliertes Bild (Abb. 4.5). Ein besseres Verfahren ist die bilineare Interpolation (Abb. 4.6). Interpolationen mit Polynomen oder mit sog. „Splines“ sind glatter.



**Abb. 4.5** Geometrische Abbildung auf ein neues Pixelraster. Oben: das graue Quadrat soll im Ausgangsbild zwischen dem Raster landen. Unten: Es wird mit der „Rückwärts-Abbildung“ der Punkt im Eingangsbild gesucht und der richtige Grauwert durch Interpolation gefunden

**Abb. 4.6** Bilineare Interpolation und Gl. 4.8



$$\begin{aligned}
 \bar{g}_{12} &= g_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (g_2 - g_1) \\
 \bar{g}_{34} &= g_3 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} (g_4 - g_3) \\
 g(x, y) &= \bar{g}_{12} + \frac{y - y_1}{y_2 - y_1} (\bar{g}_{34} - \bar{g}_{12})
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

## 4.4 Faltungsfilter

Faltungsfilter gehören zur Klasse der Nachbarschaftsoperatoren. Hierbei gehen in die Berechnung des neuen Grauwertes eines Pixels auch die Grauwerte in einer Umgebung um das zu bearbeitende Pixel herum ein. Der Ort des Pixels im Bild bleibt unverändert.

Faltungsfilter lassen sich bei digitalen Bildern durch eine „Maske“ („Faltungs-Kern“ englisch „Kernel“) beschreiben, die Punkt für Punkt über das Original geschoben wird. An jeder Stelle werden die Original-Grauwerte unter der Maske mit der darüber liegenden Zahl in der Maske multipliziert und alle diese Werte addiert. Das Ergebnis ist der neue Grauwert im Zentrum der Maske.

Für eine  $3 \times 3$ -Filtermaske gilt:

$$W = \begin{array}{|c|c|c|} \hline w_1 & w_2 & w_3 \\ \hline w_4 & w_5 & w_6 \\ \hline w_7 & w_8 & w_9 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{g}(x, y) &= w_1 \cdot g(x-1, y+1) + w_2 \cdot g(x, y+1) + w_3 \cdot g(x+1, y+1) \\
 &\quad + w_4 \cdot g(x-1, y) + w_5 \cdot g(x, y) + w_6 \cdot g(x+1, y) \\
 &\quad + w_7 \cdot g(x-1, y-1) + w_8 \cdot g(x, y-1) + w_9 \cdot g(x+1, y-1).
 \end{aligned} \tag{4.9}$$

Faltungsfilter sind grundsätzlich linear und verschiebungsinvariant (vergl. Abschn. 3.5). Sie lassen sich damit durch eine Impulsantwort  $h(x, y)$  bzw. durch eine komplexe Übertragungsfunktion  $H(u, v)$  vollständig beschreiben. Werden zwei Faltungsfilter nacheinander ausgeführt, so gibt es immer eine Maske, die beide Faltungsfilter auf einmal realisiert (diese Maske ist aber in der Regel größer als die beiden einzelnen Masken).

#### 4.4.1 Mittelwertfilter und Gaußfilter

Die Filtermaske

$$M = \frac{1}{9} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (4.10)$$

bildet offenbar den Mittelwert aller unmittelbaren Nachbarn eines Pixels. Sie entspricht einer Faltung mit einer Rechteckfunktion, d. h. im Frequenzbereich erhält man eine Multiplikation mit einer  $\frac{\sin(u)}{u}$ -Funktion, also im Wesentlichen einen Tiefpass.

Die Maske

$$M = \frac{1}{52} \cdot \begin{array}{|c|c|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 2 & 4 & 8 & 4 & 2 \\ \hline 1 & 2 & 4 & 2 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 2 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad (4.11)$$

entspricht einer „weichen“ Tiefpassfilterung. Sie approximiert die Faltung mit einer Gaußfunktion. Steile Kanten im Original werden abgeflacht, hohe Frequenzen herausgefiltert und das Rauschen reduziert.

#### 4.4.2 Gradienten-Filter und Sobel-Filter

Die beiden Filter

$$D_x = \frac{1}{2} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} \quad D_y = \frac{1}{2} \cdot \begin{array}{|c|} \hline 1 \\ \hline 0 \\ \hline -1 \\ \hline \end{array} \quad (4.12)$$

heben Kanten im Original hervor. Gebiete mit Grauwertgradienten führen nach der Filterung zu großen Werten. Gebiete mit gleichförmigem Grauwertverlauf werden auf null gesetzt. Kommt es nicht auf die Richtung einer Kante an, kann man nach der Faltung mit  $D_x$  und  $D_y$  die resultierenden Bilder  $\widehat{D}_x$  und  $\widehat{D}_y$  punktweise quadrieren und addieren

$$|\widehat{D}| = \left[ \widehat{D}_x \cdot \widehat{D}_x + \widehat{D}_y \cdot \widehat{D}_y \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.13)$$

Etwas einfacher und ähnlich gut ist die Berechnung von

$$|\widehat{D}| \approx |\widehat{D}_x| + |\widehat{D}_y| \quad (4.14)$$

Auf diese Weise können die Grenzen von Organen oder auch Tumoren in medizinischen Bildern gefunden werden. Rauschen wirkt sich bei den oben genannten Gradienten-Filttern sehr schädlich aus: es wird sehr stark hervorgehoben. Deshalb ist es vorteilhaft, den Gradienten-Operator erst nach einer Glättung anzuwenden. Beide Filter können zusammengefasst werden. Wir kommen so zu den Sobel-Filttern

$$S_x = \frac{1}{8} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline 2 & 0 & -2 \\ \hline 1 & 0 & -1 \\ \hline \end{array} \quad S_y = \frac{1}{8} \cdot \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 2 & 1 \\ \hline 0 & 0 & 0 \\ \hline -1 & -2 & -1 \\ \hline \end{array} \quad (4.15)$$

#### 4.4.3 Laplace-Filter

Die folgenden Filtermasken

$$L_1 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & -8 & 1 \\ \hline 1 & 1 & 1 \\ \hline \end{array} \quad L_2 = \begin{array}{|c|c|c|} \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline 1 & -4 & 1 \\ \hline 0 & 1 & 0 \\ \hline \end{array} \quad (4.16)$$

nähern die Summe der zweiten Ableitungen in x- und in y- Richtung an und entsprechen daher dem Laplace -Operator  $\left( \frac{\partial^2 g}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 g}{\partial y^2} \right)$ . Wieder werden, wie bei den Gradientenoperatoren, flache Grauwertgebiete zu null. Der Laplacefilter setzt aber auch Gebiete mit linear ansteigenden Grauwerten auf null. Nur Gebiete mit einer Grauwertkrümmung, z. B. die Mitte von dünnen Linien wie sie bei Blutgefäßen vorkommen, werden im Bild hervorgehoben.

## 4.5 Rangordnungsfilter

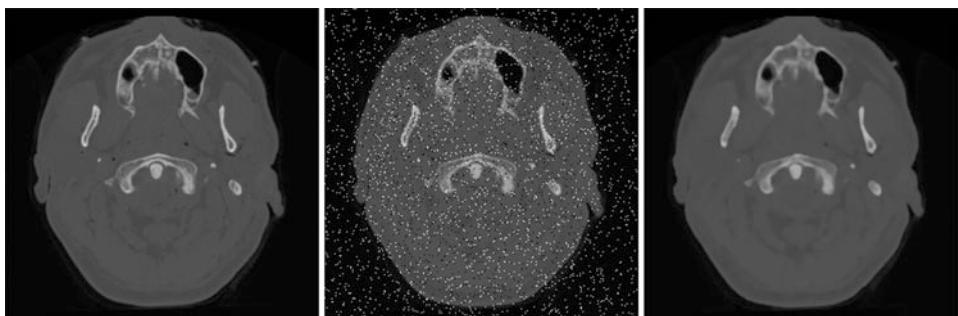
Bei den sogenannten Rangordnungsfiltern schiebt man wieder eine  $3 \times 3$ - oder eine  $5 \times 5$ -Maske über das Original. Nun werden aber alle Grauwerte unter der Maske der Größe nach sortiert. Schließlich wird ein Grauwert nach der Rangordnung ausgewählt (z. B. der Größte, der Mittlere oder der Kleinste) und als neuer Grauwert in das mittlere Pixel geschrieben. Rangordnungsfilter sind nicht linear und lassen sich nicht durch eine Übertragungsfunktion beschreiben!

Beim sogenannten Median-Filter wird der mittlere Grauwert eingesetzt. Bei einer  $3 \times 3$  Maske ist dies der Grauwert an Platz 5. Das ist im Allgemeinen *nicht* der Mittelwert der Grauwerte! So können „Ausreißer“ in den Grauwerten der Pixel (z. B. ein einzelner schwarzer Punkt) eliminiert werden (Abb. 4.7).

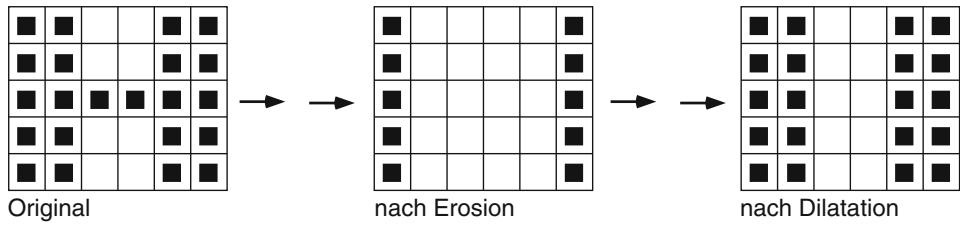
Rangordnungsfilter werden auch beim Korrigieren von segmentierten Datensätzen eingesetzt. Man kann sich das Segmentieren vereinfacht so vorstellen, dass die Bildpunkte, die zu einer zusammenhängenden Gewebestruktur gehören, den Wert 1 bekommen und die anderen den Wert 0.

Unter „Erosion“ versteht man einen Rangordnungsfilter, welcher z. B. innerhalb einer  $3 \times 3$  Maske den kleinsten Wert auswählt und in das mittlere Pixel schreibt. So wird die segmentierte Struktur um ein Pixel „geschrumpft“. Wird der größte Wert ausgewählt, erhält man eine „Dilatation“: Das segmentierte Gebiet wird um ein Pixel „aufgebläht“. Erosion gefolgt von einer Dilatation wird „Opening“ genannt (Abb. 4.8). Dünne (unerwünschte) Verbindungslien zwischen zwei Gebieten werden so ausgelöscht.

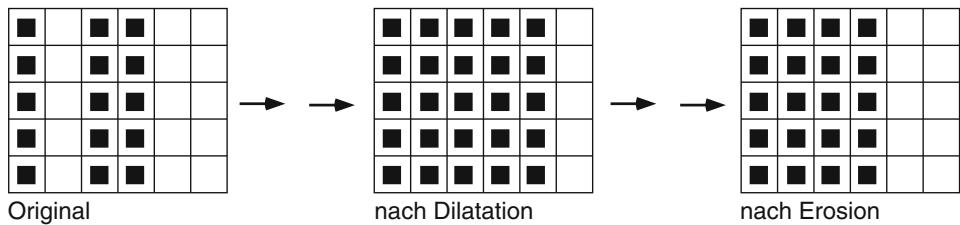
Eine Dilatation gefolgt von einer Erosion wird „Closing“ genannt (Abb. 4.9). Dünne (unerwünschte) Unterbrechungen in einem Gebiet werden geschlossen.



**Abb. 4.7** Filterung mit einem Medianfilter (links: Original, Mitte: Bild mit „salt and pepper noise“, rechts: nach Anwendung eines Medianfilters). Die Bilder wurden mit dem Programm ImageJ erstellt [5]



**Abb. 4.8** Opening-Operator: eine Erosion wird gefolgt von einer Dilatation. Falsche Brücken werden so gelöscht.



**Abb. 4.9** Closing-Operator: eine Dilatation wird gefolgt von einer Erosion. Falsche Zwischenräume werden so entfernt.

---

## 4.6 Restauration

Dieses Kapitel der digitalen Bildverarbeitung beschäftigt sich damit, aus einem Bild, welches durch ein abbildendes System verändert wurde, das Original wiederherzustellen. Dies ist mit gewissen Einschränkungen möglich, wenn die Übertragungsfunktion des Systems bekannt ist. Es gilt

$$g(x, y) = f(x, y) * h(x, y) \Leftrightarrow G(u, v) = F(u, v) \cdot H(u, v) \quad (4.17)$$

Wird die Fouriertransformierte des Bildes durch die komplexe Übertragungsfunktion geteilt, erhält man die Fouriertransformierte des Originals. Durch Rücktransformation erhält man im Prinzip das Original.

$$f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v) = \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \quad (4.18)$$

Dies geht leider meistens nicht so einfach, da alle abbildenden Systeme unvollkommen sind und daher oberhalb von  $u_{max}$  und  $v_{max}$  die Funktion  $H(u,v) = 0$  ist. Um wenigstens die Teile zu restaurieren, die noch zu retten sind, setzt man den sog. „Wiener-Filter“ ein

$$\hat{F}(u, v) = \left[ \frac{G(u, v)}{H(u, v)} \cdot \frac{|H(u, v)|^2}{|H(u, v)|^2 + \frac{NPS(u, v)}{SPS(u, v)}} \right], \quad (4.19)$$

mit:  $NPS(u, v)$  = Rauschleistungsspektrum,

$SPS(u, v)$  = Signalleistungsspektrum.

Der Wiener-Filter sorgt dafür, dass in dem Frequenzbereich, wo  $|H(u, v)|$  gegen null geht und/oder wo das Rauschen größer ist als das Signal, die Funktion  $\hat{F}(u, v)$  auf null gedrückt wird.

## 4.7 Bewegungs- und Verschiebungsanalyse

Ein großes Kapitel der digitalen Bildverarbeitung beschäftigt sich damit, in einer Bildfolge zu erkennen, welches Muster in den Bildern sich in welche Richtung bewegt hat. Die Vielzahl der Methoden (z. B. die Methode mit dem optischen Fluss oder die Eigenwertanalyse der Kovarianzmatrix) kann hier nicht erläutert werden. Da im Abschn. 3.4 bereits die Korrelation zweier Bilder besprochen wurde, soll nur diese Technik hier kurz beschrieben werden. Für das gesamte Bild oder nur für einen Ausschnitt („region of interest“, ROI) wird die Kreuzkorrelation berechnet:

$$\tilde{r}(x', y') = \int_{x_a}^{x_b} \int_{y_a}^{y_b} f_1(x, y) \cdot f_2(x + x', y + y') dx dy \quad (4.20)$$

Da wo  $\tilde{r}(x', y')$  ein Maximum hat, liefern die Werte  $x'$  und  $y'$  die entsprechende Verschiebung. Um auch die absolute Ähnlichkeit der Muster in den Bildern  $f_1$  und  $f_2$  beurteilen zu können, bestimmt man die normierte Kreuzkorrelationsfunktion

$$r(x', y') = \frac{\iint f_1(x, y) \cdot f_2(x + x', y + y') dx dy}{\left[ \iint f_1^2(x, y) dx dy \iint f_2^2(x, y) dx dy \right]^{\frac{1}{2}}} \quad (4.21)$$

Die Kreuzkorrelation kann vorteilhaft mit der FFT im Frequenzraum durchgeführt werden. Rotationen von Mustern in zwei Bildern  $f_1$  und  $f_2$  können so allerdings nicht

erfasst werden. Um Rotationen zu erkennen, müssen die Bilder sukzessive gegeneinander verdreht und danach die Kreuzkorrelation berechnet werden.

Die Anwendungen der Bewegungsanalyse in der Medizin sind vielfältig:

- Bei der digitalen Subtraktionsangiographie (Abschn. 2.7.2) können vor der Subtraktion Bewegungsartefakte eliminiert werden, indem die beiden Bilder so verschoben werden, dass die Blutgefäße genau übereinander liegen.
- Bei der Strahlentherapie (Abschn. 2.8) kann mit Hilfe der während der einzelnen Bestrahlungssitzungen aufgenommenen Bilder ermittelt werden, ob der Patient gegenüber der Anordnung am ersten Tag verschoben ist.
- Die Bewegung der Herzwand kann in Ventrikulogrammen quantitativ bestimmt werden (Abschn. 2.7.4).

---

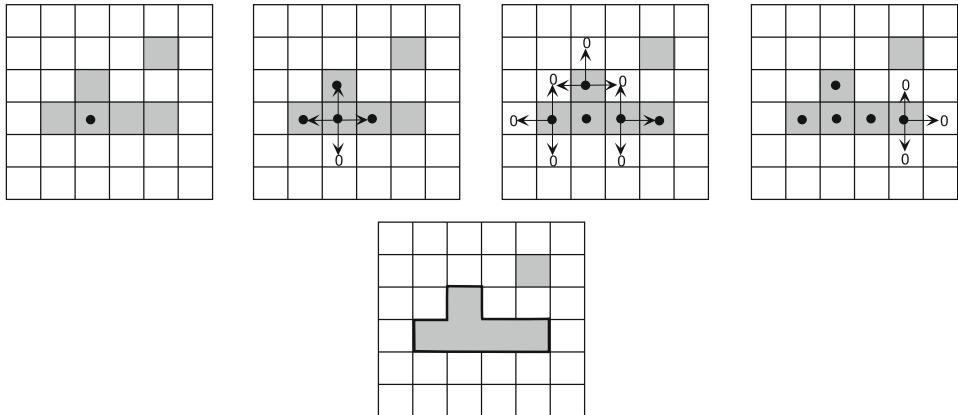
## 4.8 Segmentierung

Bei der Segmentierung geht es darum, Grenzflächen zwischen unterschiedlichen Gewebearten in den Bildern automatisch zu finden. Auch diese Aufgabe ist inzwischen ein so weites Feld mit vielen unterschiedlichen Lösungsmöglichkeiten, dass es hier nur kurz gestreift werden kann. Die einfachste Methode zur Segmentierung ist das „Schwellwertverfahren“, bei dem alle Pixel, deren Grauwerte sich in einem vorgegebenen Bereich befinden, zu einem Gebiet zusammengefasst werden. Rauschen und Abbildungsfehler führen leider dazu, dass bei diesem Verfahren eine große Zahl von falsch segmentierten Gebieten entstehen. Nur Knochen in Röntgenbildern zeigen einen von der Umgebung so unterschiedlichen Grauwert, dass sie mit dem Schwellwertverfahren gut gefunden werden können.

Ein besonders wichtiges weiteres Verfahren ist das Regionen-Wachstum („region-growing“, Abb. 4.10). Hierbei wird (oft per Hand) ein „Saatpunkt“ in ein zu segmentierendes Gebiet gesetzt. Dann wird für alle Nachbarn des Saatpunktes geprüft, ob die Grauwerte einen vorgegebenen Schwellwert überschreiten oder nicht. Bleibt der Grauwert unter (bzw. über) der Schwelle, wird das Pixel zur Region hinzugeschlagen. Dann werden alle neuen Nachbarn der Region genauso behandelt wie oben. Das Verfahren wird so lange fortgesetzt, bis alle Nachbarn entweder außerhalb vom Bildrand oder oberhalb der Grauwertschwelle liegen. So können einfach zusammenhängende Gebiete gefunden werden.

Problematisch ist, dass durch Rauschen oder Artefakte Grauwerte an einzelnen Randpunkten des gesuchten Gebietes zu niedrig liegen können und das „region growing“ dort „ausläuft“. Die Bilder müssen vor der Segmentierung oft zur Rauschunterdrückung mit einem Gaußfilter geglättet werden. Dies führt aber dazu, dass auch die gesuchten Kanten nicht mehr so genau lokalisiert werden können.

Ein weiterer Ansatz zur Segmentierung ist der Wasserscheiden-Algorithmus („watershed algorithm“, Abb. 4.11). Hier fasst man das Graustufen-Bild als ein



**Abb. 4.10** Segmentieren mit dem Regionen-Wachstum. Der kleine schwarze Punkt ist der „Saatpunkt“. Es werden alle Nachbarn abgefragt, ob sie das Kriterium erfüllen. Wenn ja, werden sie auf „gehört zu dem Gebiet dazu“ gesetzt. Gleichzeitig kommen sie in die Reihe der Punkte, deren Nachbarn noch abgearbeitet werden müssen. Wenn alle Nachbarn und Nachbarn von Nachbarn abgearbeitet sind, endet der Algorithmus

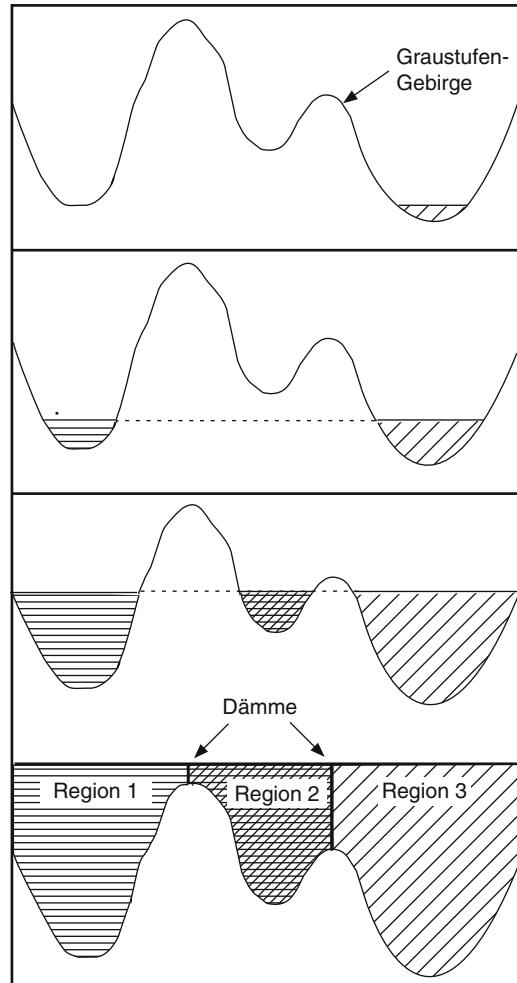
Graustufengebirge auf und füllt es von unten her mit Wasser, z. B. indem der Grundwasserspiegel schrittweise erhöht wird. Entsteht dabei ein neuer See, so bekommen alle Pixel die dazu benachbart sind, die gleiche Nummer. Stoßen bei der schrittweisen Erhöhung der Schwelle zwei zusammenhängende Gebiete aneinander, so wird hier ein „Damm“ errichtet, d. h. es wird eine Grenzfläche zwischen zwei Gebieten definiert. Das anschauliche Bild des „Auffüllens mit Wasser“ lässt sich mathematisch so beschreiben: Alle solchen Pixel werden zu einem Gebiet zusammengefasst, von denen man auf einem geschlossenen Pfad, auf dem die Grauwerte nur abfallen, zum gleichen Zielpixel gelangen kann. Der Wasserscheidenalgorithmus hat das Problem, dass oft zu viele Gebiete als „verschieden“ segmentiert werden, die eigentlich zusammen gehören.

Ein weiteres Segmentierungsverfahren arbeitet mit sog. „aktiven Konturen“. Bei 2D-Bildern spricht man auch von „snakes“. Das sind vereinfacht ausgedrückt, Gummibänder, die so durch das Graustufengebirge des Gradientenbildes (vergl. Sobel Operator) gelegt werden, dass ein Energieminimum erreicht wird.

Bei 3D-Bildern geht man entsprechend von verformbaren Gummiballons („Balloons“) aus, die sich in die Kanten des zu segmentierenden Datensatzes einschmiegen. So können besonders zusammenhängende Gebiete gut segmentiert werden, auch wenn im Original-Datensatz kurze Abschnitte der Berandung nicht gut zu erkennen sind.

Natürlich können alle die genannten Segmentierungsverfahren auch auf beliebig vorverarbeitete Daten (z. B. gefilterte) angewendet werden. Dann gehen in die Entscheidung, ob z. B. beim Regionen-Wachstum ein Pixel zum Gebiet hinzugerechnet werden soll, auch die Grauwerte in der Nachbarschaft, die Textur oder das Histogramm über die Grauwerte der Nachbarvoxel mit ein.

**Abb. 4.11** Segmentieren mit dem Wasserscheiden-Algorithmus. Im oberen Bild erreicht der steigende Wasserspiegel gerade das erste Tal. Dieses Tal bekommt die Nummer 1. Im zweiten Bild erreicht der Wasserspiegel das zweite Tal, welches nicht mit dem ersten verbunden ist. Es bekommt die Nummer 2. Im dritten Bild sind alle Täler erreicht. Stoßen jetzt zwei Gebiete aneinander, behalten sie ihre alte Nummer

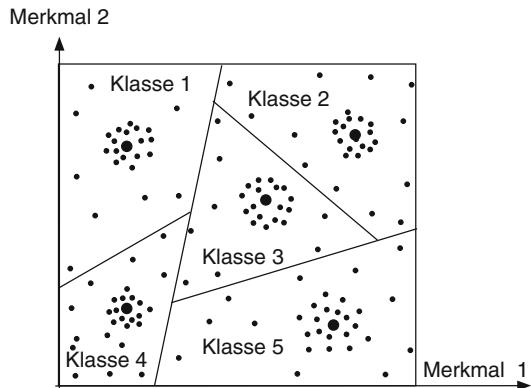


## 4.9 Klassifizierung

Bezogen auf die Bildverarbeitung in der Medizin bedeutet Klassifizierung, dass die bei der Segmentierung gefundenen Gebiete einem bestimmten Gewebetyp (z. B. Muskel, Fett, Lunge) zugeordnet werden. Hierzu werden zunächst aus den segmentierten Bilddaten Merkmale („features“) extrahiert. Dies sind skalare Größen (Zahlen), die zur Unterscheidung der Gewebetypen dienen können.

Ausgangspunkt kann z. B. das Grauwert-Histogramm sein, in dem die Häufigkeit der Grauwerte im segmentierten Gebiet aufgetragen ist. Der mittlere Grauwert, die Schwankungsbreite, die Zahl der unterscheidbaren Häufigkeits-Maxima u. v. a. wären mögliche Merkmale.

**Abb. 4.12** Klassifikation im Merkmalsraum. Von den in einem Trainings-Datensatz sicher richtig klassifizierten Objekten wird der Schwerpunkt bestimmt (fette Punkte). Ein neu hinzukommendes und noch nicht klassifiziertes Objekt wird der Klasse zugeordnet, bei der der Abstand zum Schwerpunkt am kleinsten ist



Ein weiterer Ausgangspunkt kann die Textur im Gebiet sein. Die Texturanalyse fragt, ob sich ein spezifisches elementares Muster im Bild periodisch oder quasiperiodisch wiederholt. Man kann auch in einem kleinen Bildausschnitt mit einer FFT das Spektrum bestimmen und nach dem Anteil in einem spezifischen Frequenzband fragen.

Schließlich kann die Form des segmentierten Objektes zur Bestimmung von Merkmalen herangezogen werden. Füllen wir das segmentierte Objekt mit Masse auf (konstante Dichte oder Dichte entsprechend den Grauwerten), so können wir den Schwerpunkt, das Trägheitsmoment und weitere höhere Momente bestimmen. Diese Momente können ebenfalls wichtige Merkmale für die Klassifikation sein.

Nachdem man sich für N Merkmale entschieden und die jeweiligen Werte bestimmt hat, erfolgt die eigentliche Klassifikation. Hierbei stellt man sich einen N-dimensionalen Merkmalsraum vor, in dem man jedes segmentierte Gebiet als einen Punkt eintragen kann (Abb. 4.12). Eine Klassifikation ist dann möglich, wenn sich in diesem Merkmalsraum die verschiedenen Gewebetypen in unterschiedlichen Bereichen befinden. Für diese Gebiete können Schwerpunkte definiert werden. Ein segmentiertes Objekt kann dann dem Gewebetyp zugeordnet werden, dem der Punkt im Merkmalsraum am nächsten kommt. Andere Klassifikatoren sind z. B. der Nächste-Nachbar-Klassifikator oder Bayessche Klassifikatoren.

## 4.10 Multi-Modality-Imaging

Alle in diesem Buch beschriebenen bildgebenden Verfahren lassen sich im Prinzip miteinander kombinieren d. h. ein Organ oder eine Körperregion wird mit zwei (oder mehr) Verfahren („Modalitäten“) aufgenommen. So eignet sich beispielsweise ein CT-Datensatz besser zur Strahlentherapieplanung, der Tumor ist aber oft auf MR-Bildern besser zu erkennen. Oder es können mit PET funktionelle Areale des Gehirns abgebildet und den morphologischen Bildern der MR-Tomographie überlagert werden. Die Aufgaben der digitalen Bildverarbeitung bei solchen Überlagerungen sind:

- Verschieben, Rotieren, Skalieren von einem Bild relativ zum anderem („rigid registration“).
- Korrigieren von Bildverzeichnungen („elastic registration“).
- Visualisierung der Ergebnisse (z. B. Falschfarbendarstellung, Transparenz).

Als Anhaltspunkte („Ankerpunkte“) beim Verschieben und Korrigieren dienen oft künstliche Markierungen in beiden Bilddatensätzen („fiducial marker“) oder Details anatomischer Strukturen, die in beiden Bildern gefunden und zugeordnet werden können („anatomical landmarks“). Auch solche Ankerpunkte können mit Methoden der digitalen Bildverarbeitung automatisch detektiert werden.

---

## 4.11 Bildkommunikation und Archivierung

Auch in diesem Abschnitt sollen nur die wichtigsten Schlagworte genannt und kurz erläutert werden.

- Informationssysteme in der Medizin

In der ersten Phase auf dem Weg zur digitalen Radiologie sprach man von PACS (Picture Archiving and Communication Systems), das sind Systeme, in denen primär die „nackten“ Bilddaten übertragen und gespeichert wurden. Im nächsten Schritt, den RIS (Radiology Information Systems) werden komplett Patienten-Mappen mit Befunden und Abrechnungsunterlagen behandelt. Diese Systeme werden heute eingebettet in sog. HIS (Hospital Information Systems), in denen nicht nur alle Patientendaten sondern auch andere für das Krankenhausmanagement wichtige Daten bereitgestellt werden.

- Bilddaten-Formate

Nach einer anfänglichen Vielfalt von Daten-Formaten, die oft herstellerspezifisch und von anderen Systemen nicht lesbar waren, hat sich heute der DICOM-Standard durchgesetzt (Digital Imaging and Communication in Medicine).

- Archivierung

Da in Deutschland eine sichere Lagerung medizinischer Bilddaten über 10 Jahre garantiert werden muss, werden für die langfristige Archivierung digitaler Bilder optische Platten oder CD-R (Compact Disk-Recordable) empfohlen. Solange noch ein schneller Zugriff nötig ist, werden auch Hard-Disks mit RAID-Architektur (Redundant Array of Independent Disks) eingesetzt.

- Kommunikation

Ziel der Bilddaten-Kommunikation ist es, die Daten jedem, der eine Zugangsberechtigung hat, überall und jederzeit zur Verfügung zu stellen. In der sog. Telemedizin geht

es u. a. auch darum, eine Befundung gemeinsam mit anderen über die ganze Erde verteilten Experten durchführen zu können. Hierbei stellen sich natürlich insbesondere die Fragen nach Datensicherheit, Verschlüsselungstechniken und Zugangsrechten.

- Komprimierung

Die extrem hohe Datenmenge medizinischer Bilddaten macht eine Datenkompression nötig sowohl für die platzsparende Archivierung als auch für die schnelle Kommunikation. Man unterscheidet die verlustlose Kompression (Reduktionsfaktor bis ca. 3) und die verlustbehaftete Kompression (Reduktionsfaktor einstellbar). Oft wird der JPEG-Standard verwendet. Es wurden fraktale Kompressionstechniken (Wavelet-Transformation) entwickelt, bei denen zunächst sehr schnell stark komprimierte Bilder übertragen werden können und weitere Detaillierungen nach und nach hinzukommen.

- Datenschutz, Authentifizierung, elektronische Unterschrift

Medizinische Bilddaten sollten den direkt geschützten Bereich der Radiologie nur in verschlüsselter Form verlassen. Hier wird auf neueste Techniken der Kryptologie zurückgegriffen. Ein „fire wall“-Server muss das interne Datennetz von der Außenwelt zuverlässig „abschotten“, ohne dass die erwünschte Kommunikation mit der Außenwelt beeinträchtigt wird. Die Zugangsberechtigung zu den Daten muss zuverlässig geprüft werden (Authentifizierung = ist der Mensch am Terminal der, der er vorgibt zu sein). Auch muss die Erstellung der Daten, die nachträgliche Veränderung oder das Einfügen von Zusätzen durch eine elektronische Unterschrift quittiert werden.

---

## Literatur

1. Gonzalez R.C. and Woods R.E.: Digital image processing. Reading, Menlo Park, New York: Addison-Wesley, 1993.
2. Jähne B.: Digitale Bildverarbeitung. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1997.
3. Lehmann T., Oberschelp, Pelikan, W.E., and Repges, R.: Bildverarbeitung für die Medizin. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1997.
4. Bankman I.N.: Handbook of Medical Imaging – Processing and Analysis. San Diego: Academic Press, 2000.
5. web-Seite von ImageJ des National Institutes of Health in den USA: <http://imagej.nih.gov/ij/>

Die Computertomographie ist eines der wichtigsten bildgebenden Verfahren in der Medizin. Ziel ist es, Schnittbilder des menschlichen Körpers zu erzeugen. Beim Projektionsröntgen entstehen Schattenbilder, und das bedeutet, dass ein Organ ein anderes verdecken kann und dass man nicht entscheiden kann, ob ein Objekt vor oder hinter einem anderen liegt. Das Bild einer dünnen Scheibe durch den Körper des Patienten könnte alle diese Probleme lösen („Schnitbild-Verfahren“). Die Computertomographie löst diese Aufgabe. Dazu müssen aus den Messsignalen mithilfe eines mathematischen Algorithmus die Bilder berechnet werden. Die englische Übersetzung zu „berechnete Tomografie“ lautet „Computed Tomography“. Leider hat sich im Deutschen statt „Computed Tomography“ der Begriff „Computertomographie“ durchgesetzt. Das ist nicht ganz falsch, da man die notwendigen Berechnungen natürlich mithilfe eines Computers durchführt. Die Computertomographie soll in diesem Kapitel ausführlich erklärt werden.

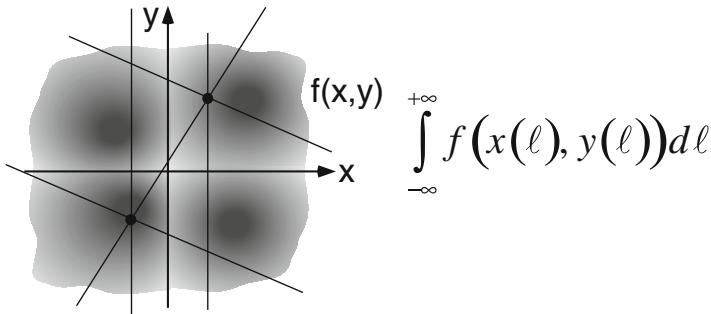
---

## 5.1 Radon-Transformation

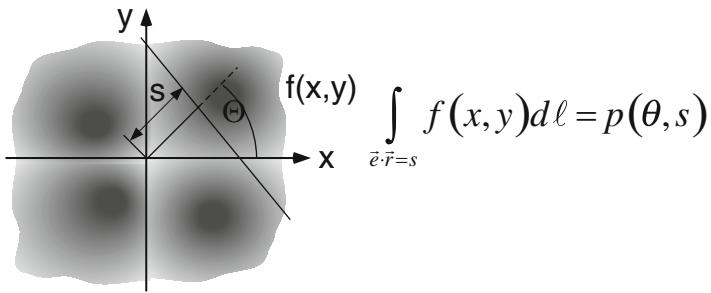
1917 schrieb J. Radon einen Artikel „Über die Bestimmung von Funktionen durch ihre Integralwerte längs gewisser Mannigfaltigkeiten“. Ca. 50 Jahre später erfuhr der Artikel in der Computertomographie eine unerwartete Bedeutung.

Bei der Radon-Transformation geht es darum, dass man eine beliebige integrierbare Funktion  $f(x, y)$  durch alle geraden Linienintegrale über das Definitionsbereich von  $f(x, y)$  beschreibt (Abb. 5.1). Das geht nur, wenn die Funktion  $f(x, y)$  für große Argumente von  $x$  und  $y$  irgendwann auf null geht, d.h. das Gebiet, wo  $f(x, y)$  ungleich null ist, fängt irgendwo an und hört irgendwo wieder auf.

Integriert man nacheinander durch alle Punkte über alle Richtungen, so hat man sich zu viel Arbeit gemacht: einige dieser Integrale sind identisch. Es empfiehlt sich, ein



**Abb. 5.1** Linienintegrale längs einer Linie durch das Gebiet von  $f(x, y)$



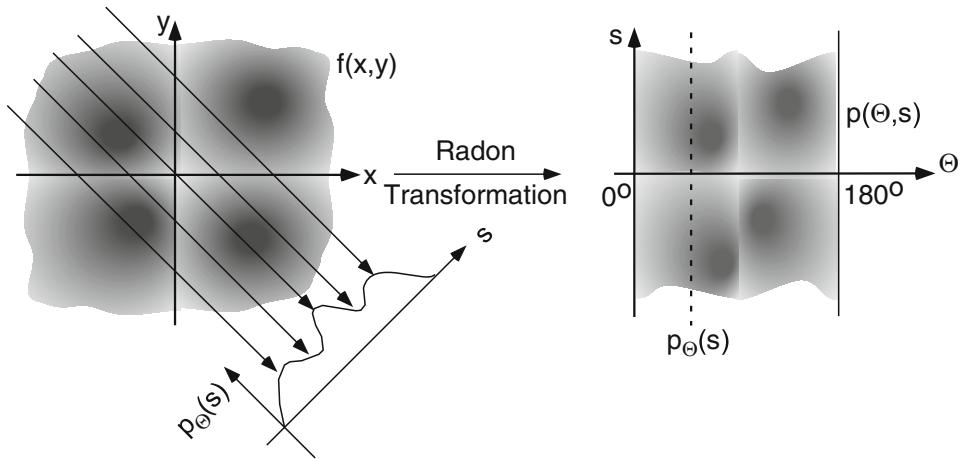
**Abb. 5.2** Ordnungsschema für die Linienintegrale:  $e$ : Einheitsvektor in Richtung  $\theta$ ;  $\theta$  Winkel zwischen der Integrationslinie und der Normalen durch null

Ordnungsschema einzuführen, so dass alle Linienintegrale nur einmal auftauchen. Man wählt folgendes Schema (Abb. 5.2):

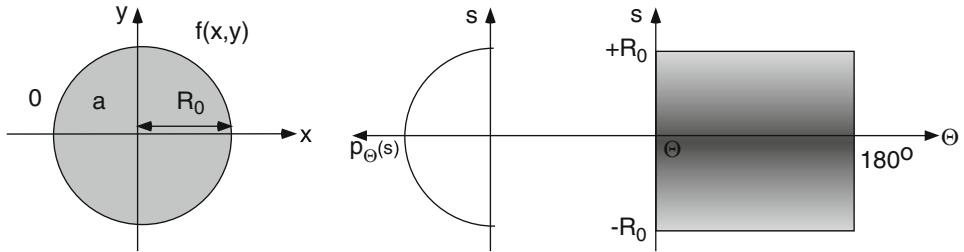
Werden alle Winkel  $\theta$  von  $0^\circ$  bis  $180^\circ$  und alle Werte  $s$  von  $s_{\min} < s < s_{\max}$  der Reihe nach gewählt, so erhält man alle möglichen Linienintegrale  $p(\theta, s)$  über die Funktion  $f(x, y)$ . Die Werte dieser Linienintegrale können in ein  $p(\theta, s)$  – Diagramm eingetragen werden (Abb. 5.3): Man erhält die Radontransformierte der Funktion  $f(x, y)$ .

Eine Linie in der Radontransformierten mit  $\theta = \text{const}$  nennt man Projektion  $p_\theta(s)$ . Es ist die Zahlenfolge aller Linienintegrale über  $f(x, y)$  mit konstantem Winkel  $\theta$  und variablem Abstand  $s$  zum Koordinatenursprung.

Als Beispiel betrachten wir eine Funktion  $f(x, y)$  die in einem kreisförmigen Gebiet um 0 den Wert a und sonst den Wert 0 hat (Abb. 5.4). Wir berechnen die Projektion zum Winkel  $\theta = 0^\circ$ .



**Abb. 5.3** Die Radon-Transformation



**Abb. 5.4** Beispiel für eine Radon-Transformation

$$p(0, x) = \int_{-\sqrt{R_0^2 - x^2}}^{+\sqrt{R_0^2 - x^2}} ady = 2 \cdot a \cdot \sqrt{R_0^2 - x^2} \text{ für } |x| \leq R_0 \quad (5.1)$$

$$p(0, x) = 0 \text{ für } |x| > R_0$$

Die Projektion zum Winkel  $\theta = 0^\circ$  ist für  $a = 1/2$  eine Kreishälfte mit dem Radius  $R_0$ . Für alle anderen Winkel  $\theta$  kommt offenbar das gleiche heraus. Für Werte  $a \neq 1/2$  ergibt sich eine Ellipsen-Hälfte.

## 5.2 Fourier-Scheiben-Theorem

Wir wissen nun, wie wir von einer Funktion  $f(x, y)$  zu ihrer Radontransformierten  $p(\theta, s)$  kommen, aber wir wissen noch nicht, ob und wenn ja wie wir von einer Radontransformierten zurück zur Funktion  $f(x, y)$  kommen. Die Antwort gibt das Fourier-Scheiben-Theorem („Fourier Slice Theorem“). Es soll zunächst an einer Projektion zum Winkel  $\theta = 0^\circ$  erklärt werden (Abb. 5.5).

Die Projektion  $p_0(s)$  kann (da  $\theta = 0^\circ$ ) geschrieben werden als  $p_0(x)$ . Außerdem geht hier das Integral einfach über die y-Richtung:

$$p_0(s) = p_0(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y) dy \quad \text{für } \theta = 0^\circ \quad (5.2)$$

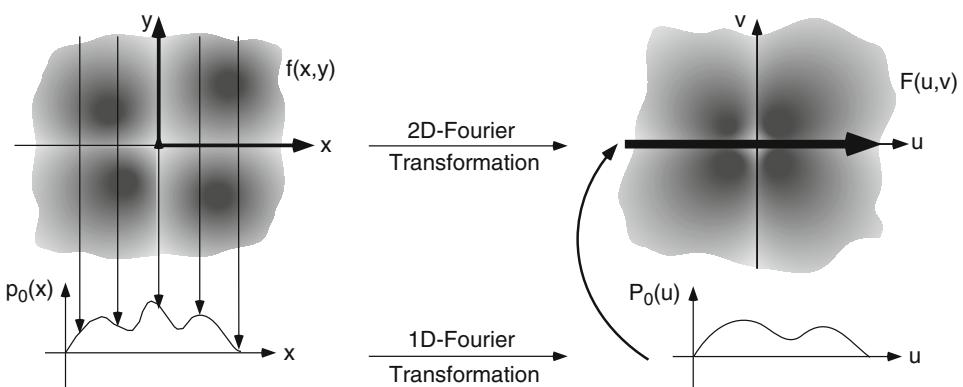
Die 1D-Fouriertransformierte von  $p_0(x)$  lautet

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_0(x) e^{-j2\pi ux} dx \quad (5.3)$$

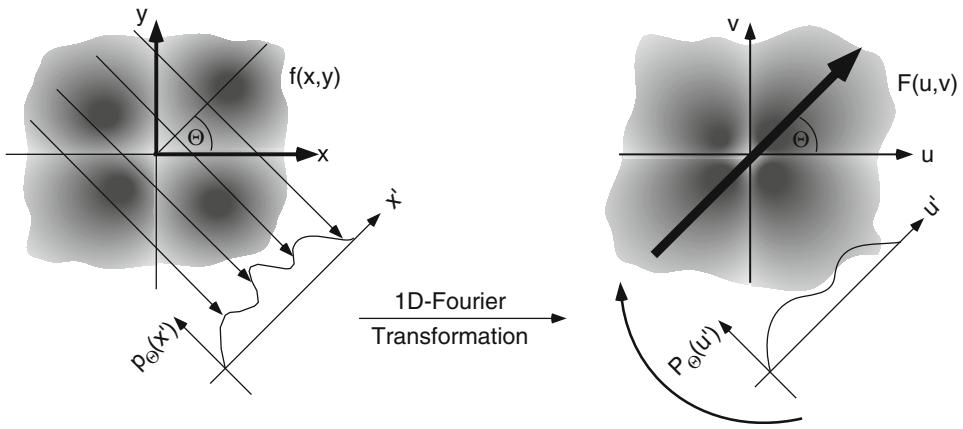
Dies lässt sich umformen

$$P_0(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \int f(x, y) dy \right] e^{-j2\pi ux} dx = \int \int f(x, y) e^{-j2\pi(ux+0\cdot y)} dx dy = F(u, 0) \quad (5.4)$$

mit  $f(x, y) \Leftrightarrow F(u, v)$



**Abb. 5.5** Fourier-Scheiben-Theorem für  $\theta = 0^\circ$



**Abb. 5.6** Fourier-Scheiben-Theorem für beliebige Winkel  $\theta$

Die 1-D Fouriertransformierte einer Projektion zum Winkel  $\theta = 0^\circ$  ergibt also die Werte der 2D-Fouriertransformierten von  $f(x,y)$  auf der  $u$ -Achse. Betrachten wir nun eine Projektion unter einem beliebigen Winkel  $\theta$  (Abb. 5.6).

Die Projektion  $p_\theta(s)$  kann als eine Projektion auf der  $x'$ -Achse eines gedrehten Koordinaten-Systems aufgefasst werden. Im diesem gedrehten Koordinatensystem ergibt sich die gleiche Rechnung wie oben, d. h. die Fouriertransformierte der Projektion ergibt die Werte auf der  $u'$ -Achse im Fourier-Raum  $F(u,v)$ . Nun gilt ganz allgemein, dass die Fouriertransformierte einer um einen Winkel  $\theta$  gedrehten Funktion  $f(x,y)$  ebenfalls um genau den gleichen Winkel  $\theta$  gegenüber der Fouriertransformierten  $F(u,v)$  verdreht ist. Damit ist das sog. *Fourier-Scheiben-Theorem* bewiesen:

Sei eine Funktion  $f(x,y)$  gegeben und  $F(u,v)$  deren 2D-Fouriertransformierte  $f(x,y) \Leftrightarrow F(u,v)$ .

Sei weiter  $p_\theta(s)$  eine Projektion von  $f(x,y)$  und  $P_\theta(w)$  deren 1D-Fouriertransformierte  $p_\theta(s) \Leftrightarrow P_\theta(w)$ .

Dann beschreibt  $P_\theta(w)$  die Werte von  $F(u,v)$  auf einem Radialstrahl zum Winkel  $\theta$ .

Damit ergibt sich folgende Möglichkeit, von der Radontransformierten  $p(\theta,s)$  einer Funktion zurück zur Funktion  $f(x,y)$  zu kommen:

Man bilde von allen Projektionen  $p_\theta(s)$  die 1D-Fouriertransformierte  $P_\theta(w)$  und trage die Werte auf dem zu  $\theta$  gehörenden Radialstrahl in die Funktion  $F(u,v)$  ein. Danach findet man  $f(x,y)$  durch eine inverse 2D-Fouriertransformation.

### 5.3 Radon-Transformation und Computertomographie

Bei den im Kap. 2 beschriebenen Röntgenverfahren wurden „Schattenbilder“ des menschlichen Körpers aufgenommen. Hintereinander liegende Organe werden übereinander dargestellt. Die Ausdehnung der Organe in Strahlrichtung ist unbekannt.

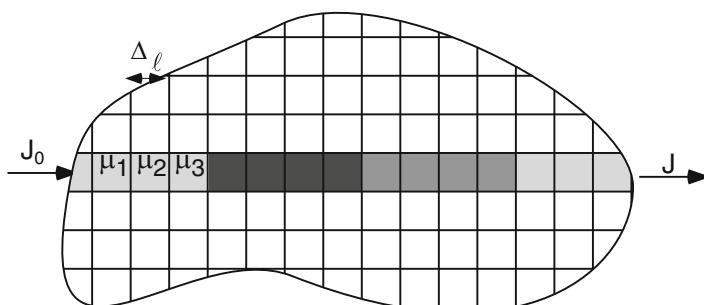
Ziel bei der Computertomographie (CT) ist es, „Schichtbilder“ zu erzeugen. Wie würde der Körper im Inneren aussehen, wenn man eine dünne Scheibe herausschneiden und von oben auf die Scheibe blicken würde?

Zum Verständnis des Ansatzes bei der CT wählen wir zunächst einen einzelnen nadelförmigen Strahl, der durch den Körper hindurchgeschickt wird. Das Signal, welches gemessen wird, ist die transmittierte Röntgenintensität bezogen auf die eingestrahlte Röntgenintensität (Abb. 5.7).

Die transmittierte Röntgenintensität ergibt sich aus dem Verlauf der Röntgenschwächungskoeffizienten längs des Strahls:

$$\begin{aligned}
 J &\approx J_0 \cdot e^{-\mu_1 \cdot \Delta\ell} \cdot e^{-\mu_2 \cdot \Delta\ell} \cdot \dots \cdot e^{-\mu_N \cdot \Delta\ell} \\
 J &\approx J_0 \cdot e^{-\sum_{i=1}^N \mu_i \cdot \Delta\ell} \\
 J &= J_0 \cdot e^{-\int \mu(\ell) d\ell} \\
 \ln\left(\frac{J_0}{J}\right) &= \int \mu(\ell) d\ell.
 \end{aligned} \tag{5.5}$$

Bei der CT wird die Funktion  $\mu(x, y)$  gesucht (Röntgenschwächungskoeffizient als Funktion des Ortes in einer Körperscheibe). Messen kann man aber nur alle Linienintegrale über die Funktion  $\mu(x, y)$ . Um nicht einige Linienintegrale doppelt zu messen, bietet sich das Schema von Abb. 5.2 an: Man messe alle Linienintegrale zu einem festen



**Abb. 5.7** Durchgang eines nadelförmigen Röntgenstrahls durch einen Körper,  $J_0$ : die eingestrahlte Röntgenintensität,  $J$ : die herausgehende Röntgenintensität,  $\mu$ : der Röntgenschwächungskoeffizient. Jedes Voxel kann einen anderen Schwächungskoeffizienten haben

Winkel  $\theta$  mit laufendem Parameter  $s$ , also eine Projektion  $p_\theta(s)$ , und wähle dann den nächsten Winkel  $\theta$ . Dies wird so lange wiederholt, bis ausreichend viele Projektionen mit  $0 \leq \theta < 180^\circ$  gemessen wurden. Dann ist die Radontransformierte der gesuchten Funktion  $\mu(x, y)$  bekannt.

## 5.4 Fourier-Rekonstruktion

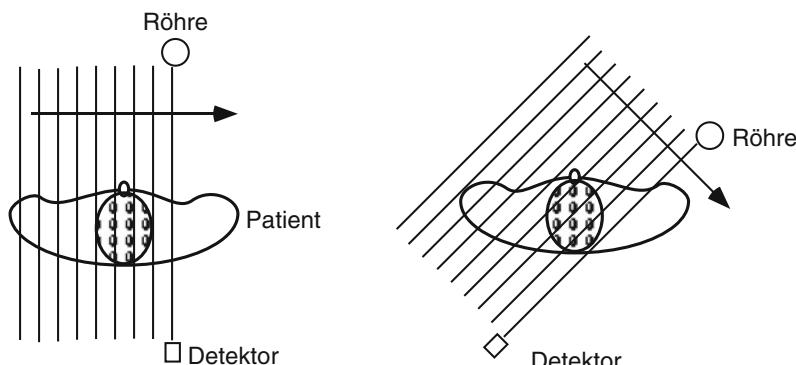
Die Methode der Fourier-Rekonstruktion zur Erzeugung von Bildern in der CT ist nach den Ausführungen der letzten Kapitel naheliegend:

Es werden möglichst viele Projektionen mit einer möglichst großen Zahl von Messpunkten aufgenommen ( $p_\theta(s)$ ). Die Projektionen werden 1D-fouriertransformiert ( $P_\theta(w)$ ). Die transformierten Projektionen werden in eine Matrix  $F(u, v)$  eingetragen. Hierbei muss zwischen den bekannten Werten auf Radialstrahlen und den benötigten Werten in einem quadratischen Gitter interpoliert werden („gridding“). Die Matrix  $F(u, v)$  besteht aus komplexen Zahlen. Wenn gewünscht oder nötig kann  $F(u, v)$  mit einer Filterfunktion multipliziert werden. Durch eine inverse (2D)-Fouriertransformation wird das Bild  $f(x, y)$  gewonnen.

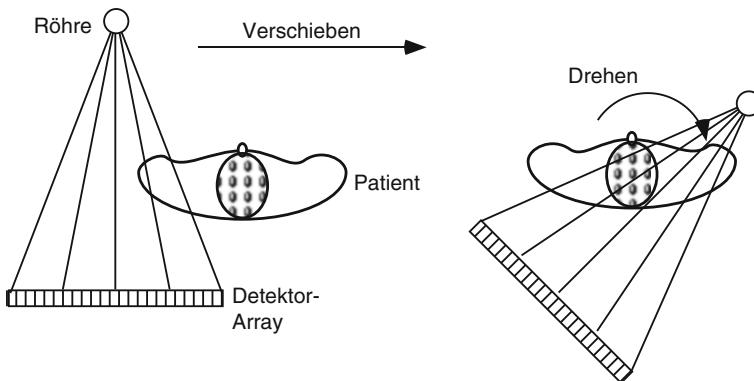
## 5.5 CT-Scanner der 1., 2., 3. und 4. Generation

Abbildung 5.8 zeigt den prinzipiellen Aufbau eines CT-Scanners der 1. Generation. Auf diese Art hat Godfrey Newbold Hounsfield 1970 die ersten CT-Aufnahmen gemacht. („A method of and apparatus for examination of a body by radiation such as x-ray or gamma radiation“, US Patent 1970).

Als Strahlenquelle wurde das Isotop Americum 95 verwendet. Die Aufnahme dauerte 9 Tage. Die Bildrekonstruktion dauerte im großen Rechenzentrum der Firma EMI 2 1/2



**Abb. 5.8** Prinzipieller Aufbau eines CT Scanners der 1. Generation



**Abb. 5.9** Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 2. Generation. Mit einem Detektor-Array kann ein Röntgenstrahl-Fächer genutzt werden

Stunden. 1979 erhielt Hounsfield zusammen mit A. M. Cormack, der ebenfalls wesentliche Beiträge zur CT-Methode geleistet hatte, den Nobelpreis. Beim CT-Scanner der 2. Generation wird durch einen Detektor-Array ein ganzer (flacher) Strahlenfächer („fan beam“) gleichzeitig genutzt (Abb. 5.9). Der Öffnungswinkel betrug in der Anfangsphase (1975)  $10^\circ$  und es waren ca. 30 Detektoren in einer Reihe angebracht. So und natürlich durch den Einsatz einer Hochleistungs-Röntgenröhre konnte die Aufnahmezeit auf ca. 20 sec reduziert werden. Abbildung 5.10 zeigt, wie mit diesem System die Daten im Radon-Raum aufgesammelt werden.

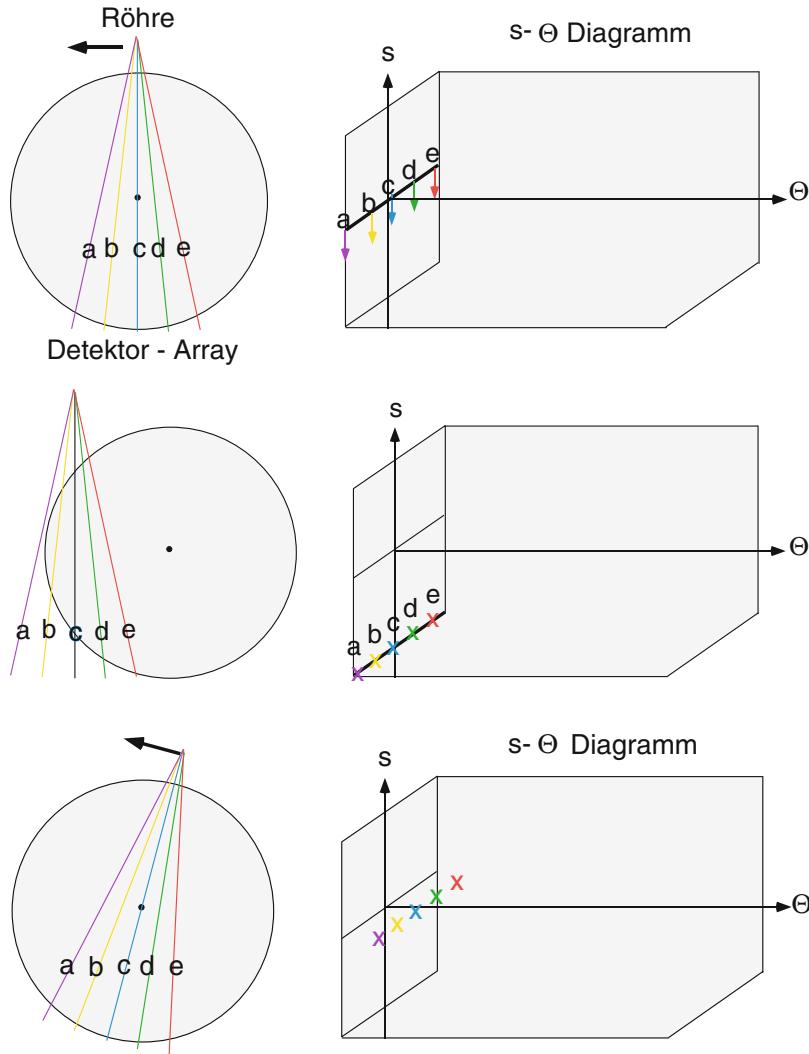
Wenig später kamen die ersten CT-Scanner der 3. Generation auf den Markt. Viele der noch heute hergestellten CT-Scanner sind CT-Scanner der 3. Generation. Abbildung 5.11 zeigt wieder den prinzipiellen Aufbau.

Der Öffnungswinkel ist im Vergleich zum Scanner der 2. Generation auf  $40^\circ$ – $60^\circ$  angestiegen und deckt damit den gesamten Körper des Patienten ab. Damit ist keine Translation mehr nötig – Röhre und Detektorarray rotieren nur noch um den Patienten. Der Detektorarray enthält 500–800 einzelne Detektoren. In nur einer Sekunde können 1000 Projektionen aufgenommen werden.

Abbildung 5.12 zeigt, wie die Messdaten in den Radon-Raum eingetragen werden. Man erkennt, dass die Messdaten für Winkel  $\theta > 180^\circ$  zwar leicht gemessen werden können, indem das System einfach weiter rotiert, die Messdaten sind aber redundant.

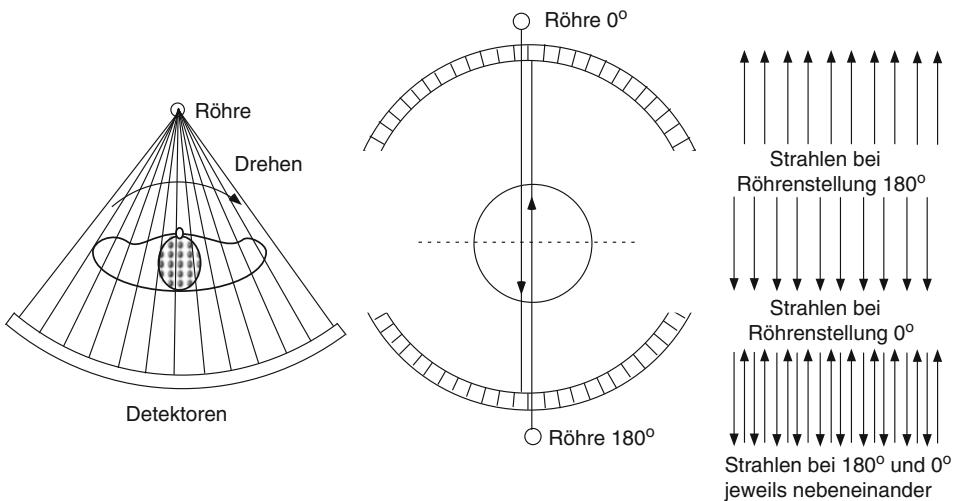
Mit einem Trick – dem springenden Fokus – können im Bereich  $\theta > 180^\circ$  neue Daten gewonnen und der Radon-Raum feiner abgetastet werden (vergl. Abschn. 5.11). Wird durch elektrische Felder in der Röntgenröhre der Fokus (der Brennfleck) nach einem Halbkreis  $0 < \theta < 180^\circ$  auf einen ein wenig benachbarten Punkt umgeschaltet, so können neue Punkte im Radon-Raum, die vorzugsweise genau zwischen den alten liegen, gemessen werden.

Beim CT-Scanner der 4. Generation benutzt man einen stehenden Detektorring, der auf dem gesamten Umfang von  $360^\circ$  mit Detektoren ausgestattet ist (Abb. 5.13). Bis zu 5000 Detektoren wurden realisiert. Scanner der 4. Generation sind nicht besser sondern nur



**Abb. 5.10** Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 2. Generation

anders als die Scanner der 3. Generation. Die Anordnung sieht zunächst aus, als könnten nun nicht mehr beliebig feine Abstufungen von Winkeln  $\theta$  im Radon-Raum aufgenommen werden. Dies ist aber nicht so. Das wird deutlich, wenn man einen „invertierten Fächer“ in die Abbildung einzeichnet. Auf ihrem Orbit um den Patienten erreicht die Röhre beliebig fein abgestufte Orte. Sie „sieht“ einen ausgewählten stehenden Detektor damit unter beliebig fein abgestuften Winkeln  $\theta$  durch den Patienten. Wie die Daten in den Radon-Raum eingetragen werden zeigt Abb. 5.14.

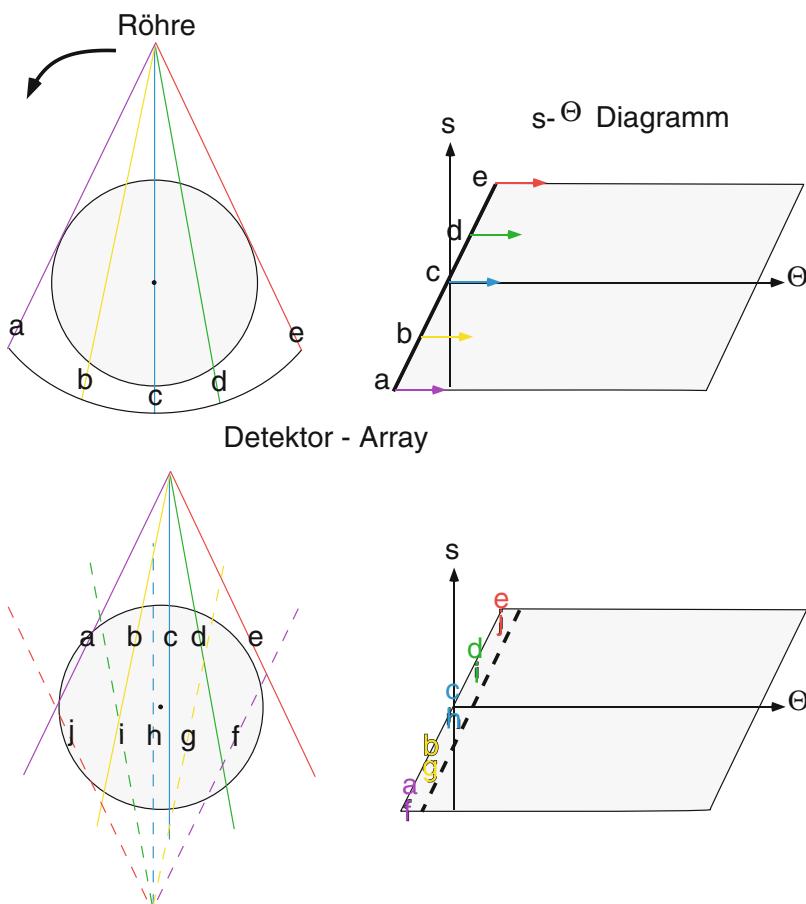


**Abb. 5.11** Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 3. Generation. Ist der Röntgenstrahl-Fächer so breit, dass er den gesamten Patienten überstreicht, so kommt man mit einer reinen Drehbewegung von Röhre und Detektor aus. Mit einem springenden Fokus können – nach Überstreichen der ersten  $180^\circ$  – neue Daten im Radon-Raum gemessen werden

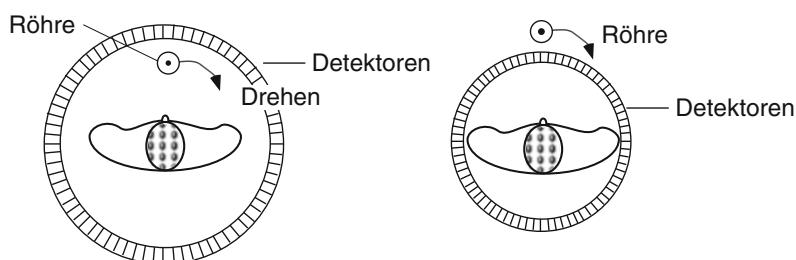
Um das CT-System kleiner und kompakter zu machen, wurden auch CT-Scanner der 4. Generation mit innen liegendem Detektorring gebaut. Es sieht auf den ersten Blick so aus, als würde der Detektorring dabei den Strahlengang der Röhre verdecken. Um dies zu verhindern, wird der Detektorring gegenüber der Drehachse der Röhre ein wenig geneigt. Die Richtung dieser Neigung wird bei einem Umlauf der Röhre so verändert, dass die Röhre jederzeit die gegenüberliegenden Detektoren „sehen“ kann (Nutation).

Auch beim CT-Scanner der 4. Generation können ca. 1000 Projektionen in einer Sekunde gemessen werden.

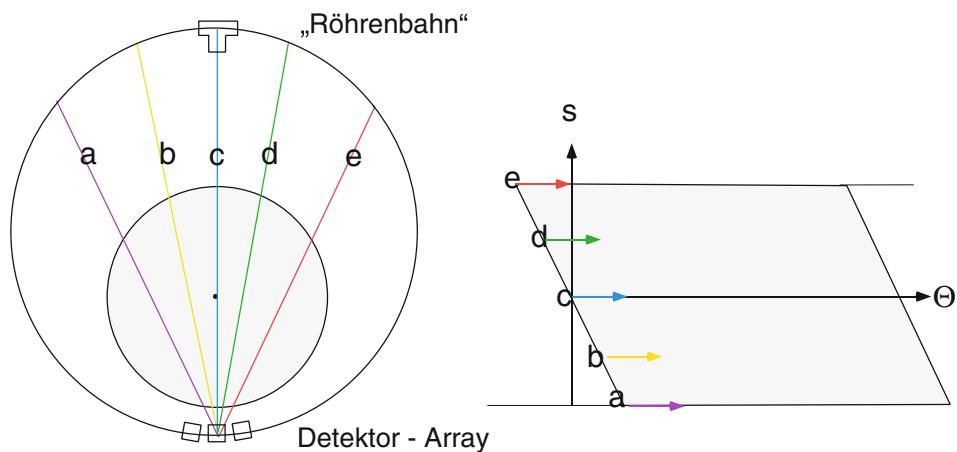
Will der Arzt ein Schnittbild von einem ganz bestimmten Körperbereich haben, so hilft zunächst ein „Lichtzeiger“ im CT-Scanner, der die eingestellte Schnittebene auf der Oberfläche des Körpers sichtbar macht. Oft muss man sich aber zur genaueren Einstellung der Schnittebene an den Strukturen im Inneren des Körpers orientieren. Hierbei hilft das sog. „Scanogramm“. Bei dieser Aufnahme bleiben die Röhre und der Detektorarray ortsfest, und der Patient wird in einem kleinen Bereich durch den CT-Scanner geschoben. Die Messdaten können mit dem Computer leicht zu einem „Schattenröntgenbild“ zusammengesetzt werden. Es hat bei Scannern der 3. Generation meistens eine höhere Auflösung als bei Scannern der 4. Generation, da bei Scannern der 3. Generation der Detektorarray „dichter gepackt“ ist. Im Monitorbild des Scanogramms kann dann exakt die gewünschte Schnittbildebene gewählt werden.



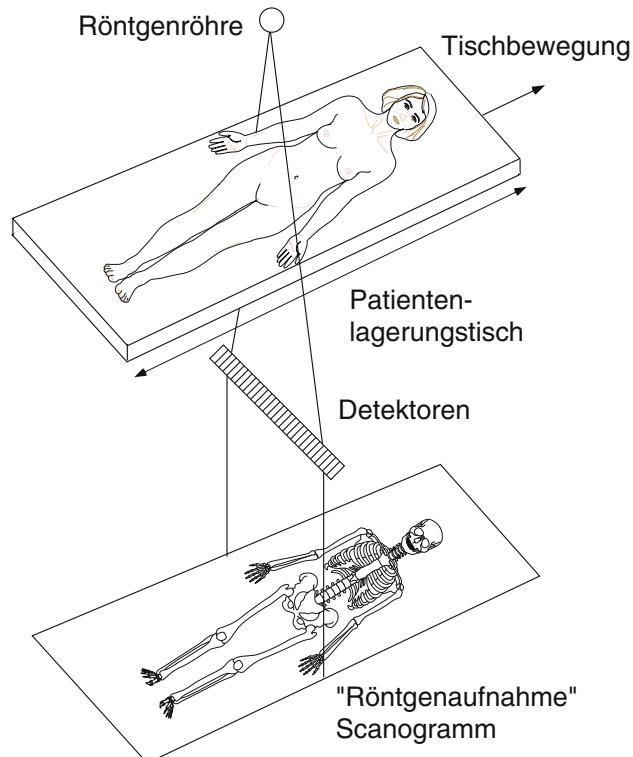
**Abb. 5.12** Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 3. Generation



**Abb. 5.13** Prinzipieller Aufbau eines CT-Scanners der 4. Generation. Bei der rechten Variante müssen die Drehachsen von Röhre und Detektor gegeneinander verkippt sein, damit der Detektor den Röntgen-Fächer nicht verdeckt



**Abb. 5.14** Datengewinnung im Radon-Raum beim CT-Scanner der 4. Generation



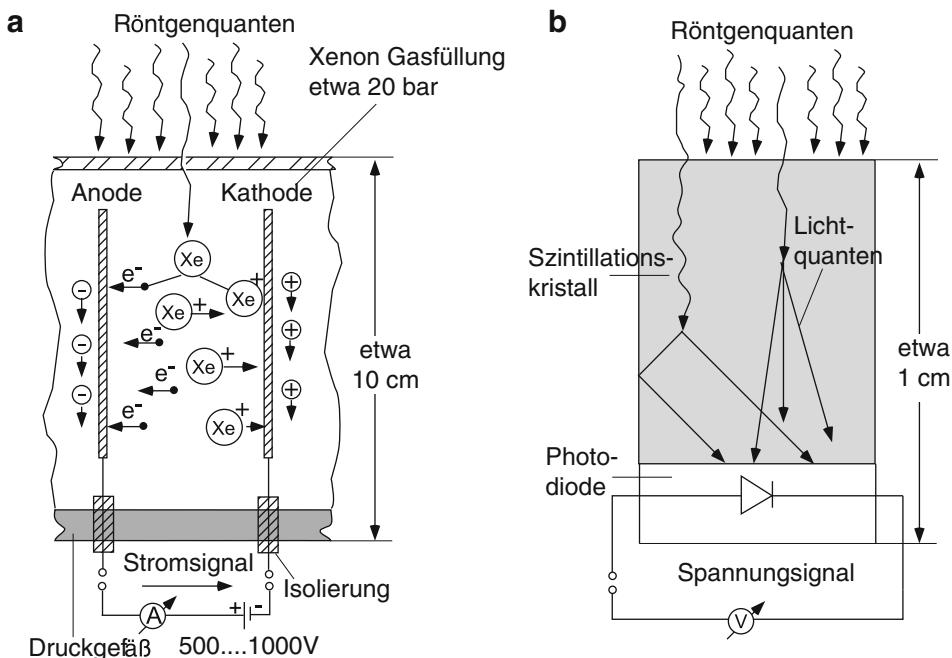
**Abb. 5.15** Scanogramm. Röntgenröhre und Detektor stehen still. Der Patient wird unter dem System hindurch geschoben

## 5.6 Röntgendetektoren in der CT

Zwei Typen von Röntgendetektoren werden in der CT überwiegend eingesetzt: die Xenon-Hochdruckionisationskammern und die Szintillationskristalle mit Photodiode. Abbildung 5.16 zeigt den schematischen Aufbau.

Die Ionisationskammer ist ein Kreissegment von typisch 10 cm Länge und einigen mm Höhe. Sie wird mit Xenon-Gas bis zu einem Druck von 20 bar gefüllt. Durch den hohen Gasdruck und die Länge erreicht man eine hohe Wechselwirkungswahrscheinlichkeit zwischen Röntgenquanten und den Gasatomen, so dass sehr viele Röntgenquanten absorbiert werden. Die Detective Quantum Efficiency DQE (vergl. Abschn. 2.6.4) erreicht so Werte bis zu 60 %. Der Strom zwischen Anode und Kathode wird gemessen und ist proportional zur einfallenden Röntgenleistung im betrachteten Segment. Die Abklingzeit nach einem impulsförmigen Eingangssignal beträgt ca. 1  $\mu$ s. So können gut 1000 Messwerte pro Sekunde aufgenommen werden.

Beim Szintillations-Detektor werden ca. 10 mm lange CsI-Kristalle eingesetzt, ähnlich wie bei den Röntgenbildverstärkern. Fast jedes einfallende Röntgenquant wird in einen kleinen Lichtblitz umgewandelt. Hier verwendet man völlig transparente CsI-Einkristalle, die an den Seiten verspiegelt sind, so dass alle entstehenden Lumineszenz-Photonen irgendwann auf die Unterseite treffen und mit einer Photodiode nachgewiesen werden



**Abb. 5.16** Schematischer Aufbau von **a** Xenon-Hochdruckionisationskammer und **b** Szintillationskristall mit Photodiode [4]

können. Die Abklingdauer der Lumineszenz liegt unter  $1 \mu\text{s}$ , so dass auch hier sehr hohe Abtastraten möglich sind. Um eine höhere Empfindlichkeit zu erreichen (besseres Signal-Rausch-Verhältnis), werden auch Photomultiplier eingesetzt, was bei einem Array mit 800 Detektoren entsprechend aufwändig und teuer ist.

Bei Scannern der 3. Generation können Raster (vergl. Abschn. 2.4.7) eingesetzt werden, um Streustrahlung zu unterdrücken. Beim Scanner der 4. Generation ist dies wegen des „invertierten Fächers“ nicht möglich.

## 5.7 Iterative CT-Rekonstruktion

Das in diesem Kapitel beschriebene Verfahren zur Rekonstruktion von Bildern ist in der Röntgen-CT nicht gebräuchlich. In der nuklearmedizinischen Diagnostik mit SPECT (Single Photon Emission Computer Tomography) oder PET (Positronen Emissions Tomographie) wird es zunehmend eingesetzt. Es soll daher an dieser Stelle beschrieben werden, weil es die Problematik der CT-Rekonstruktion gut verdeutlicht.

Bei der CT wird der Röntgenschwächungskoeffizient als Funktion des Ortes  $\mu(x, y)$  gesucht. Auch in Hinblick auf die Anwendung bei der SPECT soll die gesuchte Funktion im Folgenden allgemein wieder  $f(x, y)$  genannt werden. Im digitalen Fall wird eine Matrix  $f(x, y)$  gesucht und  $x$  und  $y$  sind die Zeilen- und Spalten-Indizes.

In diesem Abschnitt sollen die gesuchten Größen  $f(x, y)$  nun anders durchnummeriert werden: Die Zeilen der Bildmatrix werden einfach hintereinander gesetzt, so dass eine große Zahlenfolge mit einem einzigen Index entsteht:  $[f_i]$ .

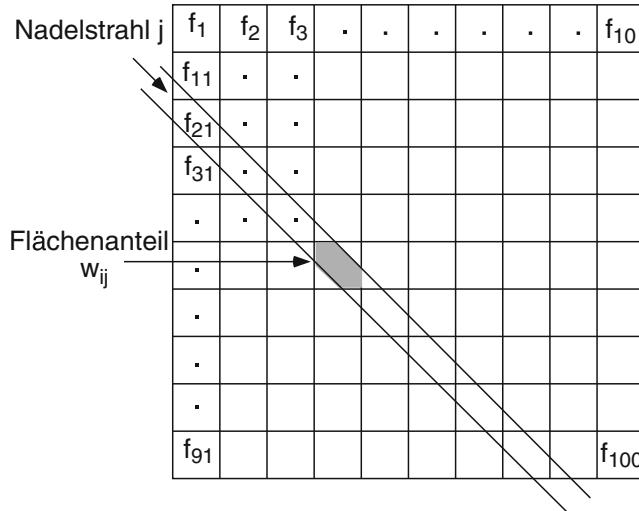
Die Messung mit einem Nadelstrahl  $j$  liefert ein Integral über die Werte  $[f_i]$ , die auf dem Strahl liegen, d. h. alle Funktionswerte  $[f_i]$  werden mit einem Gewichtsfaktor  $[w_{ij}]$  multipliziert und addiert. Der Gewichtsfaktor  $w_{ij}$  gibt den Flächenanteil vom Nadelstrahl  $j$  zum Pixel  $i$  an. Die meisten Pixel werden von einem ausgewählten Nadelstrahl gar nicht getroffen, d. h. die meisten  $w_{ij}$  sind gleich null (Abb. 5.17).

Alle Messwerte  $p_m$  lassen sich damit schreiben als [3]

$$\begin{aligned} p_1 &= w_{11} \cdot f_1 + w_{12} \cdot f_2 + \dots + w_{1N} \cdot f_N \\ p_2 &= w_{21} \cdot f_1 + w_{22} \cdot f_2 + \dots + w_{2N} \cdot f_N \\ &\dots \\ p_M &= w_{M1} \cdot f_1 + w_{M2} \cdot f_2 + \dots + w_{MN} \cdot f_N \end{aligned} \tag{5.6}$$

Hierbei ist  $N$  die gesamte Zahl aller Pixel, d. h. bei einem  $512 \times 512$  – Bild ergibt sich:  $N = 512 \times 512 = 262\,144$ .  $M$  ist die Zahl aller gemessenen Nadelstrahlen, d. h. bei 1000 Projektionen mit jeweils 800 Detektoren ergibt sich:

$$M = 1000 \times 800 = 800\,000.$$



**Abb. 5.17** Zeilenweise Durchnummerierung der gesuchten Grauwerte im Bild am Beispiel eines 10x10 Bildes

Man erkennt, dass es sich bei der Abbildung von den Messdaten auf die gesuchten Röntgenschwächungskoeffizienten um eine *lineare Abbildung* handelt. Dies ist eine wichtige Beobachtung. Nicht alle Bild-Rekonstruktions-Probleme bei den bildgebenden Verfahren in der Medizin sind „linear“ (vergl. z. B. Impedanztomographie und diffuse optische Tomographie).

Man erkennt weiter, dass wir es im Allgemeinen mit einem überbestimmten Problem zu tun haben: Im Beispiel oben erhalten wir 800 000 Gleichungen mit 262 144 Unbekannten. Man sucht in solch einem Fall die Lösung, bei der die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen den „vorwärts gerechneten“ Messwerten und den tatsächlichen Messwerten minimal wird („least squares fit“). (Leider handelt es sich auch um ein „schlecht gestelltes Problem“, d. h. die Gleichungen sind nicht vollständig linear unabhängig. Das bedeutet, dass Regularisierungstechniken eingesetzt werden müssen, um zu einer stabilen Lösung zu gelangen.)

Man könnte das oben beschriebene lineare Gleichungssystem mit direkten Methoden (z. B. Gauß-Elimination) lösen. Allerdings erkennt man, dass die zu invertierende Matrix extrem groß ist (z. B.  $262\,144 \times 800\,000$ ). Daher werden iterative Methoden eingesetzt.

Die mathematische Beschreibung zum erstmaligen „Abarbeiten“ der Messwerte  $p_1 \dots p_M$  lautet

$$\tilde{f}^{(k)} = \tilde{f}^{(k-1)} - \frac{\left(\tilde{f}^{T(k-1)} \cdot \tilde{w}_k\right) - p_k}{(\tilde{w}_k \cdot \tilde{w}_k)} \cdot \tilde{w}_k, \quad (5.7)$$

mit:  $\tilde{f}^{(k)} = (f_1^{(k)}, \dots, f_N^{(k)})^T$  gesuchter Lösungsvektor nach der k-ten Iteration,

$\tilde{w}_j = (w_{j1}, \dots, w_{jN})^T$  Gewichtsfaktoren zum Nadelstrahl j,

$p_j$  = Messwert zum Nadelstrahl j

Sind alle Messwerte einmal verarbeitet worden, fängt man wieder von vorne an. Die oben genannte Formel bleibt richtig, wenn man auch die Zählung der Iterationen k wieder bei 1 anfangen lässt.

Wie man mit dieser Methode ein  $3 \times 3$ -Bild iterativ rekonstruiert zeigt schematisch Abb. 5.18. Hier wurden im Vergleich zur tatsächlichen Vorgehensweise nur vereinfachte Werte für die Flächen-Gewichtsfaktoren gewählt. Zur Erläuterung beginnen wir mit dem unbekannten Original und ermitteln daraus die „echten“ Messwerte. Beim Verarbeiten der ersten Projektion wird der Messwert zu gleichen Teilen auf die Pixel, die zu der Projektion beitragen, verteilt. Beim Verarbeiten der zweiten Projektion wird berechnet, wie sich die „vorwärts gerechneten Messwerte“ von den tatsächlichen Messwerten unterscheiden. Die Differenz wird als Korrektur zu gleichen Teilen auf die Pixel, die zu dieser Projektion beitragen, verteilt. So wird eine Projektion nach der anderen abgearbeitet. Nach dem ersten Rundgang ist das „Bild“ schon nahe an das unbekannte Original herangekommen. Beim 2. und 3. Rundgang wird das Ergebnis immer besser. Es lässt sich nachweisen, dass das beschriebene Verfahren immer konvergiert.

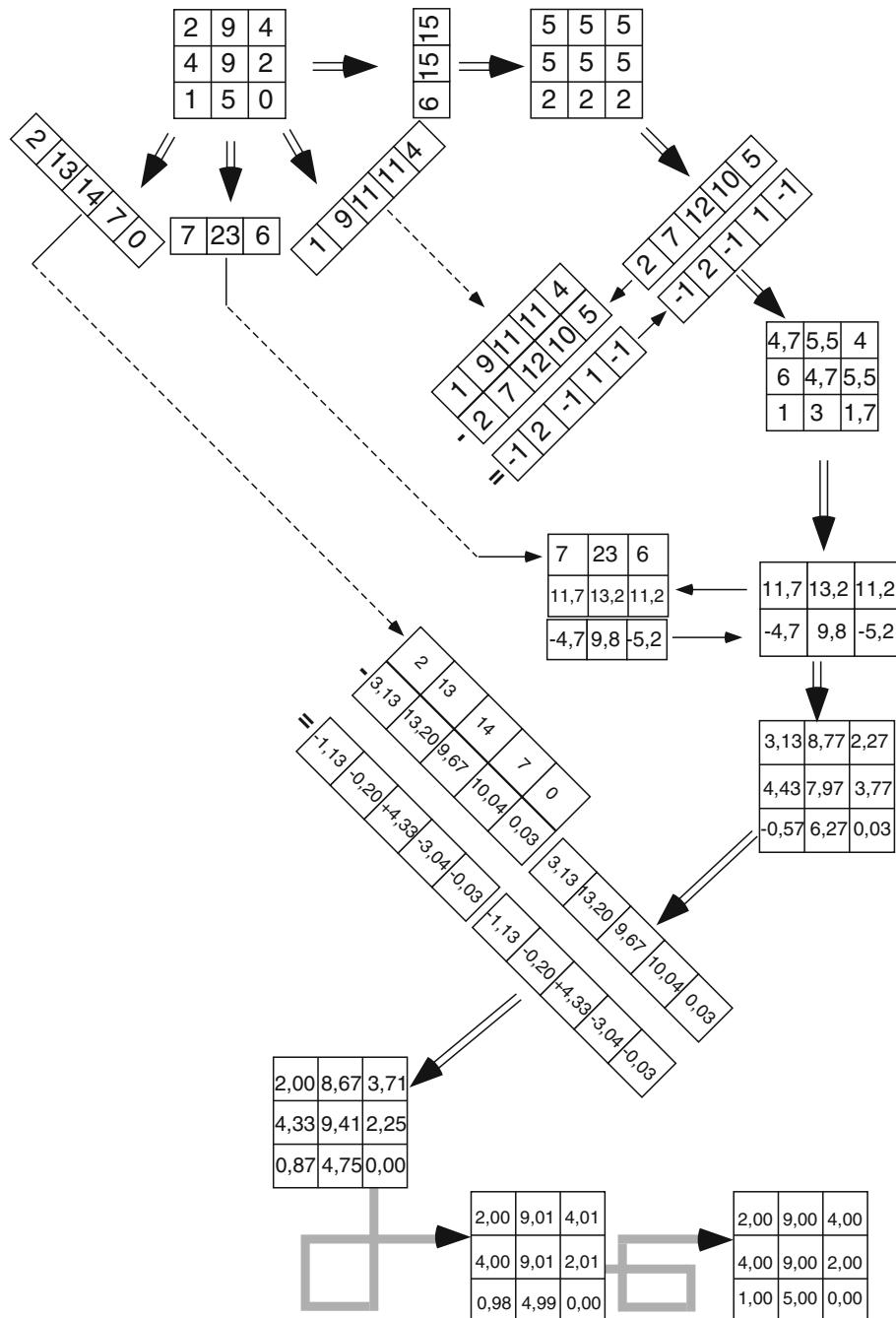
## 5.8 CT-Rekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

Die am häufigsten eingesetzte Methode zur Rekonstruktion der Bilder aus den Messdaten in der CT ist die gefilterte Rückprojektion. Sie soll daher im Folgenden ausführlich erläutert werden.

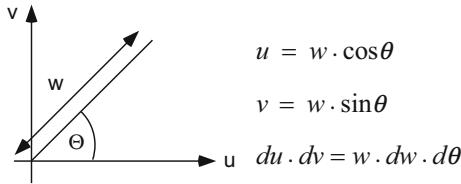
### 5.8.1 Ableitung der Grundgleichung

Zum Verständnis der gefilterten Rückprojektion ist eine Grundgleichung sehr wichtig, die zunächst abgeleitet werden soll: Die gesuchte Funktion  $f(x, y)$  lässt sich als inverse Fouriertransformation von  $F(u, v)$  schreiben.

$$f(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F(u, v) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot (ux + vy)} du dv. \quad (5.8)$$

**Abb. 5.18** Iterative Lösungsmethode in der CT (Erläuterung s. Text)

Jetzt werden im Fourieraum Zylinderkoordinaten eingeführt



Damit ergibt sich

$$f(x, y) = \int_0^{2\pi} \int_0^{\infty} F(w, \theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w(x \cos \theta + y \sin \theta)} w dw d\theta. \quad (5.9)$$

Die gleiche Integrationsfläche kann auch auf etwas andere Art „abgefahren“ werden:

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(w, \theta) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot w(x \cos \theta + y \sin \theta)} |w| dw d\theta. \quad (5.10)$$

Da in dieser Version negative Radien  $w$  vorkommen, muss bei der Umformung der Differentiale der Absolutbetrag  $|w|$  gewählt werden.

Nun führen wir noch folgende Abkürzung ein (vergl. Abb. 5.2):

$$s = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta$$

Schließlich gilt nach dem Fourier-Scheiben-Theorem (siehe Abschn. 5.2)

$$\begin{aligned} F(w, \theta) &= P_\theta(w) \\ p_\theta(s) &\Leftrightarrow P_\theta(w) \end{aligned} \quad (5.11)$$

Damit erhalten wir

$$f(x, y) = \int_0^{\pi} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} P_\theta(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot ws} dw \right] d\theta \quad (5.12)$$

Diese Gleichung soll im Folgenden erläutert werden.

### 5.8.2 Gefilterte Projektionen

Unter dem Integral über  $\theta$  steht folgender Ausdruck, den wir mit  $\tilde{p}_\theta(s)$  abkürzen

$$\tilde{p}_\theta(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} P_\theta(w) \cdot |w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot ws} dw. \quad (5.13)$$

Was bedeutet dieser Ausdruck?

Wäre das  $|w|$  nicht unter dem Integral, so hätten wir die inverse Transformation auf die Fouriertransformierte von  $p_\theta(s)$  anzuwenden und würden also die originale Projektion  $p_\theta(s)$  zurück erhalten. Durch die Multiplikation im Fourierbereich mit der Funktion  $|w|$  wird die Projektion  $p_\theta(s)$  gefiltert.  $\tilde{p}_\theta(s)$  ist also eine gefilterte Projektion (Faltung im Ortsraum = Multiplikation im Fourierraum). Was für ein Filter ist  $|w|$ ?

Zum besseren Verständnis eines Filters ist es nützlich, sich den zugehörigen Faltungskern anzuschauen. Dieser Faltungskern ist wie immer die Impulsantwort des Filters. Dann gilt nach dem Faltungssatz

$$\begin{aligned} p_\theta(s) &\Leftrightarrow P_\theta(w) \\ h(s) &\Leftrightarrow |w| \\ \tilde{p}_\theta(s) = p_\theta(s) * h(s) &\Leftrightarrow P_\theta(w) \cdot |w| \end{aligned} \quad (5.14)$$

Die Frage ist also: Welche Funktion  $h(s)$  gehört zu der Fouriertransformierten  $|w|$ ? Leider kann die Funktion  $h(s)$  nur als Grenzübergang angegeben werden.

Es gilt exakt:

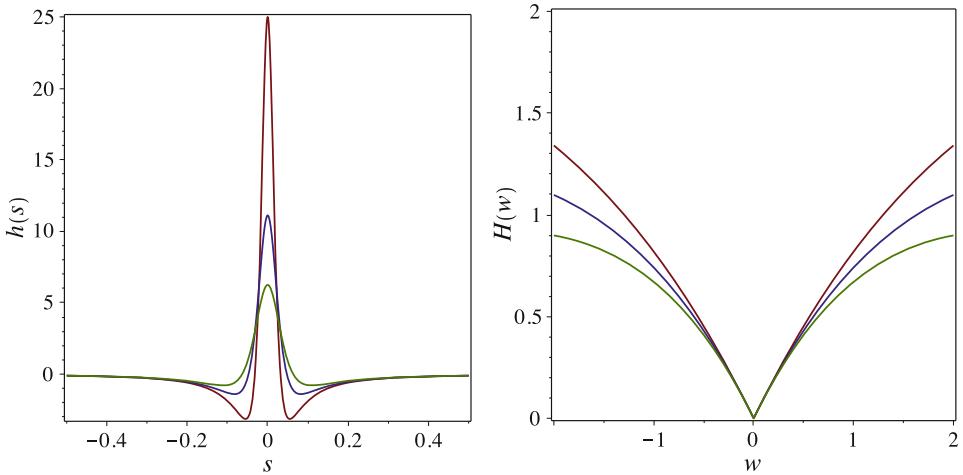
$$\frac{\epsilon^2 - (2\pi s)^2}{(\epsilon^2 + (2\pi s)^2)^2} \Leftrightarrow |w| \cdot e^{-\epsilon|w|} \quad (5.15)$$

Für  $\epsilon \rightarrow 0$  geht die rechte Seite in die gesuchte Funktion  $|w|$  über. Wie verhält sich die linke Seite? Abbildung 5.19 zeigt die Funktion  $h(s)$ . Die Funktion nähert sich für  $\epsilon \rightarrow 0$  weitgehend der Funktion  $-\frac{1}{2\pi s^2}$ . Der Peak bei Null wird immer schmäler und immer höher je kleiner  $\epsilon$  ist.

### 5.8.3 Rückprojektion

Nun fragen wir, was in der Grundgleichung (5.12) das Integral über  $\theta$  bedeutet?

$$f(x, y) = \int_0^\pi \tilde{p}_\theta(s) d\theta = \int_0^\pi \tilde{p}_\theta(x \cos \theta + y \sin \theta) d\theta \quad (5.16)$$



**Abb. 5.19** Die Funktion  $\frac{e^2 - (2\pi s)^2}{(\epsilon^2 + (2\pi s)^2)^2}$  und ihre Fouriertransformierte  $|w| \cdot e^{-\epsilon|w|}$  für die Werte  $\epsilon = 0,2 .. 0,3 .. 0,4$ . Wird  $\epsilon$  immer kleiner, so wird das Maximum immer größer und die beiden Nullstellen rücken immer näher an die y-Achse. Gleichzeitig wird die Fouriertransformierte der Funktion  $|w|$  immer ähnlicher

Die Gleichung besagt: Wenn wir von einem vorgegebenen Punkt  $(x,y)$  den Wert der gesuchten Funktion  $f(x,y)$  bekommen wollen, so müssen wir von allen gefilterten Projektionen  $\tilde{p}_\theta(s)$  den Wert an der Stelle  $x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta$  nehmen und alle diese Werte aufsummieren (Abb. 5.20).

Die Gleichung lässt sich auch etwas anders deuten: In welche Pixel wird der Wert einer gefilterten Projektion an der Stelle  $s$ , also  $\tilde{p}_\theta(s)$  hineingeschrieben? Der Wert wird in all den Bildpunkten hinzu addiert, für die gilt

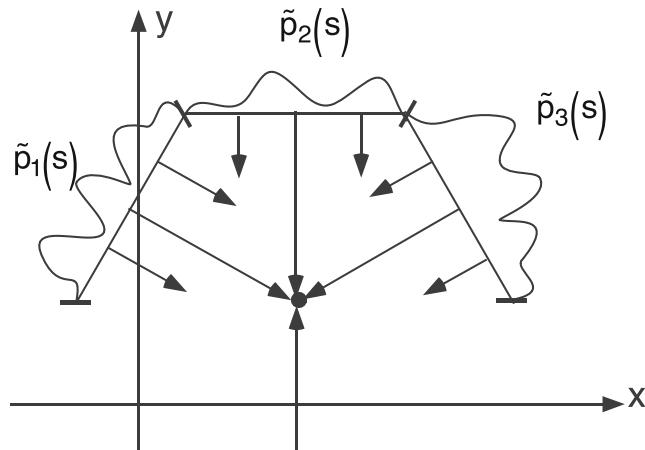
$$s = x \cdot \cos \theta + y \cdot \sin \theta \quad (5.17)$$

Dies ist bei vorgegebenem  $\theta$  eine Geradengleichung.

Man kann also eine Projektion vollständig abarbeiten, indem man die gefilterte Projektion wie einen Kamm unter dem Winkel  $\theta$  über die Bildmatrix zieht und immer, wenn die gefilterte Projektion dabei auf ein Pixel trifft, den Wert  $\tilde{p}_\theta(s)$  zur Bildmatrix addiert. Diesen Vorgang nennt man *Rückprojektion* (Abb. 5.21).

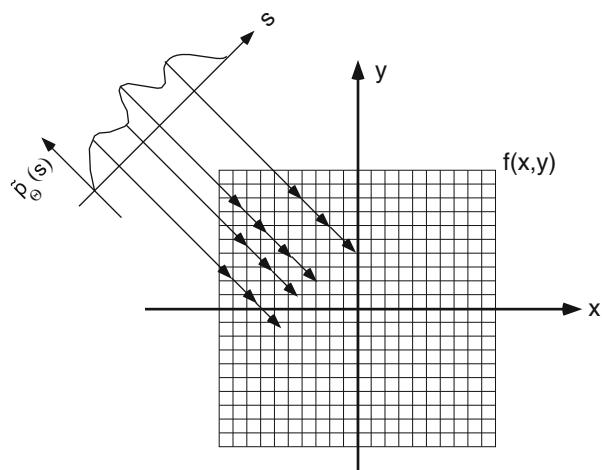
Das Verfahren der gefilterten Rückprojektion lautet damit in Kurzform:

- Man filtert alle gemessenen Projektionen  $p_\theta(s)$  mit  $|w|$  und erhält  $\tilde{p}_\theta(s)$ .
- Man zieht alle gefilterten Projektionen unter dem Winkel  $\theta$  über die Bildmatrix und addiert die Werte der gefilterten Projektion zur Bildmatrix.



**Abb. 5.20** Aufsummieren über alle gefilterten Projektionen

**Abb. 5.21** Prinzip der Rückprojektion. Die Werte der gefilterten Projektionen werden zu allen Pixeln, die sie bei der Rückprojektion treffen, hinzugezählt

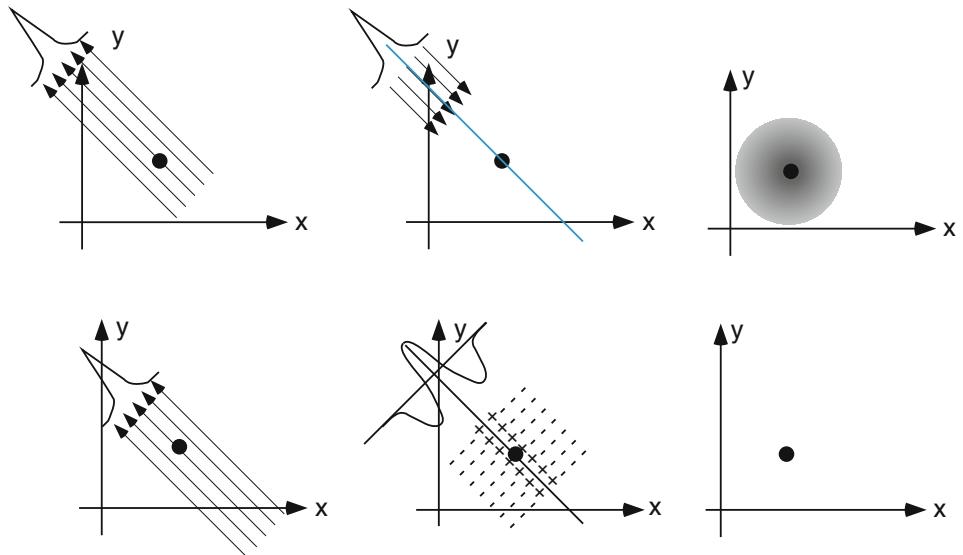


#### 5.8.4 Vergleich zwischen gefilterter und ungefilterter Rückprojektion

Zur Charakterisierung eines abbildenden Verfahrens betrachtet man oft die Punktbildfunktion, d. h. man fragt: Wie sieht das Bild aus, wenn das Original ein einziger Punkt ( $\delta$ -Peak) ist.

In Abb. 5.22 erkennt man, dass man ein sehr verschmiertes Bild eines Punktes bekommen würde, wenn man einfach die ungefilterten Projektionen zurück projiziert.

Durch die Filterung, die in diesem Falle (Original =  $\delta$ -Peak) gerade die Impulsantwort des Filters  $h_{wl}$  liefert (vergl. Abb. 5.19), erhält man rechts und links vom Peak negative Werte, die bei der Rückprojektion als „negative Grauwerte“ in das Bild eingetragen



**Abb. 5.22** Ungefilterte und gefilterte Rückprojektion. Bei der ungefilterten Rückprojektion entsteht ein Bild mit einer breiten Punktbildfunktion. Die Filterung führt zu einem scharfen Bildpunkt

werden. Die bei einer Projektion neben dem Peak eingetragenen negativen Werte kompensieren gerade die bei den anderen Projektionen vor und hinter dem Peak zuviel eingetragenen Werte, so dass am Ende ein scharfes Bild herauskommt.

### 5.8.5 Interpolation bei der Rückprojektion

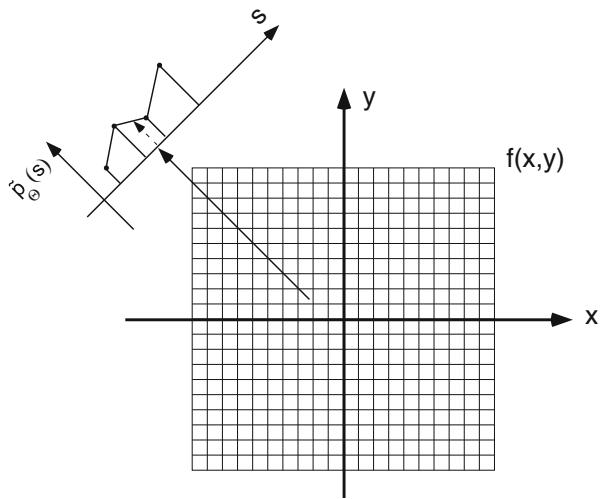
Bei der Rückprojektion trifft der Projektionsstrahl meistens nicht auf die Mitte der quadratisch angeordneten Pixel. Es ist also eine Interpolation nötig. Hierbei kann man „rückwärts“ vorgehen, d. h. man zielt von Zentrum eines Pixels unter dem Winkel  $\theta$  auf die gefilterte Projektion (Abb. 5.23).

Hierbei trifft man im Allgemeinen nicht auf einen Ort, an dem sich bei der Messung ein Detektor befand. Es ist naheliegend, zwischen den benachbarten Messorten linear zu interpolieren und den so erhaltenen Projektionswert zum betrachteten Pixel zu addieren.

### 5.8.6 Begrenzen des Filters

Die Projektionen sollten bandbegrenzt sein, da das Abtasttheorem eingehalten werden muss. In  $p_\theta(s)$  gibt es also eine größte Frequenz  $w_{\max}$  mit

**Abb. 5.23** Interpolation bei der Rückprojektion



$$w_{\max} = \frac{1}{2\Delta s}, \quad (5.18)$$

mit:  $\Delta s$  = Detektor-Abstand.

Damit kann das Rekonstruktionsverfahren in der Praxis nicht so gut sein, wie es die mathematischen Formeln versprechen. Auch schon vor Erreichen dieser größten Frequenz kann es sein, dass das Spektrum  $P_\theta(w)$  von Rauschen dominiert wird. Durch die Multiplikation mit  $|w|$  wird dieses Rauschen angehoben, was dazu führen kann, dass das rekonstruierte Bild insgesamt stark verrauscht ist. Es ist also notwendig,  $P_\theta(w)$  zu hohen Raumfrequenzen hin zu begrenzen.

Hierzu ersetzt man die mathematisch exakte Filterung

$$\tilde{p}_\theta(s) = \int P_\theta(w)|w| \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot ws} dw, \quad (5.19)$$

durch eine praktische Filterung

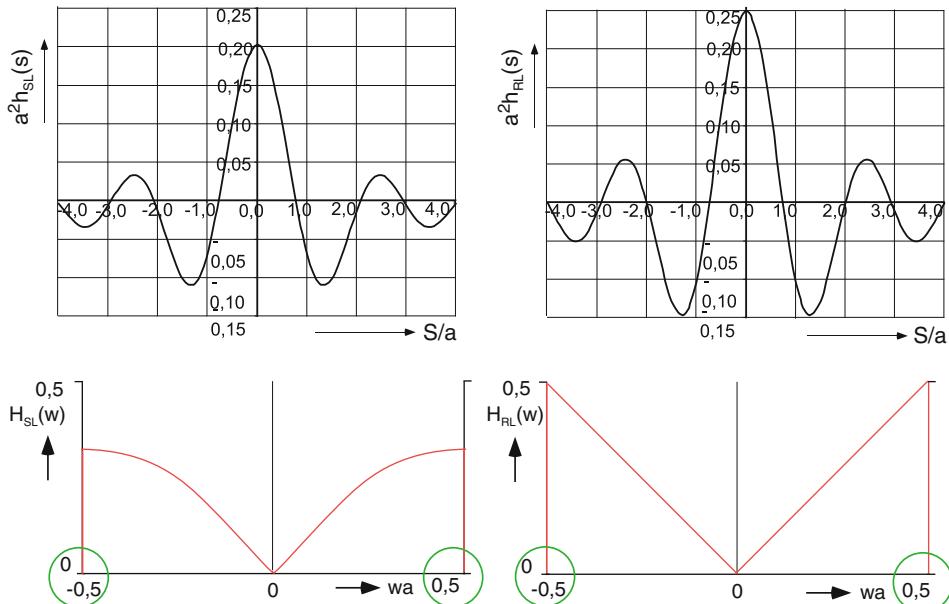
$$\tilde{p}_\theta(s) = \int P_\theta(w) \cdot H(w) \cdot e^{j \cdot 2\pi \cdot ws} dw. \quad (5.20)$$

Dabei sollte  $H(w)$  einen Tiefpasscharakter haben und gleichzeitig möglichst nahe bei der Funktion  $|w|$  bleiben.

Zwei Funktionen  $H(w)$  werden besonders oft verwendet. Abbildung 5.24 zeigt sie in der Übersicht. Bei der Funktion  $H(w)$  nach Ramachandran und Lakshminarayanan wird die Funktion  $|w|$  einfach oberhalb von  $w_{\max}$  auf Null gesetzt.

Kern von:

	Shepp und Logan	Ramachandran u. Lakshminarayanan
$h_k$	$\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1}{4k^2 - 1}$	$\frac{1}{4a^2} \quad k = 0$ $0 \quad k = \text{gerade}, \neq 0$ $-\frac{1}{\pi^2 a^2 k^2} \quad k = \text{ungerade}$
$h(s)$	$\frac{2}{\pi^2 a^2} \frac{1 - 2\frac{s}{a} \sin \frac{\pi s}{a}}{4\left(\frac{s}{a}\right)^2 - 1}$	$\frac{1}{2a^2} \left\{ \frac{\sin \frac{\pi s}{a}}{\pi \frac{s}{a}} + \frac{\cos \frac{\pi s}{a} - 1}{\left(\pi \frac{s}{a}\right)^2} \right\}$
$H( w )$	$ w  \cdot \left  \frac{\sin \pi w a}{\pi w a} \right  \text{rect}(2aw)$	$ w  \cdot \text{rect}(2aw)$



**Abb. 5.24** Filterfunktion nach Shepp und Logan (links) und Ramachandran und Lakshminarayanan (rechts). Hier wurde der Detektor-Abstand  $\Delta s$  mit  $a$  bezeichnet,  $\text{rect}(x) = 1$  für  $|x| \leq 1$  und  $\text{rect}(x) = 0$  für  $|x| > 1$  [7]

Der Faltungskern  $h(s)$

$$h(s) \Leftrightarrow H(w) \quad (5.21)$$

ist ebenfalls in Abb. 5.24 dargestellt. Die steile Spitze bei null (vergl. Abb. 5.19 für  $\varepsilon \rightarrow 0$ ) ist abgeflacht, da die hohen Raumfrequenzen fehlen. Für die digitale Faltung müssen nur die Werte von  $h(s)$  an den Stellen  $k \cdot \Delta s$  bekannt sein. Diese Werte, also der digitale Faltungskern, sind ebenfalls in Abb. 5.24 angegeben.

Bei der Filterfunktion  $H(w)$  nach Shepp und Logan werden auch schon Raumfrequenzen unterhalb von  $w_{\max}$  etwas bedämpft. Hierdurch wird die räumliche Auflösung der Abbildung etwas schlechter (vergl. Abschn. 5.9). Dafür wird aber auch das hochfrequente Rauschen stärker bedämpft. Abbildung 5.24 zeigt auch hierzu den analogen und den digitalen Faltungskern  $h(s)$ .

### 5.8.7 Gleichungen für die digitale gefilterte Rückprojektion

Hier sollen die Gleichungen für die gefilterte Rückprojektion noch einmal zusammengefasst werden.

Die Filterung der Projektionen lautet in analoger Schreibweise

$$\tilde{p}_\theta(s) = \int_{-\infty}^{+\infty} p_\theta(s) \cdot h(s - s') ds'. \quad (5.22)$$

Dies lässt sich in die digitale Form übersetzen

$$\begin{aligned} \tilde{p}_\theta(n \cdot \Delta s) &= \Delta s \cdot \sum_{k=-K}^{+K} p_\theta(k \cdot \Delta s) \cdot h(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \\ &= \Delta s \cdot \sum_{k=-K}^{+K} p_\theta(n \cdot \Delta s - k \cdot \Delta s) \cdot h(k \cdot \Delta s). \end{aligned} \quad (5.23)$$

Die analoge Rückprojektion lautet

$$f(x, y) = \int_0^\pi \tilde{p}_\theta(s) d\theta. \quad (5.24)$$

Bei der Übersetzung in die digitale Form muss man bedenken, dass der Winkelbereich  $0 \leq \theta < 180^\circ$  in M Winkelabschnitte unterteilt wird ( $M = \text{Zahl der Projektionen}$ ), d. h.

$$d\theta \approx \frac{\pi}{M}. \quad (5.25)$$

Damit gilt (wobei die Funktion  $\tilde{p}_\theta(s)$  geeignet interpoliert wird)

$$f(x, y) = \frac{\pi}{M} \sum_{i=1}^M \tilde{p}_\theta(x \cos \theta_i + y \sin \theta_i). \quad (5.26)$$

Ein wichtiger Vorteil bei der Methode der gefilterten Rückprojektion liegt darin, dass die erste Projektion schon vollständig im Computer verarbeitet werden kann, während die zweite Projektion gemessen wird. Bei der Messung der dritten Projektion kann der Speicherbereich, in dem die erste Projektion stand, schon überschrieben werden.

## 5.9 MTF bei der CT

Die MTF (Modulation Transfer Function) wurde in Abschn. 3.6 als das beste Maß zur Beurteilung des Auflösungsvermögens eines abbildenden Systems erläutert. Hier soll nun die MTF bei der CT abgeleitet werden, wobei wir uns auf das Zentrum des Scanners beschränken. Man kann die MTF als Produkt aus zwei Komponenten schreiben, wobei die erste die Abweichung des tatsächlichen Röntgenstrahls von einem Nadelstrahl berücksichtigt und die zweite die Ungenauigkeiten des Rekonstruktionsalgorithmus einbezieht

$$MTF_{CT} = MTF_{Strahl} \cdot MTF_{Algo} \quad (5.27)$$

Den tatsächlichen Verlauf der Röntgenstrahlen im CT-Scanner beschreibt Abb. 5.25.

Nehmen wir für einen Augenblick an, der Detektor sei punktförmig und der Fokus der Röhre sei ausgedehnt. Wir erhalten dann die Punktbildfunktion, wenn wir einen naelförmigen Absorber durch das Zentrum des Scanners schieben und das Detektorsignal aufzeichnen. Offenbar ergibt sich eine Rechteckfunktion mit der Breite  $b_F$ .

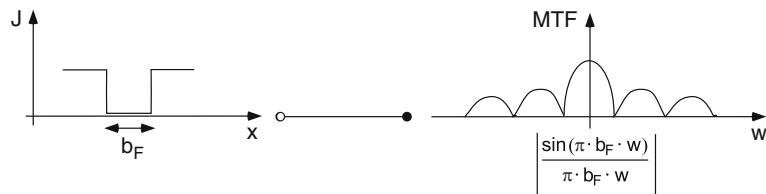
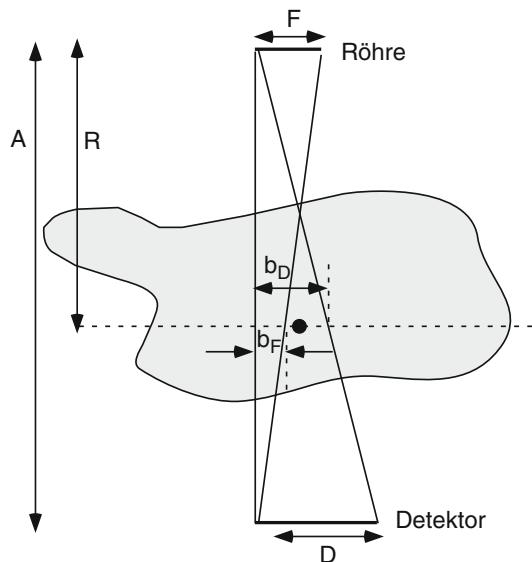
Damit ergibt sich die zugehörige MTF als  $|\frac{\sin u}{u}|$ -Funktion im Frequenzbereich. Schalten wir nun um und nehmen an, der Detektor sei ausgedehnt und die Röhre habe einen idealen punktförmigen Fokus. Die Punktbildfunktion ist wieder eine Rechteckfunktion, diesmal mit der Breite  $b_D$ . Die zugehörige MTF ist wieder eine  $|\frac{\sin u}{u}|$ -Funktion.

Die zusammengesetzte  $MTF_{Strahl}$  ergibt sich durch Multiplikation der einzelnen Anteile (Abb. 5.26 und 5.27)

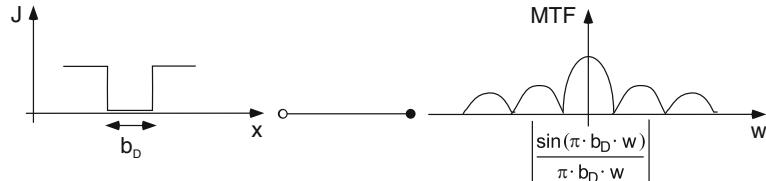
$$MTF_{Strahl}(w) = \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_F \cdot w)}{\pi \cdot b_F \cdot w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \cdot b_D \cdot w)}{\pi \cdot b_D \cdot w} \right|. \quad (5.28)$$

Die  $MTF_{Strahl}$  wird um so besser, je kleiner  $b_F$  und  $b_D$  sind. Nur eine der beiden Größen immer kleiner zu machen bringt wenig.  $b_F$  und  $b_D$  werden natürlich klein, wenn die

**Abb. 5.25** Verlauf der Röntgenstrahlen im CT-Scanner und Definition der geometrischen Größen, A: Abstand Röhre/Detektor, R: Abstand Röhre/ Rotationszentrum, F: Fokusgröße der Röhre, D: Detektorgröße,  $b_F$ : effektive Fokusgröße im Zentrum,  $b_D$ : effektive Detektorgroße im Zentrum



**Abb. 5.26** PSF (links) und MTF (rechts) vom ausgedehnten Fokus ( $b_F$  s. Abb. 5.25)



**Abb. 5.27** PSF (links) und MTF (rechts) vom ausgedehnten Detektor ( $b_D$  s. Abb. 5.25)

Detektorgroße D und die Fokusgröße F klein sind. Liegt der Patient genau im Zentrum des Scanners gilt nach dem Strahlensatz (Abb. 5.25)  $b_F = \frac{1}{2}F$  und  $b_D = \frac{1}{2}D$ , d. h. mit einem Fokus und einer Detektorgroße von 1 mm kann eine Auflösung von 0,5 mm erreicht werden.

Für die MTF des Algorithmus soll hier nur das Ergebnis angegeben und die Bedeutung der Gleichung erläutert werden

$$MTF_{\text{Algo}} = \frac{|H(w)| \cdot |G(w)|}{|w|}, \quad (5.29)$$

mit:  $H(w)$  = Filterfunktion = Fouriertransformierte des Faltungskerns,  
 $G(w)$  = Fouriertransformierte der Interpolationsfunktion.

$$G(w) = \left( \frac{\sin(\pi \cdot \Delta s \cdot w)}{\pi \cdot \Delta s \cdot w} \right)^2. \quad (5.30)$$

Es ist verständlich, dass der Detektorabstand  $\Delta s$  die MTF beeinflusst. Je größer abgetastet wird, desto mehr muss interpoliert werden und desto schlechter wird die Auflösung. Außerdem beeinflusst der gewählte Faltungskern die Auflösung. Da im Abschn. 5.8.6  $H(w)$  so definiert wurde, dass die Funktion  $|w|$  darin enthalten ist, muss bei der Bestimmung der  $MTF_{\text{Algo}}$  durch  $|w|$  dividiert werden. Wenn  $H(w) = |w|$  gewählt würde, käme bei der Rückprojektion mathematisch exakt das Original heraus, was einer MTF von 1 entsprechen würde.

Man erkennt, dass der Faltungskern von Shepp und Logan in seinen Eigenschaften an die MTF der Interpolation angepasst ist:

$$MTF_{\text{AlgoSL}}(w) = \frac{|w| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta sw)}{\pi \Delta sw} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta sw)}{\pi \Delta sw} \right|^2}{|w|} = \left| \frac{\sin(\pi \Delta sw)}{\pi \Delta sw} \right|^3. \quad (5.31)$$

Die gesamte MTF der CT erhält man durch Multiplikation aller Beiträge:

$$MTF_{CT}(w) = \left| \frac{\sin(\pi b_F w)}{\pi b_F w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi b_D w)}{\pi b_D w} \right| \cdot \left| \frac{\sin(\pi \Delta sw)}{\pi \Delta sw} \right|^2 \cdot \frac{|H(w)|}{|w|} \quad (5.32)$$

mit:  $\Delta s$  = Detektorabstand,  
 $H(w)$  = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion.

$$b_F = D \cdot \frac{R}{A} \quad (5.33)$$

$$b_D = F \cdot \frac{A - R}{A} \quad (5.34)$$

$D$  = Detektorbreite,  
 $F$  = Fokusbreite,  
 $R$  = Abstand Röhre-Patient,  
 $A$  = Abstand Röhre-Detektor.

Warum geht in diese Gleichung die Zahl der Projektionen  $M$  nicht ein? Die ganze Betrachtung war eindimensional (Frequenz  $w$ ) und liefert nur die Auflösung quer zur Projektionsrichtung. Möchte man, dass diese Auflösung aus allen Richtungen erreicht wird, muss man entsprechend viele Projektionen aufnehmen. Vergleichen wir die Frequenz  $w$ , bei der die MTF auf 50 % abgesunken ist, so erhalten wir folgende typische Werte:

CT	bis 1,2 lp/mm,
Röntgenbildverstärker	bis 5 lp/mm,
Röntgenfilm	bis 10 lp/mm

Die CT kann also „nur“ Details bis ca. 0,5 mm herab noch auflösen. Das ist wenig im Vergleich zu den anderen Röntgenverfahren. Dafür kann die CT aber Schichtbilder liefern, die je nach diagnostischer Fragestellung einen größeren Informationsgehalt aufweisen können.

## 5.10 Rauschen bei der CT

Bevor wir das Pixel-Rauschen bei der CT analysieren, müssen wir untersuchen, wie sich das Rauschen der Messwerte auf das Rauschen der Projektionsdaten auswirkt. Die Projektionsdaten gehen dann in den CT-Rekonstruktionsalgorithmus ein, und bestimmen so das Rauschen der Bildpunkte. Wie üblich bei Rauschuntersuchungen betrachten wir die Zahl der Quanten  $N$  im Detektor (vergl. Abschn. 2.6).

Es gilt

$$N_\theta(s) = N_0 \cdot e^{-\int \mu(x, y) dl}, \quad (5.35)$$

mit:  $N_0$  = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor ohne Patient,

$N_\theta(s)$  = Zahl der nachgewiesenen Quanten pro Detektor mit Patient,  
 (Projektionswinkel  $\theta$ , Detektorort  $s$ ).

Die Projektionsdaten ergeben sich daraus zu

$$p_\theta(s) = \ln \frac{N_0}{N_\theta(s)} = \ln N_0 - \ln N_\theta(s). \quad (5.36)$$

Die Zahl der nachgewiesenen Quanten unterliegt einer Poissonverteilung

$$N_\theta(s) = \bar{N}_\theta(s) \pm \sqrt{\bar{N}_\theta(s)}. \quad (5.37)$$

Damit gilt

$$\begin{aligned} \ln N_\theta(s) &= \ln \left\{ \bar{N}_\theta(s) \pm \sqrt{\bar{N}_\theta(s)} \right\} = \ln \left\{ \bar{N}_\theta(s) \left( 1 \pm \frac{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}}{\bar{N}_\theta(s)} \right) \right\} \\ &= \ln \left\{ \bar{N}_\theta(s) \left( 1 \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}} \right) \right\} \approx \ln \bar{N}_\theta(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}}, \\ \text{für } \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}} &<< 1. \end{aligned} \quad (5.38)$$

Oben eingesetzt erhalten wir für die Projektionsdaten

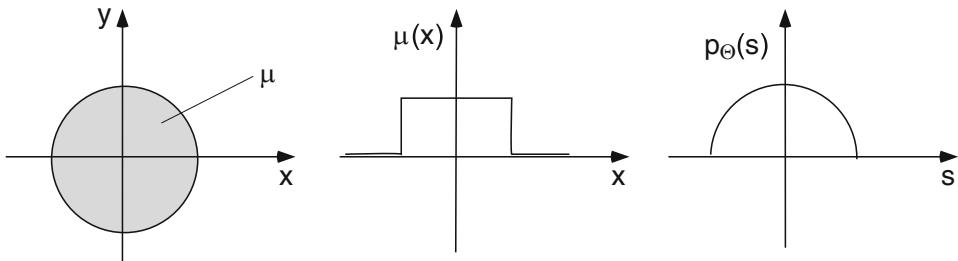
$$p_\theta(s) = \ln N_0 - \ln \bar{N}_\theta(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}} = \bar{p}_\theta(s) \pm \frac{1}{\sqrt{\bar{N}_\theta(s)}} \quad (5.39)$$

Hierbei wurde angenommen, dass sich die Quantenzahl  $N_0$  (ohne Patient) beliebig genau bestimmen lässt. Somit haben wir die Standardabweichung der Projektionsdaten  $\sigma_p$  bestimmt

$$\sigma_p^2 = \frac{1}{\bar{N}_\theta(s)}. \quad (5.40)$$

Wie wirkt sich dieses Projektionsrauschen nun auf das Rauschen eines Bildpunktes aus? Hierzu betrachten wir folgenden einfachen Fall:

In der Mitte des Scanners befindet sich ein großer Zylinder mit homogenem Röntgenschwächungskoeffizienten (Abb. 5.28). Die Projektionen dieses Objektes sehen zu allen Winkeln  $\theta$  gleich aus und wurden im Abschn. 5.1 (Abb. 5.4) berechnet. Als



**Abb. 5.28** Beispiel eines homogenen großen Zylinders mit dem Absorptionskoeffizienten  $\mu$  im CT-Scanner. Mitte: Verlauf des Schwächungskoeffizienten auf einem Schnitt durch den Zylinder. Rechts: Verlauf aller Projektionen durch das Objekt

weitere Vereinfachung soll nur das Pixelrauschen im Zentrum bei  $x=0$  und  $y=0$  bestimmt werden. Hier verlaufen alle Projektionen  $p_\theta(s)$  sehr flach.

So kann der Funktionswert im Zentrum  $f(0,0)$  mit den Gleichungen aus Abschn. 5.8.7 folgendermaßen bestimmt werden

$$f(0,0) = \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sum_{\Theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} p_\theta(0) \cdot h(k \cdot \Delta s) \quad (5.41)$$

Hier wurde wegen des flachen Verlaufs von  $p_\theta(s)$  bei Null für alle Projektionen und für alle Werte rechts und links von  $s=0$  im Bereich  $-K$  bis  $+K$  einfach  $p_\theta(0)$  eingesetzt. Für die folgende Rauschbetrachtung muss aber berücksichtigt werden, dass all diese Werte  $p_\theta(0)$  statistisch unabhängig um den Mittelwert  $\bar{p}_\theta(0)$  schwanken können

$$p_\theta(0) = \bar{p}_\theta(0) \pm \frac{1}{\sqrt{N}} \text{ mit } \bar{N} = \bar{N}_\theta(0) \quad (5.42)$$

Nach dem Fehler-Fortpflanzungsgesetz gilt

$$\text{wenn } E(A) = A \pm a \quad E(A) = \text{Erwartungswert der Messgröße A} \quad (5.43)$$

$$\text{und } E(B) = B \pm b \quad a = \text{Standardabweichung der Messgröße A} \quad (5.44)$$

so folgt:

$$E(A + B) = A + B \pm \sqrt{a^2 + b^2} \quad (5.45)$$

Auf unseren Fall angewendet erhalten wir

$$f(0, 0) = \bar{f}(0, 0) \pm \frac{\pi}{M} \cdot \Delta s \cdot \sqrt{\sum_{\theta_i} \sum_{k=-K}^{k=+K} \frac{h^2(k \cdot \Delta s)}{\bar{N}}} \quad (5.46)$$

Nun kann die Größe  $\bar{N}$  herausgezogen und die Summe über  $\theta_i$  ausgeführt werden

$$\sigma_{Pixel}^2 = \left(\frac{\pi}{M} \cdot \Delta s\right)^2 \cdot M \cdot \frac{1}{\bar{N}} \cdot \sum_{k=-K}^{k=+K} h^2(k \cdot \Delta s) \quad (5.47)$$

Die Summe über  $h^2(k \cdot \Delta s)$  kann noch etwas umgeformt werden (Parsevalsches Theorem)

$$\sum h^2(k \cdot \Delta s) \approx \frac{1}{\Delta s} \int h^2(s) ds = \frac{1}{\Delta s} \int |H(w)|^2 dw. \quad (5.48)$$

Damit ergibt sich insgesamt

$$\sigma_{Pixel}^2 = \frac{\pi^2 \cdot \Delta s}{M} \cdot \frac{1}{\bar{N}} \int_{-w_{\max}}^{+w_{\max}} |H(w)|^2 dw \quad (5.49)$$

mit:  $\Delta s$  = Detektorabstand,

$M$  = Zahl der Projektionen,

$\bar{N}$  = mittlere Zählrate bei einer Messung,

$H(w)$  = Filterfunktion für die gefilterte Rückprojektion.

Das Pixel-Rauschen ist offenbar klein, wenn der Detektorabstand  $\Delta s$  klein gewählt wird, eine große Zahl von Projektionen  $M$  gemessen wird und eine hohe Quantenzahl pro Messpunkt  $\bar{N}$  gewählt wird. Außerdem ist das Rauschen klein, wenn die Fläche unter der quadrierten Filterfunktion  $H(w)$  klein ist. So erkennt man, dass der Faltungskern nach Shepp und Logan zu einem kleineren Pixelrauschen führt als der Kern von Ramachandran und Lakshminarayanan (vergl. Abb. 5.24). In gleichem Maße wird aber auch die MTF schlechter (vergl. Abschn. 5.9).

## 5.11 Das Problem mit dem Abtasttheorem

In den beiden vorausgehenden Kapiteln wurde zwischen dem Detektorabstand  $\Delta s$  und der Detektorbreite  $D$  unterschieden. Dies scheint auf den ersten Blick nicht nötig, da im CT-Scanner die einzelnen Detektoren möglichst dicht und möglichst „raumfüllend“ angeordnet werden, so dass eigentlich immer  $\Delta s = D$  gelten müsste.

Ein solches Vorgehen würde aber unweigerlich zu einem Problem mit dem Abtasttheorem führen, welches im Folgenden erläutert werden soll. Nehmen wir an, dass die Detektor-Empfindlichkeitskurve rechteckig ist. Dann entspricht die Faltung mit der Detektor-Empfindlichkeitskurve im Ortsraum einer Multiplikation mit der  $\frac{\sin u}{u}$ -Funktion im Frequenzraum:

$$\begin{array}{ccc} \text{Faltung im Ortsraum} & \Leftrightarrow & \text{Multiplikation im Frequenzraum} \\ \text{mit Rechteck } D & & \text{mit } \frac{\sin(\pi \cdot D \cdot w)}{\pi \cdot D \cdot w} \end{array} \quad (5.50)$$

Das Messsignal ist also bandbegrenzt. Die durch die Detektorbreite bedingte, höchste vorkommende Frequenz liegt ungefähr bei der ersten Nullstelle der  $\frac{\sin u}{u}$ -Funktion

$$\pi \cdot D \cdot w_{\max} = \pi \Rightarrow w_{\max} = \frac{1}{D} \quad (5.51)$$

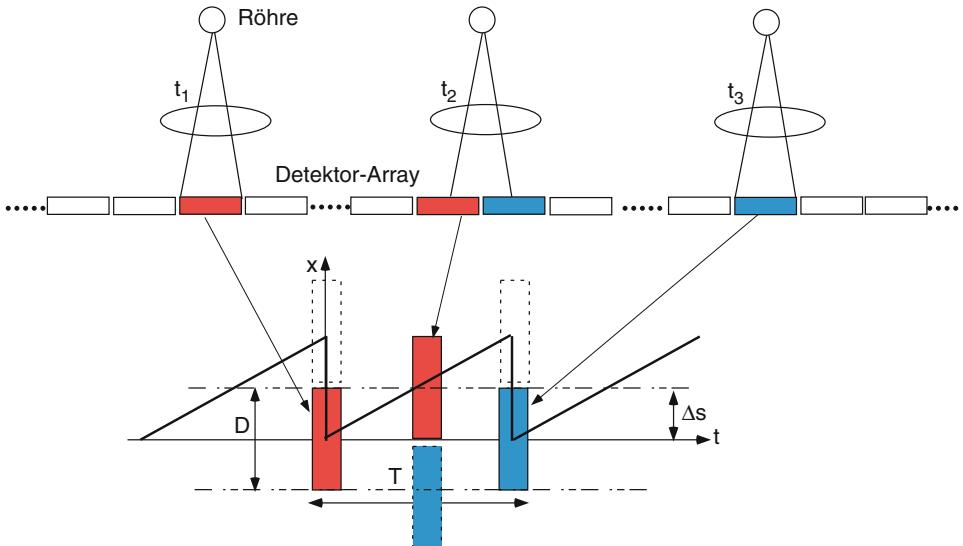
Nach dem Abtasttheorem wird aber gefordert

$$\Delta s \leq \frac{1}{2w_{\max}} = \frac{D}{2} \quad (5.52)$$

Der Abstand zweier Messpunkte sollte also nur halb so groß sein wie die Detektorbreite. Wenn diese Bedingung nicht eingehalten wird, muss mit Aliasing-Artefakten gerechnet werden (Abschn. 3.9).

Das Problem lässt sich lösen, wenn man mit einem springenden Fokus in der Röntgenröhre arbeitet. In Abb. 5.11 wurde der CT-Scanner der 3. Generation beschrieben und erläutert, wie durch einen springenden Fokus Messwerte gewonnen werden können, die genau zwischen den Detektororten beim 1. Durchgang liegen.

Die Messung zwischen  $180^\circ \leq \theta < 360^\circ$  mit einem versetzten Fokus löst also prinzipiell das Problem. Allerdings wirken sich bei dieser Vorgehensweise kleine Bewegungen des Patienten zwischen der ersten und der zweiten Scan-Hälfte sehr störend aus. Man wählt daher ein Verfahren, bei dem kontinuierlich die beiden versetzten Detektorpositionen ausgelesen werden können. Hierzu wird der Röhren-Fokus mithilfe von elektromagnetischen Feldern so bewegt, dass er für kurze Zeit im Labor-Koordinatensystem ruht, obwohl der CT-Scanner selbst rotiert. Im Laborkoordinatensystem bewegt sich der Detektorarray dann an der ruhenden Röhre vorbei.



**Abb. 5.29** Abtastung  $\Delta s$  mit halber Detektorbreite  $D$ . Links oben ist ein kleiner Ausschnitt des Fächers gezeigt, der zur Zeit  $t_1$  genau auf ein Detektorelement trifft. Kurze Zeit später ( $t_2$ ) trifft der gleiche Fächer hälftig auf das erste und hälftig auf das benachbarte Detektorelement, da die Röhre im Laborsystem stehen geblieben ist, der Detektorring sich aber weiter gedreht hat. Zur Zeit  $t_3$  ist der Fokus zurück gesprungen, aber das ganze System hat sich nun etwas weiter um den Patienten herum gedreht, so dass das erste Detektorelement unter einem anderen Winkel den Patienten durchstrahlt

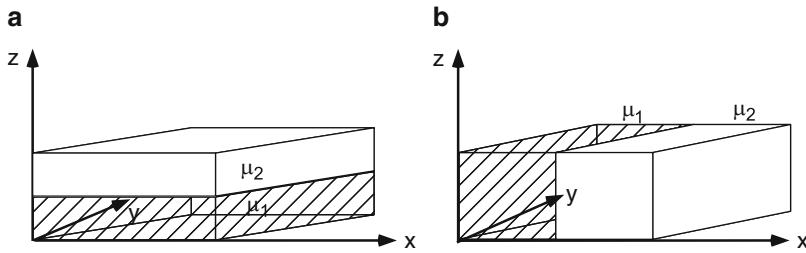
Nach einer Zeit  $T$ , die der Zeit entspricht, in der sich der Detektorarray um eine ganze Detektorbreite weiterbewegt hat, wird der Röhrenfokus zurück auf den Ausgangswert geschaltet. In dieser Zeit  $T$  wird nun der Detektor genau zweimal ausgelesen. Abbildung 5.29 verdeutlicht, wie auf diese Art eine Abtastung bei der halben Detektorbreite möglich ist.

## 5.12 CT Artefakte

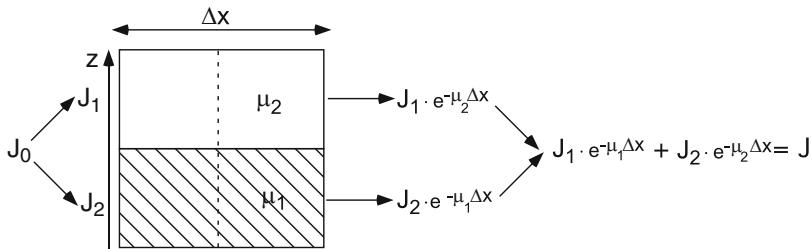
### 5.12.1 Teilvolumenartefakte

Abbildung 5.30 zeigt zwei Fälle, bei denen sich innerhalb eines Pixels zwei Gebiete mit stark unterschiedlichen Röntgenschwächungskoeffizienten befinden.

Was passiert, wenn Röntgenquanten durch solche ungleichmäßigen Pixel hindurchtreten? Man kann im Fall a die insgesamt auftreffende Strahlungsleistung  $J_0$  in zwei Gruppen aufteilen: diejenige, die durch das Gebiet  $\mu_1$  geht, und diejenige, die durch das Gebiet  $\mu_2$  geht (Abb. 5.31).



**Abb. 5.30** Gebiete innerhalb eines Pixels mit stark unterschiedlichen Röntgenschwächungskoeffizienten  $\mu$  (Röntgenstrahl in der x-y-Ebene). Links hat der obere Teil des Röntgenfächers einen anderen Schwächungskoeffizienten als der untere, im rechten Bild trifft der rechte Teil des Fächers einen anderen Schwächungskoeffizienten als der linke



**Abb. 5.31** Aufteilung der Röntgenleistung auf die Gebiete 1 und 2 und Zusammenführung im Detektor

Demnach ergibt sich die Röntgenleistung im Detektor zu

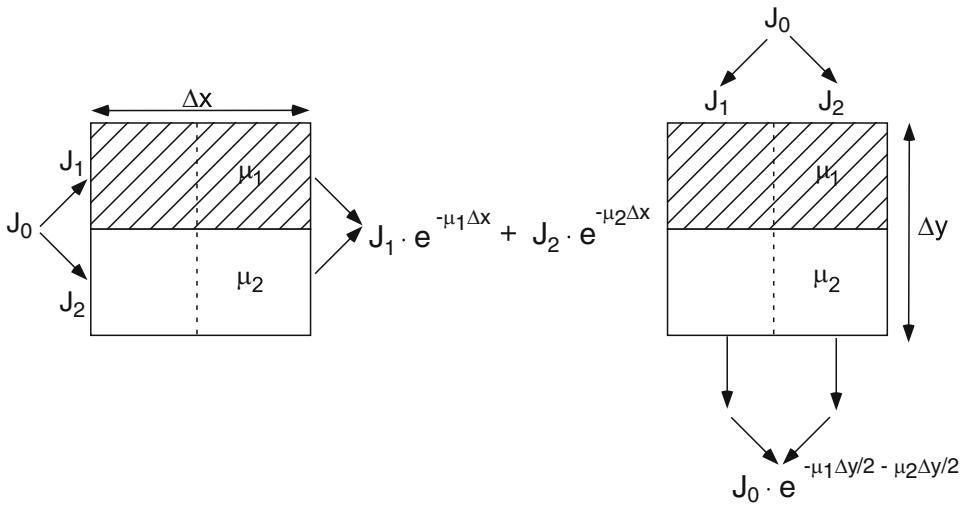
$$J = J_1 \cdot e^{-\mu_1 \Delta x} + J_2 \cdot e^{-\mu_2 \Delta x} \quad (5.53)$$

Damit gilt im Allgemeinen *nicht*, dass

$$\ln \frac{J_0}{J} = \bar{\mu} \quad (5.54)$$

Das bedeutet: der mit CT ermittelte Wert ist nicht gleich dem Mittelwert  $\bar{\mu}$ , wie man es bei einer einfachen „schlechten Auflösung“ erwarten würde.

Noch schlimmer ist der Fall **b** in Abb. 5.30: Wie Abb. 5.32 zeigt, stimmen die Werte von  $\ln \frac{J_0}{J}$  aus verschiedenen Projektionsrichtungen nicht überein. Damit können die bei der Verarbeitung einer Projektion in das Bild zu viel eingetragenen Werte nicht vollständig durch die Eintragungen der anderen Projektionen kompensiert werden und es entstehen Streifen im Bild. Diese Artefakte lassen sich nur durch dünnere Schichten bzw. durch eine feinere Abtastung  $\Delta s$  vermeiden.



**Abb. 5.32** Die Werte für  $\ln \frac{J_0}{J}$  aus verschiedenen Richtungen stimmen nicht überein

### 5.12.2 Artefakte durch die Strahlaufl härtung

Im Allgemeinen ist der Röntgenschwächungskoeffizient eine Funktion der Quantenenergie (vergl. Abb. 2.16). Die Röntgenröhre liefert ein relativ breites Spektrum von Quantenenergien (vergl. Abb. 2.9).

Die tatsächliche Schwächung der Strahlungsleistung muss folgendermaßen bestimmt werden

$$J_0 = \int_{E_{\min}}^{E_{\max}} \frac{dJ_0(E)}{dE} dE \quad (5.55)$$

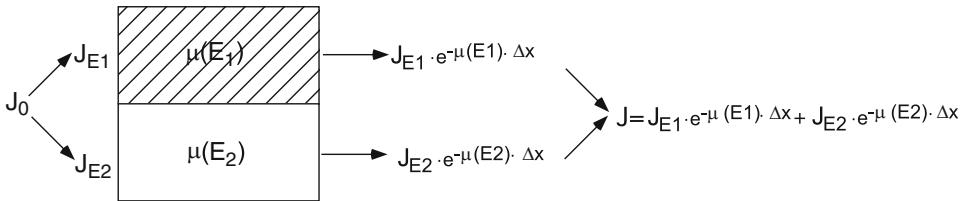
$$J = \int \frac{dJ_0(E)}{dE} \cdot e^{-\int \mu(x, y, E) dE} dE \quad (5.56)$$

mit:  $J_0$ : gesamte eingestrahlte Strahlungsleistung

$\mu(x, y, E)$ : Röntgenschwächungskoeffizient als Funktion vom Ort und von der Quantenenergie  $E$

$J$ : gesamte hindurchgekommene Strahlungsleistung

$\frac{dJ_0(E)}{dE}$ : eingestrahlte Strahlungsleistung im Energieintervall  $dE$



**Abb. 5.33** Aufteilung der Röntgenleistung auf die Energien 1 und 2 und Zusammenführung im Detektor

Während des Weges der Röntgenstrahlung durch den Körper wird der „weiche“ niedriger energetische Teil des Spektrums relativ stark absorbiert und der „harte“ hochenergetische Teil bleibt übrig. Daher spricht man von „Strahlaufhärtung“. Warum auch dieser Effekt zu Artefakten führt, erkennt man am stark vereinfachten Fall eines Röntgenspektrums mit nur zwei Energieanteilen (Abb. 5.33).

Auch hier gilt im Allgemeinen *nicht*, dass

$$\ln \frac{J_0}{J} = \bar{\mu} \quad (5.57)$$

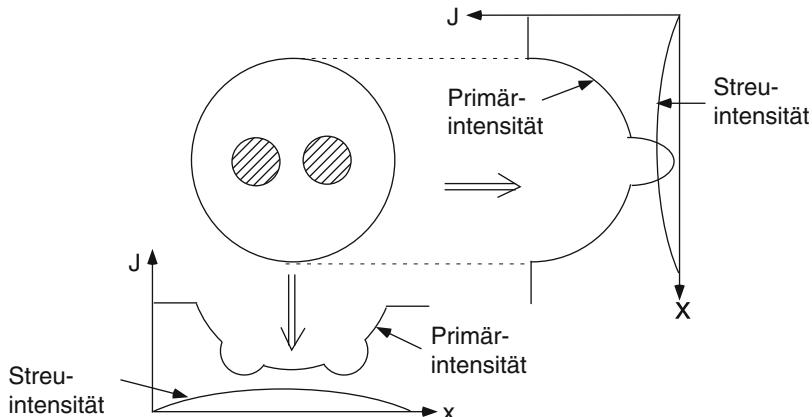
Somit sind die gleichen Fehler wie bei den Teilvolumenartefakten zu erwarten. Abhilfe schafft nur die Verwendung höherenergetischer Strahlung (z. B. 150 keV), da hier die Funktion  $\mu(E)$  flacher verläuft. Der niedriger energetische Anteil im Spektrum sollte dann z. B. durch Kupfer-Vorfilter abgeschnitten werden.

### 5.12.3 Artefakte durch Streustrahlung

Streustrahlung führt zu einem gleichmäßigen Anheben der Strahlungsleistung in den Detektoren (vergl. Abschn. 2.4.7) und damit zu einem für die CT-Rekonstruktion inkonsistenten Datensatz. Dies macht sich insbesondere dann bemerkbar, wenn zwei starke Absorber unter einer einen Projektion nebeneinander und unter einer anderen Projektion hintereinander stehen (Abb. 5.34).

Stehen die Absorber hintereinander, wird hinter den Absorbern die nachgewiesene Röntgenleistung von der Streustrahlung dominiert und liefert falsche Daten für die Rückprojektion. Abhilfe schaffen Raster, die vor den Detektoren angebracht werden und nur einen kleinen Raumwinkel von dem Röntgenstrahl-Fächer hindurchlassen. Dies ist bei Scannern der 3. Generation gut möglich.

Bei Scannern der 4. Generation geht dies so nicht. Daher werden zusätzliche Röntgendetektoren oberhalb bzw. unterhalb der durchleuchteten Scheibe angebracht, die die Streustrahlung detektieren. Sie kann dann vom Messsignal subtrahiert werden.



**Abb. 5.34** Streustrahlungs-Problem bei der Computertomographie

#### 5.12.4 Bewegungsartefakte

Es ist offensichtlich, dass durch Bewegungen während einer Rotation ein inkonsistenter Datensatz entsteht. Dies führt leider nicht einfach nur dazu, dass ein kleiner Bildbereich verwackelt ist, sondern dass Artefakte auftreten, die über den gesamten Bildbereich verlaufen können.

---

### 5.13 Hounsfield-Skala

Es ist üblich, den bei der CT ermittelten Schwächungskoeffizienten  $\mu(x, y)$  nicht in  $\text{m}^{-1}$  (bzw.  $\text{cm}^{-1}$ ) abzuspeichern, sondern in sog. Hounsfield-Einheiten ( $\text{HU} = \text{Hounsfield Unit}$ ). Die Umrechnung erfolgt nach folgender Formel

$$CT - \text{Zahl} = \frac{\mu - \mu_{\text{Wasser}}}{\mu_{\text{Wasser}}} \cdot 1000 [\text{HU}] \quad (5.58)$$

Damit hat Wasser per Definition die CT-Zahl 0 [HU] und Luft die CT-Zahl  $-1000$  [HU]. Abbildung 5.35 zeigt die Wertebereiche von Röntgenschwächungskoeffizienten verschiedener Gewebearten in Hounsfield-Einheiten. Die Hounsfield-Einheiten von Körpergewebe liegen im Bereich  $-1000$  HU bis  $+3000$  HU.



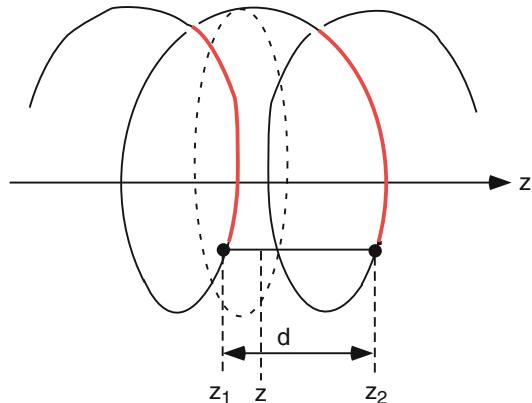
**Abb. 5.35** Röntgenschwächungskoeffizient von Körpergewebe in Hounsfield-Einheiten [7]

## 5.14 Spiral-CT

Bei der bisher beschriebenen CT-Technik wird das Bild einer einzigen Scheibe des Körpers rekonstruiert. Die Dicke dieser Scheibe liegt typisch zwischen 2 mm und 5 mm. Will man ein 3D-Bild einer Körperregion haben, so müsste man den Patienten immer wieder z.B. um 2 mm verschieben und eine neue CT-Aufnahme machen. Das ständige „Weiterfahren-Anhalten-Aufnahme“ würde lange dauern und zu einem Verwackeln des Patienten zwischen zwei Schichtaufnahmen führen. So wurde von W.A. Kalender (Erlangen) die Spiral-CT erfunden, bei der der Patient kontinuierlich langsam im CT-Scanner weitergeschoben wird während die Röhre um das Zentrum rotiert. Die „Erfundung“ erscheint trivial, wenn man sich nicht vergegenwärtigt, aus welchen Datensätzen nun eigentlich Bilder rekonstruiert werden sollen. Die einzelnen Projektionen aus den verschiedenen Richtungen  $\theta$  passen ja gar nicht zusammen. Wenn man sich überlegt, wie schon kleinste Fehler zu inkonsistenten Datensätzen und damit zu Artefakten führen (s. Abschn. 5.12), so scheint es, als könnte man mit einem „spiralig“ aufgenommenen Datensatz nichts anfangen.

Ein Trick löst das Problem – nicht exakt, aber doch genau genug: Zu einem vorgegebenen Winkel  $\theta$  gehören beim Spiral CT mehrere Datensätze, die jeweils um  $d$  versetzt sind. Hierbei ist  $d$  der Patientenvorschub der zu einem Umlauf der Röhre gehört (Abb. 5.36).

**Abb. 5.36** Interpolation bei der Spiral-CT



Durch einfache Interpolation kann eine „fiktive“ Projektion zu jedem Zwischenwert  $z_1 < z < z_1 + d$  abgeschätzt werden. Werden nun aus allen gemessenen Projektionen so Zwischenwerte interpoliert, dass ein kompletter Satz von Projektionen zu einer einzigen Ebene  $z$  entsteht, kann mit diesem Datensatz eine klassische Bildrekonstruktion durchgeführt werden.

Wird mit einer kontinuierlich rotierenden Röhre gearbeitet, so sind die Projektionen  $180^\circ < \theta < 360^\circ$  bei ruhendem Patiententisch redundant. Wird der Patient kontinuierlich vorgeschieben, erhält man im Winkelbereich  $180^\circ < \theta < 360^\circ$  Messdaten aus anderen Ebenen. Diese werden natürlich ebenfalls bei der Interpolation genutzt. So brauchen effektiv nur Zwischenebenen im Bereich  $0 < z < d/2$  (entsprechend einer Rotation um  $180^\circ$ ) interpoliert werden. Es ist mit der Spiral CT möglich, in relativ kurzer Zeit eine 3D-Aufnahme einer Körperregion zu erhalten.

## 5.15 Mehrzeilen-CT und Mehrzeilen-Spiral-CT

Im Abschn. 5.6 wurden die Röntgendetektor-Arrays beschrieben. In den letzten Jahren gab es hier eine rasante Entwicklung hin zu Mehrzeilen-Arrays, bei denen immer mehr Detektorzeilen nebeneinander angeordnet werden. In den einfachen Varianten erhält man 16 Detektorzeilen, die wahlweise unterschiedlich kombiniert werden können, also z. B. 16 Zeilen mit 0,625 mm Detektorhöhe oder 8 Zeilen mit 1,25 mm Detektorhöhe. Damit können kleine 3D-Volumina mit nur einem Umlauf rekonstruiert werden. Dabei ist aber zu beachten, dass nur die mittlere Zeile genau zu den oben beschriebenen Rekonstruktions-Verfahren passt. Alle anderen Zeilen liefern nicht die Daten, die man für eine Abdeckung des 2D-Radon-Raumes benötigt, da sie schräg, d.h. auf einer Kegelbahn durch den Körper des Patienten verlaufen. L.A. Feldkamp, L.C. Davis und J.W. Kress haben 1984 einen Korrekturfaktor eingeführt, mit dem (bei kleinen Neigungswinkeln) trotzdem eine gute Rekonstruktion möglich ist [2].

Die Kombination mit der Idee des Spiral-CT (Abschn. 5.14) führt dazu, dass nun der Vorschub des Patienten („Pitch“) bei einem Umlauf der Röhre um den Patienten deutlich erhöht werden kann. Wir kommen zur Mehrschicht Spiral-CT, mit der der gesamte Oberkörper eines Patienten in wenigen Sekunden aufgenommen werden kann.

Inzwischen sind Systeme mit bis zu 128 parallelen Detektorarrays im Markt. Damit können insbesondere 3D-Bilder vom schlagenden Herzen in hervorragender Qualität aufgenommen werden.

---

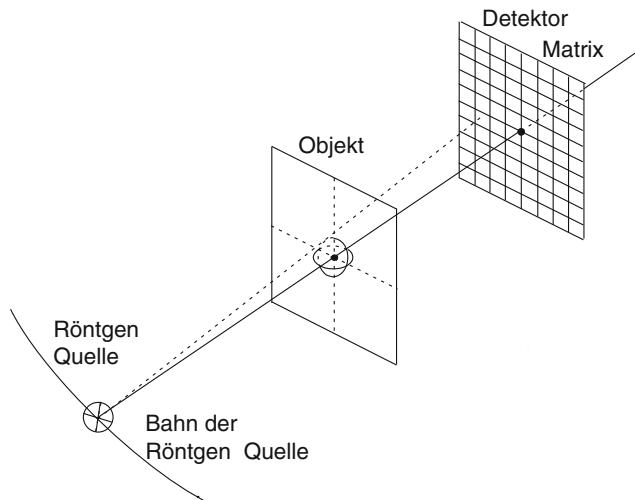
## 5.16 Cone-Beam-CT

Mit der Cone-Beam-CT möchte man einen kompletten 3D-Datensatz des Untersuchungsobjekts bei einer einzigen Rotation von Quelle und Detektor aufnehmen, indem statt des üblichen Detektor-Arrays eine Detektor-Matrix eingesetzt wird (Abb. 5.37).

So kann man beispielsweise einen Röntgenbildverstärker (Abschn. 2.4.5) oder einen flachen digitalen Röntgen-Bildaufnehmer (Abschn. 2.4.6) verwenden. Damit kann man z. B. mit den C-Bogen 3D-Bilder aufnehmen.

Die besonderen Vorteile sind:

- Der 3D-Datensatz kann schneller (ca. 1 sec) aufgenommen werden. Die Aufnahmen sind seltener verwackelt.
- Die Strahlendosis kann wahrscheinlich gegenüber z. B. einer Spiral-CT-Aufnahme reduziert werden.



**Abb. 5.37** Anordnung von Röntgenröhre und Detektormatrix bei der Cone-Beam-CT

- Die Auflösung im Fokalebereich kann wahrscheinlich erhöht werden im Vergleich zum Spiral-CT.
- Der Preis für das Cone-Beam-System kann niedriger als ein Spiral-CT-System sein.

Die Nachteile sind:

- Der Streulichtanteil im detektierten Signal ist größer als beim konventionellen CT. Fokussierende Raster vor dem Bildverstärker sind denkbar, reduzieren aber die Zahl der nachgewiesenen Quanten.
- Der Rekonstruktions-Algorithmus ist komplexer und braucht mehr Rechenzeit. Es liegen eben leider nicht mehrere parallele Sätze von Projektionen vor, sondern „schräge“ Projektionen, die aus der Rotationsebene hinausragen (siehe Abschn. 4.15, cone-beam CT und Feldkamp-Algorithmus [2]).
- Das Rekonstruktionsproblem ist bei einem einzigen kreisförmigen Orbit unterbestimmt. Außerhalb der Drehebene kann es zu Artefakten kommen.

Insbesondere die Entwicklung von Rekonstruktionstechniken, die in akzeptabler Zeit Bilder mit ausreichender Auflösung liefern, ist Gegenstand der Forschung. Erste Systeme für den Kopf- und Dental-Bereich sind im Markt.

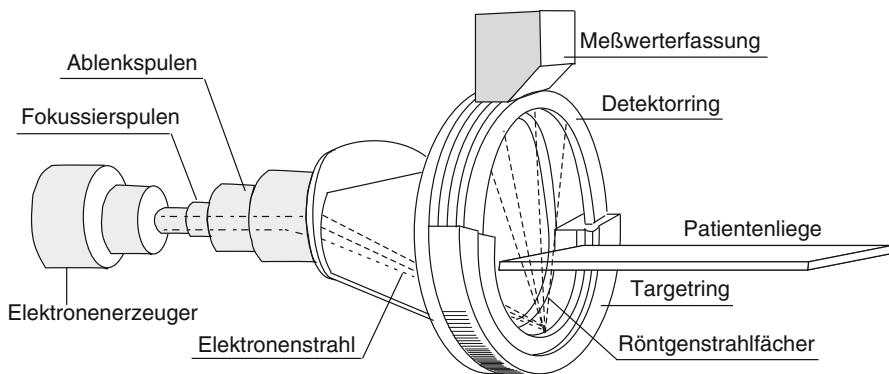
Die Cone-Beam-CT-Technik und die Rekonstruktionsalgorithmen können auch bei der SPECT eingesetzt werden, wenn ein fokussierender Kollimator vor die Gamma-Kamera gestellt wird (siehe Kap. 8.6) oder in der PET, wenn eine Aufnahme ohne Septen durchgeführt wird und alle Koinzidenzen ausgenutzt werden (siehe Kap. 9.3)

---

## 5.17 Elektronenstrahl-CT

Die kürzeste Aufnahmezeit liegt bei klassischen CT-Scannern bei einer Sekunde pro Schnittbild. Eine schnellere Rotation des schweren Systems aus Röhre und Detektorarray stößt auf mechanische Probleme. Es ist ohne Tricks nicht möglich, eine Schichtaufnahme von einem bewegten Organ (z. B. dem Herzen) zu machen, oder die Verteilung eines Kontrastmittels mit hoher Zeitauflösung zu verfolgen.

Daher wurde ein spezielles System entwickelt, mit dem prinzipiell CT-Aufnahmen mit einer Zeitauflösung von weniger als 100 ms möglich sind. Das Verfahren basiert darauf, dass ein Elektronenstrahl mithilfe von elektromagnetischen Feldern auf einen Punkt auf einer großen ringförmigen Kathode fokussiert wird (Abb. 5.38). Durch die Ansteuerung der Ablenksysteme kann der Fokus des Elektronenstrahls sehr schnell über die ringförmige Kathode geschwenkt werden und so eine schnell rotierende Röntgenröhre „nachahmen“, ohne dass mechanisch Komponenten des Scanners bewegt werden müssen.



**Abb. 5.38** Elektronenstrahl-CT (Electron Beam Tomography EBT) [7]

Da sich die Elektronen nur im Vakuum frei bewegen können, ist ein kegelförmiges und einige Meter großes Vakuumgefäß nötig. Der Kegel kann aber nach oben offen sein, da ein „Schwenk“ des Elektronenstrahls um 180° ausreicht.

Die einzige Komponente, die beim Elektronenstrahl-CT die Aufnahmezeit nach unten begrenzt, ist die Elektronenquelle. Sie liefert maximal einen Strom von ca. 500 mA (was schon eine gewaltige technische Leistung darstellt). Damit ist aber die Zahl der Röntgenquanten pro Sekunde begrenzt. Verkürzt man die Aufnahmezeit immer mehr, wird automatisch die Zahl der nachgewiesenen Röntgenquanten  $\bar{N}$  immer kleiner. Damit steigt aber das Rauschen der Bilder (vergl. Abschn. 5.10). Bilder mit guter Qualität können in ca. 100 ms aufgenommen werden. Bei kürzeren Aufnahmezeiten müssen Abstriche in der Bildqualität in Kauf genommen werden.

## 5.18 Dual Source CT

Im Jahr 2005 stellte Siemens erstmals einen CT-Scanner vor, in dem sich zwei Röntgenröhren und zwei Detektorarrays befinden. Sie sind unter einem Winkel von 90° gegeneinander angeordnet und umkreisen gleichzeitig den Patienten. Damit werden zwei neuartige Aufnahme-Modi möglich: Zum einen können die für eine vollständige Rekonstruktion nötigen Daten über einen Winkelbereich von 180° in der halben Zeit aufgenommen werden. Das ist z. B. für die Herzbildgebung sehr wichtig. Zum anderen kann man aber auch die beiden Röntgenröhren mit unterschiedlichen Anodenspannungen betreiben und damit zwei Bilder bei unterschiedlicher Quantenenergie aufnehmen. Daraus können sich zusätzliche diagnostisch wichtige Informationen ergeben.

**Tab. 5.1** Anwendungen der CT

Trauma	Unfalldiagnostik im gesamten Körper
Kopf-Hals	Akutes nicht traumatisches neurologisches Defizit (Blutung, Infarkt), Akutes kranio-cerebrales Trauma mit neurologischen Symptomen (Ödem = Schwellung, Contusion = Prellung/Quetschung, Blutung), Trauma der Schädelbasis, Akuter Kopfschmerz mit Meningismus (Erkrankung der Hirnhaut), Akute Bewusstseinsstörung
Spinalkanal	Spinales Trauma (spinal = zum Rückgrat und Rückenmark gehörend)
Hals-Nasen-Ohren	Kraniofaziales Skelett (kranial = zum Kopf gehörend, facial = zum Gesicht gehörend), Tumorverdacht im Rachen oder im Kehlkopf
Augenheilkunde	Intraokulärer Fremdkörper, Tränen-Nasen-Gang
Thoraxorgane	Thoraxwand: Verdacht auf Tumor, Pleura (= Brustfell): Verdacht auf Tumor oder Entzündung, Lunge: Verletzungen, Gewebeveränderungen, Verkalkungen, Tumor, Metastasen, Lungenentzündung, Erweiterung der Bronchialäste, Zentrales tracheobronchiales System: Gefäßmalformationen
Herz-Kreislauf-System	Aorta: Dissektion (= Aufspaltung), Aneurysma (= Aufweitung eines arteriellen Blutgefäßes)
Bewegungsapparat	Knochen: CT-geführte Biopsie, Hüftgelenk: Frakturen (Brüche), Orthopädische Operationsplanung
Gastroenterologie	Pankreas (= Bauchspeicheldrüse): Entzündungen, Verdauungstrakt: Tumor-Diagnostik und Tumor-Staging

## 5.19 Anwendungen der CT

Die Tab. 5.1 zeigt, bei welchen Erkrankungen als primäre Untersuchungsmethode die CT empfohlen wird. Man erkennt große Schwerpunkte in den Bereichen Trauma (Unfalldiagnostik), Kopf, Lunge und Bewegungsapparat.

Die Operationsplanung in der Endoprothetik (z. B. bei der „künstlichen Hüfte“) basiert heute auf 3D-CT-Datensätzen.

Für die Diagnose und Therapie von Osteoporose wird die „quantitative CT“ eingesetzt. Hierbei wird der Knochenzustand durch den absoluten CT-Wert (in Hounsfield-Einheiten) bestimmt und im Verlauf der Erkrankung bzw. Therapie verfolgt (Abb. 5.39 und 5.40).



**Abb. 5.39** CT-System (Quelle: Philips Healthcare)

**Abb. 5.40** CT-Bild vom Herzen (Quelle: Philips Healthcare)



## 5.20 Phasenkontrast CT

Die Phasenkontrast-Computertomographie ist ein völlig neuartiges bildgebendes Verfahren, welches zur Zeit in der Forschung großes Aufsehen erregt. Es erscheint nur deshalb als Unterkapitel der Computertomographie, weil es – wie die CT – Röntgenstrahlen verwendet und ein ähnlicher Rekonstruktionsalgorithmus eingesetzt wird. Vielleicht muss diesem Verfahren in der nächsten Auflage dieses Buches schon ein eigenes Kapitel gewidmet werden.

Ziel der Phasenkontrast CT ist es, den räumlichen Verlauf des Brechungsindex  $n$  mit Röntgenstrahlung abzubilden. Damit kann ein hoher Weichteilkontrast erzielt werden.

Der Brechungsindex beschreibt das Verhältnis aus der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum zur Lichtgeschwindigkeit in einem Material. Er gibt also an, um wieviel langsamer das Licht sich in diesem Material ausbreitet. Im sichtbaren Bereich des Spektrums sind durchsichtige Materialien bekannt, die z. B. einen Brechungsindex von 1,5 haben und sich daher gut für optische Linsen eignen. Im Bereich der Röntgenstrahlung ist der Brechungsindex aller Materialien fast 1. Der Unterschied zu 1 beträgt typisch nur  $10^{-6}$ .

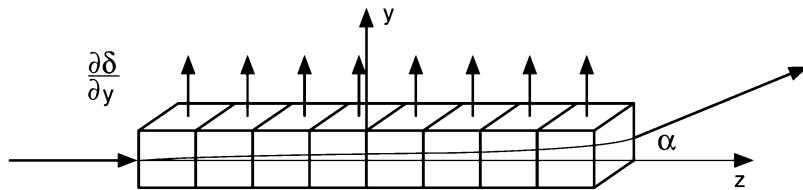
$$n(x, y, z) = 1 + \delta(x, y, z) \quad (5.59)$$

Daher gibt es keine „Linsensysteme“ für Röntgenstrahlung. Aber auch wenn diese Abweichung von 1 sehr klein ist, so kann sie doch gemessen werden. Und der Wert charakterisiert das Material: er kann für unterschiedliche Weichteile des Körpers wie z. B. graue und weiße Hirnsubstanz unterschiedlich sein und damit einen Kontrast liefern, der für die Diagnostik sehr wichtig sein könnte.

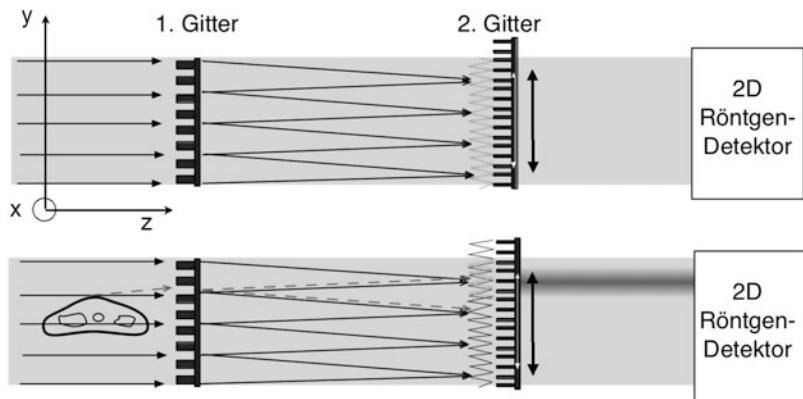
Wie kann man nun Bilder von derart kleinen Abweichungen des Brechungsindex von 1, also von  $\delta(x, y, z)$ , im Körper messen und rekonstruieren?

Durchläuft eine elektromagnetische Welle ein Gebiet, in dem senkrecht zur Ausbreitungsrichtung ein Gradient des Brechungsindex vorliegt, so kommt es zu einer Ablenkung der Welle. Im sichtbaren Spektralbereich beobachtet man diesen Ablenkinkel beispielsweise bei Spiegelungen über einer heißen Straße oder über dem heißen Wüstensand (Fata Morgana). Auch nutzt man diesen Effekt in Glasfasern zur Nachrichtenübertragung.

Da im Bereich der Röntgenstrahlung der Ablenkinkel sehr klein ist, können wir die mathematische Beschreibung dahingehend vereinfachen, dass wir annehmen, dass ein Röntgenstrahl bei seinem Weg durch den Körper in einer Säule aus Volumenelementen  $dV$  verbleibt, dabei aber in jedem Volumenelement einen kleinen Ablenkinkel  $d\alpha$  erlebt, der proportional zum Gradienten des Brechungsindex in der orthogonale Richtung ist. Diese  $d\alpha$  summieren sich auf dem Weg durch den Körper auf (Abb. 5.41).



**Abb. 5.41** Weg eines Röntgenstrahls durch den Körper und Aufsummieren der Ablenkwinkel bei einem Gradienten des Brechungsindex



**Abb. 5.42** Messung des kleinen Ablenkwinkels durch einen Gradienten des Brechungsindex [9]

Damit ergibt sich:

$$\alpha(x, y) = \int \frac{\partial \delta(x, y', z)}{\partial y'} dz \quad (5.60)$$

Mit einer geschickten Anordnung von zwei Gittern kann man diesen Winkel messen (Abb. 5.42):

Im oberen Teil von Abb. 5.42 sieht man, wie sich hinter einem Gitter ein Interferenzmuster aus Intensitäts-Maxima und -Minima bildet. Hier wird ein zweites Gitter angebracht, dessen Gitterabstand genau dem Abstand der Maxima entspricht. Dieses zweite Gitter wird nun senkrecht zur Strahlrichtung wenige Mikrometer auf und ab bewegt. Ein dahinter angeordneter Röntgendetektor wird ein gleichmäßig ausgeleuchtetes Bild sehen, welches mit der Bewegung des Gitters hell und dunkel wird.

Betrachten wir nun den unteren Teil von Abb. 5.42. Jetzt befindet sich ein Objekt im Strahlengang, das die Röntgenstrahlen um einen kleinen Winkel abgelenkt hat. In genau diesem Bereich verschieben sich die Interferenzmuster. Das Gitter wird, wenn es in den nicht beeinflussten Bereichen die Interferenzmaxima gerade durchlässt, in diesem Bereich die Maxima gerade abdecken und im Bilddetektor zu einem dunklen Bereich führen.

Wird der Bilddetektor wieder auf und ab bewegt, so werden umgekehrt die Minima im „normalen“ Bereich abgedeckt und im abgelenkten Bereich werden die Maxima hindurchkommen. So werden die Drehwinkel längs der x-Achse bestimmt.

Nun werden die Integrale dieser Drehwinkel längs der y-Achse berechnet.

$$\alpha^\theta(x, y) = \int_0^y \frac{\partial \delta(x, y')}{\partial y'} dy' \quad (5.61)$$

Diese Werte sind Projektionen des Integrals von  $\delta$  längs der z-Achse. Sie werden für viele Winkel  $\theta$  gemessen, dann gefiltert und schließlich zurück projiziert, ähnlich wie bei der gefilterten Rückprojektion.

---

## Literatur

1. Radon J.: Über die Bestimmung von Funktionen längs gewisser Mannigfaltigkeiten. Berichte der mathematisch-physikalischen Kl. Sächsischen Gesellschaft der Wissenschaften, Leipzig, 262, 1917.
2. Feldkamp L.A., Davis L.C., Kress J.W.: Practical cone-beam algorithm. Journal of the Optical Society of America A, vol. 1, 612–619, 1984.
3. Kak A.C. and Slaney M.: Principles of computerized tomographic imaging. New York: IEEE Press, 1988.
4. Hutton H.: Biomedizinische Technik Band 1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1992.
5. Kalender W.A.: Computertomographie. Erlangen: Publicis Corporate Publishing, 2006.
6. Hsieh J.: Computed Tomography. Bellingham: SPIE Press, 2003.
7. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis, 2005.
8. Buzug Th.: Computed Tomography. Heidelberg: Springer-Verlag, 2008.
9. Schulz G., et al.: High-resolution tomographic imaging of a human cerebellum: comparison of absorption and grating-based phase contrast. J. R. Soc. Interface 7, 1665–1676, 2010.
10. Buzug Th. und Flohr Th.: Computertomographie. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.

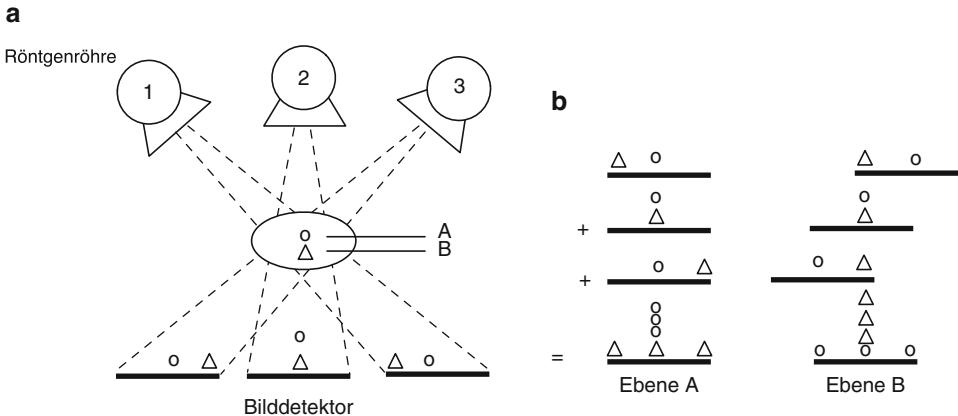
Die Computertomographie ist nicht die erste und älteste Methode, um Schnittbilder durch den Körper zu erzeugen. Erste Publikationen und Patente zur „Tomographie“ stammen aus den Jahren 1931 und 1934 [1, 2]. Dabei werden Röntgenröhre und 2D-Detektor beide so gegeneinander bewegt, dass genau eine Ebene im Körper des Patienten relativ scharf abgebildet wird und alle anderen Ebenen nur zu einem „verwischten“ Hintergrund beitragen. Daraus ging 1949 die Pantomographie hervor, die bis heute die Grundlage der Dentalpanoramaaufnahme ist (Orthopantomographie). In der ursprünglichen Form wurde ein Röntgenfilm während der Verschiebung von Röhre und Filmkassette belichtet. Heute erfährt die Methode durch die flachen digitalen Röntgendetektoren (Abschn. 2.4.6) und neue Algorithmen zur Bildrekonstruktion eine Renaissance.

---

## 6.1 Grundprinzip der Tomosynthese und die Verwischungstomographie

Bei der klassischen Verwischungstomografie werden die Röntgenquelle und der Detektor in entgegengesetzte Richtungen verschoben. Dabei wird darauf geachtet, dass sich alle Verbindungslien vom Zentrum der Röntgenröhre zu der Mitte des Detektors in einem Punkt schneiden, dem sogenannten Fulcrum (Abb. 6.1).

Stellen wir uns nun vor, dass alle aufgenommenen Bilder addiert werden, so werden sich die Strukturen, die in der Ebene des Fulcrums liegen, scharf abbilden (in Abb. 6.1 die Ebene A). Die Strukturen aus allen anderen Ebenen landen ständig an anderen Stellen auf dem Bild und werden deshalb nur sehr unscharf dargestellt. Wird ein Röntgenfilm kontinuierlich während der Bewegung belichtet (und bleibt der Patient in der Zeit unbeweglich liegen), so erhält man ein Schnittbild der Ebene A durch den Patienten – ganz ohne digitalen flachen 2D-Röntgendetektor und ohne Computer.



**Abb. 6.1** Grundprinzip der Tomosynthese bzw. Verwischungstomografie. (a) Aufnahme von 3 Bildern (in der Praxis werden sehr viel mehr Bilder aufgenommen). (b) links: Addition der Bilder, um die Ebene A scharf abzubilden und rechts: Addition der verschobenen Bilder um die Ebene B scharf abzubilden

Aber der digitale 2D-Detektor und der Computer bieten einen großen Vorteil: mit ihrer Hilfe kann nachträglich aus einem Satz von vielen Einzelbildern, die während der Verschiebung aufgenommen wurden, auch ein Schnittbild von anderen Ebenen (z. B. Ebene B in Abb. 6.1) erzeugt werden. Man muss nur die einzelnen Bilder geschickt gegeneinander verschieben und eventuell etwas strecken bzw. stauchen, so dass sich genau die gewünschte Schicht aufaddiert. Damit sind wir beim Übergang von der Verwischungstomografie zur Tomosynthese.

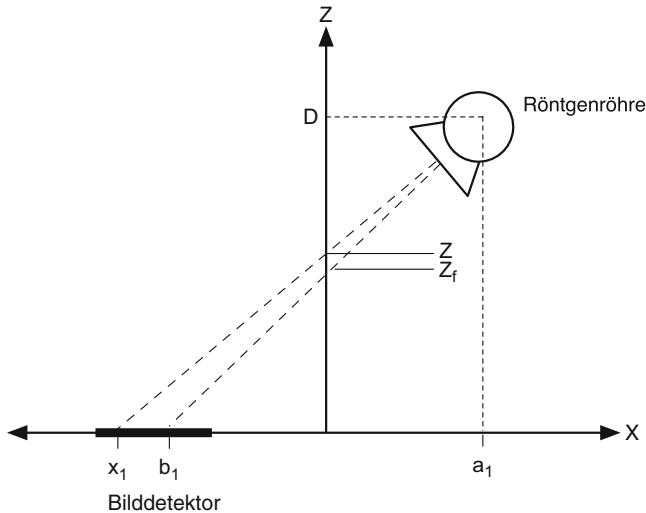
Abbildung 6.2 zeigt, wie man genau vorgehen muss [1]. Dabei ist  $b_1$  der Mittelpunkt des Detektors. Immer verläuft die Gerade zwischen dem Detektormittelpunkt und der Röntgenröhre durch das Fulcrum bei  $z_f$ .

Mithilfe des Strahlensatzes kann man zeigen, dass gilt:

$$b_1 = \frac{-Da_1}{D - z_f} + a_1 = a_1(1 - m_f) \quad m_f = \frac{D}{D - z_f} \quad (6.1)$$

Wenn sich nun am Ort  $x = 0$  in der Höhe  $z$  ein kleiner Objektpunkt befindet, so wird dieser auf den Detektor bei  $x_1$  einen Schatten werfen:

$$x_1(z) = a_1(1 - m_z) \quad m_z = \frac{D}{D - z} \quad (6.2)$$



**Abb. 6.2** Strahlenverlauf zur Berechnung der Verschiebung und der Streckung der Bilder [1]

Dieser Punkt ist gegenüber der Detektormitte um  $x_1'$  verschoben:

$$x_1'(z) = x_1(z) - b_1 = a_1(m_f - m_z) \quad (6.3)$$

Um alle Projektionen so zu addieren, dass der Punkt bei  $x=0$  in der Höhe  $z$  immer an der gleichen Stelle hinzugefügt wird, muss man das Bild im Detektor um  $shift_1(z)$  verschieben:

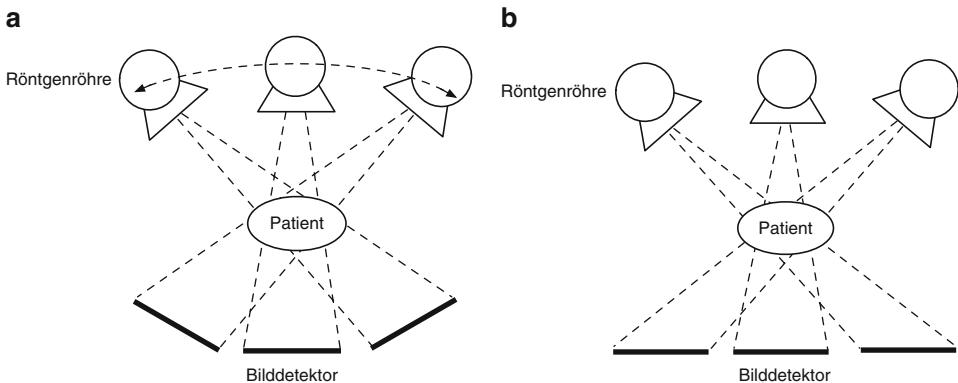
$$shift_1(z) = -x_1' = a_1(m_z - m_f) \quad (6.4)$$

Nun werden viele Bilder mit unterschiedlichen Werten  $a_k$  und  $b_k$  aufgenommen. Sie alle müssen jeweils richtig verschoben werden:

$$shift_k(z) = -x_k' = a_k(m_z - m_f) \quad (6.5)$$

Der „shift-and-add“ Algorithmus, mit dem das Schnittbild  $T_z(x, y)$  in der Höhe  $z$  ermittelt wird, lautet dann:

$$T_z(x, y) = \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n S_k(x', y) \otimes \delta[x' - shift_k(z)] \quad (6.6)$$



**Abb. 6.3** Varianten der Tomosynthese, (a) Röhre und Detektorplatte sind in Form eines C-Bogens miteinander verbunden, (b) drei (oder mehr) Röntgenröhren geben gleichzeitig einen Blitz auf 3 (oder mehr) Detektorplatten ab

Dabei ist zu beachten, dass hier mit  $S_k(x', y)$  die logarithmierten Intensitäten in der Detektorebene gemeint sind:

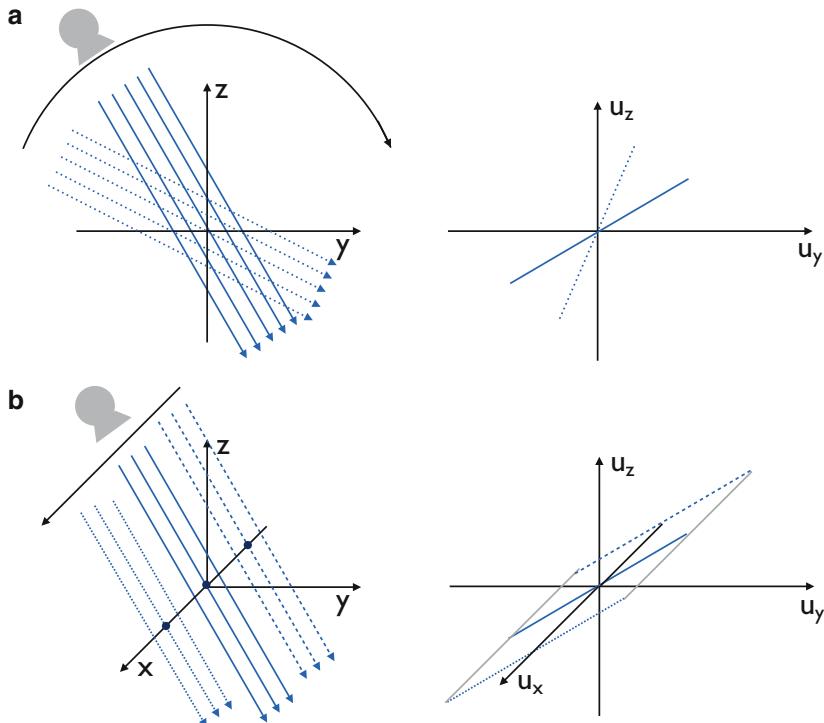
$$I = I_0 e^{-\int \mu d\ell} \quad S = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) \quad (6.7)$$

Natürlich sind auch andere Bahnen für die Röntgenröhre und die Detektorplatte vorstellbar. Dann sehen die Gleichungen zwar etwas anders aus, aber das Prinzip ist das Gleiche. Abbildung 6.3 zeigt einige Varianten.

In Abb. 6.3a ist eine Variante zu sehen, bei der die Röhre und die Detektorplatte wie bei einem C-Bogen miteinander verbunden sind, und sich gemeinsam um den Patienten drehen lassen. Abbildung 6.3b zeigt eine Anordnung, bei der 3 oder mehr Röntgenröhren gleichzeitig einen Blitz abgeben und die Schattenbilder mit 3 oder mehr Detektorplatten aufgenommen werden. So sind Schnittbilder von bewegten Organen (z. B. vom Herzen) mit einer Zeitauflösung von einigen Millisekunden möglich.

## 6.2 Analytische Methoden der Bildrekonstruktion bei der Tomosynthese

Vergleicht man die Tomosynthese mit der Computer Tomographie (insbesondere mit der Cone-Beam-CT, Abschn. 5.16), so erkennt man, dass der wesentliche Unterschied in der stark eingeschränkten Zahl der Blickwinkel auf den Patienten liegt. Bei der CT muss immer der gesamte Winkelbereich von  $180^\circ$  durchlaufen werden. Bei der Tomosynthese wird nur ein Winkelbereich bis zu  $60^\circ$  aufgenommen („limited angle tomography“).



**Abb. 6.4** Fourier-Scheiben-Theorem, angewendet auf die Tomosynthese. Oben: ein Schwenk in der y-z-Ebene bei  $x = 0$  liefert die Daten im Fourierraum in der  $u_y$ - $u_z$ -Ebene. Unten: eine Verschiebung in der x-Richtung unter einem fixierten Winkel liefert die Daten im Fourierraum auf einer Ebene durch die  $u_x$ -Achse. Ein Schwenk der Röhre um die x-Achse liefert also die Daten auf einer Serie von Ebenen im Fourierraum durch die  $u_x$ -Achse

Damit ist klar, dass die Bilder bei der Tomosynthese immer starke Artefakte aufweisen werden. Die Kunst bei der Entwicklung von Algorithmen für die Tomosynthese besteht darin, diese Artefakte so klein und unauffällig wie möglich zu machen.

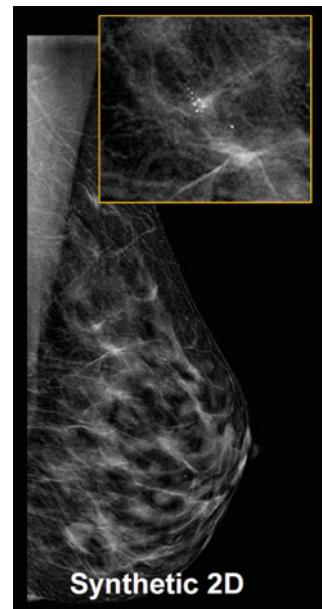
Zur mathematischen Analyse des Rekonstruktionsproblems vereinfachen wir zunächst derart, dass wir den Strahlenfächer der Röntgenröhre durch einen parallelen Strahlenverlauf ersetzen und von einem linearen und verschiebungsinvarianten System ausgehen. Dann wenden wir das Fourier-Scheiben-Theorem (Abschn. 5.2) an – zunächst auf eine Strahlenreihe in der x-z-Ebene (Abb. 6.4a) und dann auch auf Strahlen parallel dazu in y-Richtung (Abb. 6.4b).

Durch die Messung von Projektionen unter  $k$  verschiedenen Winkeln wird offenbar die 3D-Fouriertransformierte des Patienten in einem Fächer aus Ebenen erfasst. Für eine inverse 3D-Fouriertransformation zur Bestimmung eines 3D-Bildes des Patienten fehlen wichtige Daten aus dem Fourier-Raum. Um trotzdem zu einer brauchbaren Lösung zu kommen, werden verschiedene Filter eingesetzt.

**Abb. 6.5** Tomosynthese-System für die Mammographie  
(Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 6.6** Tomosynthese-Bild der Mamma (Quelle: Philips Healthcare)



Wäre der gesamte Frequenzraum mit Daten gefüllt, so könnte man das Bild folgendermaßen bestimmen:

$$G(u_x, u_y, u_z) = H(u_x, u_y, u_z) \cdot F(u_x, u_y, u_z) \quad \text{mit } G(u_x, u_y, u_z) \Leftrightarrow g(x, y, z) \quad (6.8)$$

Dabei ist  $G(u_x, u_y, u_z)$  die Fouriertransformierte von dem Bild  $g(x, y, z)$ ,  $F(u_x, u_y, u_z)$  die Fouriertransformierte der Schwächungskoeffizienten im Patienten, (also das, was man dem Arzt am liebsten zeigen möchte) und  $H(u_x, u_y, u_z)$  die Systemübertragungsfunktion, die sich aus der Größe vom Röntgenfokus, der Detektor-Pixel-Größe und verschiedenen geometrischen Größen ergibt.

Wegen der Unzulänglichkeiten der Abbildung bei der Tomosynthese muss man die ideale Funktion  $H(u_x, u_y, u_z)$  ersetzen durch eine praktikable Übertragungsfunktion:

$$H_{prak}(u_x, u_y, u_z) = H_{filter}(u_x, u_y, u_z) \cdot H_{proj}(u_x, u_y, u_z) \quad (6.9)$$

Für die Filterfunktion  $H(u_x, u_y, u_z)$  wurden verschiedene Vorschläge gemacht, die hier nicht erläutert werden können. Zunächst geht es darum, wie bei der Computer Tomographie hohe Raumfrequenzen abzuschneiden. Gleichzeitig muss aber auch versucht werden, die Artefakte, die durch die fehlenden Daten im Fourierraum entstehen, zu minimieren.

### 6.3 Iterative Bildrekonstruktion bei der Tomosynthese

Genau wie bei der iterativen Rekonstruktion der Computer Tomographie (Abschn. 5.7) könnte man ein lineares Gleichungssystem aufstellen, bei dem die unbekannten Schwächungskoeffizienten  $f_i$  in den einzelnen Volumenelementen des Patienten in Relation zu den gemessenen Projektionen  $p_i$  gesetzt werden (vergleiche Gl. 5.6). So entsteht ein lineares Gleichungssystem für die unbekannten  $f_i$  als Funktion der Messwerte  $p_i$ . Dieses Gleichungssystem ist aber dramatisch unterbestimmt.

Besser ist es, man wendet einen Faltungsoperator auf die gesuchten Schwächungskoeffizienten an. Der Faltungsoperator  $w_{i,j}$  berücksichtigt die Systemübertragungsfunktion und die verschmierten Signale, die aus anderen Ebenen in die Projektion hineingemischt werden. Damit sind die  $f_i$  hier nur die Schwächungskoeffizienten in einer einzigen Ebene, der Einfluss der anderen Ebenen auf die Projektionen steckt in den  $w_{i,j}$ .

$$\begin{aligned} p_1 &= w_{11} * f_1 + w_{12} * f_2 + \dots + w_{1N} * f_N \\ p_2 &= w_{21} * f_1 + w_{22} * f_2 + \dots + w_{2N} * f_N \\ &\dots \\ p_M &= w_{M1} * f_1 + w_{M2} * f_2 + \dots + w_{MN} * f_N \end{aligned} \quad (6.10)$$

Nach Anwendung einer Fouriertransformation wird daraus:

$$\begin{aligned}
 P_1 &= W_{11} \cdot F_1 + W_{12} \cdot F_2 + \dots + W_{1N} \cdot F_N \\
 P_2 &= W_{21} \cdot F_1 + W_{22} \cdot F_2 + \dots + W_{2N} \cdot F_N \\
 &\dots \\
 P_M &= W_{M1} \cdot F_1 + W_{M2} \cdot F_2 + \dots + W_{MN} \cdot F_N
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

Durch Inversion dieses Gleichungssystems erhält man die Fouriertransformierte des Bildes. Eine inverse Fouriertransformation liefert schließlich das gesuchte Bild einer Schicht.

---

## 6.4 Klinische Anwendungen der Tomosynthese

Ein wesentliches Anwendungsgebiet der Tomosynthese ist die Mammographie zur Untersuchung der weiblichen Brust in Hinblick auf Tumore. Bei der klassischen Mammographie werden nur Projektionsbilder generiert. Hier kann es zu Verdeckungen und zu Fehlinterpretationen bei dichtem Brustgewebe kommen. Die Tomosynthese kann nachweislich Bilder generieren, die einen höheren diagnostischen Wert haben. Unklar ist, ob die Dosis am Ende wirklich höher ist als bei der klassischen Mammographie und wenn ja, ob die Zunahme der Dosis durch die höhere Aussagekraft der Aufnahmen gerechtfertigt ist.

Auch bei der Untersuchung der Lunge in Hinblick auf Tumor-Erkennung ist die Tomosynthese dem Projektionsröntgen überlegen.

Eine weitere Anwendung liegt im Bereich der Orthopädie. Die Tomosynthese ist in der Lage, Schnittbilder mit einer höheren Auflösung als die Computer Tomographie zu liefern. Das ist bei der Darstellung vom Knochen und bei der Diagnose von Arthritis in den Gelenken oft von großem Wert.

---

## Literatur

1. Ziedses des Plantes B.G.: Eine neue Methode zur Differenzierung in der Röntgenographie (Planigraphie). *Acta Radiol.* 13, 182–192, 1932.
2. Grossmann G.: Procédé et dispositif pour la représentation radiographique des sections des corps. Französisches Patent 771887, 1934.
3. Dobbins T.T. III, Godfrey, D.J.: Digital x-ray tomosynthesis: current state of the art and clinical potential. *Phys. Med. Biol.* 48, R65-R106, 2003.
4. Mertelmeier T.: Tomosynthese. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.

Über das Thema „biologische Wirkung ionisierender Strahlen“ gibt es schon viele dicke Lehrbücher [3, 4, 5, 8]. Ein kleines Kapitel in diesem Buch wird dem Thema in keiner Weise gerecht. Es wäre aber auch ein schweres Versäumnis, in einem Buch über die Röntgentechnik die schädigende Wirkung der Röntgenstrahlen nicht zu erwähnen. In diesem Sinne ist dieses Kapitel wieder ein „kurzer Ausflug“ in das Thema, unter dem besonderen Blickwinkel der Röntgentechnik.

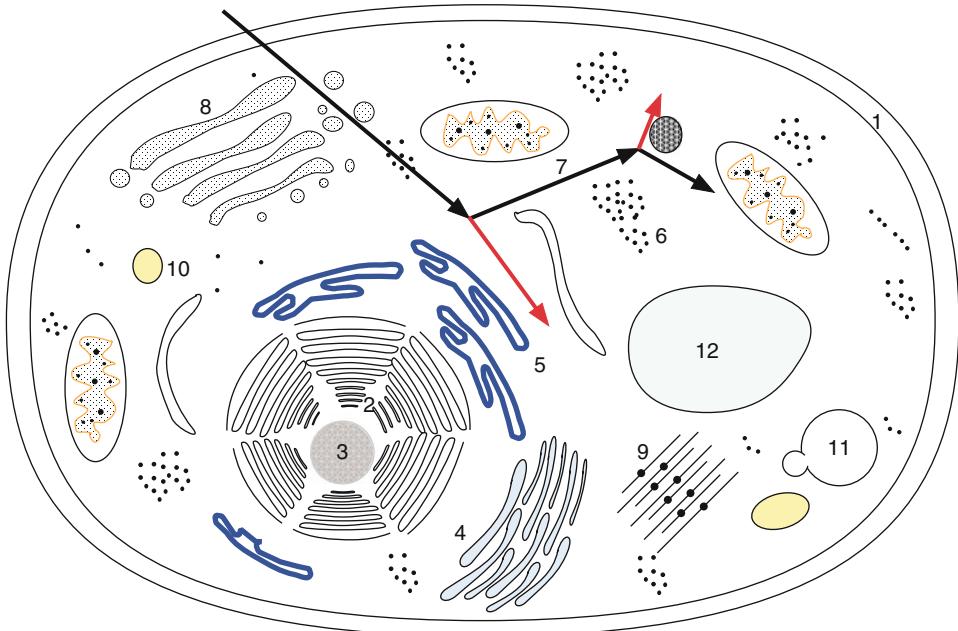
---

## 7.1 Wirkung ionisierender Strahlen auf Zellen

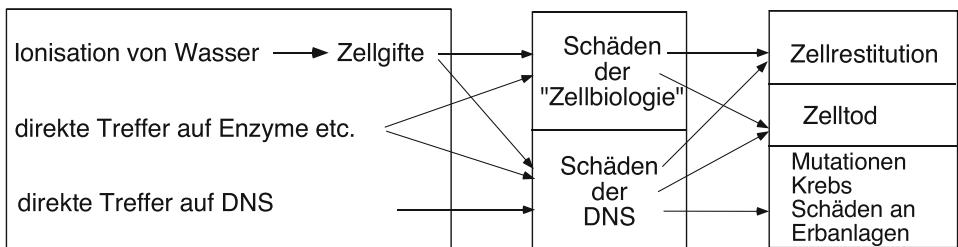
Abbildung 7.1 zeigt schematisch den Aufbau von Körperzellen. Die Zelle besteht grob vereinfacht zu 80 % aus Wasser. Hinzu kommen verschiedene Bestandteile, die für die spezifischen Aufgaben der Zelle im Körper zuständig sind, und der Zellkern, in dem die gesamte Information über den Organismus (der „Bauplan“) gespeichert ist.

Treffen ionisierende Strahlen auf die Zelle, so kommt es bevorzugt zur Ionisation von Wasser. Dabei entstehen oft hoch reaktive Ionen und Molekül-Fragmente. Aber auch direkte Treffer auf die funktionellen Bestandteile und den Zellkern mit der DNS (Desoxyribonukleinsäure) können vorkommen (Abb. 7.2). So wird die „Zell-Biochemie“ geschädigt, d. h. die Zelle kann ihre Aufgabe im Körper nicht mehr so gut erfüllen. Darüber hinaus kann es zu Schäden der DNS kommen.

Viele Schäden der Zellbiologie können durch natürliche Reparaturmechanismen beseitigt werden, so dass die Zelle nach einiger Zeit wieder „wie neu“ ist. Bei einer zu starken Schädigung kann es auch zum Zelltod kommen. Bis zu einem gewissen Grad ist auch dies ein „natürlicher“ Vorgang: Die funktionsuntüchtige Zelle wird abgebaut und durch eine neue ersetzt.



**Abb. 7.1** Schematische Darstellung einer Zelle. 1: Zellmembran, 2: Zellkern, 3: Nukleus, 4: endoplasmatisches Retikulum (glatt), 5: endoplasmatisches Retikulum (rauh), 6: freie Ribosomen, 7: Mitochondrien, 8: Golgi-Vesikel, 9: Zentrosom, 10: Lipidtröpfchen, 11: Lysosomen, 12: Vakuolen



**Abb. 7.2** Wirkung ionisierender Strahlen auf Zellen

Besonders gefährlich sind die Schäden der DNS, von denen viele nicht auf natürliche Art repariert werden können. Werden Keimzellen (Ei oder Samen) getroffen, kann das zur Unfruchtbarkeit oder zu Schäden am Embryo führen. Bei allen anderen Körperzellen kann so ein Treffer zu Mutationen führen, die sofort oder später Krebs auslösen.

Man unterscheidet in diesem Zusammenhang zwischen *stochastischen* und *nicht-stochastischen* Schäden. Für nicht-stochastische Schäden kann ein Schwellwert

angegeben werden, bis zu dem eine Schädigung vollständig repariert werden kann. Schäden der Zellbiologie sind nicht-stochastisch. Bei stochastischen Schäden kann kein Schwellwert angegeben werden. Jede noch so kleine Dosis kann mit einer gewissen Wahrscheinlichkeit einen irreparablen Schaden hervorrufen. Die Schäden der DNS, in deren Folge die Erbanlagen geschädigt werden oder Krebs ausgelöst wird, sind stochastischer Natur. Jede Röntgenaufnahme - auch wenn sie mit einer minimalen Dosis auskommt - kann Krebs auslösen. Jede Röntgenaufnahme ist ein „Würfelspiel“, bei dem man gewinnen oder verlieren kann. Je kleiner die Dosis, desto kleiner die Wahrscheinlichkeit für einen Schaden.

---

## 7.2 Grundgrößen und Einheiten der Dosimetrie

Die Energiedosis gemessen in Gray (Gy) gibt die im Gewebe deponierte Energie pro Masse an (vergl. Abschn. 2.6.2). Trifft Röntgenstrahlung auf den Körper, so fällt die Energiedosis mit der Eindringtiefe kontinuierlich ab. Nur das erste Volumenelement direkt unter der Haut erhält die volle Dosis. Wenn für Röntgenaufnahmen die „typische Dosis“ angegeben wird, ist meistens diese Hautdosis gemeint. Sie stellt den „worst case“ dar.

Manchmal findet man auch den Begriff „*Kerma*“. Kerma steht für „Kinetic energy released in matter“ und gibt die beim ersten Stoß an ein Elektron übertragene kinetische Energie an. Sie bestimmt wesentlich die schädigende Wirkung auf die Zelle. Die Einheit des Kerma ist ebenfalls Gray. Die Tab. 7.1 zeigt die Grundgrößen und Einheiten der Dosimetrie.

Die schädigende Wirkung von ionisierender Strahlung hängt nicht nur von der deponierten Energie ab, sondern auch von der Art, wie die Energie mikroskopisch verteilt ist. Unterschiedliche Strahlenarten haben damit eine unterschiedlich starke schädigende Wirkung (vergl. Abb. 7.3).

Man hat daher einen strahlenabhängigen Bewertungsfaktor  $q$  eingeführt, der diese Unterschiede berücksichtigt. Die sog. Äquivalentdosis  $H = q \cdot D$  wird in Sievert (Sv) gemessen. Da für Röntgenstrahlen der Bewertungsfaktor  $q = 1$  ist, werden in der Radiologie Gray und Sievert gleichermaßen benutzt, um die Dosis anzugeben.

Die Energiedosis lässt sich nur schwer messen. Besser kann die Ionendosis bestimmt werden (u. a. mit Stabdosimetern, und Filmplaketten, siehe Abschn. 7.3). Will man aus der Ionendosis, die an einem Ort gemessen wird, die Energiedosis berechnen, die im Material deponiert würde, wenn es sich an der gleichen Stelle befinden würde, so geht in den Umrechnungsfaktor die Energie der Röntgenquanten und die genaue Materialart ein. Für typische Spektren von Röntgenröhren und für oft vorkommende Materialien wurden diese Umrechnungsfaktoren bestimmt und in der DIN 6809 festgelegt.

**Tab. 7.1** Grundgrößen und Einheiten der Dosimetrie

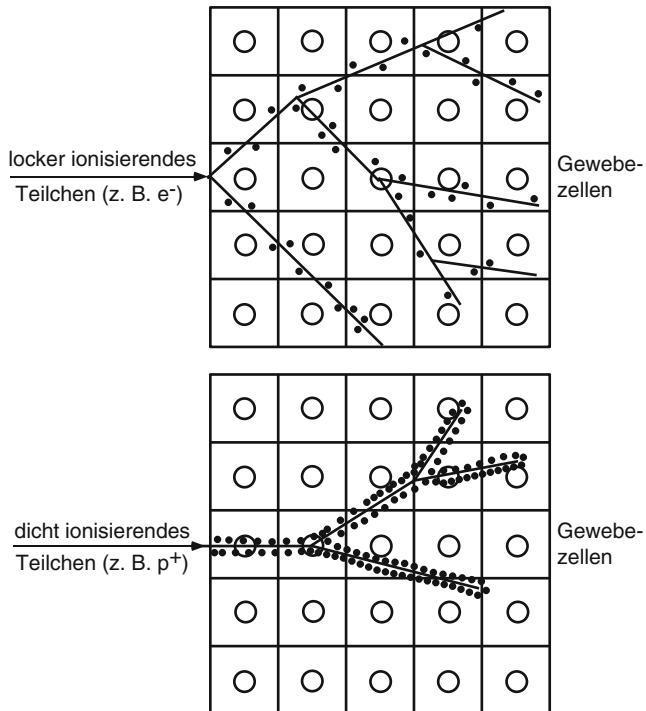
Energiedosis:	$D = \frac{\text{absorbierte Energie}}{\text{Masse}} = \frac{dW}{dm}$ Einheit Gy: Gray $1\text{Gy} = \frac{1\text{J}}{\text{kg}}$ (früher rd: Rad $1\text{rd} = \frac{1}{100}\text{Gy}$ )
Energiedosisleistung:	$\dot{D} = \frac{\text{Energiedosis}}{\text{Zeit}} = \frac{dD}{dt}$ Einheit: $\frac{\text{Gy}}{\text{sec}}$ oder $\frac{\text{Gy}}{\text{min}} \dots \frac{\text{Gy}}{\text{a}}$ (früher: rd/h)
Ionendosis:	$J = \frac{\text{gebildete Ladungsmenge}}{\text{Masse}} = \frac{dQ}{dm}$ Einheit: $\frac{C}{kg} = \frac{As}{kg}$ (früher: R: Röntgen $1R = 2,58 \times 10^{-4} \text{ C/kg}$ )
Ionendosisleistung:	$\dot{J} = \frac{dJ}{dt}$ Einheit: A/kg
Äquivalentdosis:	$H = q \cdot D$ q = strahlenabhängiger Bewertungsfaktor Einheit Sv: Sievert $1\text{Sv} = \frac{1\text{J}}{\text{kg}}$ (früher: rem, 1 rem = 10 mSv)
	q
Röntgen- und Gammastrahlung	1
Betastrahlung	1
Alphastrahlung	20
Neutronenstrahlung	10
Äquivalentdosisleistung:	$\dot{H} = \frac{dH}{dt}$ Einheit: $\frac{\text{Sv}}{\text{sec}}$ oder $\frac{\text{Sv}}{\text{h}} \dots$

In den neuen Einheiten gilt für Wasser und Muskelgewebe

$$J \left[ \frac{As}{kg} \right] \cdot f = D[\text{Gy}], \quad (7.1)$$

$$f_{\text{Wasser}, 100 \text{ kV}, 4,2 \text{ mm Al}} = 34,50 \left[ \frac{\text{Gy}}{\text{As/kg}} \right], \quad (7.2)$$

$$f_{\text{Muskel}, 100 \text{ kV}, 4,2 \text{ mm Al}} = 35,66 \left[ \frac{\text{Gy}}{\text{As/kg}} \right]. \quad (7.3)$$



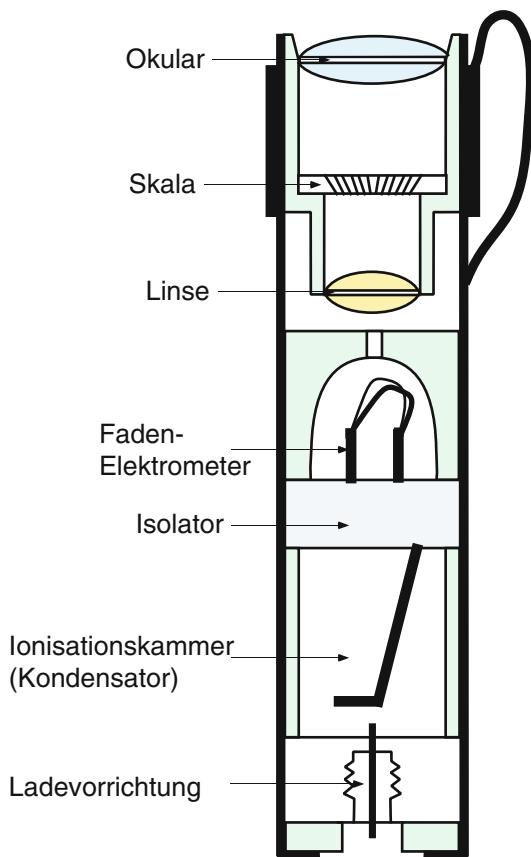
**Abb. 7.3** Mikroskopische Verteilung der deponierten Energie für verschiedene Strahlenarten

### 7.3 Dosimeter

Abbildung 7.4 zeigt den Aufbau eines Stabdosimeters, wie es in der Radiologie zur Personenüberwachung eingesetzt wird.

Mit einer Hochspannung wird im Ladevorgang der Faden (inkl. Fadenhalterung) auf ein hohes Potential elektrostatisch aufgeladen. Der Faden ist verbunden mit einem Stab, der in eine mit Luft gefüllte Ionisationskammer ragt. Ionisierende Strahlung führt dazu, dass die Aufladung und damit das hohe Potential langsam abgebaut wird. Der Faden zeigt durch seine Neigung das restliche Potential an (Fadenelektrometer). Durch eine Lupe mit Skala kann die Lage des Fadens abgelesen werden.

Filmplaketten messen die Dosis durch die Schwärzung eines Filmes. Die Filme werden typisch alle 4 Wochen entwickelt und abgelesen. Durch eine geschickte Anordnung von Metallfiltern kann eine Aussage über die Energie der Strahlung und die Richtung, unter der sie auf die Plakette fiel, gemacht werden. Die untere Nachweisgrenze der Filmplakette liegt bei 0,2 mGy.

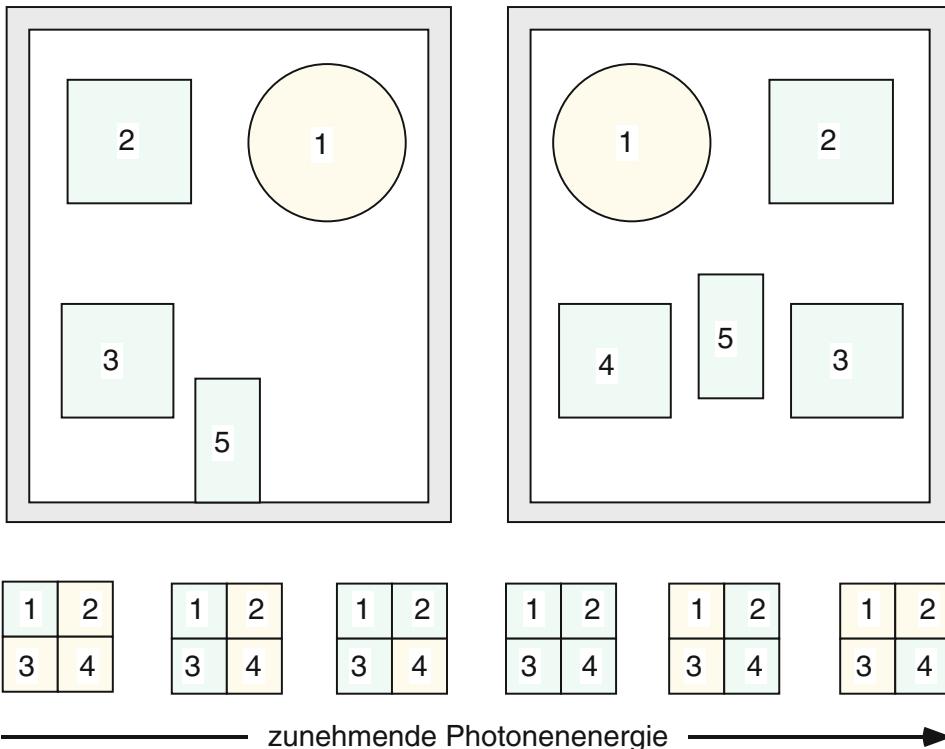
**Abb. 7.4** Stabdosimeter [2]

## 7.4 Typische Dosis in der Röntgendiagnostik

Die Tab. 7.2 zeigt die typische Dosis von verschiedenen Untersuchungen in der Röntgendiagnostik. Eine einfache Thorax-Aufnahme für die Lungendiagnostik liegt am unteren Ende der Skala mit ca. 0,1 mGy. Die Koronar-Angiographie mit dem Herzkathester und die Nieren-Angiographie liegen mit 20 mGy am oberen Ende.

## 7.5 Äquivalentdosisleistungskonstante

Die Dosisleistung  $\dot{H}$  von Röntgenstrahlern lässt sich direkt aus den Betriebsdaten der Röntgenröhre ermitteln. Hierbei geht der Gewebetyp und das Spektrum der Röntgenröhre ein. Das Spektrum der Röhre kann durch die Anodenspannung und den Filtertyp



**Abb. 7.5** Filmplakette. Verschiedene Metallfilter sind gegenüberliegend beiderseits des Films platziert und erlauben einen Rückschluss auf die Energie und die Einfallsrichtung der Strahlung (1: Leerfeld, 2: 1,2 mm Cu, 3: 0,3 mm Cu, 4: 0,05 mm Cu, 5: 0,8 mm Pb) [2]

beschrieben werden. Weiterhin hängt die Dosisleistung natürlich quadratisch vom Abstand von der Röntgenröhre ab.

$$\dot{H} = \Gamma_R \cdot \frac{1}{r^2} \quad (7.4)$$

mit:  $r$  = Abstand Röhre-Patient,

$\Gamma_R$  = Äquivalentdosisleistungskonstante.

Schließlich hängt die Dosisleistung davon ab, mit welchem Strom die Röntgenröhre betrieben wird. Die relative Äquivalentdosisleistungskonstante ( $\Gamma_R$  bezogen auf den Anodenstrom) ist in Abb. 7.6 für verschiedene Anodenspannungen und Filter angegeben. Betreibt man eine Röntgenröhre beispielsweise mit 100 kV, 2 mm Al-Filter, 60 mA Anodenstrom für 1 Sekunde, so bekommt ein Patient in 1 m Abstand eine Dosis von 10 mSv ab.

**Tab. 7.2** Typische Dosis in der Röntgendiagnostik und in der nuklearmedizinischen Diagnostik [7]

Untersuchung		Typische effektive Dosis in mSv	Dosis-Bereich in mSv
Skull	Kopf - Schädel	0,1	0,03 – 0,22
Thoracic spine	Rückgrat im Thoraxbereich	1,0	0,6 – 1,4
Posteroanterior study of the chest	Poteroanteriore Aufnahme der Brust	0,1	0,05 – 0,24
Mammography	Weibliche Brust	0,4	0,10 – 0,60
Coronary angiography	Koronarangiographie	16,0	5,0 – 32,0
Hip	Hüfte	0,7	0,18 – 2,71
Upper gastrointestinal series	Oberer Gastrointestinal-Trakt (incl. Durchleuchtung)	6	1,5 – 12,0
CT Head	CT vom Kopf	2	0,9 – 4,0
CT Abdomen	CT vom Abdomen	8	3,5 – 25,0
Brain <sup>18</sup> F-FDG	Gehirn mit <sup>18</sup> F-FDG (740 MBq)	14,1	
Thyroid scan <sup>123</sup> I	Schilddrüse mit <sup>123</sup> I (25 MBq)	1,9	
Cardiac rest-stress test <sup>99m</sup> Tc-sestamibi	Herz Ruhe-Stress Test mit <sup>99m</sup> Tc-sestamibi (1100 MBq)	9,4	
Renal <sup>99m</sup> Tc-DTPA	Niere <sup>99m</sup> Tc-DTPA (370 MBq)	1,8	

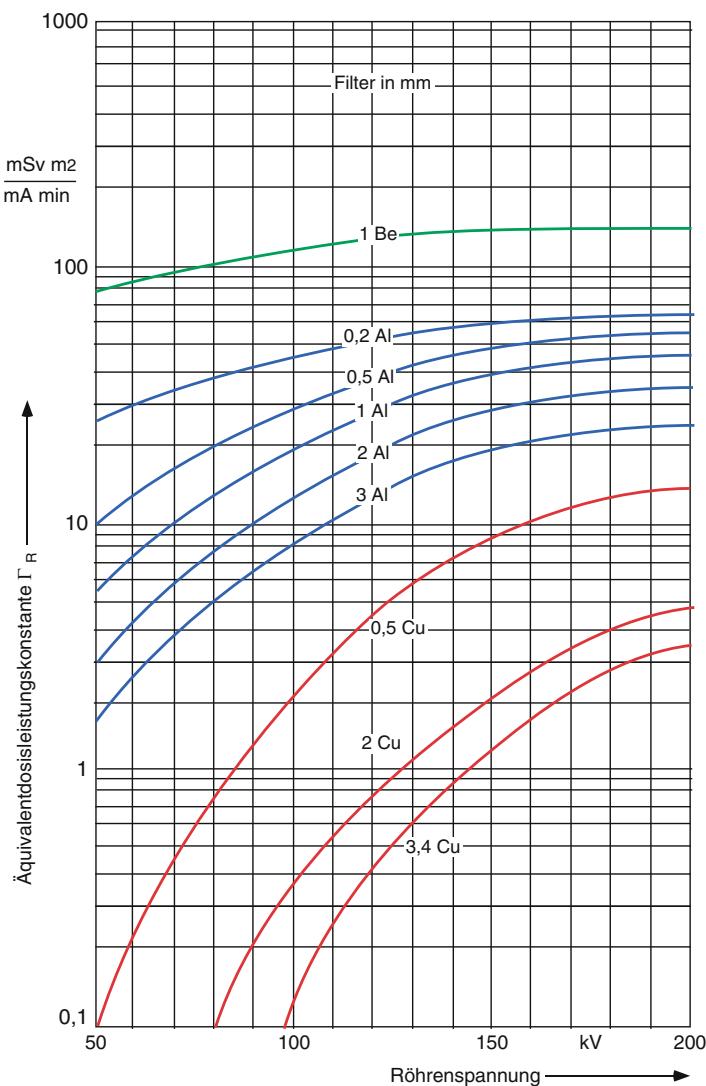
## 7.6 Risiken durch die Exposition mit ionisierender Strahlung

Das relative Risiko (RR), durch eine Exposition mit ionisierender Strahlung zu erkranken, ist folgendermaßen definiert: RR ist der Faktor um den sich die Spontanrate, an Krebs zu erkranken, durch die Exposition erhöht. Das attributive Risiko ist das relative Risiko minus 1, so dass wir als attributives Risiko die Zahl Null erhalten, wenn sich durch eine Exposition die spontane Erkrankungsrate nicht erhöht.

Die internationale Strahlenschutzkommission ICRP hat 2007 das attributive Risiko, an Krebs zu erkranken, mit 5,2 % pro Sievert angegeben. Das attributive Risiko für vererbbare Schäden wurde mit 0,2 % pro Sievert angegeben. Damit kann man abschätzen, dass nach einer Röntgenaufnahme von 1 mSv im statistischen Mittel von 1 Mio. Patienten 52 zusätzlich an Krebs erkranken.

Im Vergleich dazu sollen folgende Zahlen genannt werden: in Deutschland sind 2013 genau 893.825 Menschen gestorben, davon 230.840 an Krebs („Neubildungen“). Deutschland hatte 2014 ca. 80,62 Millionen Einwohner.

Die natürliche Strahlenexposition liegt in Deutschland im Mittel bei 2,35 mSv. Bei einem Flug von Frankfurt nach San Francisco beträgt die zusätzliche Strahlendosis ca. 0,1 mSv.



**Abb. 7.6** Äquivalentdosisleistungskonstante nach DIN 6812

Mit diesen Angaben soll die Gefahr, durch diagnostische Röntgenstrahlung an Krebs zu erkranken, in keiner Weise verharmlost werden. Sie muss nur in Relation zu anderen Gefahren gesehen werden. Niemand darf ionisierender Strahlung ausgesetzt werden ohne einen medizinischen Grund, der es rechtfertigt, die damit verbundenen Risiken einzugehen.

## 7.7 Dosis, Kontrast und Detailerkennbarkeit

Natürlich besteht der Wunsch, die Dosis, die bei einer Röntgenaufnahme appliziert wird, so weit wie möglich zu reduzieren. Leider wird mit fallender Dosis auch der Informationsgehalt eines Röntgenbildes immer kleiner. Dies soll im Folgenden genau erläutert werden. Hierzu führen wir wieder, ähnlich wie in Abschn. 2.4.6, den Begriff des Kontrastes ein. Hier folgen wir aber einer etwas anderen Konvention und definieren

$$K^* = \frac{\Delta N}{N}, \quad (7.5)$$

mit:  $K^*$  = Kontrast,

$\Delta N$  = Differenz der Quantenzahl in benachbarten Pixeln des Bildes,

$N$  = Mittlere Quantenzahl in benachbarten Pixeln.

Die mittlere Quantenzahl  $N$  wird der Poissonstatistik folgen und mit  $\sigma = \sqrt{N}$  um den Mittelwert schwanken. Damit die Grauwerte zweier benachbarter Pixel als unterschiedlich wahrgenommen werden können, muss der Unterschied der gemessenen Quantenzahl deutlich größer sein als die statistische Schwankung,  $\Delta N > \sigma$ .

Man führt einen Faktor  $\kappa$  ein, und legt für eine gute Unterscheidbarkeit fest, dass  $\kappa$  mindestens 5 sein sollte

$$\Delta N = \kappa \cdot \sigma = \kappa \cdot \sqrt{N} \quad (7.6)$$

mit:  $\kappa \geq 5$ .

Damit ergibt sich der kleinste Kontrast, der noch wahrgenommen werden kann, zu

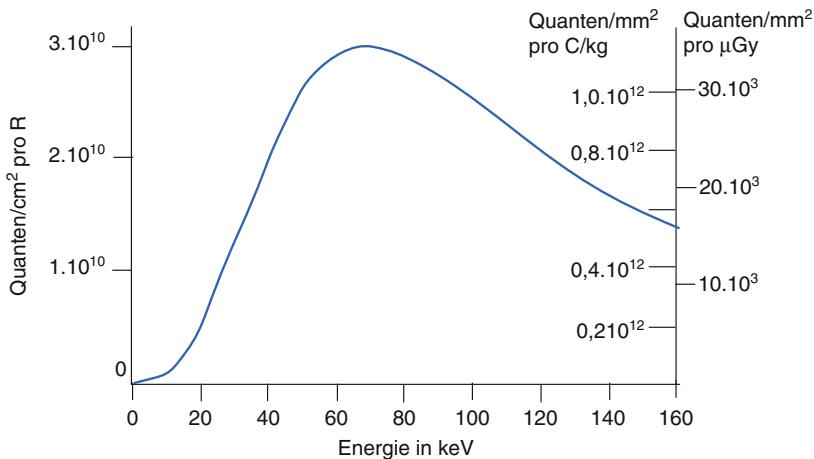
$$K_{\min}^* = \frac{\kappa \cdot \sqrt{N}}{N} = \frac{\kappa}{\sqrt{N}} \quad (7.7)$$

Nun kann die Quantenzahl pro Pixel  $N$  ausgedrückt werden durch die Zahl der Quanten pro Fläche  $n$  und die Pixel-Fläche  $d^2$ :

$$N = n \cdot d^2 \quad (7.8)$$

mit:  $n$  = Zahl der Quanten pro Fläche,

$d$  = Kantenlänge eines Pixels.



**Abb. 7.7** Umrechnungsfaktor Quantenzahl/ $\text{mm}^2$  pro  $\mu\text{Gy}$  (Luftkerma) als Funktion der Quantenenergie [1]

Damit ergibt sich für den minimalen Kontrast

$$K_{\min}^* = \frac{\kappa}{\sqrt{N}} = \frac{\kappa}{\sqrt{n \cdot d}}. \quad (7.9)$$

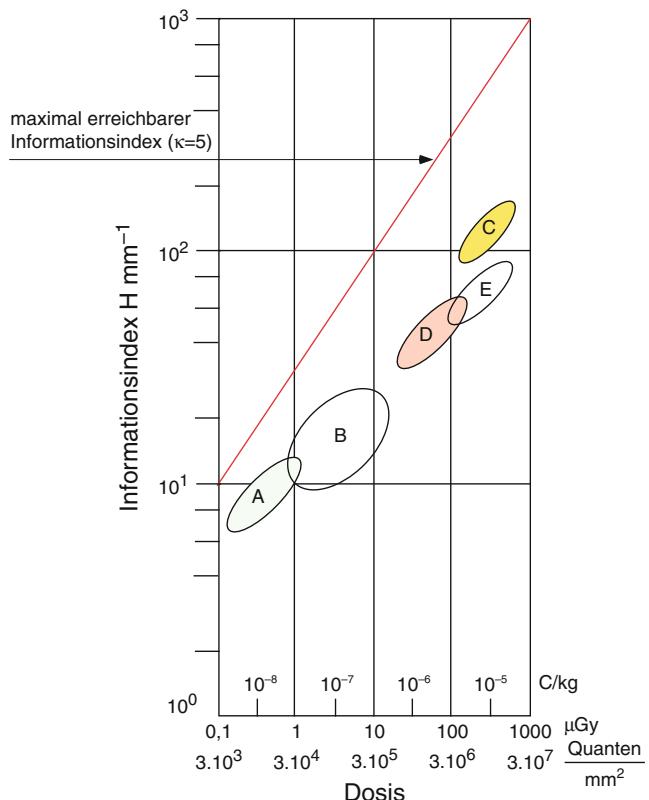
Fordern wir z. B. einen minimalen Kontrast von 1 % (ca. 7 Bit Graustufen) und eine Pixelgröße von  $d = 0,1 \text{ mm}$  ergibt sich sofort, dass  $n = 25 \cdot 10^6 \frac{\text{Quanten}}{\text{mm}^2}$  nötig sind. Mit Abb. 7.7 folgt daraus bei 100 kV Anodenspannung eine Dosis von ca. 1 mGy.

Man erkennt, dass man einen besseren minimalen Kontrast  $K_{\min}^*$  durch eine schlechtere Auflösung erkaufen kann und umgekehrt. Digitale Bilder können auch nach der Aufnahme noch so manipuliert werden, dass der minimale Kontrast besser und die Auflösung schlechter wird (z. B. Gaußfilter). Daher wurde als Maß für den Informationsgehalt eines Bildes  $H$  das Reziproke des Produktes aus  $K_{\min}^*$  und  $d_{\min}$  eingeführt

$$H = \frac{1}{K_{\min}^*} \cdot \frac{1}{d_{\min}}. \quad (7.10)$$

Für das angegebene Beispiel von  $K_{\min}^* = 1\%$  und  $d_{\min} = 0,1 \text{ mm}$  erhält man somit einen Informationsindex  $H = 1000 [1/\text{mm}]$ . Man erhält zu jeder Quantenzahl/ $\text{mm}^2$  einen maximal erreichbaren Informationsindex, der in Abb. 7.8 angegeben ist.

Mit realen Systemen wird dieser optimale Wert nicht erreicht: Werden nicht alle Quanten, die durch den Patienten hindurchgekommen sind, nachgewiesen, so verschlechtert sich der Informationsindex. Je weiter ein System vom Idealwert  $DQE = 1$  (vergl. Abschn. 2.7.4) abweicht, desto schlechter wird sein Informationsindex.



**Abb. 7.8** Informationsindex als Funktion der Quantenzahl/mm<sup>2</sup>. Umrechnung in C/kg bzw.  $\mu\text{Gy}$  gilt für 80 kV Anodenspannung und Körpergewebe. A: Röntgenbildverstärker, B: Verstärkerfolien-Kombination, C: einfacher Röntgenfilm, D: Xeroradiographie, E: Computertomographie [1]

Abbildung 7.8 zeigt weiter, dass die verschiedenen abbildenden Systeme der Röntgentechnik ihre Domäne in unterschiedlichen Bereichen des Informationsindex haben. Röntgenbildverstärker erreichen mit einer minimalen Dosis (1  $\mu\text{Gy}$  pro Einzelbild) einen mäßigen Informationsindex. Der Röntgenfilm liefert einen sehr hohen Informationsindex mit einer vergleichsweise hohen Dosis (1 mGy). Die Umrechnung von Quantenzahl/mm<sup>2</sup> in Dosis, wie sie in Abb. 7.8 zu sehen ist, ist natürlich wieder abhängig von der Anodenspannung, dem Filter und dem Gewebetyp. Die Zahlen in Abb. 7.7 sind als Richtwerte für 80 kV, 4 mm Al-Filter und menschliches Gewebe zu verstehen.

## Literatur

1. Hutten H.: Biomedizinische Technik Band 1. Berlin Heidelberg New York: Springer, 1992.
2. Laubenberger T. und Laubenberger J.: Technik der medizinischen Radiologie. Köln: Deutscher Ärzte-Verlag, 1999.
3. Krieger H.: Strahlenphysik, Dosimetrie und Strahlenschutz. Band 2, Teubner Verlag, 2001.
4. Schlegel W., Bille J. (Hrsg.): Medizinische Physik 2, Strahlenphysik. Springer Verlag, 2002.
5. Kiefer, J.: Strahlen und Gesundheit. Weinheim: Wiley-VCH Verlag, 2012.
6. DIN 6809-x: klinische Dosimetrie, 6809–1: Strahlungsqualität von Photonen- und Elektronenstrahlung, 6809–3: Röntgendiagnostik, 6809–7: Verfahren zur Ermittlung der Patientendosis in der Röntgendiagnostik.
7. Mettler, F.A., Huda, W., Yoshizumi, T.T., et al.: Effective doses in radiology and diagnostic nuclear medicine: a catalog. *Radiology*, 248, 254–263, 2008.
8. Kelsey, C.A., Heintz, P.H., Sandoval, D.J., Chambers, G.D., Adolphi, N.L., Paffett, K.S.: Radiation Biology of Medical Imaging, Hoboken, New Jersey: Wiley Blackwell, 2014.

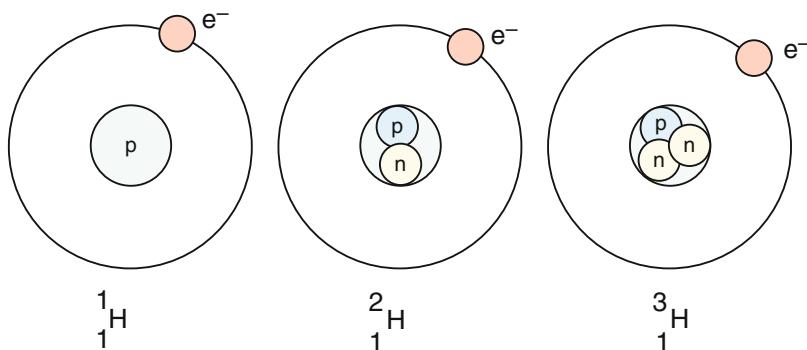
Die nuklearmedizinischen bildgebenden Verfahren sind die Szintigraphie, die Single Photon Emission Computed Tomography SPECT und die Positronen-Emissions-Tomographie PET. Die Domäne der nuklearmedizinischen bildgebenden Verfahren ist die Funktionsdiagnostik. Nicht die Lage und Größe von Organen steht im Vordergrund sondern die Darstellung funktioneller Prozesse, wie z. B. die Perfusion und der Stoffwechsel. Damit werden die nuklearmedizinischen Verfahren zu einem wichtigen Werkzeug in der Onkologie. Mit der Szintigraphie wird die spezifische Diagnostik von Erkrankungen der Schilddrüse möglich, SPECT kann wichtige Hinweise zur Herz- und Nierenfunktion liefern. PET kann – neben vielen Fragen in der Onkologie - ebenfalls in der Kardiologie die Herzdiagnostik wesentlich unterstützen. Hinzu kommen funktionelle Erkrankungen des Gehirns (Epilepsie, Alzheimer). Die bildgebenden Verfahren der Nuklearmedizin öffnen auch den Horizont hin zur Abbildung molekularbiologischer Größen („molecular imaging“). Die Abschn. 8.1 bis 8.3 beschreiben Grundlagen, die für die Szintigraphie, die SPECT und die PET gleichermaßen wichtig sind.

---

## 8.1 Kernphysikalische Grundlagen

### 8.1.1 Isotope eines Elements

Die Elemente des Periodensystems kommen in der Natur mit unterschiedlichen Kernmassen vor. Die Zahl der Protonen im Kern ist beim neutralen Atom gleich der Zahl der Elektronen in der Hülle und entspricht der Ordnungszahl des Elementes. Im Kern („Nukleus“) kommt zu den Protonen eine unterschiedliche Zahl von Neutronen hinzu. Für jedes Atom gibt es eine Neutronenzahl, die am häufigsten in der Natur vorkommt. Es gibt aber auch andere Kerne mit ein paar Neutronen mehr oder weniger (Abb. 8.1). Diese



**Abb. 8.1** Verschiedene Isotope des Elements Wasserstoff (links: normaler Wasserstoff, in der Mitte: Deuterium, rechts: Tritium)

verschiedenen Kerne eines Elementes nennt man Isotope. Sie unterscheiden sich in chemischer Hinsicht fast gar nicht. Die Bezeichnung von Isotopen erfolgt folgendermaßen:

$^A_Z X$  mit X: Symbol des Elementes, A: Massenzahl, das ist die Zahl aller Nukleonen im Kern und Z: Zahl der Protonen im Kern und damit Ordnungszahl des Elementes im Periodensystem der Elemente

### 8.1.2 Ionisierende Strahlung

Bei Kernreaktionen können unterschiedliche Arten von ionisierender Strahlung entstehen. Tabelle 8.1 zeigt eine Übersicht mit den üblichen Abkürzungen und Bezeichnungen.

Bei vielen Kernreaktionen (z. B. beim  $\beta$ -Zerfall) entstehen zusätzlich Neutrinos  $\nu$  oder Antineutrinos  $\bar{\nu}$ . Dies sind neutrale Teilchen mit verschwindend kleiner Ruhemasse, die weder mit dem menschlichen Körper noch mit den Detektoren der Nuklearmedizin wechselwirken. Sie spielen daher hier keine Rolle und erscheinen nur der Vollständigkeit halber in den Reaktionsgleichungen.

### 8.1.3 Radioaktiver Zerfall und Zerfallsgesetz

Viele Isotope können sich spontan in andere Isotope des selben Elementes oder in andere Elemente umwandeln. Tabelle 8.2 zeigt eine Übersicht über die vorkommenden radioaktiven Zerfallsprozesse zusammen mit einem Beispiel.

**Tab. 8.1** Ionisierende Strahlung

$\gamma$	Gammastrahlung	Photonen
$\beta^-, e^-$	Betastrahlung	Elektronen
$\beta^+, e^+$		Positronen
p		Protonen
n		Neutronen
$\alpha$	Alphastrahlung	Heliumkerne (2 Protonen + 2 Neutronen)

**Tab. 8.2** Radioaktiver Zerfall (rechts ist jeweils ein Beispiel dargestellt)

$\alpha$ -Zerfall	$^{226}_{88}Ra \rightarrow ^{222}_{86}Rn + ^4_2\alpha + \gamma$
$\beta^-$ -Zerfall	$^{131}_{53}J \rightarrow ^{131}_{54}Xe + e^- + \bar{\nu} + (\gamma)$ $n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$
$\beta^+$ -Zerfall	$^{11}_6C \rightarrow ^{11}_5B + e^+ + \nu + (\gamma)$ $p \rightarrow n + e^+ + \nu$
Elektroneneinfang (EC = Electron Capture)	$^{201}_{81}Tl \rightarrow ^{201}_{80}Hg^m$ $p + e \rightarrow n$
Isomerer Übergang (metastabile Nuklide)	$^{99}_{43}Tc^m \rightarrow ^{99}_{43}Tc + \gamma$
spontane Spaltung	$^{236}_{92}U \rightarrow ^{99}_{42}Mo + ^{133}_{50}Sn + ^4_0n$

Das Zerfallsgesetz, das den radioaktiven Zerfall beschreibt, lautet

$$N(t) = N_0 \cdot e^{-\lambda t} \quad (8.1)$$

mit:  $N(t)$  = Zahl der Nuklide zur Zeit t,

$N_0$  = Zahl der Nuklide zur Zeit t = 0

$\lambda$  = Zerfallskonstante

Daraus ergibt sich die Zeit, in der eine vorgegebene Zahl von Nukliden einer Sorte auf die Hälfte gefallen ist, zu

$$T_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda} \quad T_{1/2} = \text{Halbwertszeit.} \quad (8.2)$$

Für die nuklearmedizinische Diagnostik können nur Nuklide mit Halbwertszeiten im Bereich von Sekunden bis zu einigen Stunden eingesetzt werden. Nuklide mit kürzeren Halbwertszeiten sind schon zerfallen, bevor sie angewendet werden können. Zu lange Halbwertszeiten führen zu extrem kleinen Zählraten in den Detektoren oder zu einer zu großen Strahlenbelastung für den Patienten.

### 8.1.4 Aktivität

Die Aktivität einer radioaktiven Probe ist definiert als die Zahl der Zerfälle pro Zeit

$$A(t) = -\frac{dN}{dt} = \lambda N_0 \cdot e^{-\lambda t} = A_0 \cdot e^{-\lambda t}. \quad (8.3)$$

Die Aktivität wird gemessen in

$$\frac{\text{Zahl der Zerfälle}}{\text{Sekunde}} = \text{Becquerel} = \text{Bq}. \quad (8.4)$$

Früher wurde die Aktivität in Curie (Ci) gemessen

$$1 \text{ Ci} = 3,7 \cdot 10^{10} \text{ Bq} \quad (8.5)$$

Die Aktivität einer Probe nimmt also exponentiell mit der Zeit ab. Bei gleicher Menge Material ist sie größer, wenn die Halbwertszeit für den betrachteten radioaktiven Zerfall kurz ist. Außerdem hat die doppelte Menge eines radioaktiven Materials auch die doppelte Aktivität.

In der nuklearmedizinischen Diagnostik wird eine radioaktive Substanz in den Körper eingebracht (durch Injizieren, Schlucken oder Inhalieren). Die wichtigste Angabe dabei ist: Welche Aktivität wurde in den Körper gebracht. Alle Messungen werden auf die eingebrachte Aktivität normiert. Typische Aktivitäten in der nuklearmedizinischen Diagnostik liegen im Bereich 100 MBq bis 1000 MBq.

## 8.2 Herstellung von Radionukliden

### 8.2.1 Kernreaktionen zur Herstellung von Radionukliden

Tabelle 8.3 zeigt, auf welche Weise radioaktive Isotope hergestellt werden können. Die natürlichen in der Natur vorkommenden Isotope sind für die nuklearmedizinische Diagnostik uninteressant: Ihre Halbwertszeit ist viel zu lang (sonst wäre ja heute nichts mehr davon da).

**Tab. 8.3** Herstellung von Radionukliden (rechts ist jeweils ein Beispiel angegeben)

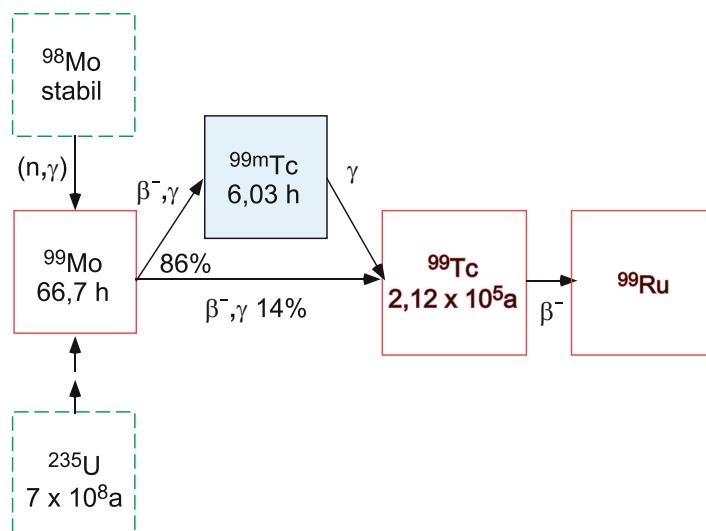
Kernspaltung	$^{235}_{92}U + ^1_0n \rightarrow ^{236}_{92}U \rightarrow ^{99}_{42}Mo + ^{133}_{50}Sn + 4^1_0n$
Neutronenbeschuss	$^{98}_{42}Mo + n \rightarrow ^{99}_{42}Mo + \gamma$ $^{98}_{42}Mo(n, \gamma)^{99}_{42}Mo$
Beschuss mit geladenen Teilchen z. B. am Zyklotron	$^{18}_8O + p \rightarrow ^{18}_9F + n$ $^{18}_8O(p, n)^{18}_9F$

Tabelle 8.3 erläutert auch an Beispielen die abgekürzte Schreibweise für Kernreaktionen. Für die Kernspaltung und den Neutronenbeschuss wird ein Kernreaktor benötigt. Die Erzeugung von Radionukliden durch Beschuss mit geladenen Teilchen kann an einem Teilchenbeschleuniger, z. B. am Zyklotron, erfolgen. Die kinetische Energie, die ein Proton z. B. für die in Tab. 8.3 genannte Reaktion haben muss, ist ziemlich groß (ca. 10 MeV), da das Proton die Coulomb-Abstoßung des positiv geladenen Kerns überwinden muss. Heute gibt es aber vergleichsweise kleine „Baby-Zyklotrons“, die die nötige Teilchenenergie erreichen, und die in einem Raum von ca. 30 m<sup>2</sup> in jeder Klinik installiert werden können.

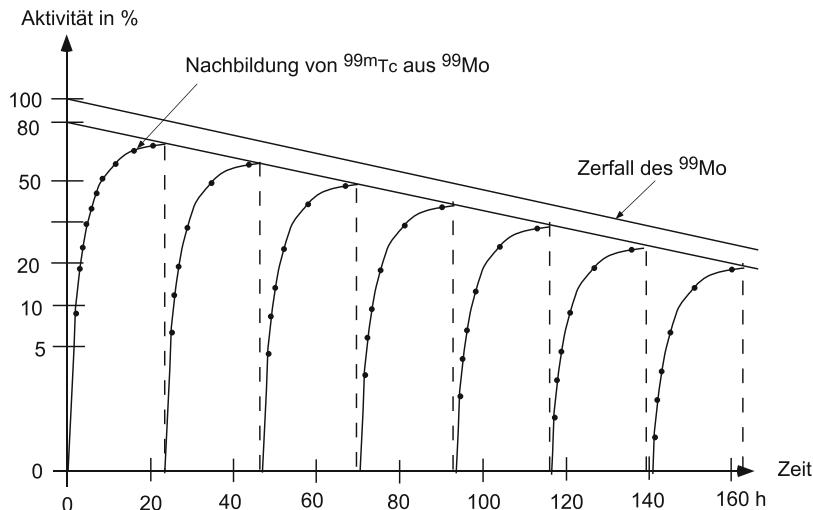
## 8.2.2 Radionuklidgenerator

Mit einem Radionuklidgenerator kann in einer Klinik ein radioaktives Isotop „praktikabel“ gewonnen werden. Das wichtigste Beispiel ist die Gewinnung von <sup>99m</sup>Tc aus <sup>99</sup>Mo. Abbildung 8.2 zeigt das Schema.

An einem Kernreaktor wird durch Neutroneneinfang oder durch Kernspaltung <sup>99</sup>Mo gewonnen. Es wird z. B. als Na<sup>+</sup>MoO<sub>4</sub><sup>-</sup> in Bleibehältern in die Klinik gebracht. Mit einer Halbwertszeit von 66,7 h kann man sich ca. 1 Tag Transportzeit leisten. In der Klinik wandelt sich <sup>99</sup>Mo in das metastabile <sup>99m</sup>Tc<sup>m</sup> um, einem Gamma-Strahler mit 6,03 h Halbwertszeit. Das hierbei entstehende Pertechnetat (z. B. Na<sup>+</sup>TcO<sub>4</sub><sup>-</sup>) ist im Gegensatz zur Molybdän-Verbindung wasserlöslich. Es kann mit Wasser aus dem Generator ausgewaschen, auf eine Spritze gezogen und injiziert werden. Nach ca. 24 h hat sich im



**Abb. 8.2** Gewinnung und Zerfall des <sup>99</sup>Molybdäns bzw. <sup>99</sup>Technetiums



**Abb. 8.3** Aktivitätsverlauf des  $^{99m}\text{Tc}$  bei Elutionen des Generators im 24-Stunden-Abstand (Elution = Auswaschung)

Generator so viel neues  $^{99}\text{Tc}^m$  gebildet, dass der Vorgang des Auswaschens wiederholt werden kann. So spricht man vom täglichen „Melken“ des Generators. Erst nach ca. 1 Woche ist der Generator verbraucht und muss ausgetauscht werden (Abb. 8.3).

### 8.2.3 Radionuklide für die nuklearmedizinische Diagnostik

Tabelle 8.4 zeigt die wichtigsten Radionuklide für diagnostische Anwendungen. (Die Auswahl ist etwas willkürlich).

---

### 8.3 Problemstellung in der nuklearmedizinischen Diagnostik

In der nuklearmedizinischen Diagnostik wird ein radioaktives Isotop in den Körper des Patienten gebracht z. B. durch Injektion in die Blutbahn, durch Schlucken in den Magen-Darm-Trakt oder durch Inhalieren in die Lunge. Die Aktivität der eingebrachten Probe ist zum Zeitpunkt der Applikation bekannt. Damit ist auch die gesamte Aktivität zu jedem späteren Zeitpunkt bekannt (exponentieller Zerfall).

In der nuklearmedizinischen Diagnostik fragt man nun, wie sich die Aktivität im Körper verteilt, d. h. *wann wieviel* von der applizierten Aktivität angekommen. Kürzen wir die Aktivität pro Volumen mit  $\bar{A}$  ab,  $\bar{A} = \frac{dA}{dv}$  so wird also die Funktion  $\bar{A}$  vom Ort und von der Zeit gesucht:  $\bar{A}(x, y, z, t) = ?$

**Tab. 8.4** Die wichtigsten Radionuklide für diagnostische Anwendungen [1]

Nuklid	$\gamma$ -Energie keV	Halbwertszeit	Zerfallsprozess (MeV)	Herstellung
$^{11}\text{C}$	511	20,3 min	$\beta^+$ (0,97 MeV)	Zyklotron
$^{13}\text{N}$	511	9,93 min	$\beta^+$ (1,2 MeV)	Zyklotron
$^{15}\text{O}$	511	124 s	$\beta^+$ (1,74 MeV)	Zyklotron
$^{18}\text{F}$	511	110 min	$\beta^+$ (0,635 MeV) EC	Zyklotron
$^{67}\text{Ga}$	92 185 296 388	78 h	EC	Zyklotron
$^{81\text{m}}\text{Kr}$	190	13 s	IT	Generator $^{81}\text{Rb}$
$^{99\text{m}}\text{Tc}$	140	6,0 h	IT	Generator $^{99}\text{Mo}$
$^{111}\text{In}$	173 247 23 (Cd-K $\alpha$ )	2,8 d	EC	Zyklotron
$^{123}\text{I}$	159	13,3 h	EC	Zyklotron
$^{133}\text{Xe}$	81 31 (Cs-K $\alpha$ )	5,3 d	$\beta^-$	Kernreaktor
$^{195\text{m}}\text{Au}$	262 68 (Au-K $\alpha$ )	30,5 s	IT	Generator $^{195\text{m}}\text{Hg}$
$^{201}\text{Tl}$	135 167 71 (Hg-K $\alpha$ )	73 h	EC	Zyklotron

Diese Größe lässt sich mit den messtechnischen Verfahren der nuklearmedizinischen Diagnostik bestimmen. Welche diagnostischen Informationen können aus der räumlichen und zeitlichen Aktivitätsverteilung im Körper gewonnen werden?

Das applizierte Isotop wird in der nuklearmedizinischen Diagnostik immer an ein Atom bzw. Molekül angeheftet, welches bei den funktionellen Abläufen im Körper eine wichtige Rolle spielt. Hierbei kann es sein, dass das radioaktive Teilchen nur „mitgespült“ wird (im Blut oder in der Atemluft), dass es in spezifische Organe des Körpers diffundiert (Perfusion), oder dass es direkt an chemischen Prozessen (z. B. dem Stoffwechsel) beteiligt ist. Da das radioaktiv markierte Molekül sich chemisch nicht von dem „normalen“ Molekül unterscheidet, durchläuft es den Körper genau so wie sein „normaler Zwillingssbruder“, kann aber dabei genau verfolgt werden („Tracer“). Die Abweichung der am individuellen Patienten gemessenen Aktivitätsverteilung von der normalen Verteilung liefert dann eine wichtige Aussage zur Funktion eines Organs.

Ziel der bildgebenden Verfahren in der nuklearmedizinischen Diagnostik ist also nicht, ein Bild über die Lage und Form der Körperorgane zu bestimmen. Diese reine morphologische Information lässt sich besser mit Röntgen-, Ultraschall- oder Magnetresonanztomographie-Bildern gewinnen. Ziel ist es vielmehr, funktionelle Abläufe im Körper sichtbar zu machen. So spielt auch die zeitliche Dynamik in der nuklearmedizinischen Diagnostik eine große Rolle. Oft werden keine stehenden Bilder sondern Filme („movies“) aufgenommen.

Mit welchen radioaktiv markierten Molekülen man bestimmte funktionelle Prozesse im Körper besonders gut abbilden kann, bzw. mit welchen Molekülen und Messverfahren man bestimmte Erkrankungen besonders gut diagnostizieren kann, ist ein weites Forschungsgebiet. Es ist in den Bereichen Nuklearmedizin, Biochemie, Physiologie/Pathophysiologie und Radiochemie angesiedelt und kann hier nicht besprochen werden.

## 8.4 Nuklearmedizinische Messtechnik

### 8.4.1 Detektoren für $\gamma$ – Quanten

Der klassische Detektor für Gamma-Strahlung ist das „Zählrohr“ (Abb. 8.4). In einer mit Gas gefüllten Kammer befindet sich ein Zähldraht, der auf hohem positiven Potential relativ zum Gehäuse liegt. Das Verhalten des Zählrohrs hängt von der Höhe dieses Potentials ab (Abb. 8.5).

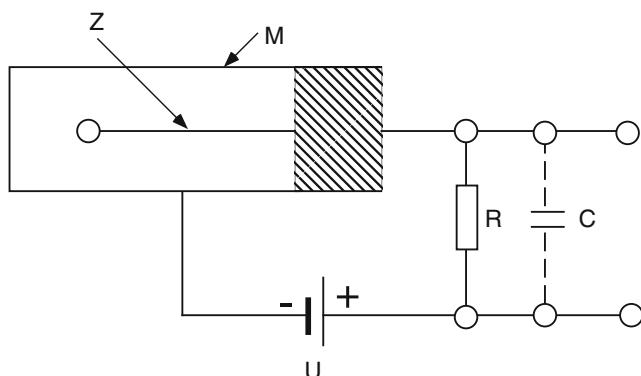
In der sog. Rekombinationszone gelingt es noch nicht, die gesamte beim Durchtritt eines Gamma-Quants entstandene Ladungsmenge „abzusaugen“.

Im „Ionisationsbereich“ ist die über den Draht abfließende Ladungsmenge ungefähr gleich der erzeugten Ladungsmenge. Im „Proportionalbereich“ kommt es zur Ladungsverstärkung: die vom Gamma-Quant erzeugten Ladungen werden so stark beschleunigt, dass sie wiederum neue Gasteilchen ionisieren können. Die abfließende Ladungsmenge ist in diesem Bereich proportional zur erzeugten Ladungsmenge. Im Geiger-Müller-Bereich (GM-Gebiet) hängt die abfließende Ladung nicht mehr von der durch das Gamma-Quant erzeugten Ladung ab. Hier wird das Zählrohr nur noch zum Zählen von Ereignissen eingesetzt. Die Impulshöhe wird nicht ausgewertet.

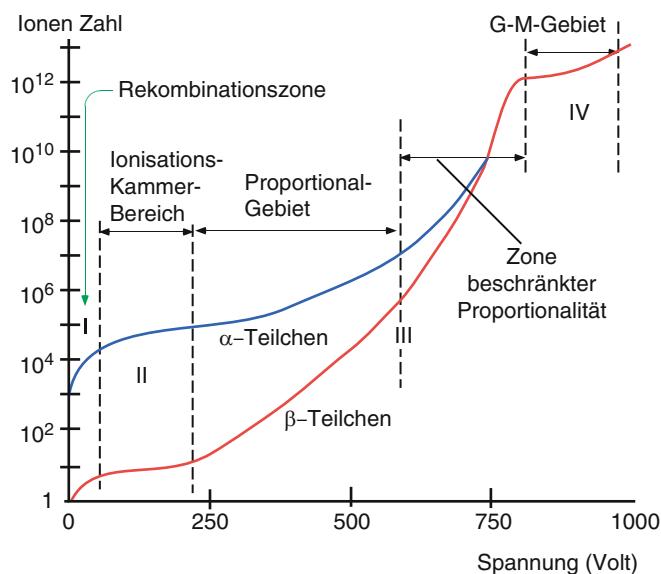
Zählrohre werden im Bereich der Überwachung von Einrichtungen eingesetzt, in denen mit radioaktiven Isotopen gearbeitet wird, da sie sehr empfindlich auf kleinste Menge radioaktiven Materials reagieren.

In der nuklearmedizinischen Diagnostik werden überwiegend Szintillationszähler eingesetzt (Abb. 8.6).

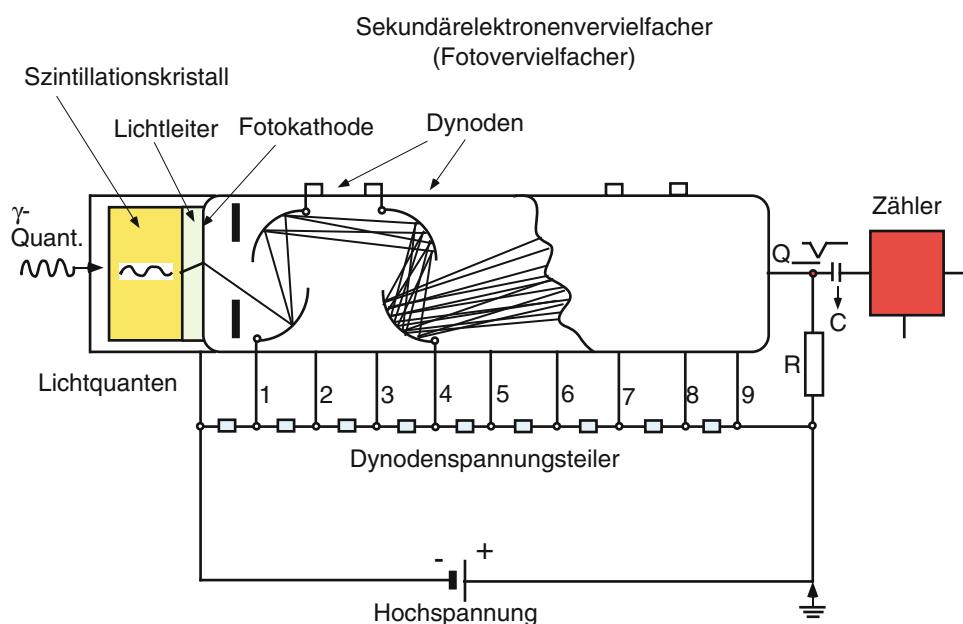
Hier wird das Gamma-Quant in einem Szintillationskristall absorbiert und erzeugt dabei sichtbare Photonen. Die Zahl der Photonen ist proportional zur Energie, die das Gamma-Quant im Szintillator abgegeben hat. Wird das Gamma-Quant vollständig



**Abb. 8.4** Zählrohr Prinzipschaltbild, Z: Zähldraht (Anode), M: Zählrohrmantel (Kathode), R: Arbeitswiderstand, C: Zählrohrkapazität, U: Zählrohrspannung



**Abb. 8.5** Zählrohr-Kennlinie



**Abb. 8.6** Szintillationszähler mit Photomultiplier

**Tab. 8.5** Szintillator-Materialien (NaI(Tl) = Natriumjodid mit Thallium dotiert, BGO = Wismutgermanat  $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$ )

	NaI(Tl)	BGO
Dichte ( $\text{gcm}^{-3}$ )	3,67	7,13
Ordnungszahl	11,53	82, 32, 8
Relative Lichtausbeute (normiert auf NaI)	1,0	0,08
Szintillations-Linie bei Wellenlänge (nm)	410	480
Brechungsindex	1,78	2,15
Szintillations-Abklingdauer (ns)	230	300
Nachweis-Effektivität %	(100 keV)	(400 keV)
Kristalldicke:		
20 mm	61	90
8 mm	52	84
4 mm	46	78

absorbiert so entsteht pro Gamma-Quant ein Lichtblitz, bei dem die Zahl der Photonen proportional zur Energie des Gamma-Quants ist.

Der Szintillations-Kristall ist über ein Bündel aus Lichtleitfasern mit der Photokathode eines Photomultipliers verbunden. Auf der ersten Dynode werden durch den Photoeffekt Elektronen ausgelöst. Diese werden durch ein elektrisches Potential auf die zweite Dynode hin beschleunigt, wo jedes Elektron wiederum mehrere Sekundärelektronen auslöst. Nach ca. 10 Dynoden ist durch den Lawineneffekt aus den wenigen Phototelektronen am Eingang ein messbarer Impuls am Ausgang geworden. Bei vollständiger Absorption des Gamma-Quants ist auch die Höhe dieses Impulses proportional zur Energie des auftreffenden Gamma-Quants. Tabelle 8.5 zeigt die Daten von zwei wichtigen Szintillator-Materialien: NaI(Tl) und BGO.

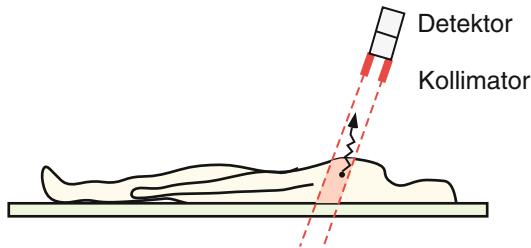
NaI(Tl) hat eine relativ hohe Lichtausbeute bei der Umwandlung der Gamma-Quantenenergie in Licht. Wegen der vergleichsweise niedrigen Ordnungszahl werden aber viele Gamma-Quanten gar nicht nachgewiesen (20 mm Dicke: 61 %). BGO-Kristalle sind dagegen in der Lage, bis zu 90 % der einfallenden Gamma-Quanten zu absorbieren.

Die Zählrate am Detektor muss über die in den Patienten eingebrachte Aktivität so eingestellt werden, dass jedes Gamma-Quant einzeln gezählt werden kann. Zwei Gamma-Quanten, die genau gleichzeitig ankommen, werden wie ein einziges Ereignis gezählt. Nach jedem detektierten Ereignis gibt es eine „Totzeit“, in der einfallende Gamma-Quanten nicht nachgewiesen werden können. Szintillatoren mit kurzer Abklingdauer erlauben daher etwas höhere Zählraten.

#### 8.4.2 Kollimatoren

In der nuklearmedizinischen Diagnostik sollen Bilder von der Verteilung der applizierten Aktivität im Körper erstellt werden. Für die planare Szintigraphie (Abschn. 8.5) und die

**Abb. 8.7** Nachweisbereich eines idealen Kollimator-Elements



Single Photon Emission Computed Tomography SPECT (Abschn. 8.6) sind hierfür Kollimatoren unerlässlich. Sie sorgen dafür, dass der Detektor nur solche Gamma-Quanten nachweist, die aus einem Bereich stammen, der idealerweise einem zylindrischen Stab gleicht (Abb. 8.7).

Man erkennt sofort: je kleiner der Durchmesser des Kollimators, desto besser ist die räumliche Auflösung. Leider wird aber in gleichem Maße die Zahl der nachgewiesenen Quanten immer kleiner, d. h. das Rauschen nimmt zu. Abbildung 8.8 zeigt einen einzelnen Kanal eines Kollimators zusammen mit den wichtigsten Kenngrößen.

Zur Darstellung der Punktbildfunktion wird ein idealer punktförmiger Gamma-Strahler vor dem Detektor vorbeibewegt und die Zählrate über dem Ort aufgezeichnet. Man erkennt, dass es einen „Halbschattenbereich“ gibt, und ein Plateau, auf dem sich die Zählrate nur wenig ändert. Der Radius der gesamten Punktbildfunktion ergibt sich nach dem Strahlensatz zu

$$R = \frac{D}{L} \left( Z + \frac{L}{2} \right) \quad (8.6)$$

mit:  $D$  = Durchmesser des Kollimators,

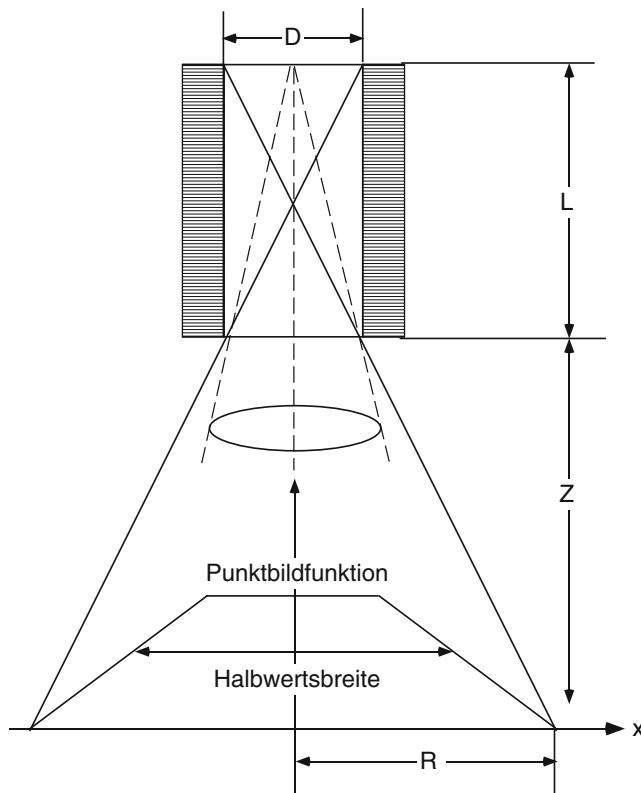
$L$  = Länge des Kollimators,

$Z$  = Entfernung vom Kollimator zum Gamma-Strahler.

Die Punktbildfunktion ist schmal, wenn  $D/L$  klein ist und wenn der Abstand zum untersuchten Organ  $Z$  klein ist. Tabelle 8.6 beschreibt ein paar typische Kenngrößen von Kollimatoren.

Mit fokussierenden Kollimatoren kann die Punktbildfunktion in einer bestimmten Tiefe optimiert werden. Abb. 8.9 zeigt das Prinzip und Abb. 8.10 die Punktbildfunktion bei verschiedenen Abständen. In diesem Beispiel erreicht man in einer Entfernung von 8 cm die beste Auflösung mit ca. 1 cm Halbwertsbreite. In anderen Tiefen ist die Punktbildfunktion breiter, aber gleichzeitig ist auch die Nachweisempfindlichkeit deutlich niedriger.

In der Gamma-Kamera (Absch. 8.4.4) werden viele tausend Kollimator-Röhrchen zu einer Matrix zusammengefasst, um Bilder aufnehmen zu können. Je nachdem ob eine hohe Auflösung bei etwas schlechterer Empfindlichkeit gewünscht ist oder eine hohe Empfindlichkeit bei Verzicht auf die hohe Auflösung, können verschiedene Kollimator-Platten vor eine Gamma-Kamera gesetzt werden (HRES = High Resolution, HSENS = High Sensitivity, Tab. 8.6).



**Abb. 8.8** Kollimator-Element und Punktbildfunktion in Abhängigkeit von der Länge der Kollimator-Röhrchen L, dem Durchmesser der Kollimator-Röhrchen D und dem Abstand des Patienten Z [2]

**Tab. 8.6** Typische Kenngrößen von Kollimatoren [2]

	LEAP	HRES	UHRES	HSENS
L [mm]	24	24	36	24
D <sub>eff</sub> [mm]	1,43	1,11	1,08	2,02
ε (relativ)	1,0	0,64	0,28	2,05
HWB bei z = 0 mm [mm]	4,2	4,0	3,9	4,6
bei z = 100 mm [mm]	8,9	7,4	5,8	12,2

LEAP = Low-Energy All Purpose

HRES = High-Resolution

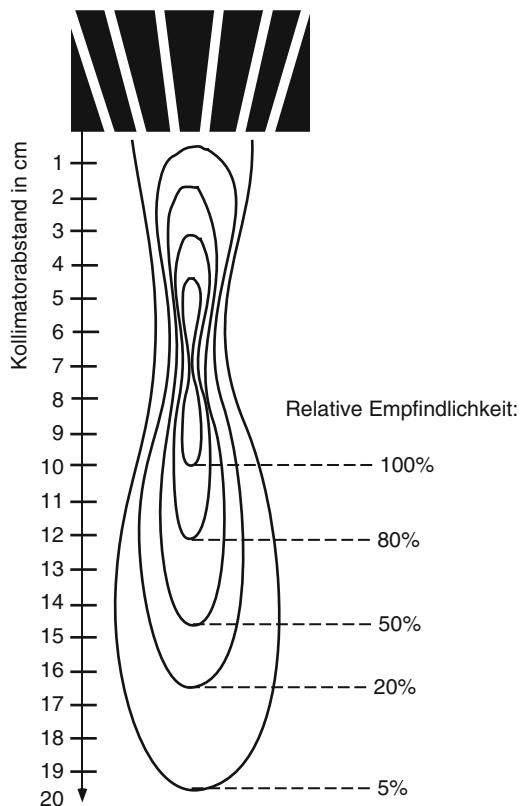
UHRES = Ultra-High-Resolution

HSENS = High-Sensitivity

ε = relative Empfindlichkeit

HWB = Halbwertsbreite der Punktbildfunktion

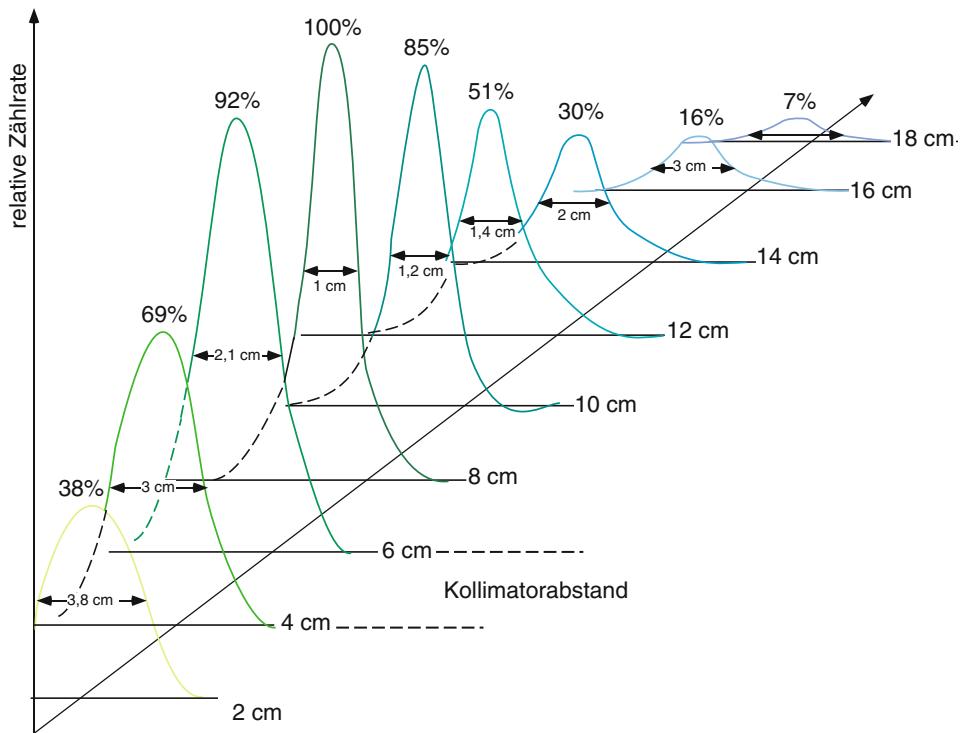
**Abb. 8.9** Isoimpulslinienverteilung eines fokussierenden Kollimators



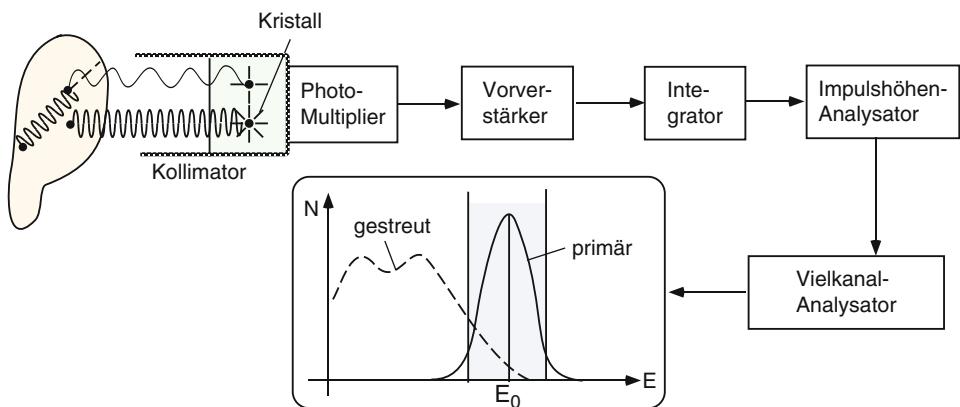
### 8.4.3 Impulshöhenanalysator

Die Streuung von Gamma-Quanten (überwiegend Compton-Streuung, Abb. 2.12). führt zu Artefakten bei der Abbildung der Verteilung der Aktivität im Körper. Wie in Abb. 8.11 schematisch dargestellt, wird der Ort der Compton-Streuung und nicht der Ort des Gammastrahlers abgebildet. Da solche Streuprozesse sehr häufig sind, muss dafür gesorgt werden, dass gestreute Gamma-Quanten möglichst nicht mitgezählt werden. Dies gelingt mit einem sogenannten Impulshöhenanalysator.

Um das Prinzip zu erklären, gehen wir einmal davon aus, dass alle eintreffenden Gamma-Quanten vollständig im Szintillator absorbiert werden und immer den gleichen Prozentsatz ihrer Energie in Licht umwandeln. Weiter nehmen wir an, dass immer der gleiche Prozentsatz von Photonen auf die Photokathode des anschließenden Photomultipliern gelangt. Dann wird die Fläche unter der Kurve des Impulses am Ausgang des Photomultipliern proportional zur Energie des eingefallenen Gamma-Quants sein. Die Energieauflösung des Detektors ergibt sich aus der Statistik mit der ein Gamma-Quant unterschiedlich viele Photonen und Photoelektronen erzeugt.



**Abb. 8.10** Punktbildfunktion eines fokussierenden Kollimators



**Abb. 8.11** Szintillationsdetektor mit Impulshöhenanalysator [2]

Ein gestreutes Gamma-Quant hat nun eine kleinere Energie als ein primäres Quant, welches auf direktem Wege vom radioaktiven Isotop in den Detektor gelangt ist. Abbildung 8.11 zeigt die Signalkette und eine typische Häufigkeitsverteilung für die

vorkommenden Impulshöhen. Werden nur solche Ereignisse gezählt, die innerhalb eines vorgegebenen Impulshöhenfensters liegen, kann ein großer Teil der gestreuten Gamma-Quanten unterdrückt werden. Wird die untere Schwelle des Impulshöhenfensters zu hoch gelegt, werden auch viele primäre Quanten, die nur zufällig etwas weniger Licht im Szintillator erzeugt haben, nicht mitgezählt. Wird die untere Schwelle zu niedrig angesetzt, werden zu viele gestreute Quanten mitgezählt. Die Kunst besteht darin, die Schwelle „genau richtig“ einzustellen.

#### 8.4.4 Gamma-Kamera

Das Ziel bei der Entwicklung der Gamma-Kamera war es, die Aktivitätsverteilung in einem großen Bereich des Körpers simultan zu erfassen. Hierzu werden zunächst tausende von Kollimator-Röhrchen zusammengefasst zu einer Kollimator-Matrix. Dann könnte man hinter jedem Kollimator-Röhrchen einen Detektor anbringen. Dies wäre aber viel zu teuer. Hal Oscar Anger entwickelte um 1957 eine Kamera, bei der mit relativ wenigen Photomultipliern trotzdem eine hohe Ortsauflösung erreicht werden kann.

Zunächst wird ein einziger großer Szintillator-Kristall, der das gesamte Aufnahmefeld umfasst, hinter dem Kollimator angebracht. Typische Abmessungen sind quadratische Kristalle von 60 cm\*60 cm oder 70 cm\*70 cm mit einer Dicke von 10 mm.

Dann folgt eine Anordnung aus vielen Photomultipliern. Abbildung 8.12 zeigt den Aufbau am Beispiel mit 7 Photomultipliern.

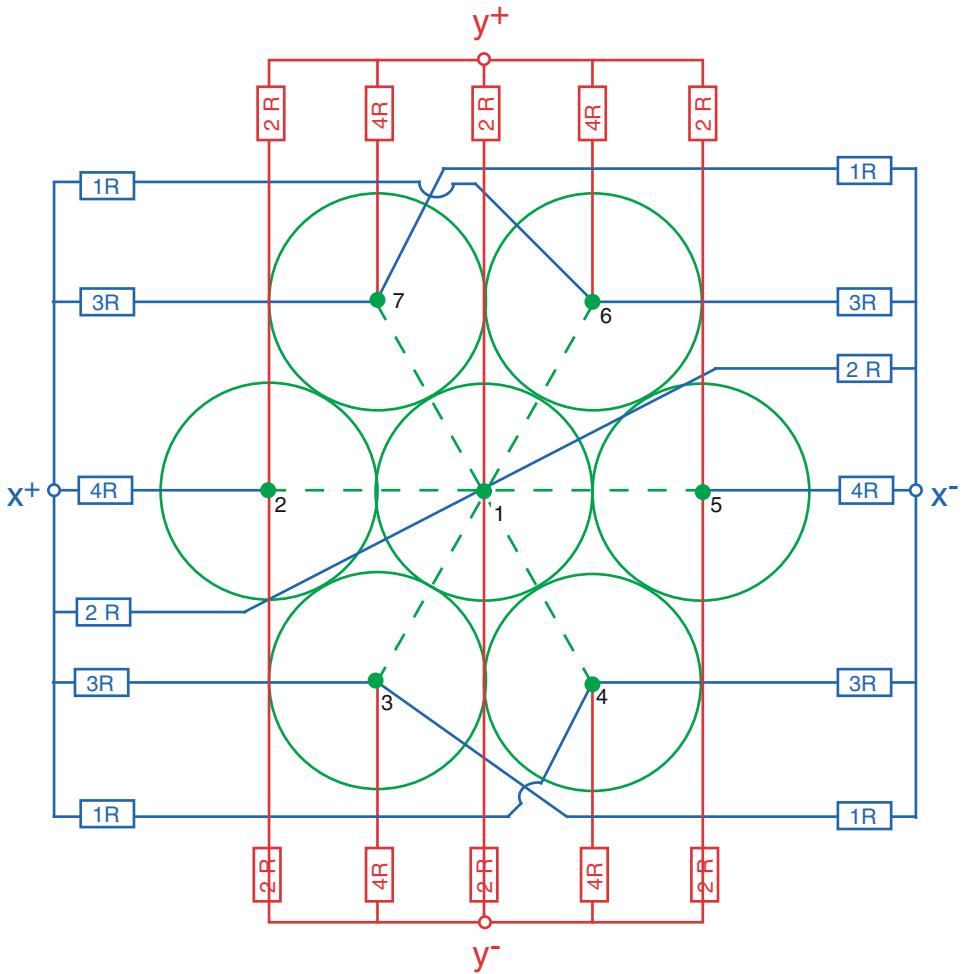
Die Signale der Photomultiplier werden über ein Widerstandsnetzwerk auf vier Ausgänge ( $x^+$ ,  $x^-$ ,  $y^+$ ,  $y^-$ ) geführt. Die Widerstände in x-Richtung entsprechen genau den x-Koordinaten der Photomultiplier, für die y-Richtung gilt dies entsprechend. Ein Lichtblitz, der durch ein Gamma-Quant im Szintillator erzeugt wird, verteilt sein Licht auf mehrere Photomultiplier. Der „Schwerpunkt“ der Photomultiplier-Signale ergibt den Ort, an dem das Gamma-Quant absorbiert wurde. Mit folgenden Gleichungen lassen sich die x- und y-Koordinaten des Gamma-Quants aus den gemessenen Signalen  $x^+$ ,  $x^-$ ,  $y^+$  und  $y^-$  ermitteln

$$x = \frac{k(x^+ - x^-)}{z} \quad (8.7)$$

$$y = \frac{k(y^+ - y^-)}{z} \quad (8.8)$$

$$z = x^+ + x^- + y^+ + y^- \quad (8.9)$$

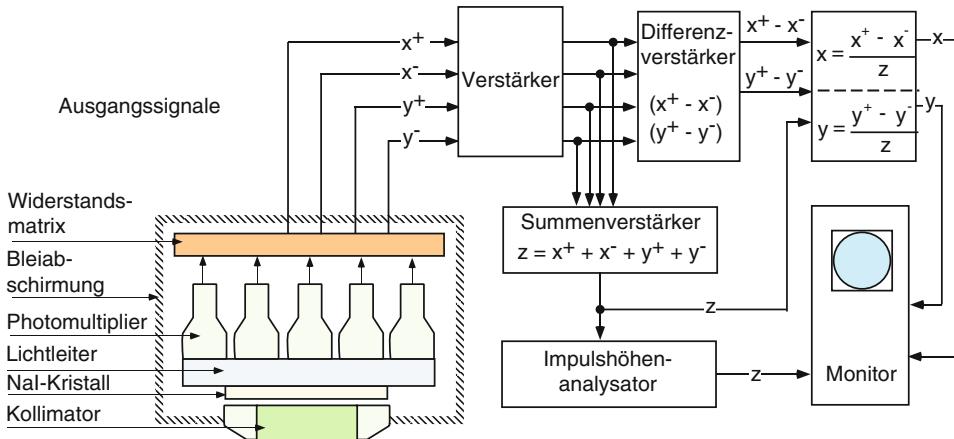
Gleichzeitig erhält man mit der Größe  $z$  ein Maß für die Impulshöhe, die zum Impulshöhenanalysator geleitet wird. Abbildung 8.13 zeigt den vollständigen Aufbau einer Gamma-Kamera.



**Abb. 8.12** Ortsbestimmung bei der Gamma-Kamera. Die 7 großen Kreise sind die Photomultiplier, die hinter einer großen Szintillator-Platte angebracht sind. Es werden 4 Signale  $x^+$ ,  $x^-$ ,  $y^+$  und  $y^-$  ausgelesen. Daraus können der Ort, wo das Gammaquant eingefallen ist, und die gesamte Lichtmenge, die dabei erzeugt wurde, bestimmt werden. [4]

Die Qualität einer Gamma-Kamera hängt entscheidend von der gleichmäßigen und stabilen Empfindlichkeit der Photomultiplier ab. Ein regelmäßiges Kalibrieren der Anordnung mit einer bekannten Quellverteilung und die Anwendung verschiedener Korrekturverfahren (Linearitätskorrektur und Homogenitätskorrektur) sind nötig.

Heute eingesetzte Gamma-Kameras enthalten 37 bis ca. 100 Photomultiplier. Die Ortsauflösung bei der Bestimmung des Einfallortes des Gamma-Quants liegt bei 3 mm bis 5 mm. Die Ereignisse werden in eine Bildmatrix eingesortiert, deren Größe vorher festgelegt wird. Wegen der vergleichsweise schlechten Auflösung sind Bildmatrizen



**Abb. 8.13** Gamma-Kamera (Anger-Kamera)

von  $512 \times 512$ , wie sie bei der CT möglich sind, hier eher ungewöhnlich. Typische Matrizen liegen bei  $128 \times 128$  oder  $256 \times 256$  Bildpunkten.

Die höchste noch zulässige Zählrate ergibt sich aus der Forderung, dass der Impulshöhenanalysator zuverlässig die Signale zweier Gamma-Quanten trennen kann (s. Tab. 8.5). Da heute A/D-Konverter nicht mehr so kostspielig sind wie früher, wird heute auch für jeden Photomultiplier ein eigener A/D-Konverter eingesetzt. Die Schwerpunkberechnung erfolgt dann im Computer. So lassen sich auch Empfindlichkeitsunterschiede der einzelnen Photomultiplier besser korrigieren.

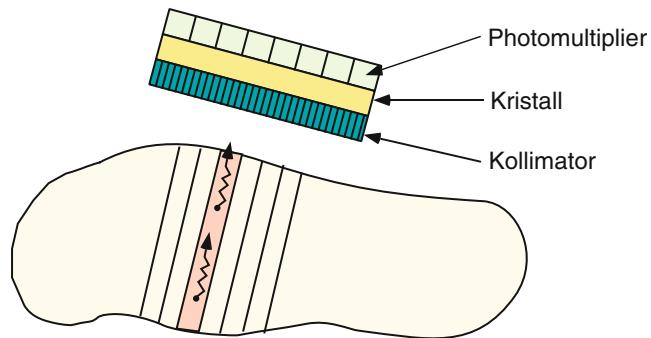
## 8.5 Planare Szintigraphie

### 8.5.1 Technik der planaren Szintigraphie

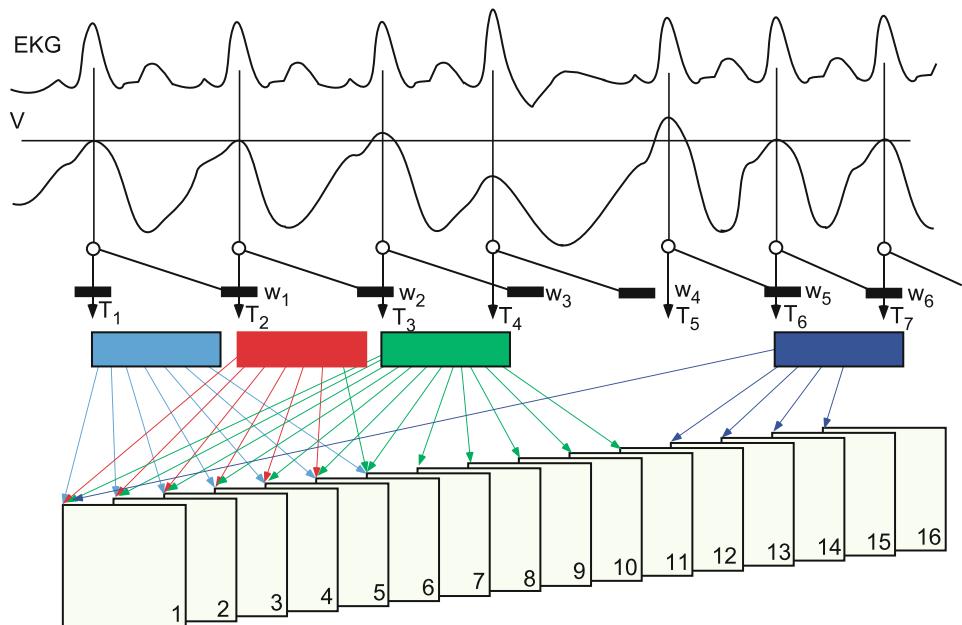
Bei der planaren Szintigraphie wird eine Gamma-Kamera über das zu untersuchende Organ gehalten und die Aktivitätsverteilung aufgenommen (Abb. 8.14). Die einzelnen Bildpunkte enthalten damit eine Information über das Integral der Aktivität in einer Säule unter dem Kollimator durch den gesamten Patienten hindurch. Mit den fokussierenden Kollimatoren kann die Empfindlichkeit in einer vorgegebenen Tiefe etwas erhöht werden.

Man kann die planare Szintigraphie mit dem Projektionsröntgen vergleichen, so wie man die SPECT-Methode (Abschn. 8.6) mit der Röntgen CT vergleichen kann.

Im sogenannten „list mode“ werden alle Ereignisse sofort einem Ort (d. h. einem Fach in der Matrix) zugeordnet und dazugezählt. Im „frame mode“ werden Ort und Zeitpunkt des Nachweises gespeichert. Dies erlaubt eine spätere Berechnung von Bildern, die in einer zeitlichen Relation zu einem Trigger-Zeitpunkt stehen, z. B. EKG-getriggert sind (siehe MUGA-Technik, Abb. 8.15).



**Abb. 8.14** Der Kollimator ermöglicht die Messung von Integralen der Aktivität in einer Säule durch den Patienten



**Abb. 8.15** MUGA-Technik (Multigated Acquisition). Der Trigger  $T_i$ , der aus der R-Zacke des EKG erzeugt wird, startet die Akquisition von Daten. Später ankommende Ereignisse werden in später datierte Bilder eingetragen (Bild 1,2,...16). Fällt ein Trigger nicht in das vorgegebene Zeitfenster  $w$ , werden die Daten verworfen. Sie stammen mit großer Wahrscheinlichkeit nicht von einem regulären Herzschlag

**Tab. 8.7** Anwendungen der planaren Szintigraphie

Organ	Diagnostische Fragestellung	Präparat (Beispiele)
Herz	Septum-Defekte, Schlagvolumen (ejection fraction)	<sup>201</sup> Th-Chlorid, <sup>99</sup> Tc-Phosphat
Schilddrüse	Tumor, Überfunktion	<sup>131</sup> I, <sup>123</sup> I, <sup>99</sup> Tc-Pertechnetat
Lunge	Belüftung	<sup>133</sup> Xe, <sup>99</sup> Tc-Makroalbumin
Niere	Durchblutung, Sekretion, Exkretion	<sup>99</sup> Tc-Chelate (z. B. Tc-DMSA, Tc-DTPA)
Knochen	Tumor	<sup>99</sup> Tc-Phosphate

### 8.5.2 Anwendungen der planaren Szintigraphie

Tabelle 8.7 zeigt einige Anwendungen der planaren Szintigraphie.

Am häufigsten werden <sup>99</sup>Tc-Präparate eingesetzt. Sie werden nur mit dem Blut „mitgespült“ und nehmen nicht am Stoffwechsel teil. Wegen der kurzen Abklingdauer und da es sich um einen reinen Gamma-Strahler handelt, ist die Strahlenbelastung bei Verwendung von <sup>99</sup>Tc relativ gering.

Bei den Herzuntersuchungen unterscheidet man u. a. die „First-Pass“-Studien und die „Multigated Acquisition“-Technik (MUGA). Bei den „First-Pass“ Studien wird ein radioaktiv markierter Bolus in eine Vene gesetzt und verfolgt, wie dieser Bolus zunächst in die rechte Herzkammer, dann in die Lunge und dann in die linke Herzkammer wandert. Ein zu frühes Auftauchen eines Signals in der linken Herzkammer weist auf einen Septumdefekt hin. Eine „First-Pass“ Studie ist nach einigen Minuten beendet.

Bei der „Multigated Acquisition“-Technik (Abb. 8.15 „EKG-getriggerte Studien“) wartet man, bis sich die applizierte Aktivität gleichmäßig im Körper verteilt hat. Nun wird mit Hilfe des simultan aufgenommenen EKG dafür gesorgt, dass die gezählten Ereignisse in unterschiedlichen Zeitfenstern aufaddiert werden. Bedingt durch die hohe Zeitauflösung wäre die Zählrate pro Zeitfenster nach einem einzigen Herzschlag zu gering und damit das Quantenrauschen viel zu hoch. So mittelt man über viele Herzzyklen. Ereignisse nach „ungewöhnlichen“ Herzschlägen, die man mit dem EKG identifiziert, werden verworfen.

So kann ein Film der Verteilung der Aktivität im Herzen aufgenommen werden. Hieraus kann u. a. das diagnostisch wichtige Schlagvolumen (ejection fraction), das ist der Anteil des Volumens vom linken Ventrikel, der bei einem Herzschlag ausgestoßen wird, bestimmt werden.

$$SV = EDV - ESV \quad LVEF = \frac{EDV - ESV}{EDV} \quad (8.10)$$

mit:  $SV$  = Schlagvolumen (Stroke volume)

$LVEF$  = Auswurffraktion des linken Ventrikels (Left ventricular ejection fraction),

$EDV$  = enddiastolisches Herzvolumen (End diastolic volume),

$ESV$  = endsystolisches Herzvolumen (End systolic volume).

In der Schilddrüsen-Diagnostik weisen „kalte Knoten“, das sind Gebiete mit reduzierter Aktivität, auf einen Tumor hin, während „heiße Knoten“ auf eine Überfunktion hindeuten.

Bei der Niere wird die Durchblutung und die Dynamik der Sekretion und Exkretion mit planarer Szintigraphie beobachtet. Reichern sich Tc-Phosphate im Knochen an, so ist dies ein Hinweis auf Knochenkrebs.

Tabelle 7.3 zeigt die durchschnittliche Strahlenbelastung bei szintigraphischen Untersuchungen. Der Vergleich zeigt, dass die Dosis mit einigen mGy vergleichbar ist mit der Röntgendiagnostik.

## 8.6 Single Photon Emission Computed Tomography SPECT

### 8.6.1 SPECT Methode, Rekonstruktions-Algorithmen und Systeme

Bei der SPECT handelt es sich um ein Schnittbildverfahren, d. h. mit den Methoden der Tomographie wird aus der Messung der Projektionen die Aktivitätsverteilung in einer Schnittebene durch den Körper rekonstruiert. In der Röntgen-Computertomographie wird das Linienintegral über den Röntgen-Schwächungskoeffizienten gemessen (vergl. Gl. 5.5).

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \int \mu(x, y) dl \quad (8.11)$$

mit:  $J_0$  = einfallende Röntgenintensität,

$J$  = rausgehende Röntgenintensität,

$\mu$  = Röntgenschwächungskoeffizient.

Die Messwerte müssen vor der Verarbeitung auf die Eingangsintensität normiert und logarithmiert werden. Bei der SPECT wird das Linienintegral über die Aktivität gemessen (genauer gesagt das Integral der Aktivität in einem Zylinder durch den Körper):

$$Signal = \int A(x, y) dl \quad (8.12)$$

Man erkennt sofort die Analogie zur Röntgen-CT. Damit können alle in Kap. 5 besprochenen Aufnahme- und Rekonstruktionsverfahren unmittelbar auf die SPECT übertragen werden. Die Messsignale müssen aber nicht auf eine „Nullintensität“ normiert und auch nicht logarithmiert werden.

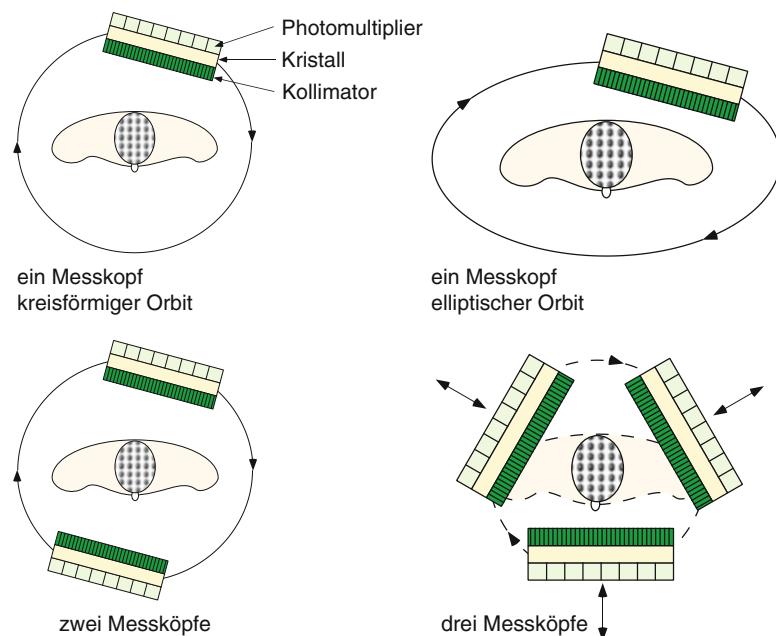
Als Detektor wird die in Abschn. 8.4.4 beschriebene Gamma-Kamera verwendet. Sie erlaubt die simultane Messung mehrerer Schnittebenen (bei der Röntgen-CT arbeitet man nur mit einem Detektor-Array).

Auch bei der SPECT müssen viele Projektionen unter verschiedenen Winkeln durch den Körper aufgenommen werden. Bedingt durch die relativ schlechte Ortsauflösung der Gamma-Kamera ist die Zahl der Messpunkte pro Projektion und die Zahl der Projektionen deutlich kleiner als bei der Röntgen-CT. Eine typische Bildmatrix einer Gamma-Kamera hat 128\*128 Pixel und es werden 100 bis 200 Projektionen aufgenommen. Bei der Rotation der Kamera unterscheidet man zwischen dem „step and shoot“-Modus, bei dem die Kamera jeweils auf einen neuen Winkel eingestellt und dann einige Zeit gemessen wird, und dem „continuous“-Modus, bei dem kontinuierlich der Winkel verdreht wird und zu jedem Ereignis der zugehörige Winkel gespeichert und entsprechend berücksichtigt wird.

Das früher am häufigsten verwendete Rekonstruktionsverfahren war die gefilterte Rückprojektion (Abschn. 5.8). Da die SPECT-Messwerte meistens ein hohes Quantenrauschen haben, werden Filter eingesetzt, die schon bei relativ niedrigen Raumfrequenzen abschneiden (vergl. Abschn. 5.8.6 und 5.10). Die Auflösung der rekonstruierten Bilder liegt damit typisch bei 10 mm bis 15 mm.

Bessere Bilder erhält man, wenn man mit iterativen Rekonstruktionsverfahren (Abschn. 5.7) arbeitet (Algebraic Reconstruction Technique ART) und dabei die Absorptionsprozesse im Körper mit berücksichtigt. In weiteren Verbesserungen werden auch der sich öffnende Empfindlichkeitskegel und die Poisson-Statistik der Ereignisse berücksichtigt. Man spricht dann von „Maximum Likelihood“ (ML) und „Expectation Maximization“ (EM) Algorithmen. Schließlich hat man erkannt, dass das Abarbeiten von Gruppen von Projektionen in einer geschickten Reihenfolge zu Algorithmen führt, die schneller konvergieren und eine stabilere Lösung liefern (Ordered Subset Expectation Maximization OSEM).

Abbildung 8.16 zeigt verschiedene SPECT-Systeme. Das unmittelbare Analogon zur Röntgen-CT ist das System mit einem einzigen Messkopf und kreisförmigem Orbit. Mit einem elliptischen Orbit kann die räumliche Auflösung verbessert werden, da die Breite der Punktbildfunktion einer Gamma-Kamera stark vom Abstand Detektor-Quelle abhängt (vergl. Abschn. 8.4.2). Systeme mit zwei bzw. drei Messköpfen verbessern das Signal-Rausch-Verhältnis, da gleichzeitig zwei bzw. drei Projektionen aufgenommen werden können. Die in Abb. 8.16 gezeigte Anordnung mit zwei gegenüberliegenden Messköpfen wird am häufigsten eingesetzt. Sie ermittelt redundante Informationen, gestattet aber die Anwendung des vereinfachten Verfahrens zur Absorptionskorrektur (Abschn. 8.6.2). Außerdem eignet sie sich dazu, mit einer Koinzidenzschaltung aus einem SPECT ein „poor man’s“-PET zu machen (vergl. Kap. 9). Oft stehen die beiden Gamma-Kameras eines Doppelkopf-SPECT-Systems auch unter 90° zueinander.



**Abb. 8.16** SPECT Systeme

Mit den einfachen SPECT Systemen gelingt es oft nur schwer, die funktionellen Bilder der Nuklearmedizin mir der räumlichen Anordnung der Organe zu überlagern. Daher sind heute fast ausschließlich Kombinationen aus SPECT und CT im Einsatz („SPECT-CT“). Das SPECT und das CT befinden sich unmittelbar hintereinander, so dass der Patient ohne Positionswechsel erst durch das eine und dann durch das andere bildgebende System geschoben wird. Auch wenn die beiden Bilder damit nicht genau gleichzeitig sondern um wenige Minuten zeitversetzt aufgenommen werden, so kennt das System natürlich die räumliche Anordnung von SPECT und CT zueinander und kann die beiden Bilder automatisch überlagern.

### 8.6.2 Abbildungsfehler und Absorptionskorrektur

Die wesentlichen Abbildungsfehler bei der SPECT haben folgende Ursachen:

- Die Kollimatoren messen nicht echte Linienintegrale und auch keine Zylinder der Aktivität, sondern eher kegelförmige Ausschnitte vom Körper.
- Die Gamma-Quanten können auf ihrem Weg von der Quelle zum Detektor absorbiert werden.
- Trotz des Impulshöhenanalysators können gestreute Quanten die Messsignale verfälschen.

Betrachten wir z. B. die 140 keV-Strahlung von Tc<sup>99</sup>. Wenn unter einem bestimmten Blickwinkel 5 cm Gewebe vor dem Organ mit der zu messenden Aktivität liegt, so kommen beispielsweise ca. 50 % aller in Richtung Detektor abgestrahlten Quanten an. Liegt unter einem anderen Blickwinkel 15 cm Gewebe vor dem Organ kommen nur noch 10 % aller Quanten an. Werden solche Messdaten unkorrigiert zurückprojiziert kommt es zu großen Artefakten im Bild.

Eine einfache Methode zur Absorptionskorrektur beruht auf einer Transmissionsmessung und auf der Bestimmung des geometrischen Mittels aus einer Anterior-Messung und einer Posterior-Messung. Abbildung 8.17 erläutert das Prinzip.

Das Signal der Messung von vorne („anterior“) beträgt

$$S_A = k \cdot A \cdot e^{-\mu x} \quad (8.13)$$

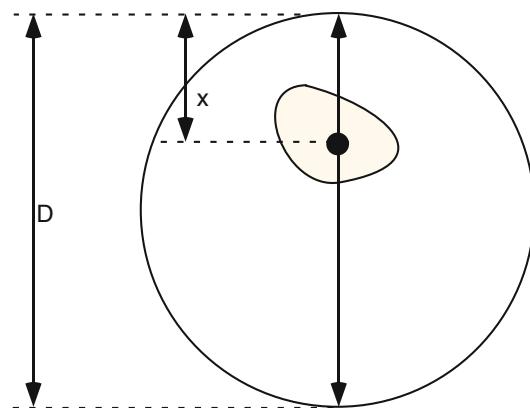
mit:  $k$  = Kalibrierfaktor,

$A$  = Aktivität am Ort  $x$ ,

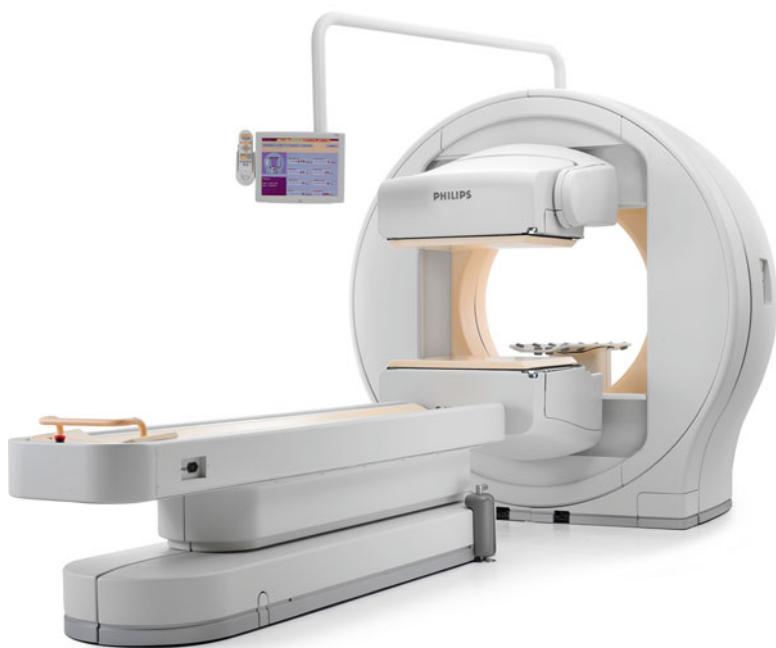
$\mu$  = mittlerer Schwächungskoeffizient des Gewebes.

Das Signal der Messung von hinten („posterior“) beträgt

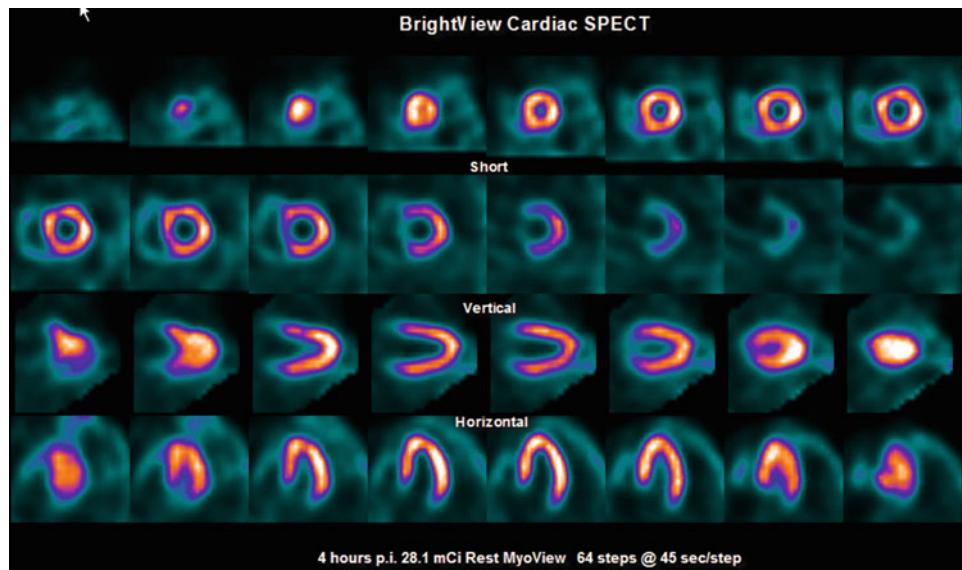
$$S_P = k \cdot A \cdot e^{-\mu(D-x)}. \quad (8.14)$$



**Abb. 8.17** Prinzip der vereinfachten Absorptionskorrektur. Ein radioaktives Präparat am schwarzen Punkt sendet viele Gammaquanten aus. Einige davon fliegen nach oben in die erste Gammakamera, andere fliegen nach unten in die zweite Gammakamera. Die einen Gammaquanten werden durch die Strecke  $x$  abgeschwächt, die anderen durch die Strecke  $(D-x)$ . Kennt man den Schwächungskoeffizienten längs des gesamten Weges  $D$ , so lassen sich die gemessenen Signale mit Hilfe des geometrischen Mittels korrigieren



**Abb. 8.18** SPECT System (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 8.19** Cardiac SPECT (Quelle: Philips Healthcare)

**Abb. 8.20** Ganzkörper  
Szintigramm, ventral/dorsal  
(Quelle: SMV GmbH)



Das geometrische Mittel beider Messungen beträgt damit

$$S_{GM} = \sqrt{S_A \cdot S_P} = k \cdot A \cdot e^{-\mu \cdot D/2}. \quad (8.15)$$

Der Wert vom Korrekturfaktor  $e^{-\mu \cdot D/2}$  kann durch eine Transmissionsmessung vor der eigentlichen nuklearmedizinischen Untersuchung für alle Projektionswinkel bestimmt werden

$$\ln\left(\frac{J_0}{J}\right) = \mu \cdot D. \quad (8.16)$$

Die Quantenenergie bei der Transmissionsmessung sollte mit der Quantenenergie des applizierten Präparates übereinstimmen. Meist wird eine kleine Probe des radioaktiven Präparats gegenüber von der SPECT-Kamera angebracht.

Diese Absorptionskorrektur ist natürlich nur eine Näherung. Sie geht davon aus, dass der Schwächungskoeffizient im Körpergewebe homogen ist. Wird das untersuchte Organ

z. B. bei der Anterior-Messung durch einen Knochen abgeschattet und bei der Posterior-Messung nicht, so erhält man nach wie vor einen Bildfehler.

Eine bessere aber auch aufwändiger Absorptionskorrektur erhält man, wenn man aus den Transmissionsmessungen mit den Methoden der Röntgen-CT ein echtes Schnittbild der Schwächungskoeffizienten  $\mu(x, y)$  rekonstruiert. Bei der Bildrekonstruktion bietet sich das iterative Verfahren an, bei dem ja sukzessive „vorwärts“ gerechnet wird. Bei kleinen Zählraten sind diese CT-Bilder aber stark verrauscht und verbessern die Bildqualität nicht wirklich.

### 8.6.3 Anwendungen der SPECT

Die Anwendungen der SPECT liegen in ähnlichen Bereichen wie die planare Szintigraphie, d. h. Tab. 8.7 gibt auch hier einen guten Überblick. SPECT wird immer dann der planaren Szintigraphie vorgezogen, wenn eine echte 3D-Aktivitätsverteilung für die Diagnostik nötig ist.

Ein besonders wichtiges Einsatzgebiet der SPECT, welches ein Schnittbildverfahren voraussetzt und daher in Tab. 8.7 nicht genannt ist, ist die Vitalitätsdiagnostik des Herzmuskels. Durch SPECT-Aufnahmen mit  $^{201}\text{Tl}$  oder  $^{99}\text{Tc}$  kann die Myokardperfusion abgebildet werden. Diese Untersuchung ergänzt die Koronarangiographie und liefert z. B. wichtige Informationen darüber, ob ein Infarktgebiet durch eine Ballondilatation oder Bypass-Operation wieder zum Leben erweckt werden kann oder ob es sich um endgültig vernarbtes Gewebe handelt.

---

## Literatur

1. Hütten H.: Biomedizinische Technik Band 1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1992.
2. Morneburg H.: Bildgebende Systeme für die medizinische Diagnostik. Erlangen: Publicis 1995.
3. Webb A.: Introduction to Biomedical Imaging. Hoboken: John Wiley 2003.
4. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis 2005.
5. Kötz K. und Botterweck H. Szintigraphie und SPECT. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.
6. van Audenhaege K., van Holen R., Vandenberghe A., Vanhove Ch., Metzler S.D., Moore S.C.: Review of SPECT collimator selection, optimization, and fabrication for clinical and preclinical imaging. Medical Physics 42, 4796–4813, 2015.

Die Positronen-Emissions-Tomographie PET gehört mit der Szintigraphie und der Single Photon Emission Computed Tomography SPECT zu den nuklearmedizinischen bildgebenden Verfahren. Als Tracer werden hier Positronen-Strahler eingesetzt. Der Nachweis eines Zerfallsereignisses geschieht hier – wie bei der Szintigraphie und SPECT – über die Messung von Gamma-Quanten. Der wesentliche Unterschied zur Szintigraphie und SPECT liegt darin, dass bei der PET immer zwei Gamma-Quanten entstehen, die den Körper genau gleichzeitig und in genau entgegengesetzter Richtung verlassen. Das kann für die Bildgebung hervorragend genutzt werden. Die Logistik zur Herstellung „frischer“ Positronen-Strahler ist zwar deutlich aufwändiger als bei der Szintigraphie und SPECT, aber die Bilder haben oft eine deutlich bessere Qualität und Aussagekraft.

Die kernphysikalischen Grundlagen und die Messtechnik von Gamma-Quanten wurden bereits in Kap. 8 erläutert. Der Leser/die Leserin sollte die ersten Abschnitte von Kap. 8 gelesen haben, bevor er/sie sich diesem Kapitel zuwendet.

---

## 9.1 Die Methodik bei der Positronen-Emissions-Tomographie

Bei der PET-Methode werden die Moleküle, die man im Körper des Patienten verfolgen möchte, mit einem Positronen-Strahler markiert. Diese Positronen stoßen schon nach einem sehr kurzen Weg mit einem Elektron zusammen und erzeugen dabei zwei Gamma-Quanten (Annihilation), die dann detektiert werden. Diese Prozesse (Positronen-Emission, Annihilation, Detektion) sollen im Folgenden genauer beschrieben werden.

Bei der Positronen-Emission wandelt sich im Kern eines Elementes ein Proton in ein Neutron n, ein Positron  $e^+$  und ein Neutrino  $\nu$  um:



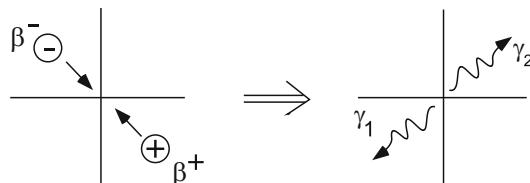
Eine verkürzte Schreibweise, bei der nur noch die Hauptakteure genannt werden, lautet:



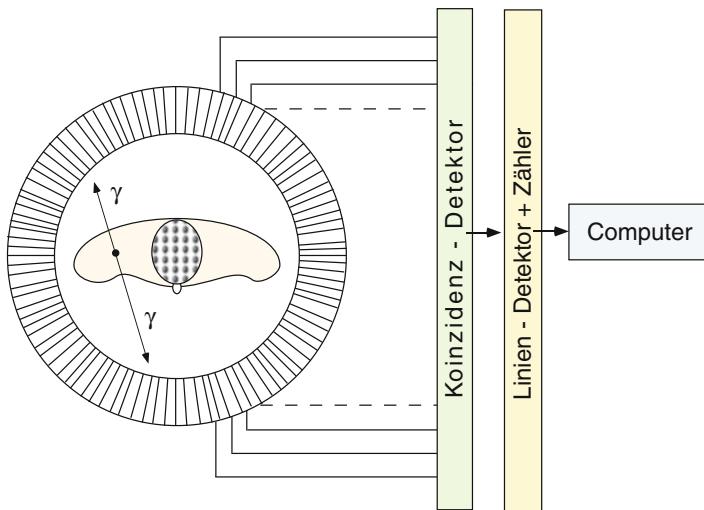
Die für die Nuklearmedizin wichtigsten Positronenstrahler sind  $^{11}C$ ,  $^{13}N$ ,  $^{15}O$ ,  $^{30}P$  und  $^{18}F$ . Ihre Halbwertszeiten sind in Tab. 8.4 genannt. Sie liegen im Bereich von 2 min bis 100 min, sie sind also sehr kurzlebig. Das ist von Vorteil, da die applizierte Aktivität (typisch 100 MBq bis 200 MBq) in kurzer Messzeit vollständig nachgewiesen werden kann und nach der Untersuchung praktisch kein aktives Radionuklid im Körper des Patienten zurückbleibt. Es ist aber von Nachteil, wenn man an die Nachlieferung des Präparates denkt: Es muss vor Ort oder ganz in der Nähe hergestellt und sofort verabreicht werden.

Bei der Annihilation werden ein Positron und ein Elektron vernichtet und es entstehen zwei Gamma-Quanten (Abb. 9.1). Hierbei wird nach der berühmten Formel  $E=mc^2$  Energie in Form von Masse in Energie in Form von Strahlung umgewandelt. Aus den Ruhemassen von Elektron und Positron ergibt sich, dass die beiden Gamma-Quanten eine Energie von 511 keV haben. Der Weg, den das Positron vom Ort der Entstehung bis zum Zusammenstoß zurücklegt, hängt von der Positronen-Energie ab und davon, wie schnell ein Elektron getroffen wird. Maximale Wege liegen bei 2 mm ( $^{18}F$ ), 5 mm ( $^{11}C$ ), 5 mm ( $^{13}N$ ) und 8 mm ( $^{15}O$ ). Sind Positron und Elektron vor der Annihilation relativ langsam, so müssen die beiden Gamma-Quanten wegen der Impulserhaltung exakt in entgegengesetzte Richtung, d. h. unter  $180^\circ$  fortfliegen. Durch die statistische Verteilung des Restimpulses ergibt sich eine fast gaußförmige Winkelverteilung mit einer Halbwertsbreite von nur  $0,3^\circ$  um den Mittelwert von  $180^\circ$ .

Beim Nachweis der beiden Gamma-Quanten benutzt man eine sogenannte Koinzidenzdetection. Es werden nur solche Ereignisse gezählt und weiter ausgewertet, bei denen zwei Gamma-Quanten gleichzeitig (in einem Zeitfenster von ca. 10 ns bis 20 ns) nachgewiesen werden.



**Abb. 9.1** Annihilation von Positron und Elektron. Dabei werden zwei Gamma-Quanten erzeugt, die in genau entgegengesetzter Richtung fortfliegen



**Abb. 9.2** PET -System. Um den Patienten herum befindet sich ein Ring aus sehr vielen Detektoren. Ereignisse werden nur gezählt, wenn zwei Detektoren gleichzeitig angesprochen haben. Zu jedem Ereignis wird die Linie durch den Patienten bestimmt. Dann wird zu dem zu dieser Linie gehörenden Speicher 1 hinzugezählt

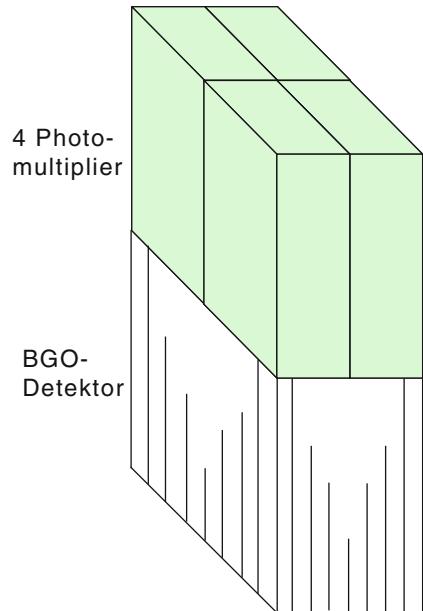
## 9.2 Das PET-System

Um den Körper des Patienten herum wird ein geschlossener Kreis aus vielen Gamma-Detektoren angeordnet. Es werden nur Ereignisse weiter verarbeitet, bei denen zwei Detektoren genau gleichzeitig angesprochen haben (Zeitfenster einstellbar und im nsec-Bereich). Dieser „Koinzidenznachweis“ und die oben erläuterte Tatsache, dass die beiden bei der Annihilation entstehenden Gamma-Quanten in genau entgegengesetzten Richtungen den Körper verlassen, führt dazu, dass die Quelle irgendwo auf einer geraden Verbindungsgeraden zwischen den beiden Detektoren (line of response LOR) gelegen haben muss. Abbildung 9.2 zeigt schematisch ein PET-System.

## 9.3 PET-Detektoren

Der Nachweis der Gamma-Quanten erfolgt mit Szintillatoren und Photomultipliern, die an die speziellen Bedürfnisse eines PET-Systems angepasst sind. Da die Energie der  $\gamma$ -Quanten mit 511 keV relativ groß ist, müssen die Szintillationskristalle eine hohe Dichte haben, um eine große DQE zu erreichen. Hier hat sich Wismutgranat ( $\text{Bi}_4\text{Ge}_3\text{O}_{12}$  = BGO) auch wegen seiner relativ guten Lichtausbeute und seiner guten Zeitauflösung (ca. 10 nsec) durchgesetzt. Neuerdings wird auch Cer-dotiertes Lutetium-Oxyorthosilikat (LSO) eingesetzt, da es eine noch größere Lichtausbeute und eine noch kürzere Abklingdauer aufweist.

**Abb. 9.3** PET-Detektorblock.  
BGO = Wismut-Germanat. Mit dem Anger-Prinzip kann der Ort, wo das Gamma-Quant eingefallen ist, sehr genau mit nur 4 Photomultipliern bestimmt werden



Es ist möglich aber sehr aufwändig hinter jedem Kristall einen Photomultiplier anzugeben. Die räumliche Auflösung ergibt sich dann aus dem kleinstmöglichen Abstand der Photomultiplier. Ein typischer Kompromiss ist eine Anordnung aus 4\*8 oder 4\*4 BGO-Kristallen, die über Lichtleiter an 4 Photomultiplier oder 2 Photomultiplier mit Doppelkathoden angekoppelt sind (Abb. 9.3).

Mit dem Anger-Prinzip (Abb. 8.12) kann der Einfallsort des Gamma-Quants auf ca. 2 mm genau bestimmt werden.

Mit einem Pulshöhenanalysator werden die Signale von gestreuten Gamma-Quanten so gut wie möglich herausgefiltert. Eine Koinzidenz-Schaltung leitet wie oben beschrieben nur solche Ereignisse weiter, bei denen zwei Gamma-Quanten innerhalb eines Zeitfensters von 10 ns bis 20 ns gleichzeitig detektiert wurden.

Um in einem Messzyklus gleich mehrere Schichtbilder zu erhalten (3D-Aufnahme) werden in einigen Systemen 4 bzw. 8 Detektorringe eingesetzt. Meistens werden nur Koinzidenzen innerhalb eines Ringes ausgewertet. Um nicht durch „schräg“ laufende Ereignisse die Totzeit unnötig zu erhöhen oder Vierfach-Koinzidenzen zu erhalten, werden dann Lamellen aus Wolfram (Septen) zwischen die einzelnen Detektorringe eingeschoben. PET-Scanner haben heute auf einem Ring von ca. 1 m Durchmesser ca. 600 Detektoren.

Es werden heute auch Detektoren vorgeschlagen, mit denen grob die Wechselwirkungstiefe (Depth of Interaction DOI) bestimmt werden kann. Damit können die negativen Auswirkungen von Ereignissen, die nicht aus dem Zentrum des Systems kommen und damit schräg in die Detektoren einfallen (Parallaxeneffekt) reduziert werden.

Wichtig ist, dass bei PET-Scannern keine Kollimatoren eingesetzt werden müssen wie bei der SPECT. Man spricht auch von einem „elektronischen Kollimator“, da die Koinzidenzschaltung unmittelbar die Linie erkennen lässt, auf der das Isotop im Körper war (line of response LOR). Daher (und weil der Detektorring die vollen 360° umfasst) kann von der applizierten Aktivität ein viel größerer Prozentsatz nachgewiesen werden als bei der SPECT. Für eine vergleichbare Quantenstatistik kommt PET also mit einer kleineren Aktivität aus.

Mit neueren Detektoren kann die Zeit, zu der ein Gamma-Quant in einen Detektor fällt, auf 500 ps genau bestimmt werden. In 500 ps legt das Licht in Luft ca. 150 mm zurück. Damit kann man die Entfernung zwischen dem Detektor und der Quelle des Gamma-Quants auf 150 mm genau angeben. Diese Information kann bei den algebraischen Rekonstruktionstechniken verwendet werden, um zu besseren Bildern zu gelangen (Time-of-Flight Technologie TOF-PET).

Seit einigen Jahren wird daran gearbeitet, die Photomultiplier durch Photodioden zu ersetzen. Diese Entwicklung wurde auch durch den Wunsch nach PET Scannern vorangetrieben, die innerhalb oder wenigstens in der Nähe von MR-Tomographen funktionieren. Photomultiplier arbeiten nicht in einem starken Magnetfeld. Daher wurden spezielle Avalanche Photodioden entwickelt, die an die PET Szintillatoren angepasst sind.

---

## 9.4 Herstellung der Isotope

Die PET-Isotope müssen wegen der kurzen Halbwertszeit in der Nähe des PET-Scanners hergestellt werden. Üblich ist die Herstellung mit Zyklotrons, in denen z. B. Protonen auf Energien von typisch 10 MeV beschleunigt werden. Diese Protonen werden auf ein Target geschossen. Häufig werden gasförmige Targets in Hochdruckkammern verwendet.

Eine Auswahl von möglichen Kernreaktionen (beschrieben in der Nomenklatur von Abschn. 8.2) lautet



Die gewünschten Isotope müssen dann so schnell wie möglich und in abgeschirmter Umgebung in ein Molekül eingebunden werden, welches dann im Körper des Patienten verfolgt werden soll (Tracer). Eine kleine Auswahl zeigt Tab. 9.1.

Es wird deutlich, dass es ein großes Forschungsgebiet ist, für eine spezifische diagnostische Fragestellung das geeignete Molekül auszuwählen, den dynamischen Verlauf von Anreicherung und Ausscheidung zu bestimmen und damit die funktionellen Prozesse im Körper abzubilden.

**Tab. 9.1** Typische mit Positronen-Strahlern markierte Moleküle

( <sup>18</sup> F) -2	Desoxy-D-Glucose (FDG)
<sup>11</sup> C	Glucose
<sup>18</sup> O	Wasser
C <sup>15</sup> O <sub>2</sub>	Kohlendioxid
<sup>13</sup> NH <sub>3</sub>	Ammoniak
<sup>11</sup> C	Palmitinsäure (CPA)
<sup>11</sup> C	Acetat

## 9.5 Auflösung

Die räumliche Auflösung der PET-Methode wird durch folgende Größen bestimmt:

- die mittlere freie Weglänge der Positronen (einige mm),
- die Halbwertsbreite der Winkelverteilung um 180° (typisch 0,3°),
- die Genauigkeit, mit der ein Gamma-Quant im Detektorring lokalisiert werden kann (einige mm).

Wichtig ist auch, dass Ereignisse, bei denen die beiden Gamma-Quanten nicht durch das Zentrum des Scanners laufen, wegen ihres schrägen Durchgangs durch den Detektorring nicht so genau lokalisiert werden können. So ergibt sich eine physikalisch erreichbare Auflösung von 2 mm bis 3 mm.

---

## 9.6 Bildrekonstruktion

Offensichtlich werden auch beim PET-Verfahren Linienintegrale der Aktivität gemessen. Anders als bei Röntgen-CT und SPECT bestimmt nicht die Maschine, welche Projektion gerade gemessen wird. Jedes gemessene Ereignis kann nachträglich einer Projektion zugeordnet werden. Werden alle Ereignisse richtig in den Radon-Raum eingetragen ergibt sich eine Häufigkeitsverteilung im Radon-Raum, die dann mit allen im Kap. 5 beschriebenen Verfahren in ein Bild umgerechnet werden kann.

Auch hier spielt wie bei SPECT das Quantenrauschen eine große Rolle. Ist die Zahl der gemessenen Ereignisse zu klein müssen die hohen Raumfrequenzen bei der Rekonstruktion abgeschnitten werden und die Punktbildfunktion ist deutlich breiter als die oben genannten 3 mm.

Ähnlich wie bei SPECT bereits diskutiert, sind die iterativen algebraischen Rekonstruktionsverfahren (Algebraic Reconstruction Technique ART) zwar aufwändiger und beanspruchen mehr Rechenzeit, sie lassen aber eine genaue Modellierung der Emissionsstatistik (Poisson-Rauschen, Maximum Likelihood Algorithmen ML) und der

Absorptionsprozesse (vergl. Abschn. 8.7.6, Maximum Expectation Algorithmen ME) zu und können daher bessere Bilder liefern. Die Konvergenz wird durch „Ordered Subset-Methoden“ (OSEM) verbessert.

## 9.7 Abbildungsfehler und Absorptionskorrektur

Zu Abbildungsfehlern führen folgende Phänomene:

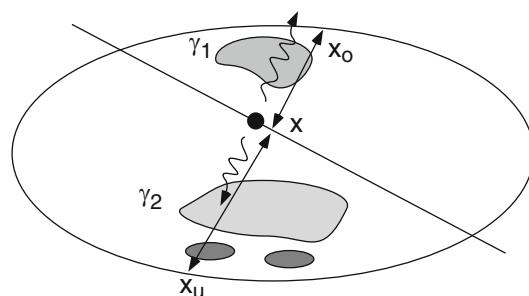
- Die Linienintegrale werden bei Ereignissen, die nicht durchs Zentrum gehen, immer breiter (schräger Einfall in den Detektorring, Parallaxeneffekt).
- Die Gamma-Quanten können auf ihrem Weg zum Detektor im Körper absorbiert werden.
- Es können zufällige Koinzidenzen auftreten, wenn die Zählrate zu hoch ist.
- Es können gestreute Quanten nachgewiesen werden, so dass die Verbindungsline zwischen beiden Detektoren nicht durch den Ort der Quelle geht.

Die Absorptionskorrektur kann ähnlich wie bei der SPECT erfolgen, ist aber bei genauerer Betrachtung viel exakter: Die Wahrscheinlichkeit  $W_1$  für das Quant  $\gamma_1$  einen Detektor zu erreichen beträgt (Abb. 9.4)

$$W_1 = k_1 \cdot e^{-\int_{x_0}^{x_p} \mu(x) dx} \quad (9.4)$$

mit:  $k$  = Proportionalitätsfaktor,  
 $\mu$  = Schwächungskoeffizient.

**Abb. 9.4** Prinzip der Absorptionskorrektur bei der PET. Ist das Integral des Schwächungskoeffizienten längs einer Linie bekannt, können die Zählraten korrigiert werden



Analog bestimmt man  $W_2$

$$W_2 = k_2 \cdot e^{-\int_{x_u}^x \mu(x) dx} \quad . \quad (9.5)$$

Die Wahrscheinlichkeit für ein Koinzidenz-Ereignis beträgt damit

$$W_{ges} = W_1 \cdot W_2 = k_1 \cdot k_2 \cdot e^{-\int_{x_u}^{x_o} \mu(x) dx} \quad . \quad (9.6)$$

Wird in einer Transmissionsmessung (vorzugsweise mit 511 keV-Quanten) das Linienintegral

$$\int_{x_u}^{x_o} \mu(x) dx = \ln \frac{J_0}{J} \quad (9.7)$$

bestimmt, so ist eine exakte Absorptionskorrektur möglich, auch wenn die Schwächungskoeffizienten längs ihres Weges oben und unten sehr unterschiedlich sind.

## 9.8 Anwendungen der PET

Tabelle 9.2 zeigt die wichtigsten Anwendungsbereiche der PET-Methode. Neben den vielen klinischen Anwendungen ist PET ein wichtiges Instrument zur Erforschung funktioneller Prozesse im Körper.

Auch hier gilt wie bei SPECT, dass es bei einfachen PET Systemen nicht leicht ist, das funktionelle Bild der PET mit den morphologischen Bildern z. B. aus der CT zusammenzuführen. Natürlich kann man Marker am Körper des Patienten befestigen, die in beiden

**Tab. 9.2** Die wichtigsten Anwendungsbereiche der PET-Methode

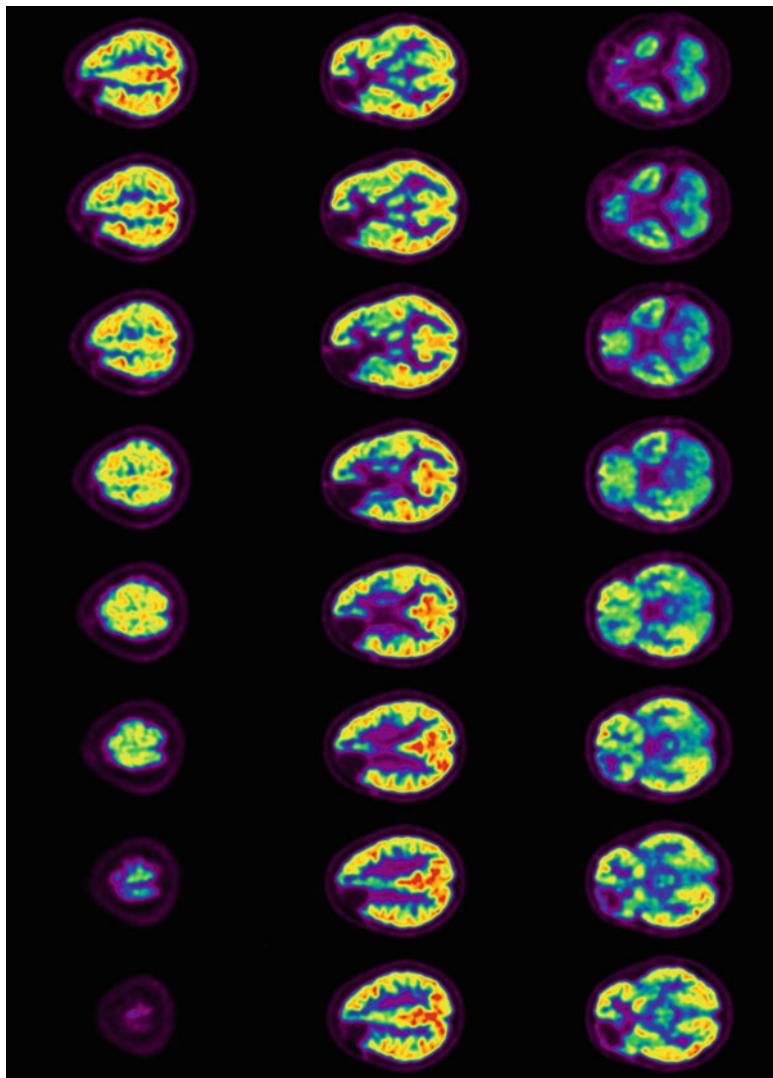
Onkologie	Tumorlokalisierung, Tumorwachstumsraten,	Metastasierung, Verlaufskontrolle bei der Therapie
Neurologie	Epilepsiediagnostik, Alzheimerdiagnostik,	Schlaganfall/Ischämie, funktionelle Bildgebung
Kardiologie	Durchblutung und Stoffwechsel im Myokard, Ischämie, Infarktdiagnostik (Vitalitäts-Studien)	
Pharmaforschung	Aufklärung der Wirkungsweise von Medikamenten, Entwicklung neuer Medikamente	

Systemen sichtbar sind („fiducial marker“). Das ist aber aufwändig, fehleranfällig und nicht besonders genau. So sind – wie bei SPECT – heute überwiegend Kombinationen aus PET und CT im Einsatz („PET-CT“). Auch hier werden einfach ein PET System und ein CT-Scanner zusammengesetzt, so dass der Patient ohne aufzustehen zu müssen nacheinander durch beide Systeme geschoben wird. Damit gelingt eine einfache und genaue Überlagerung der Bilder beider Modalitäten mit einem hohen diagnostischen Wert. Die Absorptionskorrektur kann mit Hilfe des CT Bildes vereinfacht werden, ist aber nicht so genau wie die in Abschn. 9.7 beschriebene Methode. Der CT-Scanner misst ja die Röntgenschwächungs-koeffizienten bei der Quantenenergie des CT-Scanners (z. B. 150 keV) und die liegt typischerweise weit unter der Quantenenergie der PET (511 keV). Daher müssen an Hand des CT-Bildes die Röntgenschwächungskoeffizienten bei 511 keV geschätzt werden, bevor die Absorptionskorrektur vorgenommen werden kann (Abb. 9.5, 9.6, und 9.7).

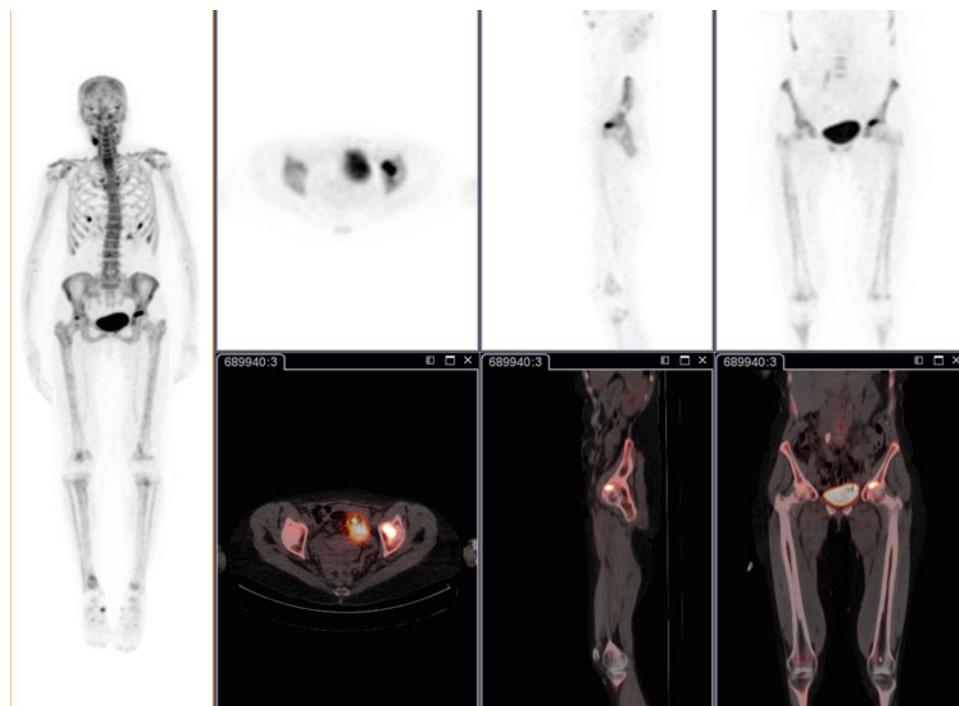
Seit kurzem gibt es auch Kombinationen aus PET-Scannern und Magnetresonanztomographen: PET-MRI. Dies war eine große Herausforderung, da die gängigen Detektoren der PET mit Photomultipliern ausgerüstet sind, die in starken Magnetfeldern nicht funktionieren (siehe Abschn. 9.3). Mit der Entwicklung von speziellen Avalanche-Photodioden wurde es möglich, einen PET-Insert für MR-Tomographen zu realisieren. Im Vergleich zu den PET-CT Systemen ist nun eine echte Gleichzeitigkeit der beiden Messungen möglich. Weiterhin zeigen die MRT-Bilder bei neurologischen Fragestellungen einen besseren Kontrast als die CT-Bilder.



**Abb. 9.5** PET-CT System (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 9.6** PET Aufnahme vom Gehirn (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 9.7** PET Aufnahme vom Knochen (Quelle: Philips Healthcare)

---

## Literatur

1. Ollinger J.M. and Fessler J.A.: Positron-emission tomography, IEEE Signal Processing Magazine, vol. 14, pp. 43–55, 1997.
2. Phelps M.E.: PET: Physics, instrumentation, and scanners. New York: Springer Science + Business Media, LLC, 2006.
3. Judenhofer M.S., et al.: Simultaneous PET-MRI: a new approach for functional and morphological imaging. nature medicine 14, 459–465, 2008.
4. Jakoby B.W., Bercier Y., Conti M., Casey M.E., Bendriem B., Townsend D.W.: Physical and clinical performance of the mCT time-of-flight PET/CT scanner. Phys. Med. Biol. 56, 2375–2389, 2011.
5. Beer S. und Botterweck H.: PET. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.

Die Bildgebung mit Ultraschall hat in den letzten Jahren immer mehr an Bedeutung gewonnen. Die Gründe sind: das Verfahren ist flexibel, mobil, preiswert und es kommt bei richtiger Anwendung zu keinerlei Schaden am Patienten. Auch Kinder und Schwangere können ohne Bedenken mit Ultraschall untersucht werden. Schließlich konnte die Bildqualität immer weiter gesteigert werden, so dass die Bilder heute einen hohen diagnostischen Wert haben. Hinzu kommt die Möglichkeit, mit Hilfe des Doppler-Ultraschalls auch das in den Gefäßen fließende Blut abzubilden.

---

## 10.1 Wellengleichung für Schallwellen in Flüssigkeiten und Gasen

Zur Ableitung der Wellengleichung für Ultraschall in Flüssigkeiten (und Gasen) sind folgende drei Gleichungen wichtig:

- Die Euler-Gleichung ist das Analogon zur Gleichung „Kraft ist Masse mal Beschleunigung“:

$$-\nabla p = \rho \frac{d\vec{v}}{dt} \quad (10.1)$$

Dabei ist  $v$  die sogenannte Schallschnelle, das ist die momentane Geschwindigkeit der Masseteilchen in der Flüssigkeit oder in dem Gas (nicht zu verwechseln mit der Schallgeschwindigkeit, sie unten!),  $p$  ist wie üblich der Druck und  $\rho$  ist die Dichte.

- Die Kontinuitätsgleichung besagt: wenn Masse aus einem Volumenelement herausfließt, dann nimmt darin die Dichte ab:

$$-\nabla(\rho \vec{v}) = \frac{d\rho}{dt} \quad (10.2)$$

- Die Zustandsgleichung für Flüssigkeiten und Gase gibt einen Zusammenhang zwischen Druck und Dichte an. Für kleine Druckschwankungen kann man die lineare Näherung verwenden:

$$p = p(\rho, T) \quad \frac{1}{\kappa_0} = \rho_0 \left. \frac{\partial p}{\partial \rho} \right|_{\rho=\rho_0} \quad \kappa_0 = - \left. \frac{1}{V_0} \frac{\partial V}{\partial p} \right|_{p=p_0} \quad (10.3)$$

Dabei ist  $\kappa_0$  die Kompressibilität (nicht zu verwechseln mit dem Adiabatenexponenten!).

Daraus folgen unmittelbar die beiden Gleichungen

$$-\nabla p = \rho_0 \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} \quad -\nabla \vec{v} = \kappa_0 \frac{\partial p}{\partial t} \quad (10.4)$$

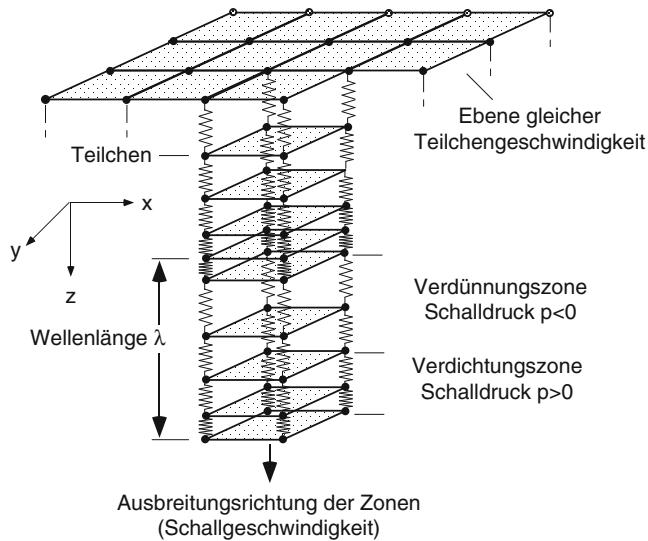
Lässt man auf beide Gleichungen rechts und links den Divergenz-Operator wirken und setzt dann die jeweils andere Gleichung ein, so erhält man die Wellengleichungen:

$$\Delta p - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p}{\partial^2 t} = 0 \quad \Delta \vec{v} - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 \vec{v}}{\partial^2 t} = 0 \quad (10.5)$$

wobei  $c_0$  die Abkürzung für die Schallgeschwindigkeit ist (Abb. 10.1):

$$c_0 = \frac{1}{\sqrt{\rho_0 \kappa_0}} \quad (10.6)$$

Die Schallgeschwindigkeit ist die Geschwindigkeit mit der sich bei einer langen sinusförmigen Welle die Wellenberge bzw. Wellentäler vorwärts bewegen (Phasengeschwindigkeit). Der menschliche Körper verhält sich weitgehend wie eine Flüssigkeit, d.h. die oben genannte Wellengleichung ist im Körper gültig. Geben wir typische Werte für die Dichte von Weichteilgewebe von ca.  $1000 \text{ kg/m}^3$  und für die Kompressibilität von  $450 \cdot 10^{-12} \text{ m}^2/\text{N}$ , so ergibt sich eine typische Schallgeschwindigkeit im Körper von ca.  $1500 \text{ m/s}$ .



**Abb. 10.1** Schallausbreitung in Flüssigkeiten und Gasen

Die Wellengleichung hat viele Lösungen. Eine Auswahl von wichtigen Lösungen soll hier genannt werden:

$$\text{Triviale Lösungen : } p = \text{constant in Raum und Zeit} \quad (10.7)$$

Ebene Wellen:

$$\begin{aligned} p(z, t) &= \hat{p} \cos(\omega t - kz) & p(z, t) &= \operatorname{Re}\{\hat{p} e^{j(\omega t - kz)}\} & \underline{p}(z, t) &= \hat{p} e^{j(\omega t - kz)} \\ \vec{v}(z, t) &= \hat{v} \vec{e}_z \cos(\omega t - kz) & \vec{v}(z, t) &= \operatorname{Re}\{\hat{v} \vec{e}_z e^{j(\omega t - kz)}\} & \underline{\vec{v}}(z, t) &= \hat{v} \vec{e}_z e^{j(\omega t - kz)} \end{aligned} \quad (10.8)$$

Kugelwellen:

$$\underline{p}(\vec{r}_1, t) = \hat{p} \frac{e^{j(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{R})}}{|\vec{R}|} \quad \vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (10.9)$$

mit:  $r_1$ : Ort der Messung,  $r_2$ : Ort der Quelle

Hierbei gelten folgende Beziehungen:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{Wellenzahl } (\lambda = \text{Wellenlänge}). \quad (10.10)$$

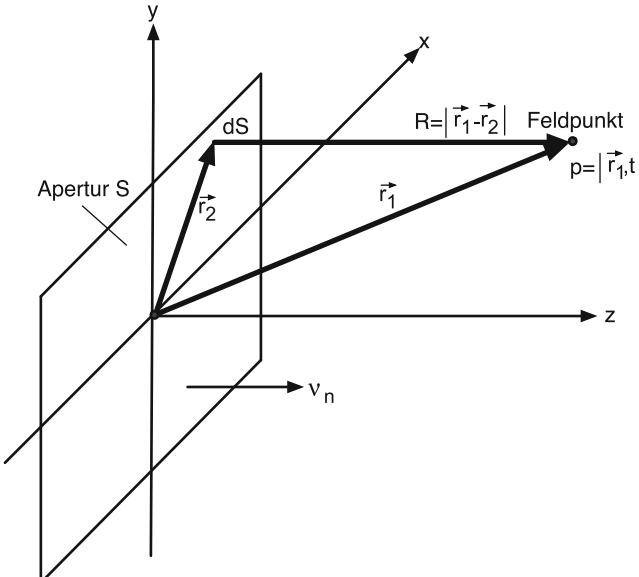
$$\omega = 2\pi f \quad \text{Kreisfrequenz } (f = \text{Frequenz}). \quad (10.11)$$

$$c = \frac{\omega}{k} \quad (10.12)$$

Angelehnt an das Prinzip von Huygens (jeder Punkt einer sich ausbreitenden Welle kann als Ausgangspunkt einer Kugelwelle angesehen werden) kann man das Schallfeld hinter einer Fläche berechnen, bei der sich die Flächenelemente mit einer Schallschnelle  $v_n$  bewegen (Apertur, Abb. 10.2):

$$p(\vec{r}_1) = \frac{j\omega\rho_0}{2\pi} \hat{v}_n \cdot \int_S \frac{e^{j(\omega t - \vec{k}\vec{R})}}{R} dS \quad \vec{R} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \quad (10.13)$$

In Abb. 10.2 wird auch ein Koordinatensystem definiert, bei dem sich eine Welle in z-Richtung ausbreitet. Die Ebene, in der später ein 2D-Bild aufgespannt werden soll, ist die x-z-Ebene, wobei die x-Achse als laterale Richtung bezeichnet wird.



**Abb. 10.2** Berechnung eines Schallfeldes mit Hilfe des Prinzips von Huygens. Die Fläche, welche die Schallwelle erzeugt, wird Apertur genannt

Das 2D-Ultraschall-Bild ist ein Fächer durch den Körper mit einer endlichen Dicke in  $y$ -Richtung. Diese Richtung wird elevationale Richtung genannt.

Die Differenzialgleichungen der Schallausbreitung zeigen eine Analogie zu den Gleichungen, welche die Signalausbreitung in einem Koaxialkabel beschreiben. Im Koaxial-Kabel (wie in jeder Zweidraht-Leitung) gilt (vergl. Gl. 10.4):

$$-\frac{du(z,t)}{dz} = L \cdot \frac{di(z,t)}{dt} \quad -\frac{di(z,t)}{dz} = C \cdot \frac{du(z,t)}{dt} \quad \frac{d^2u}{dt^2} - \frac{1}{c^2} \frac{d^2u}{dz^2} = 0 \quad (10.14)$$

$$c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad Z_0 = \frac{u(z)}{i(z)} = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (10.15)$$

mit:  $L$  = Induktivität pro Länge,  $C$  = Kapazität pro Länge,  $Z$ : Wellenimpedanz

Danach kann man folgende Übersetzungstabelle definieren:

$$\begin{aligned} p(z,t) &\leftrightarrow u(z,t) \\ v(z,t) &\leftrightarrow i(z,t) \end{aligned} \quad (10.16)$$

Diese Analogie lässt sich fortsetzen, indem man die Schallimpedanz  $Z$  folgendermaßen definiert:

$$\frac{\hat{p}}{\hat{v}} = Z_0 \quad (10.17)$$

Setzt man die Lösung der Wellengleichung für ebene Wellen (Gl. 10.8) in die Gl. 10.4 ein ergibt sich:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{\rho_0}{\kappa_0}} = \rho \cdot c \quad (10.18)$$

Die Einheit der Schallimpedanz  $Z$  ist  $\text{kg}/(\text{m}^2\text{s})$ . Es ist eine Größe, die das Material charakterisiert, in dem sich die Welle ausbreitet. Die Schallimpedanz spielt eine wichtige Rolle bei der Reflexion und Transmission von Wellen an Grenzflächen, ähnlich wie die Impedanz von Kabeln und Abschlusswiderstände in der Hochfrequenztechnik (siehe Abschn. 10.2). Die Schallimpedanz von Luft und Fett/Hirn/Muskel unterscheiden sich erheblich. Auch die Impedanz von Knochen weicht deutlich von der Impedanz von anderen Körperteilenbarten ab.

**Tab. 10.1** Schallfeldgrößen für verschiedene biologische Materialien [5]

Substanz	c [m/s]	Z [ $10^6 \text{ kg m}^{-2}\text{s}^{-1}$ ]	$\rho [\text{g/cm}^3]$
Luft	331	43	0,013
Fett	1470	$1,42 \cdot 10^5$	0,97
Wasser	1492	$1,48 \cdot 10^5$	0,9982
Hirn	1530	$1,56 \cdot 10^5$	1,02
Muskel	1568	$1,63 \cdot 10^5$	1,04
Knochen	3600	$6,12 \cdot 10^5$	1,7

Außerdem kann man aus der Analogie zu Strom und Spannung die Gleichung für die Schallintensität finden („Spannung mal Strom gleich Leistung“):

$$J(z) = \frac{1}{T} \int_0^T p(z, t) \cdot |\vec{v}_z(z, t)| dt \quad (10.19)$$

Die Einheit der Schallintensität ist  $\text{W/m}^2$  und entspricht der gemittelten Schallenergie, die pro Zeit durch eine gegebene Fläche hindurchtritt.

Typische Materialwerte sind in Tab. 10.1 zusammengefasst.

## 10.2 Schallwellenausbreitung im Körper

### 10.2.1 Reflexion und Brechung an Grenzflächen

Schallwellen werden an Grenzflächen zwischen Gebieten mit unterschiedlicher Schallimpedanz teilweise reflektiert und teilweise hindurch gelassen (Abb. 10.3).

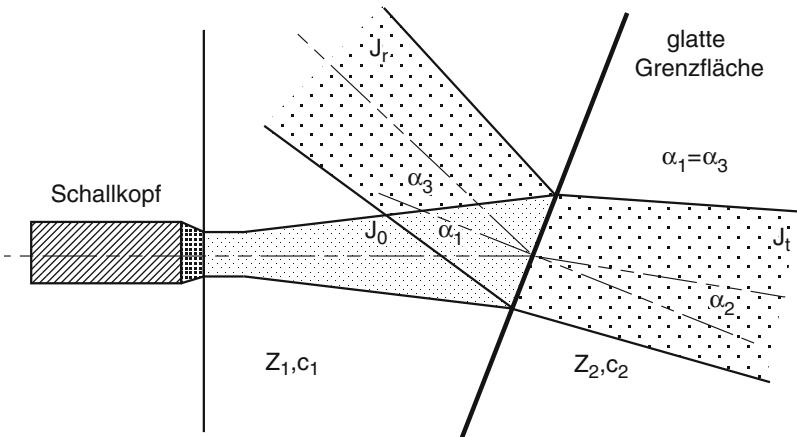
Für den Reflexionskoeffizienten R gilt allgemein:

$$R = \frac{J_r}{J_e} = \frac{(Z_2 \cdot \cos(\theta_e) - Z_1 \cdot \cos(\theta_t))^2}{(Z_2 \cdot \cos(\theta_e) + Z_1 \cdot \cos(\theta_t))^2} \quad (10.20)$$

und bei senkrechtem Einfall:

$$R = \frac{J_r}{J_e} = \frac{(Z_2 - Z_1)^2}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (10.21)$$

Dabei sind  $J_e$ ,  $J_r$  und  $J_t$  die einfallende, die reflektierte und die transmittierte Schallintensität.



**Abb. 10.3** Schall-Reflexion und -Transmission an einer Grenzfläche

Für den Transmissionskoeffizienten  $T$  gilt allgemein

$$T = \frac{J_t}{J_e} = \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2 \cdot \cos(\theta_e) \cdot \cos(\theta_t)}{(Z_2 \cdot \cos(\theta_e) + Z_1 \cdot \cos(\theta_t))^2} \quad (10.22)$$

und bei senkrechtem Einfall:

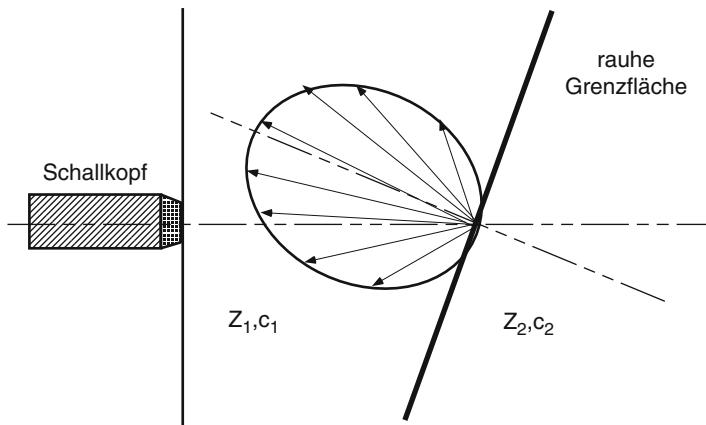
$$T = \frac{J_r}{J_e} = \frac{4 \cdot Z_1 \cdot Z_2}{(Z_2 + Z_1)^2} \quad (10.23)$$

Man erkennt sofort: Die Grenzflächen zwischen unterschiedlichen Weichgewebearten führen zu schwachen Reflexionen, aber die Grenzflächen zwischen Weichgewebe und Luft und zwischen Weichgewebe und Knochen zeigen sehr starke Reflexionen. Das könnte man für einen Vorteil halten: starke Reflexion = gute Sichtbarkeit im Echo. Tatsächlich ist es aber eher ein Nachteil, da keine Schallintensität hinter diese Grenzflächen gelangt. Damit bleibt alles Gewebe hinter einer Luftsicht und auch alles Gewebe hinter einem Knochen für die konventionelle Ultraschallbildung unsichtbar.

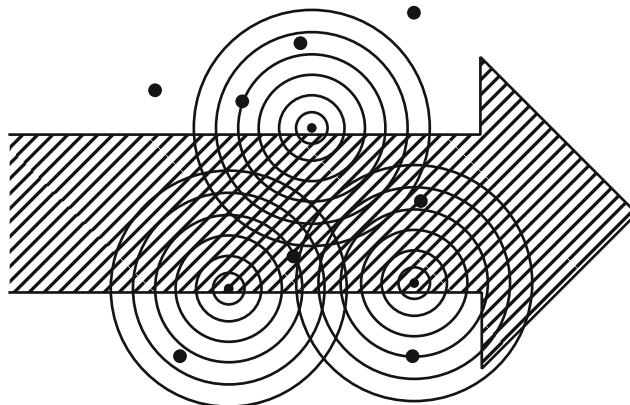
Abbildung 10.4 zeigt, dass bei rauen Grenzflächen auch dann ein Echo im Schallkopf registriert werden kann, wenn die Grenzfläche nicht genau senkrecht zum Ultraschallstrahl angeordnet ist. Der diffus reflektierte Strahlungskegel ist um so breiter, je kleiner die Wellenlänge und je größer die Rauigkeitstiefe der Grenzfläche ist.

An Grenzflächen mit unterschiedlichen Schallgeschwindigkeiten kommt es zur Brechung, genau wie aus der Optik bekannt. Es gilt das Snelliussche Brechungsgesetz:

$$\frac{\sin(\theta_t)}{c_2} = \frac{\sin(\theta_e)}{c_1} \quad (10.24)$$



**Abb. 10.4** Schallcharakteristik bei Streuung an einer rauen Grenzfläche [5]

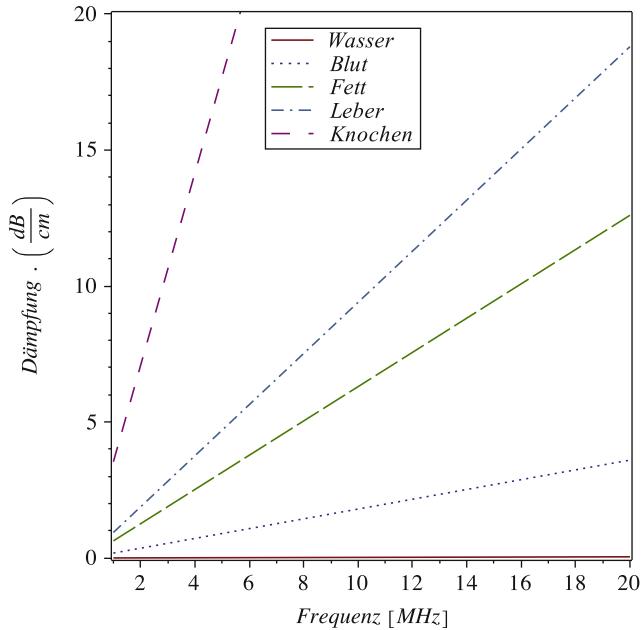


**Abb. 10.5** Streuung von Ultraschall an kleinen Streukörpern im Gewebe

Damit kommt der Schall, der schräg durch eine Grenzfläche zwischen Gebieten mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit hindurch tritt, nicht unbedingt aus der geradlinigen Verlängerung der Schallrichtung.

### 10.2.2 Streuung und Speckle-Rauschen

Auch in den Gebieten zwischen den Grenzflächen werden Ultraschall-Echos erzeugt, die für die Struktur des Gewebes charakteristisch sind. Ursache ist die Streuung der Ultraschall-Welle an kleinen Inhomogenitäten und Streukörpern. Die Intensität und die Struktur dieser Echos können dem Arzt/der Ärztin wichtige Informationen über das Gewebe geben (Abb. 10.5).



**Abb. 10.6** Abhängigkeit der Dämpfung von der Frequenz (schematisch)

Ultraschall ist ein Wellenphänomen, und das bedeutet, dass auch positive und negative Interferenzen beobachtet werden. Kommen aus einem Volumenelement mehrere Echo-Wellen mit leicht unterschiedlicher Laufzeit zurück, so können sie sich in dem einen Volumenelement verstärken und im benachbarten Volumenelement reduzieren. Daher beobachtet man auch im Ultraschall-Bild eines homogenen Gewebes ein relativ starkes Rauschen. Da die positiven und negativen Überlagerungen sich einige Sekunden später beispielsweise durch kleine Temperaturveränderungen umkehren können, verändert sich das Rauschmuster kontinuierlich (es „wabert“). Dieses Rauschen nennt man „Speckle-Rauschen“.

### 10.2.3 Absorption

Die Schallintensität  $J$  einer ebenen Schallwelle nimmt mit der Eindringtiefe  $z$  in ein homogenes Material kontinuierlich ab. Es gilt das bekannte Exponentialgesetz (Abb. 10.6)

$$J(z) = J_0 \cdot \exp(-\mu \cdot z). \quad (10.25)$$

Der Schwächungskoeffizient  $\mu$  hat, ähnlich wie bei der Röntgenstrahlung, einen Absorptions- und einen Streuanteil.

**Tab. 10.2** Eindringtiefe bei verschiedenen US-Frequenzen

Frequenz [MHz]	Eindringtiefe [cm]	Typische Anwendung
1	50	
3,5	15	Fetus, Leber, Herz, Niere
5	10	Gehirn
7,5	7	Prostata
10	5	Pankreas (intraoperativ)
20	1,2	Auge, Haut
40	0,6	Intravaskuläre Untersuchungen

$$\mu = \mu_s + \mu_a \quad (10.26)$$

Der Streuanteil  $\mu_a$  von Lebergewebe beträgt beispielsweise ca. 20 % vom Schwächungskoeffizienten  $\mu$ . Die absorbierte Schallintensität führt zu einer Erwärmung des Gewebes. Der Schwächungskoeffizient ist für verschiedene Gewebearten unterschiedlich und nimmt stark mit der US-Frequenz zu.

Bei 1 MHz liegt der Schwächungskoeffizient in der Größenordnung 1 dB/cm. Für verschiedene Eindringtiefen müssen unterschiedliche Frequenzen gewählt werden.

Da die räumliche Auflösung der Bilder bei höheren Frequenzen besser ist (s. Tab. 10.2), wird immer die größtmögliche Frequenz gewählt. Signale aus größerer Tiefe müssen in der Auswertelektronik mehr verstärkt werden als Signale von oberflächlichen Regionen (s. Time Gain Compensation, TGC Abschn. 10.5.1).

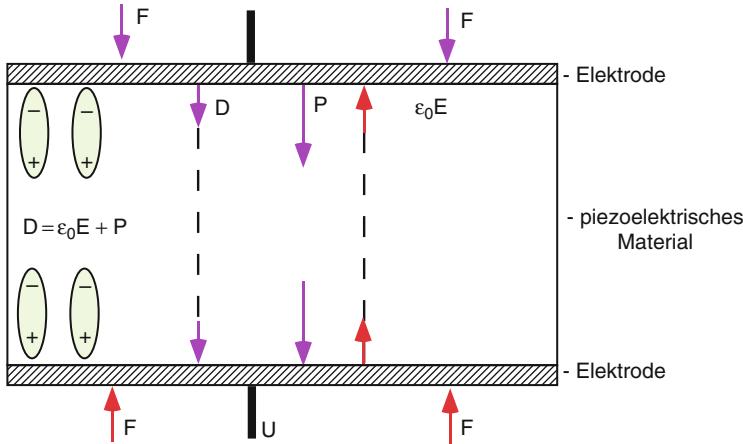
## 10.3 Erzeugung von Schallwellen

### 10.3.1 Aufbau eines US Wandlers

Im Ultraschall-Wandler wird sowohl eine Schallwelle erzeugt und in den Körper abgestrahlt als auch kurz danach das zurückkommende Schallecho nachgewiesen. Dabei wird der piezoelektrische Effekt ausgenutzt (Abb. 10.7). In piezoelektrischen Materialien wird durch eine mechanische Spannung  $T \left[ \frac{N}{m^2} \right]$  eine elektrische Polarisation  $P$  erzeugt. Mit zwei Elektroden lässt sich eine elektrische Spannung  $U \left[ V \right]$  messen. Ein Maß für die Empfindlichkeit eines piezoelektrischen Materials ist der Koeffizient  $g$  für die akustisch-elektrische Wandlung:

$$U = g \cdot T. \quad (10.27)$$

Umgekehrt wird durch Anlegen eines elektrischen Feldes  $E \left[ V/m \right]$  im piezoelektrischen Material eine Dehnung  $S \left[ m/m \right]$  erzeugt. Ein Maß für die Eignung eines



**Abb. 10.7** Der piezoelektrische Effekt

**Tab. 10.3** Koeffizienten für elektrisch-akustische Wandlung  $d$  und akustisch-elektrische Wandlung  $g$

	$d [10^{-12} \text{ m/V}]$	$g [10^{-3} \text{ Vm}^2/\text{N}]$
Quarz	2,3	57
Bariumtitanat	150	17
Bleizirkontitanat (PZT)	150...600	20...40

piezoelektrischen Materials als Ultraschall-Sender ist der Koeffizient  $d$  für die elektrisch-akustische Wandlung:

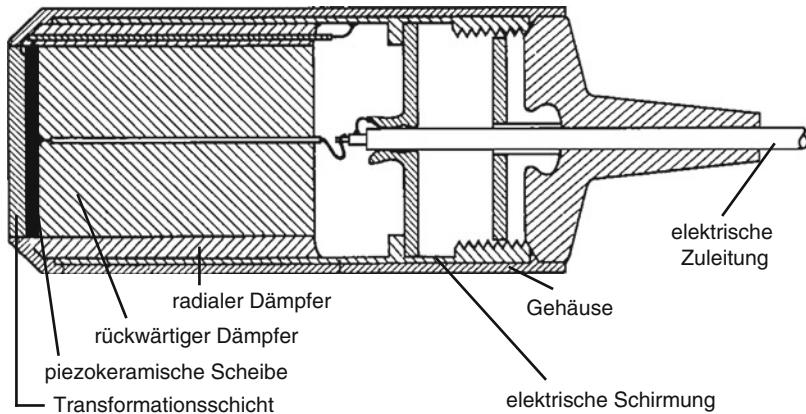
$$S = d \cdot E. \quad (10.28)$$

Tabelle 10.3 zeigt die Werte für einige piezoelektrische Materialien.

Offenbar ist keramisches Bleizirkontitanat am besten für Ultraschall-Wandler geeignet. Abbildung 10.8 zeigt einen kompletten Ultraschall-Wandler. Die Dicke des piezoelektrischen Plättchens wird so gewählt, dass eine stehende Welle der gewünschten Ultraschallfrequenz gerade hineinpasst. Geeignete Zwischenschichten bewirken eine Impedanzanpassung an den Körper. Ein Dämpfer an der Rückseite verhindert unerwünschte Reflexionen.

### 10.3.2 Schallfeld eines kreisförmigen US-Wandlers

Das Schallfeld eines kreisförmigen Ultraschall-Wandlers lässt sich berechnen unter der Annahme, dass jeder Punkt der Ultraschall-Wandler-Oberfläche eine Kugelwelle aussendet (Huygenssches Prinzip, siehe Abschn. 10.1).



**Abb. 10.8** Schnitt durch einen einfachen Ultraschall-Wandler

Es ergeben sich zwei Bereiche: Im Nahbereich kommt es zu starken Interferenzerscheinungen und damit zu einer sehr inhomogenen Intensitätsverteilung. Im Fernbereich erhält man eine sich kontinuierlich aufweitende Strahlkeule. Im dazwischenliegenden „Fokusbereich“ zeigt sich eine Bündelung der Schallintensität. Der Fokusbereich liegt bei  $z/z_F = 1$  bis  $z/z_F = 2$  mit

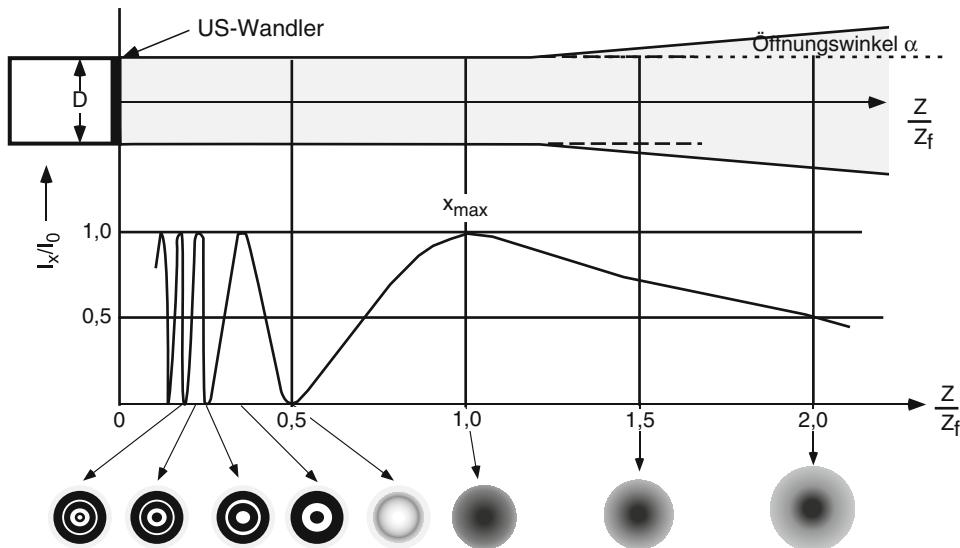
$$z_F = \frac{D^2}{4\lambda} = \frac{D^2}{4c}f, \quad (10.29)$$

mit  $D$ : Durchmesser des Wandlers,  $\lambda$ : Wellenlänge,  $f$ : Frequenz,  $c$ : Schallgeschwindigkeit. Zu einer besseren Fokussierung der Schallintensität gelangt man mit konvex geformten piezoelektrischen Wandlern.

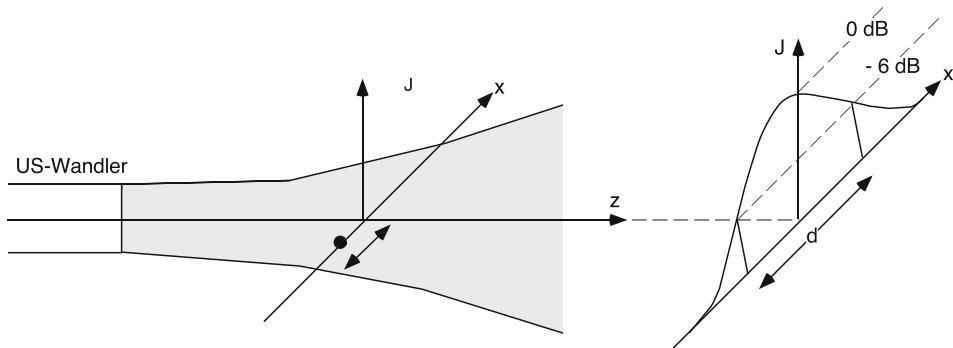
Hinter dem Fokusbereich öffnet sich der Strahlkegel mit einem Winkel  $\alpha$ , für den näherungsweise gilt (Abb. 10.9):

$$\sin \alpha = 1,2 \cdot \frac{\lambda}{D} \quad (10.30)$$

Es wird deutlich: eine kleine Wellenlänge (d. h. eine große Frequenz) führt dazu, dass sich der Fokusbereich in größere Entfernen verschiebt und der Strahlkegel sich weniger schnell öffnet. Weiterhin führt ein kleiner Durchmesser des Ultraschallsenders (eine kleine Apertur) zu einem Verschieben des Fokusbereiches hin zum Sender und zu einem größeren Öffnungswinkel.



**Abb. 10.9** Ultraschall-Intensität eines kreisförmigen Wandlers auf der zentralen Achse und die radiale Intensitätsverteilung (schematisch)



**Abb. 10.10** Ermittlung der Punktbildfunktion für die laterale Auflösung

## 10.4 Auflösung

### 10.4.1 Laterale und elevationale Auflösung

Um zu einer „Punktbildfunktion“ der Abbildung mit Ultraschall zu gelangen, wird ein punktförmiges Objekt vor dem Strahler vorbeigeschoben und die Echo-Intensität über dem Ort  $x$  aufgetragen (laterale Richtung, vergl. Abschn. 10.1).

Die 6-dB-Breite  $d$  im Fokalbereich beträgt ungefähr (Abb. 10.10)

$$d_{6dB} \approx \frac{1}{3} D_x \quad (10.31)$$

In Tiefen größer als  $z/z_F = 2$  nimmt die laterale Auflösung kontinuierlich ab. Man könnte nun meinen, dass es klug wäre, den Durchmesser des Strahlers klein zu machen um ein kleines  $d_{6dB}$  zu erhalten. Dies wäre ein Trugschluss.

Die oben genannte 6-dB-Breite gilt nur im Fokalbereich und der wandert (bei gegebener Wellenlänge) nach der Gleichung  $z_F = \frac{D_x^2}{4\lambda}$  immer näher an den Strahler heran, wenn  $D_x$  verkleinert wird. Befindet sich das diagnostisch interessante Objekt beispielsweise in 5 cm Tiefe, so muss wegen der Eindringtiefe (Tab. 10.2) eine Ultraschall-Frequenz kleiner oder gleich 5 MHz gewählt werden. Die zugehörige Wellenlänge in Muskelgewebe beträgt  $\lambda = 0,3$  mm. Wenn dann der Fokusbereich ( $z/z_F = 1$ ) in 20 mm Tiefe liegen soll, ergibt sich automatisch eine Breite des Wandlers von ca.  $D_x = 5$  mm und damit eine laterale Auflösung von ca. 1,7 mm.

Unter der elevationalen Auflösung versteht man die Höhe der Schallkeule, d. h. die Dicke der abgebildeten Schicht bei der 2D-Bildgebung. Sie ergibt sich in ähnlicher Weise wie die laterale Auflösung aus der Höhe des Schallstrahlers  $D_y$ .

### 10.4.2 Axiale Auflösung

Die axiale Auflösung gibt an, wann zwei axial (in  $z$ -Richtung) hintereinanderliegende Ebenen gerade noch getrennt werden können. Hierzu muss die Schallwelle als möglichst kurzes Wellenpaket eingestrahlt werden.

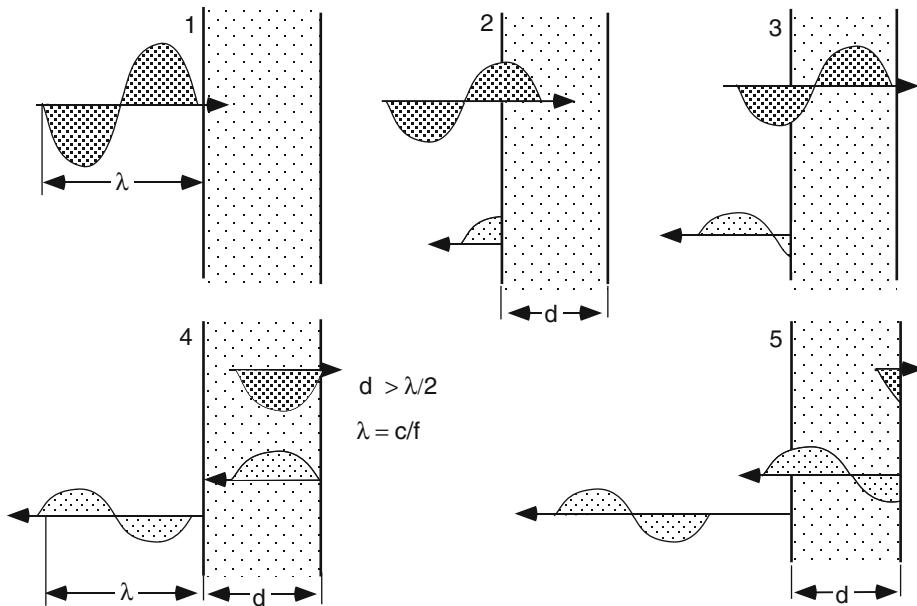
Wir beginnen mit einer vereinfachten Darstellung, bei der die Bandbreite des Schallstrahlers zunächst nicht berachtet wird. Die kürzeste mögliche Schallwelle besteht nur aus einem Wellenzug (schematisch). Abbildung 10.11 zeigt, wie ein kurzes Wellenpaket auf zwei Grenzflächen trifft.

Es erscheinen zwei unterscheidbare Echos, wenn der Grenzflächenabstand mindestens  $\lambda/2$  beträgt

$$d_{ax} > \frac{\lambda}{2} \quad (10.32)$$

Das bedeutet: je höher die Frequenz, desto besser ist die axiale Auflösung.

Bei dieser Betrachtung wurde aber die Bandbreite des Schallstrahlers außer Acht gelassen. Bekanntlich wird das Spektrum eines sinusförmigen Wellenpaketes immer breiter, je kürzer das Wellenpaket ist (Abb. 10.12).



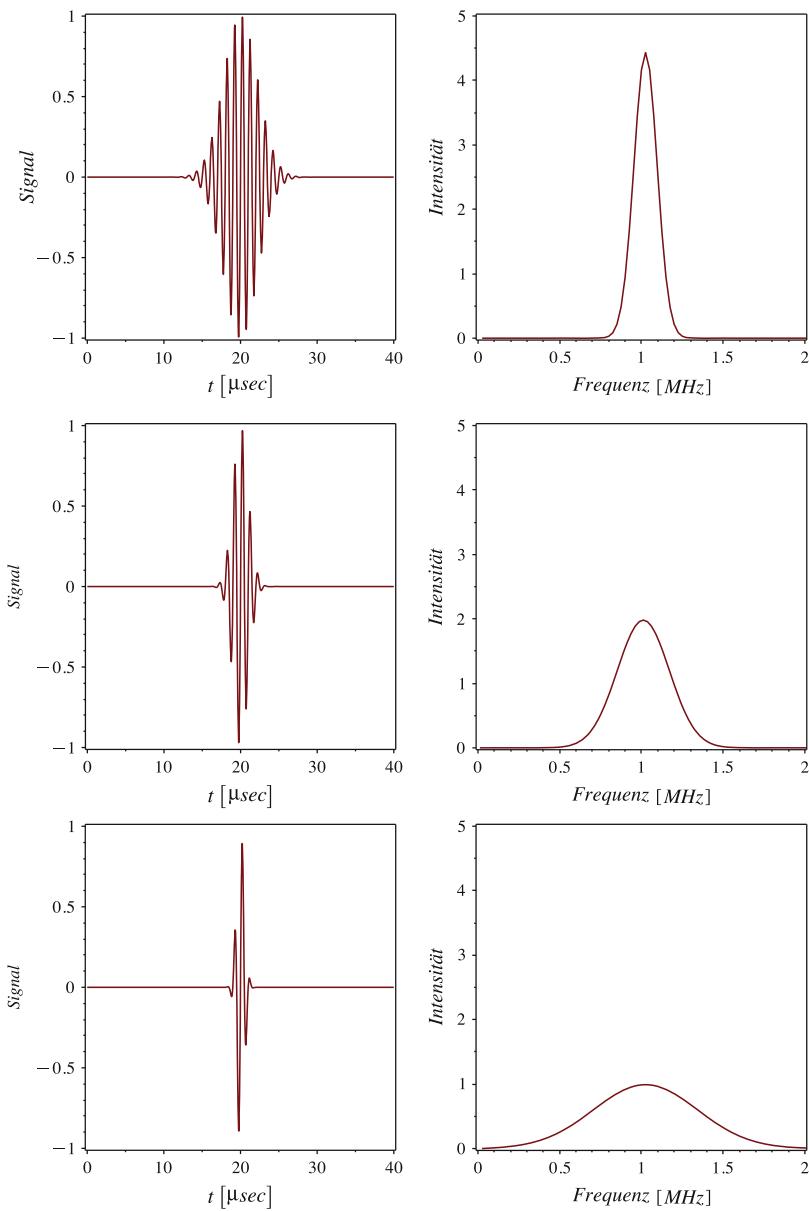
**Abb. 10.11** Axiale Auflösung – vereinfachte Betrachtung. Der dunkel hinterlegte Teil der Welle stellt die eingestrahlte Schallwelle dar (Pfeil nach rechts). Der heller hinterlegte Teil stellt die reflektierte Schallwelle dar (Pfeil nach links)

Ein Schallstrahler-System mit unendlich großer Bandbreite gibt es nicht. Betrachtet man wieder die 6-dB-Punkte eines Wellenpaktes, die bei zwei aufeinanderfolgenden Echos getrennt voneinander dargestellt werden sollen, so erhält man:

$$d_{ax} \approx \frac{c}{\Delta f} \quad (10.33)$$

wobei  $\Delta f$  die Bandbreite des Systems aus Ansteuerelektronik, Piezo-Strahler und Nachweis-elektronik ist. Typische heute erreichbare Werte sind: Ultraschallfrequenz = 2,25 MHz, Bandbreite = 1,8 MHz, Schallgeschwindigkeit = 1540 m/s, axiale Auflösung = 0,86 mm. Das ist schlechter als der Wert von 0,34 mm, der sich aus der Anwendung von Gl. 10.32 ergeben hätte. Offenbar ist die Bandbreite die begrenzende Größe. Die axiale Auflösung ist aber besser als die laterale Auflösung bei 2,25 MHz.

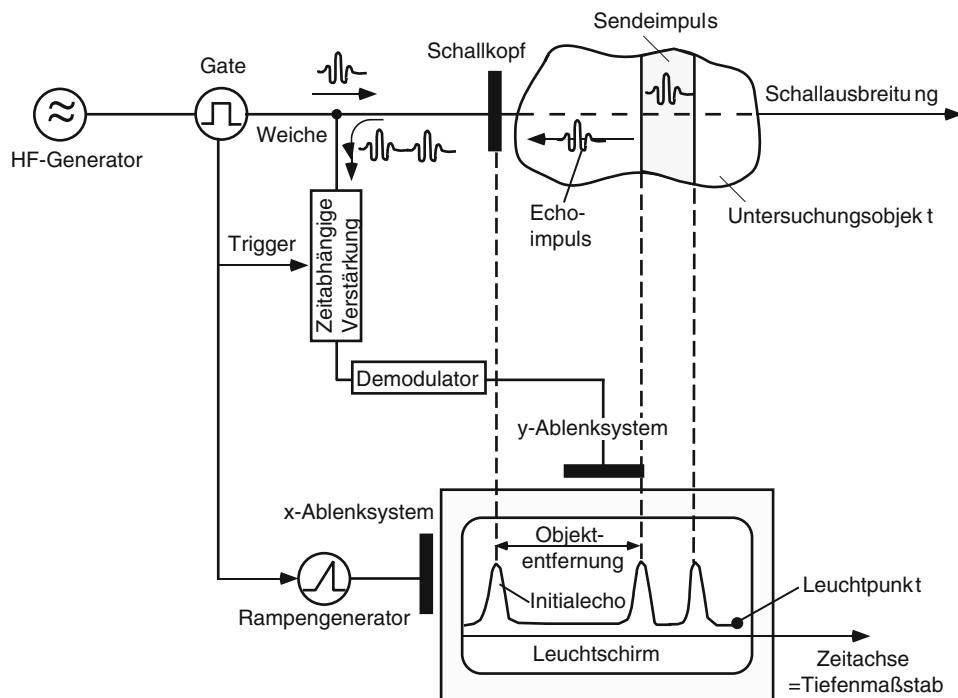
Der Satz: „die Auflösung wird besser, je höher die Frequenz ist“ bleibt richtig. Bei höheren Frequenzen kann tendenziell eine größere Bandbreite realisiert werden. Tatsächlich werden die Wellenpakete auch noch durch die Dispersion verschmiert. Eine Übersicht über typisch erreichbare laterale und axiale Auflösungen zeigt Tab. 10.4.

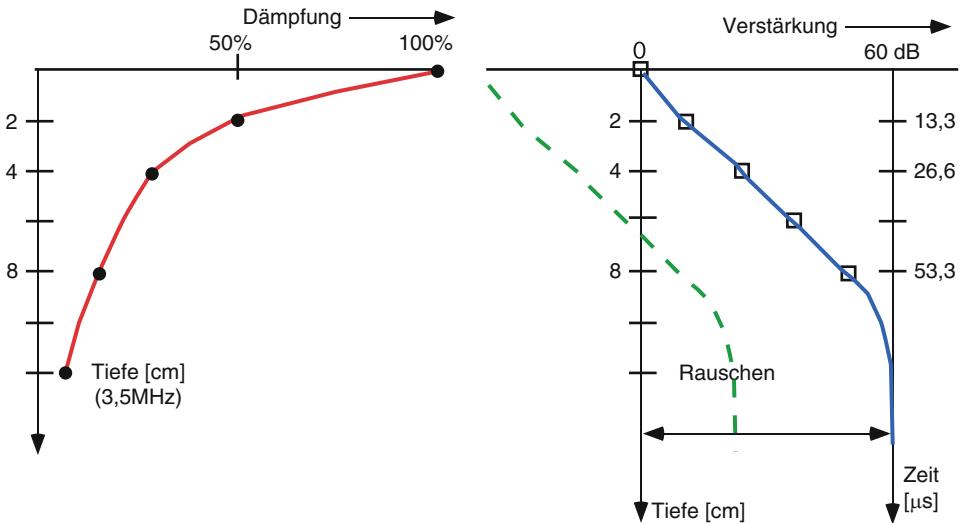


**Abb. 10.12** Breite eines Wellenpaktes und das dazu gehörende Spektrum

**Tab. 10.4** Eindringtiefe und Auflösung von Ultraschall

Sendefrequenz MHz	Wellenlänge (für Muskel) mm	Eindringtiefe (einfache Tiefe) cm	Ortsauflösung	
			lateral mm	axial mm
2	0,78	12	3	0,8
3,5	0,44	7	1,7	0,5
5	0,31	5	1,2	0,4
7,5	0,21	3,3	0,8	0,3
10	0,16	2,5	0,6	0,2
15	0,1	1,6	0,4	0,15

**Abb. 10.13** Ultraschall-System für den A-Mode [5]



**Abb. 10.14** Time Gain Compensation (TGC) [5]

## 10.5 1D-Ultraschall-Systeme

### 10.5.1 1D-Messungen: A-Mode

Abbildung 10.13 zeigt schematisch ein Messsystem zur Abbildung der zurückgestreuten Ultraschall-Intensität längs eines einzelnen Strahles in den Körper hinein. Diese 1D-Abbildung der Echos auf einem einzigen Strahl in den Körper nennt man A-Mode.

Aus einem kontinuierlich laufenden Hochfrequenz-Generator wird mit einem „Gate“ ein Wellenpaket ausgeschnitten und auf den Wandler gegeben. Das Echo wird über eine Weiche auf einen zeitabhängigen Verstärker gegeben (Time Gain Compensation). So werden später ankommende Echos, die auf Grund der Absorption immer schwächer werden, mehr verstärkt als die Signale von der Oberfläche. Von den gemessenen Spannungen am Messkopf wird mit Hilfe des analytischen Signals die Einhüllende berechnet. Dann erfolgt die Umrechnung von der Echozeit in eine Tiefe auf der z-Achse. Das Ergebnis wird auf einem Bildschirm dargestellt. Alle diese Schritte sollen im Folgenden erläutert werden.

Die Schallwellen müssen sowohl auf dem Weg ins Innere des Körpers als auch auf dem Rückweg Gewebe durchlaufen, welches die Signale abschwächt (vergl. Abschn. 10.2.3). Da nun der Zeitpunkt, zu dem die Welle in den Körper gesendet wird, genau bekannt ist, und weil es durchschnittliche Werte für den Schwächungskoeffizienten im Körper bei der verwendeten Frequenz gibt, kann dieser Signalabfall mit einer zeitabhängigen Verstärkung kompensiert werden. Je später ein Echo den Empfänger erreicht, um so

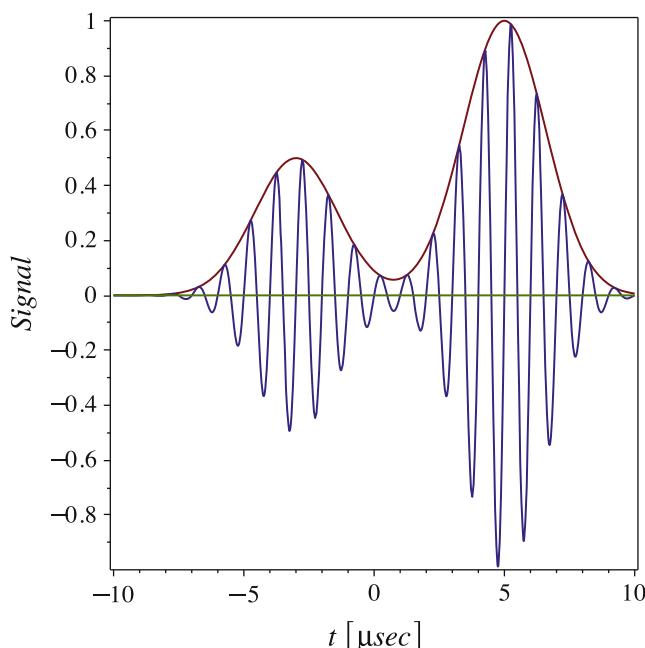
mehr wird das Signal verstärkt. Dieses Verfahren nennt man „Time Gain Compensation“ (TGC). Die Ultraschall-Systeme enthalten immer einen „Knopf“, an dem der Benutzer die Steilheit der zeitabhängigen Verstärkung nachjustieren kann.

Im Prinzip lassen sich Signale aus großer Tiefe bis zu 120 dB anheben. Die Signalhöhe des von einer Grenzfläche reflektierten Signals wird damit unabhängig von der Tiefe, aus der das Echo kommt. Das Signal-Rausch-Verhältnis verschlechtert sich allerdings mit zunehmender Tiefe (Abb. 10.14).

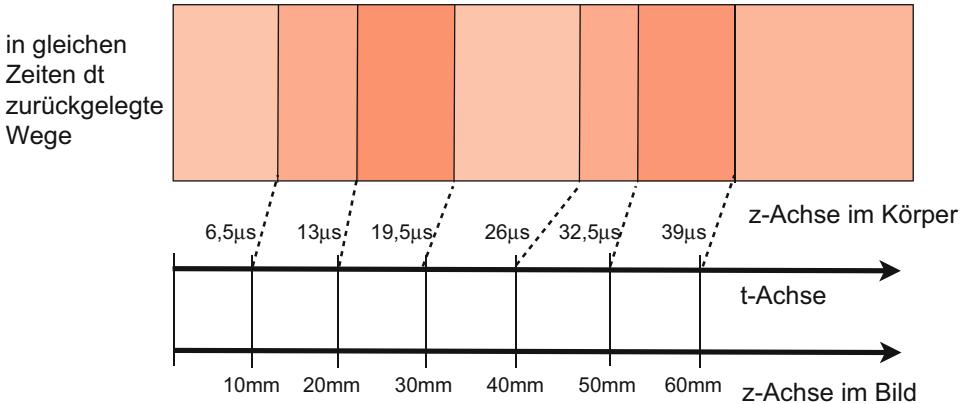
Als nächstes muss aus den hochfrequenten Echos die Amplitude des Signals bestimmt werden. Dies geschieht mit Hilfe des sogenannten analytischen Signals:

$$u_a(t) = u(t) + jH\{u(t)\} \quad (10.34)$$

Bei der Berechnung des analytischen Signals wird zu dem gemessenen Signal ein Imaginärteil addiert, der aus der Hilberttransformierten des Signal besteht. Die Hilbert-transformierte  $H\{u(t)\}$  kann als Faltung im Zeitbereich oder als Multiplikation mit der Fouriertransformierten der Impulsantwort im Frequenzbereich aufgefasst werden (vergl. Abschn. 3.3)



**Abb. 10.15** Messignal  $u(t)$  und Einhüllende  $a(t)$



**Abb. 10.16** Umrechnung von der Echozeit in die Tiefe auf der z-Achse

$$\widehat{u}(t) = H\{u(t)\} = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{u(t')}{t-t'} dt' = u(t) * \frac{1}{\pi t} \quad (10.35)$$

$$\frac{1}{\pi t} \Leftrightarrow -j \cdot \frac{1}{2\pi} \cdot \text{sgn}(\omega) \quad (10.36)$$

Eine genaue Betrachtung der Fouriertransformierten der Impulsantwort zeigt: die Hilberttransformation dreht die Phase der positiven Frequenzen um  $90^\circ$ . Aus einem  $u(t) = \cos(\omega t)$  wird so beispielsweise eine Hilberttransformierte  $\widehat{u}(t) = \sin(\omega t)$ . Durch die Addition der mit der imaginären Einheit  $j$  multiplizierten Hilberttransformierten wird aus dem Messignal  $u(t)$  ein Zeiger in der komplexen Zahlenebene, der sich mit  $\omega$  herumdreht und dessen Länge sich mit der Einhüllenden des Signals ändert. Damit wird der Absolutbetrag des analytischen Signals zur Einhüllenden des Signals (Abb. 10.15)

$$a(t) = |\underline{u}_a(t)| \quad (10.37)$$

Der Absolutbetrag des analytischen Signals ist die bestmögliche Art, die Einhüllende des Signals  $a(t)$  zu berechnen. Eine Gleichrichtung mit anschließender Tiefpassfilterung würde immer zu einer zeitlichen Verschmierung und damit zu einer Verschlechterung der axialen Auflösung führen.

Schließlich muss die zeitliche Abfolge der Echos in eine axiale Tiefe umgerechnet werden. Wie Tab. 10.1 gezeigt hat, haben alle Gewebearten eine etwas unterschiedliche Schallgeschwindigkeit. Damit muss genau genommen der Weg, den eine Schallwelle im

Körper zurück gelegt hat, aus den verschiedenen Schallgeschwindigkeiten folgendermaßen berechnet werden (Abb. 10.16):

$$s(t_0) = \frac{1}{2} \int_0^{t_0} c(t) dt \quad (10.38)$$

Dies würde aber die Kenntnis aller Schallgeschwindigkeiten längs des Weges erfordern. Da diese nicht genau bekannt sind, verwendet man eine Approximation mit einer einzigen mittleren Schallgeschwindigkeit:

$$s(t) \approx \frac{1}{2} \bar{c} t \quad (10.39)$$

Bei dieser Methode kommt es notgedrungen zu Verzerrungen. Leider lässt sich der Fehler nicht durch eine affine Transformation korrigieren (verg. Abschn. 4.2). Nur eine elastische Transformation kann diese Bildfehler beseitigen. Zum Glück ist die maßstabsgerechte Abbildung für die meisten Fragestellungen bei der Diagnostik mit Ultraschall nicht so wichtig.

Der nächste Schallimpuls darf erst ausgesendet werden, wenn alle Echos des vorausgehenden Schallimpulses abgeklungen sind. Die Wiederholrate hängt daher von der Eindringtiefe und damit von der verwendeten Frequenz ab. Bei 20 cm Tiefe (passend zu einer Ultraschall-Frequenz von 2 MHz) ergibt sich in Wasser eine Laufzeit von

$$t_1 = \frac{s}{c} = \frac{0,2 \text{ m}}{1500 \text{ m/sec}} = 133 \mu\text{s}. \quad (10.40)$$

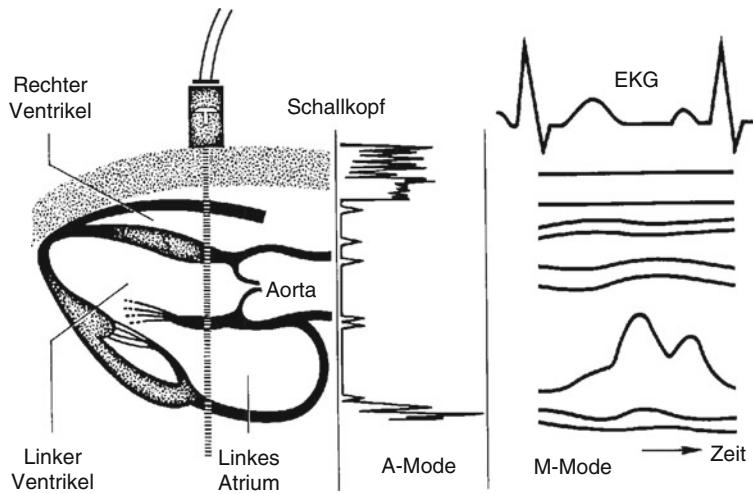
Bis das Echo dann wieder am Wandler angekommen ist, vergeht die doppelte Zeit

$$t_2 = 2 \cdot t_1 = 266 \mu\text{s}. \quad (10.41)$$

Die größte mögliche Wiederholrate liegt damit bei

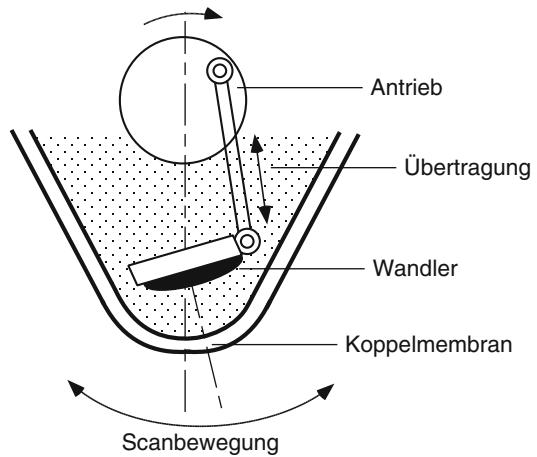
$$f = \frac{1}{t_2} = 3,76 \text{ kHz}. \quad (10.42)$$

Bei höheren Ultraschall-Frequenzen wird wegen der kleineren Eindringtiefe auch eine höhere Wiederholrate möglich.



**Abb. 10.17** A-Mode und M-Mode Ultraschall-Signale [5]

**Abb. 10.18** Mechanisches Abtastprinzip



### 10.5.2 Zeitabhängige 1D-Messungen: M-Mode

Wird ein bewegtes Organ, z. B. das Herz, mit einem 1D-Wandler untersucht, so kann der Bewegungsablauf auf einfache Weise dargestellt werden: Die Höhe der Reflexe aus den unterschiedlichen Tiefen wird in Grauwerte übersetzt und diese Grauwertverteilung wird über der Zeit aufgetragen (Abb. 10.17).

Die zeitliche Auflösung des Verfahrens ergibt sich aus der im vorigen Abschnitt berechneten maximalen Wiederholrate. Sie liegt selbst bei sehr großen Eindringtiefen (20 cm) schon bei 3 kHz.

## 10.6 2D-Ultraschall-Systeme: B-Mode

Um zu echten „Bildern“ vom Inneren des Körpers zu gelangen, muss der Schallstrahl eine Fläche gleichmäßig überstreichen. Man unterscheidet hierbei die mechanischen und die elektronischen Verfahren.

### 10.6.1 Mechanische Scanner

Abbildung 10.18 zeigt einen typischen mechanischen Scanner. Der Ultraschall-Wandler pendelt vor dem Patienten, ohne dass sich äußerlich am Messkopf etwas bewegt. So kann eine Scheibe aus dem Körper in Form eines Kreissegmentes abgebildet werden.

Die Intensität eines Echos wird in Graustufen übersetzt und in eine Bildmatrix einge-tragen (B-Mode). Ein Bild besteht aus einem Fächer von typisch 100 Linien.

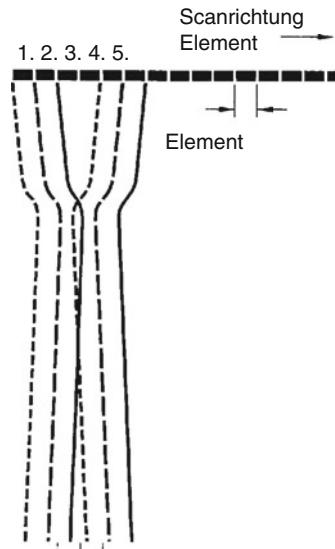
Da auch hier wieder zwei Sendepulse nicht schneller aufeinander folgen dürfen, bevor das letzte Echo abgeklungen ist, ergibt sich die maximale Bildwiederholrate zu

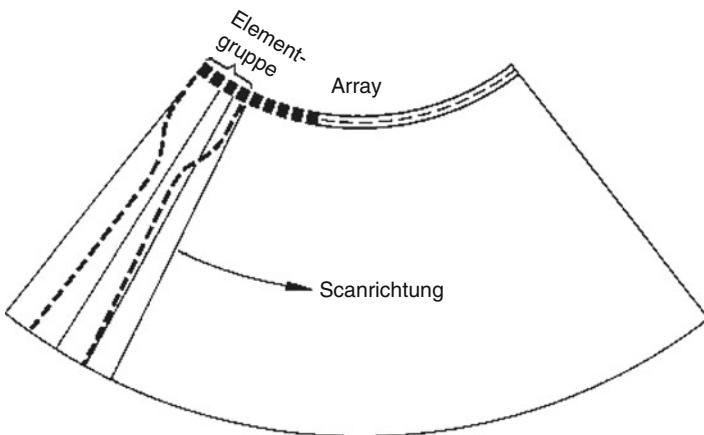
$$T = \frac{2 \cdot x \cdot z_{\max}}{c \cdot \Delta x} \quad (10.43)$$

mit:  $x$  = Bildbreite,  $\Delta x$  = Zeilenabstand,  $z_{\max}$  = Bildtiefe

Bei einer Bildtiefe von 20 cm ergibt sich mit der im vorigen Abschnitt berechneten Pulswiederholrate von 3 kHz bei 100 Linien eine Bildwiederholfrequenz von 30 Hz.

**Abb. 10.19** Linear-Array





**Abb. 10.20** Curved-Array

### 10.6.2 Elektronische Scanner: Linear- und Curved-Arrays

Hier werden sehr viele (60 … 100) sehr kleine (0,5 mm … 1 mm) Ultraschall-Wandler eingesetzt, die in einer Reihe („Array“) angeordnet sind. Da die Lage des Fokalebreiches von dem Durchmesser des Strahlers abhängt (s. Abschn. 10.4), ist es nicht sinnvoll, nur einen Wandler zur Zeit anzusteuern: Es werden Gruppen bis zu 32 gleichzeitig aktiviert. Zum „Scannen“ wird dann die ganze Gruppe Element für Element weitergeschoben (Abb. 10.19).

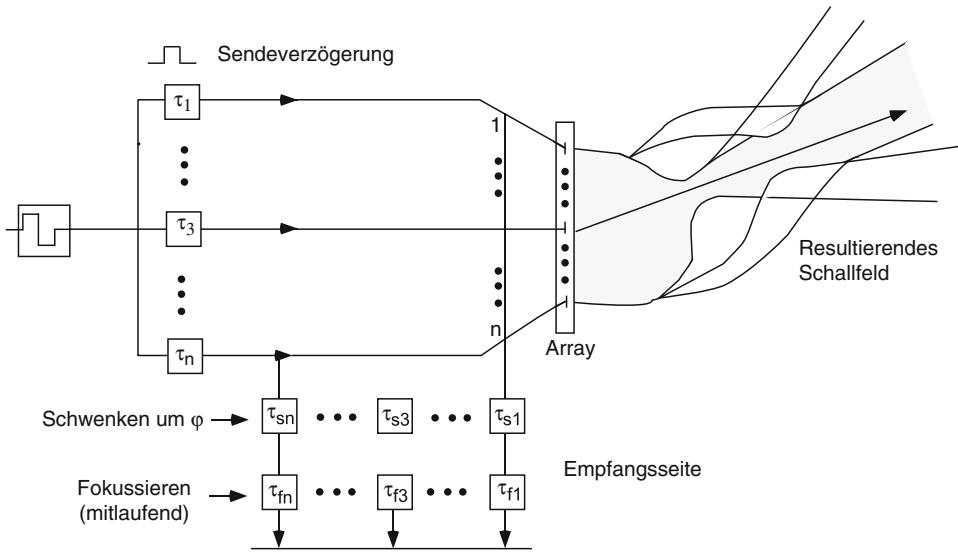
Mit einer gekrümmten Anordnung von US-Wandlern („Curved Arrays“ Abb. 10.20) kann ein Bildausschnitt in Form eines Kreissegmentes dargestellt werden.

### 10.6.3 Elektronische Scanner: Phased Arrays

Beim Phased-Array kann jedes Wandler-Element einer Reihe („Array“) sowohl beim Senden als auch beim Empfangen mit einer individuell einstellbaren Verzögerung angesteuert werden. Die von jedem Wandler-Element abgestrahlten Kugelwellen haben also eine genau definierte Phasenverschiebung. Dies ist mit einem hohen technischen Aufwand verbunden, hat aber eine Reihe von sehr wichtigen Vorteilen.

Da alle Wandlerelemente simultan senden, kann der gesamte Sender eine hohe Leistung abstrahlen und trotzdem eine hohe Auflösung erreichen. Das eigentliche „Scanning“, also das Schwenken der Schallkeule, erfolgt vollständig elektronisch. Durch „gebogene“ Phasenverschiebungen ist eine zusätzliche Fokussierung und damit eine höhere Auflösung möglich.

Schließlich ist eine „dynamische Fokussierung“ möglich, d. h. beim Empfangen kann die „Antenne“ zu jedem Zeitpunkt auf die Tiefe fokussiert werden, aus der gerade die



**Abb. 10.21** „Phased Array“-Ultraschall-System [5]

Echos kommen. Beim Senden kann vorab der Fokus auf eine Tiefe eingestellt werden, die der Arzt/die Ärztin besonders interessiert (Abb. 10.21).

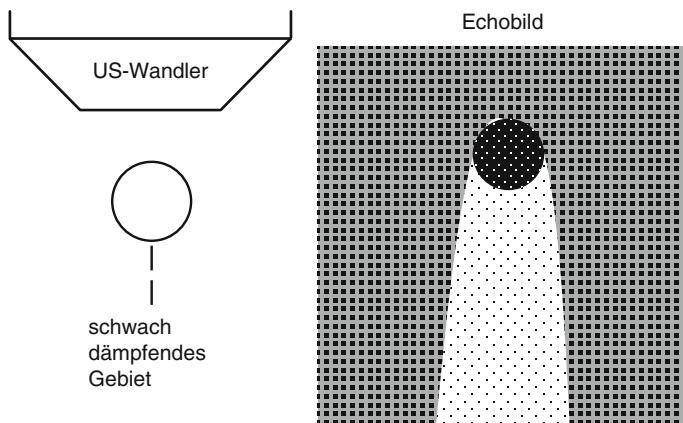
Unter Apodisierung versteht man die Option, auch die Amplitude jedes Elementes aus dem Array einzeln ansteuern zu können. Damit können seitliche Nebenmaxima neben dem gewünschten Strahlkegel unterdrückt werden. Auch beim Empfangen können die Signale aller Elemente mit einem Gewichtsfaktor multipliziert und dann erst in die Bildmatrix eingetragen werden.

## 10.7 3D-Ultraschall-Systeme

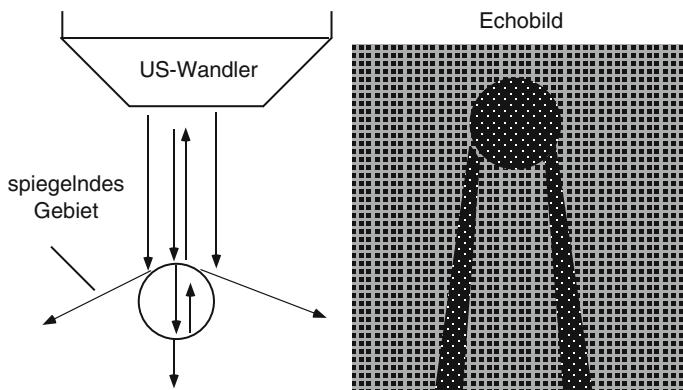
Wird zusätzlich zu dem „Scanning“ einer 2D-Fläche ein „Schwenk“ dieser Ebene in elevationaler Richtung durchgeführt, so können 3D-Datensätze registriert werden. Der bei jedem Flächen-Scan eingestellte Kippwinkel wird zusätzlich zum 2D-Bild abgespeichert und dient dazu, die Daten richtig in eine 3D-Matrix einzutragen.

Mit einer zweidimensionalen Matrix von Ultraschall-Elementen kann mit den Phased-Arrays auch ein 3D-Bild erzeugt werden, ohne dass der Wandler geschwenkt werden muss.

Eine ganz neue Entwicklung besteht darin, dass beim Senden mit allen Strahlern einer Matrix (oder mit kleinen Untergruppen) eine breite Wellenfront in den Körper gesendet wird und dann alle Echos aufzeichnet werden. Ein Computer kann dann rückwärts



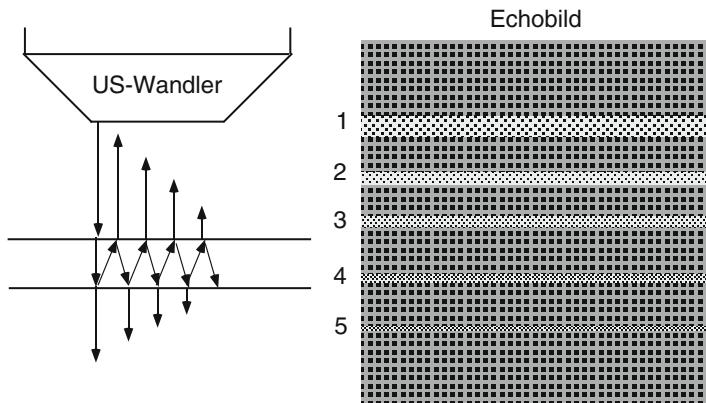
**Abb. 10.22** Ultraschall-Artefakte: Hinter schwach dämpfenden Gebieten kommt es zu einer scheinbaren Signalerhöhung durch die TGC (Time Gain Compensation)



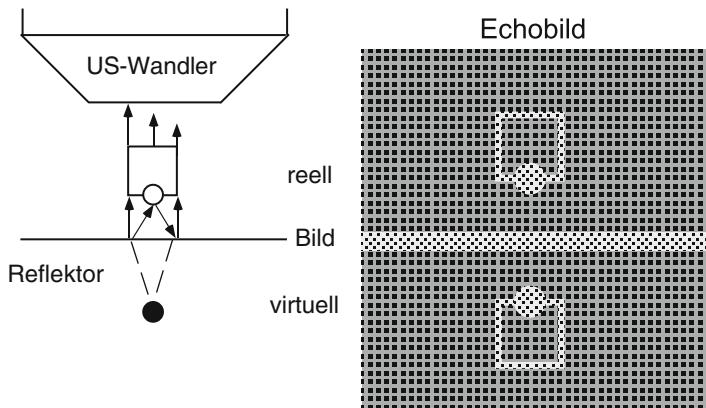
**Abb. 10.23** Ultraschall-Artefakte: Hinter schrägen Kanten, die relativ stark spiegeln, kommt es zu Abschattungen

bestimmen, aus welchem Volumenelement wieviel Signal zurückgekommen ist. Dabei wird die Gl. 10.13 in umgekehrter Richtung verwendet.

Die Visualisierung erfolgt mit Methoden der Bildverarbeitung („rendering“). Dabei wird beispielsweise aus einem 3D-Datensatz das Herz „ausgeschnitten“ und auf dem Bildschirm dargestellt. Auch können beliebige Schnittebenen oder „virtuelle Reisen durch den Körper“ abgebildet werden. Schließlich ist es auch möglich, simultan das EKG aufzuzeichnen und so einen 4D-Datensatz (3D-Movies) vom Herzen zu messen.



**Abb. 10.24** Ultraschall-Artefakte: Bei zwei stark reflektierenden, ungefähr parallelen Grenzflächen kann es zu Mehrfachreflexionen kommen

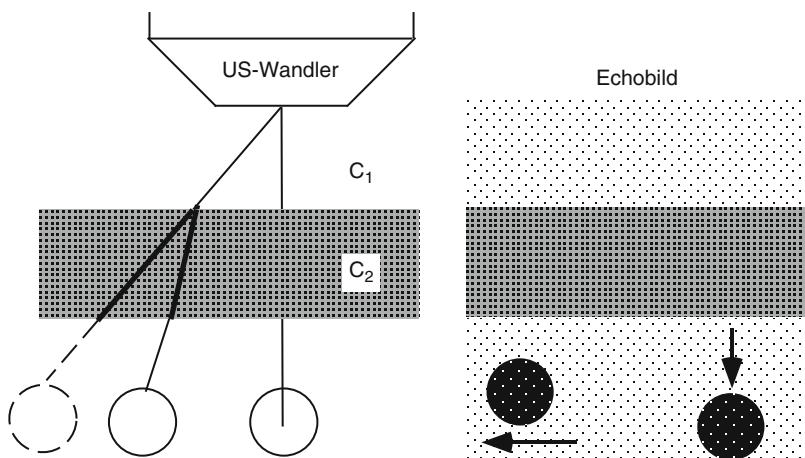


**Abb. 10.25** Ultraschall-Artefakte: Objekte vor stark reflektierenden Flächen können als virtuelles Bild doppelt erscheinen

## 10.8 Bildfehler

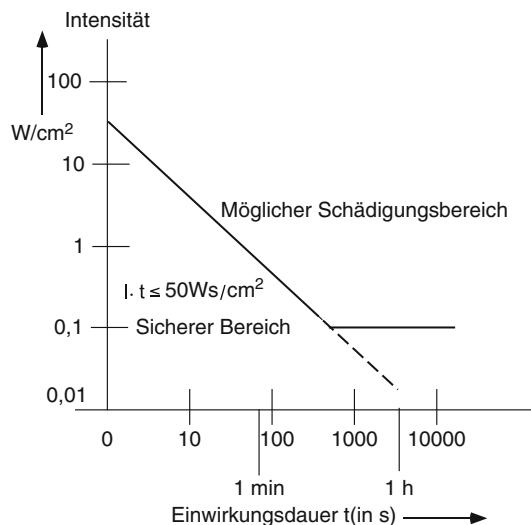
Folgende Bildfehler (Artefakte) sind für die US-Bildgebung typisch [5]:

Die scheinbare Signalerhöhung hinter schwach dämpfenden Gebieten auf Grund der Time Gain Compensation, das Ausbleichen von stark reflektierenden Kanten und die Abschattung dahinter, die Mehrfachreflexionen an stark reflektierenden ebenen Grenzflächen, und die Verschiebung von Objekten wegen der Brechung an Grenzflächen mit unterschiedlicher Schallgeschwindigkeit (Abb. 10.22 bis 10.26).



**Abb. 10.26** Ultraschall-Artefakte: Objekte hinter Gebieten mit abweichender Schallgeschwindigkeit erscheinen verschoben

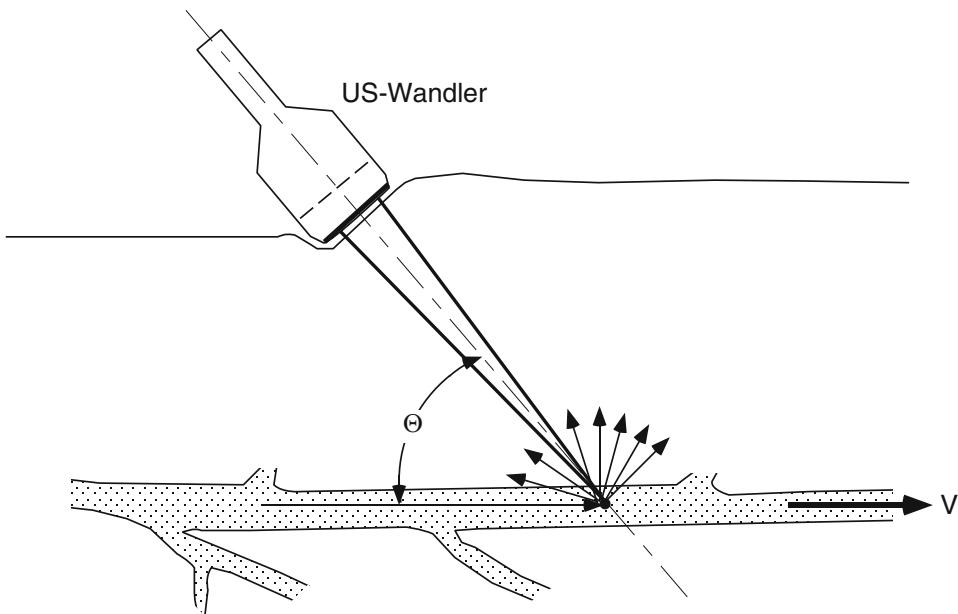
**Abb. 10.27** Schädigungsgrenze für diagnostisch angewendeten Ultraschall



## 10.9 Sicherheitsaspekte

US-Wellen können den Körper auf zwei Arten schädigen:

- durch Wärmeeinwirkung und
- durch Kavitation.



**Abb. 10.28** Doppler-Effekt: Streuung der Ultraschall-Welle an bewegten Blutteilchen [5]

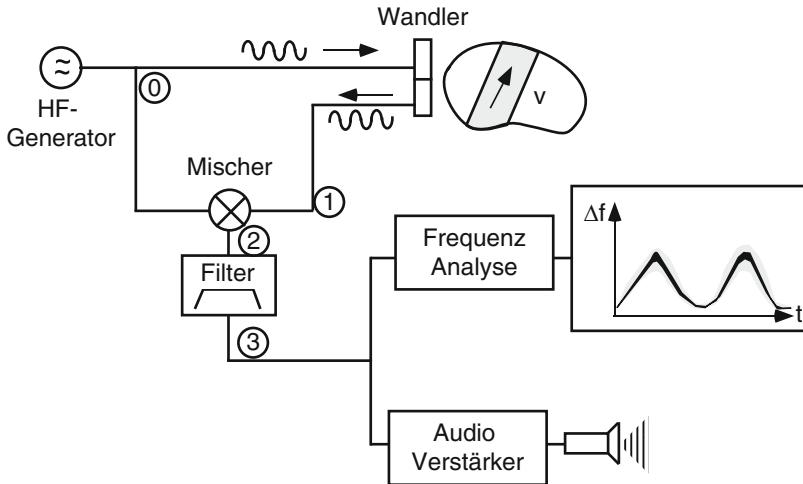
Wärme entsteht lokal proportional zur absorbierten Schallintensität. Sie wird abgeführt durch Blutströmung und Wärmeleitung. Kavitation wird ein Effekt genannt, bei dem in der Unterdruckphase einer Schallwelle im Gewebe Gasbläschen entstehen, die dann in der Druckphase kollabieren.

Die Phänomene wurden inzwischen sehr sorgfältig untersucht. Die Analyse kommt zu den Grenzwerten, die Abb. 10.27 zeigt. Die typischen angewendeten Schallintensitäten liegen unter  $100 \text{ mW/cm}^2$  und sind damit nach dem heutigen Stand der Erkenntnis vollkommen unbedenklich.

## 10.10 CW-Doppler-Ultraschall

Der Dopplereffekt tritt überall dort auf, wo sich ein Sender und ein Empfänger einer Welle relativ zueinander bewegen. Man spricht auch von Dopplereffekt, wenn der Sender und/oder Empfänger einer Welle sich relativ zu dem Medium, in dem sich die Welle ausbreitet, bewegen. Immer treten charakteristische Frequenzverschiebungen auf, die proportional zu einer Geschwindigkeitsdifferenz sind.

Bei der Doppler-Ultraschalldiagnostik wird meistens die Geschwindigkeit des in den Blutgefäßen oder im Herzen fließenden Blutes untersucht. Die Blutkörperchen streuen die Ultraschall-Welle (s. Abschn. 10.2.3 Streuung) und werden damit zum bewegten Sender.



**Abb. 10.29** Continuous-Wave-Doppler-Ultraschall-System

Ein streuendes Teilchen, welches sich vom Sender fortbewegt, wird in seinem eigenen Koordinatensystem mit einer verschobenen Frequenz senden, da es quasi vor den ankommenden Wellenbergen wegläuft. Nach der Doppler-Formel gilt (s. Abb. 10.28)

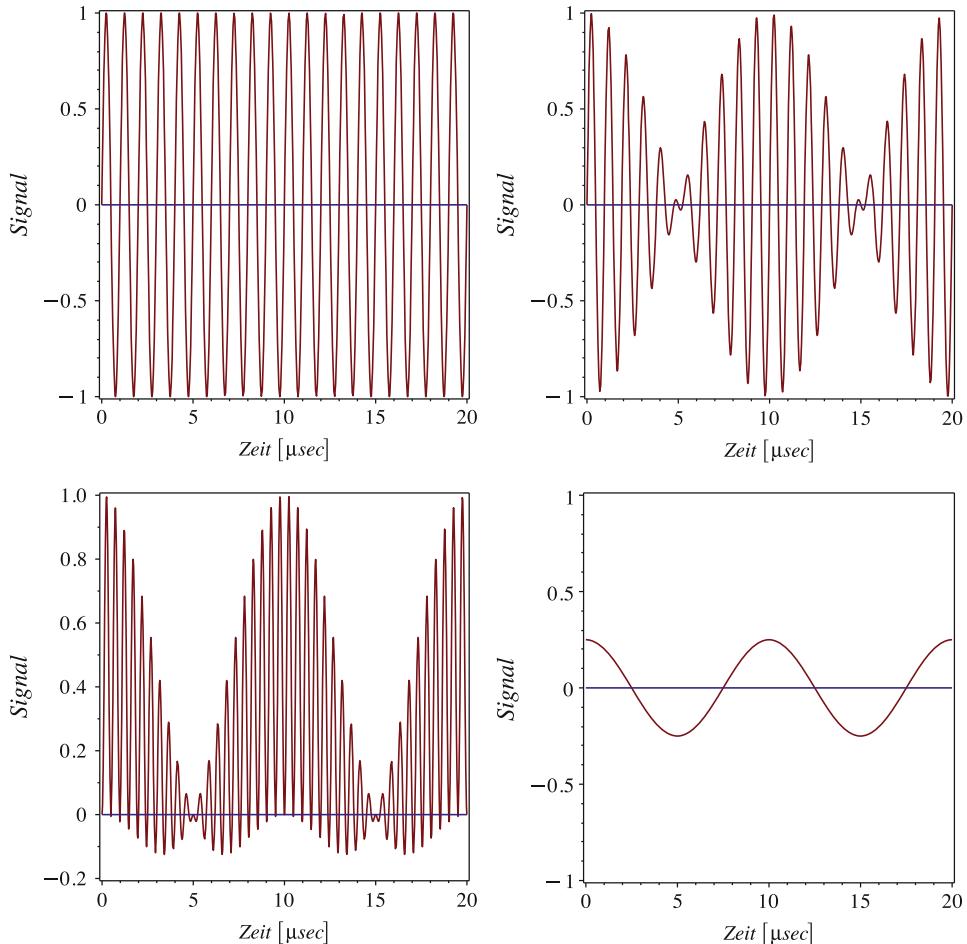
$$\Delta f_1 = \frac{f}{c} \cdot v \cdot \cos \Theta. \quad (10.44)$$

Außerdem wird aber auch die Entfernung zwischen dem streuenden Teilchen und dem Empfänger immer größer, d. h. auch er bewegt sich vom streuenden Teilchen weg. Daher ist die gesamte Frequenzverschiebung

$$\Delta f = \frac{2f}{c} \cdot v \cdot \cos \Theta. \quad (10.45)$$

Die Dopplerfrequenz  $\Delta f$  hängt vom Einstrahlwinkel  $\Theta$  ab. Unter senkrechtem Einfall wird keine Dopplerverschiebung registriert. Beim Doppler-Ultraschall wird die Dopplerfrequenz gemessen, um daraus diagnostisch wichtige Aussagen über die Blutflussgeschwindigkeit abzuleiten. Mit Ultraschall-Frequenzen im Bereich 2-10 MHz und Blutflussgeschwindigkeiten im Bereich bis 1 m/s ergeben sich Dopplerfrequenzen im Bereich einiger Hz bis 10 kHz.

Beim CW-Doppler-Ultraschall (Continuous Wave-US) befinden sich ein Ultraschall-Sender und davon getrennt ein Ultraschall-Empfänger im Messkopf. Sender und Empfänger arbeiten kontinuierlich. Um die Differenzfrequenz zu ermitteln, wird die



**Abb. 10.30** CW-Doppler-Ultraschall: Signale an den verschiedenen Stationen, wie in Abb. 10.29 bezeichnet ( $\omega_D$  stark übertrieben zur besseren Visualisierung)

zurückkommende Welle mit dem HF-Signal des Senders gemischt d.h. multipliziert (Abb. 10.29).

Ohne Berücksichtigung von möglichen Phasenverschiebungen, die das Ergebnis nicht wesentlich verändern, kann man berechnen, dass das Echo die Summe aus einem Anteil  $J_1$  ist, der von ruhenden Teilchen zurück kommt und einem Anteil  $J_2$ , der wegen der Bewegung mit einer verschobenen Frequenz zurück kommt.

$$J_1 = J_{11} \cdot \sin(\omega t) + J_{12} \cdot \sin((\omega + \Delta\omega)t) \quad (10.46)$$

Mischen heisst: das Echo mit einem kontinuierlichen Signal vom HF-Generator multiplizieren:

$$\begin{aligned} J_2 &= J_1 \cdot \sin(\omega t) = J_{11} \cdot \sin^2(\omega t) + J_{12} \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin((\omega + \Delta\omega)t) \\ &= J_{11} \cdot \frac{1}{2} \cdot (1 - \cos(2\omega t)) + J_{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot [\cos(\Delta\omega t) - \cos(2\omega + \Delta\omega)t]. \end{aligned} \quad (10.47)$$

Es entsteht dabei ein DC-Anteil, weiterhin zwei Signal-Anteile, welche mit der doppelten Frequenz  $2\omega$  und  $2\omega + \Delta\omega$  oszillieren, und ein Signal, welches genau mit der Doppler-Frequenzverschiebung  $\Delta\omega$  oszilliert.

Wird der DC-Anteil und der Anteil bei  $2\omega$  und  $2\omega + \Delta\omega$  herausgefiltert erhält man ein Signal

$$J_3 = J_{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\Delta\omega t) = J_{12} \cdot \frac{1}{2} \cdot \cos(\omega_D t). \quad (10.48)$$

Die Doppler-Kreisfrequenzverschiebung  $\Delta\omega$  wird von nun an  $\omega_D$  genannt (Abb. 10.30).

Befinden sich im „Blickfeld“ viele Gebiete mit unterschiedlicher Flussgeschwindigkeit, so enthält  $J_3$  ein ganzes Spektrum von Dopplerfrequenzen  $\omega_D$ . Da die Dopplerfrequenzen hier im Bereich hörbarer Frequenzen liegen (Audio-Bereich), kann man das Signal  $J_3$  auch auf einen Lautsprecher geben. Das Vorzeichen von  $\omega_D$  und damit die Richtung des Blutflusses ist beim Mischen verlorengegangen, da  $\cos(\omega_D)$  symmetrisch um Null ist. Wird aber statt mit dem originalen HF-Signal mit einem Lokal-Oszillatator (LO) heruntergemischt, dessen Frequenz verschoben ist, so liegen positive und negative Dopplerfrequenzen auf einer Seite des Spektrums vom Ausgangssignal und können so unterschieden werden. Da der Blutfluss mit dem Herzschlag pulsiert, ist eine Darstellung des Dopplerspektrums in Abhängigkeit von der Zeit, wie z. B. in Abb. 10.29 angedeutet, von besonderem diagnostischen Wert.

Dazu kann man eine gefensterte Fouriertransformation berechnen und das Fenster mit der Zeit kontinuierlich nach vorne schieben. So erhält man das Dopplerspektrum als Funktion der Zeit:

$$S_D(\omega_D, t) = \frac{1}{2\pi} \int w(t') \cdot e^{-j\omega_D(t-t')} dt' \quad (10.49)$$

mit:  $s_D(t)$  = Signal hinter dem Mischer,  $w(t)$  = Fensterfunktion,  $S_D(\omega_D, t)$  = gefensterte Fouriertransformation.

$|S_D(\omega_D, t)|^2$  ist das Doppler-Leistungsspektrum. Außerdem gilt wieder (vergl. Abb. 10.12): Je besser die Zeitauflösung, desto schlechter die Frequenzauflösung.

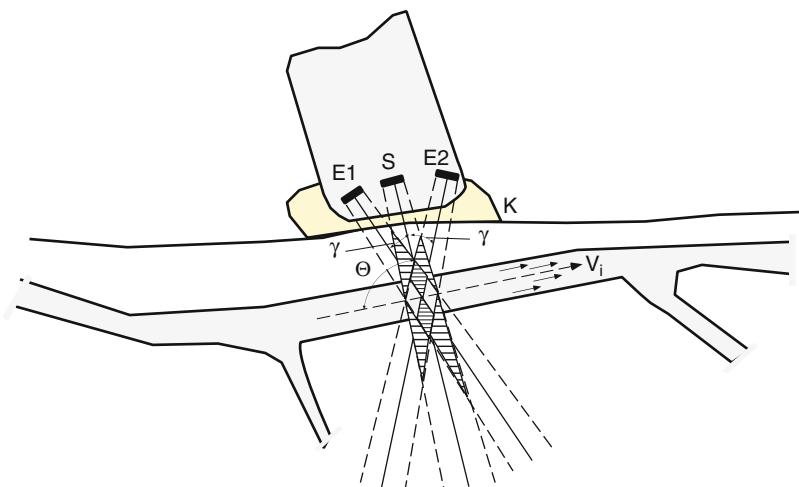
Die mittlere Dopplerverschiebung und damit die mittlere Fließgeschwindigkeit im Blickwinkel des Ultraschall-Senders erhält man folgendermaßen:

$$\overline{\omega}_D = \frac{\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} \omega_D |S_D(\omega_D, t)|^2 d\omega_D}{\int_{t-\frac{T}{2}}^{t+\frac{T}{2}} |S_D(\omega_D, t)|^2 d\omega_D} \quad (10.50)$$

Eine andere Variante zur Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit basiert auf dem analytischen Dopplersignal und der Autokorrelationsfunktion. Zuerst wird wie in Abschnitt 10.5.1 das analytische Signal berechnet, hier allerdings vom Dopplersignal hinter dem Mischer:

$$s_{Da}(t) = s_D(t) + j \cdot H\{s_D(t)\} \quad (10.51)$$

Das analytische Signal ist ein Zeiger in der komplexen Zahleebene, der sich (im Falle einer einzigen Dopplerfrequenz  $\omega_D$ ) genau mit der Dopplerfrequenz um den Nullpunkt drehen würde. Die Autokorrelationsfunktion des analytischen Dopplersignals berechnet sich dann zu:



**Abb. 10.31** Stereo-Messkopf für CW-Doppler-Ultraschall zur quantitativen Bestimmung der Blutflussgeschwindigkeit

$$\underline{R}(\tau, t) = \frac{1}{T} \int_{t-T/2}^{t+T/2} \underline{s}_{D_a}^*(t') \cdot \underline{s}_{D_a}(t' + \tau) dt', \quad (10.52)$$

wobei der \* wie üblich die Bezeichnung für „konjugiert komplex“ ist. Damit sagt uns das Argument der komplexen Autokorrelationsfunktion, um welchen Winkel sich der Zeiger der analytischen Funktion in der komplexen Zahlenebene im Mittel zwischen  $\tau - T/2$  und  $\tau + T/2$  gedreht hat. Die mittlere Dopperfrequenz  $\bar{\omega}_D$  erhält man als Winkelgeschwindigkeit des Zeigers der Autokorrelationsfunktion in der komplexen Zahlenebene:

$$\bar{\omega}_D \approx \left. \frac{d}{d\tau} \arg \underline{R}(\tau, t) \right|_{\tau=0} \quad (10.53)$$

Die quantitative Bestimmung der Blutflussgeschwindigkeit erfordert eine genaue Kenntnis des Einstrahlwinkels  $\Theta$ . Er kann aus einem konventionellen Ultraschall-Bild abgeschätzt werden. Schätzfehler für den Winkel  $\Theta$  verfälschen bei schrägem Einfall das Ergebnis für die Geschwindigkeit  $v$  nur wenig. Je größer  $\Theta$  wird, um so größer werden die Fehler. Nähert sich  $\Theta$  dem Winkel  $90^\circ$ , wird eine Messung der Fließgeschwindigkeit unmöglich. Besondere Stereo-Messköpfe ermöglichen eine Bestimmung von  $v$  ohne separate Eingabe des Winkels  $\Theta$  (Abb. 10.31).

---

## 10.11 PW-Doppler-Ultraschall

Beim CW-Doppler-US ist es nicht möglich, die Tiefe, aus der eine Dopplerfrequenz kommt, zu bestimmen. Mit dem PW-Doppler-US (Pulsed Wave US) kann in einem konventionellen Ultraschall-Bild festgelegt werden, in welchem Tiefenbereich man eine ortsselektive Geschwindigkeitsmessung durchführen möchte.

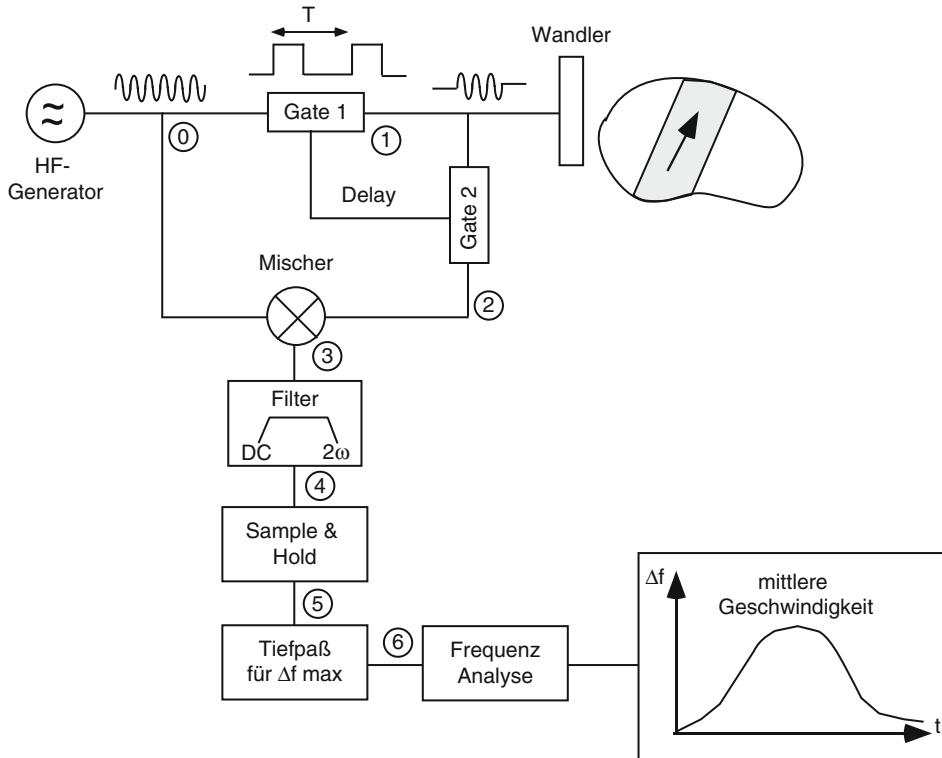
Das Grundproblem bei ortsselektiven Dopplermessungen ist folgendes: Je besser die axiale Ortsauflösung sein soll, desto kürzer muss der Ultraschall-Puls sein. Je kürzer aber der Ultraschall-Puls ist, desto unbestimmter ist seine Frequenz. Kleine Dopplerfrequenzverschiebungen sind mit einem einzigen kurzen Wellenpaket nicht mehr sichtbar (vergl. Abb. 10.12).

Allgemein gilt

$$\delta_t \cdot \delta_f = \frac{1}{4\pi}, \quad (10.54)$$

mit:  $\delta_f$  = Halbwertsbreite des Spektrums,

$\delta_t$  = Dauer des Wellenpaketes.

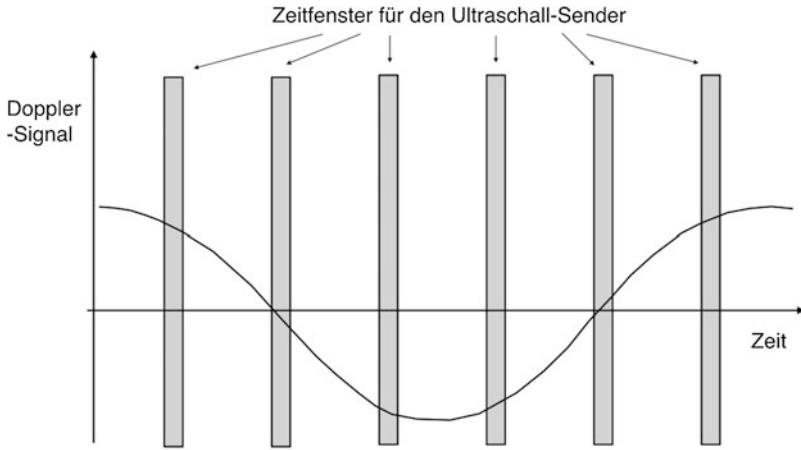


**Abb. 10.32** Pulsed-Wave-Doppler-US-System

Das Problem wird mit folgendem Trick gelöst (Abb. 10.32):

Von einem kontinuierlich abstrahlenden HF-Generator werden mit einem Gate1 kurze Wellenpakete im Abstand T durchgelassen. T wird so groß gewählt, dass sich keine Echos im Empfänger überschneiden. Aus dem zurückkommenden Echo wird mit Gate 2 ein kurzer Abschnitt durchgelassen. Die Verzögerung zwischen Gate 1 und Gate 2 bestimmt die Tiefe, aus der das Signal kommt, von dem die Dopplerverschiebung bestimmt werden soll.

Das Signal hinter Gate 2 wird mit dem kontinuierlich weiterlaufenden Signal des HF-Generators gemischt, d. h. multipliziert. Hätte man ein kontinuierliches, mit  $\omega_D$  verschobenes Echo, so ergäbe sich:



**Abb. 10.33** Abtasten der Dopplerfrequenz während der aufeinander folgenden Wellenzüge durch das Gate

$$\tilde{J}_3 = \sin(\omega t) \cdot \sin((\omega + \omega_D)t) = \frac{1}{2} \cos \omega_D t - \frac{1}{2} \cos ((2\omega + \omega_D)t). \quad (10.55)$$

In Wahrheit erhalten wir aber nur kurze Zeitabschnitte von diesem Signal. Es enthält in diesen Zeitabschnitten die Dopplerfrequenz und ein Signal mit  $(2\omega + \omega_D)$ . Wird der Anteil mit  $(2\omega + \omega_D)$  herausgefiltert, bleiben kurze Abschnitte der Dopplerfrequenz  $\omega_D$  übrig. Durch einen „Sample & Hold“ und einen Tiefpass kann das Doppler-Signal vollständig rekonstruiert werden, wenn das Abtasttheorem nicht verletzt wird (Abb. 10.33 und Abb. 10.34).

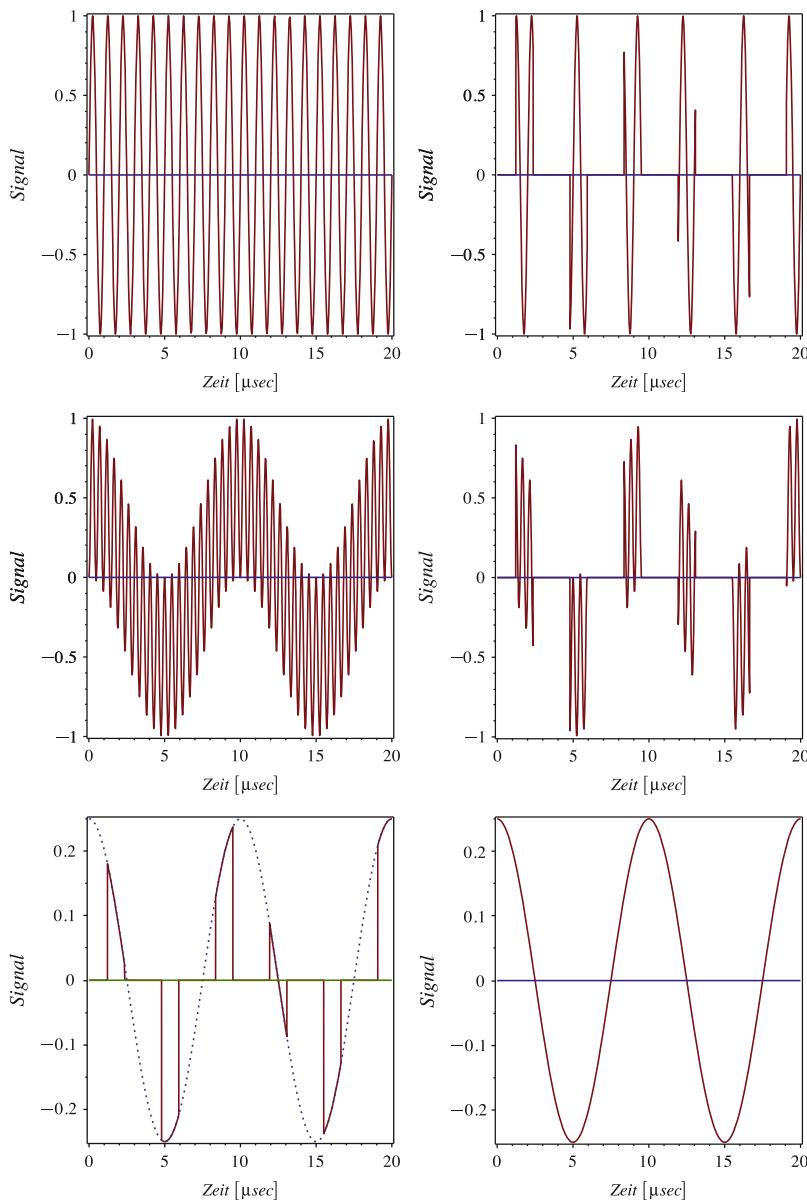
Das bedeutet aber, dass die maximal nachweisbare Dopplerfrequenz und die maximale Eindringtiefe voneinander abhängig sind. Nach dem Abtasttheorem gilt:

$$\Delta f_{D_{\max}} = \frac{1}{2T_{0\max}}, \quad (10.56)$$

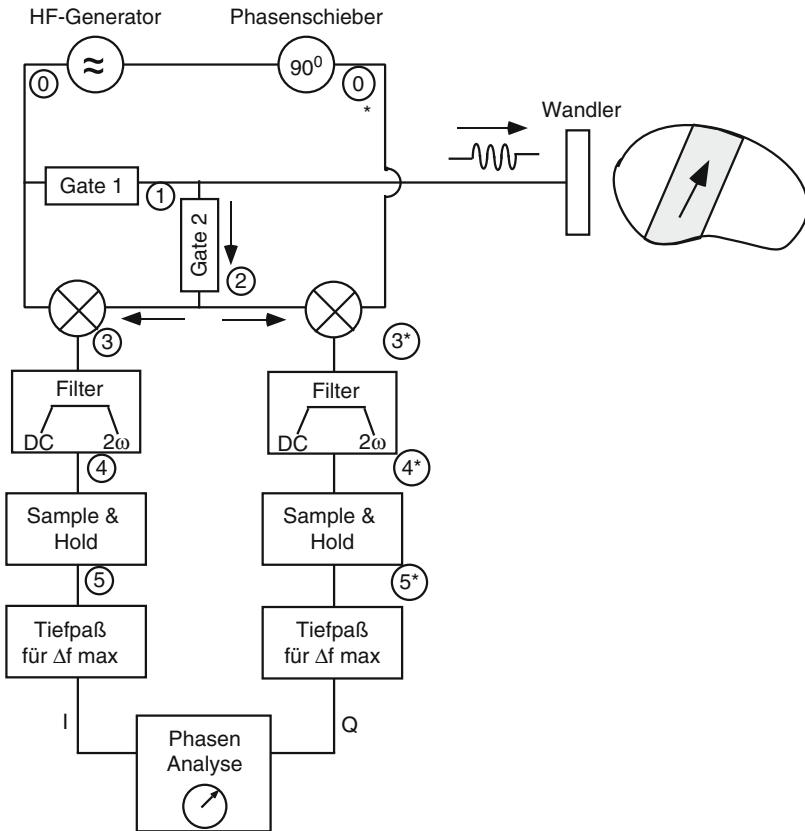
mit  $T_{0\max}$  = längster möglicher Wiederholabstand, um das Abtasttheorem nicht zu verletzen. Nach der Dopplergleichung lässt sich daraus die maximale Fließgeschwindigkeit bestimmen:

$$\frac{2f_0}{c} \cdot v_{\max} \cdot \cos \Theta = \Delta f_{D_{\max}}. \quad (10.57)$$

Der Zusammenhang zwischen der Eindringtiefe  $z_{\max}$  und dem kürzest möglichen Wiederholabstand lautet:



**Abb. 10.34** Signale im PW-Doppler-Ultraschall-System an den verschiedenen Stationen, wie in Abb. 10.29 bezeichnet ( $\omega_D$  stark übertrieben)



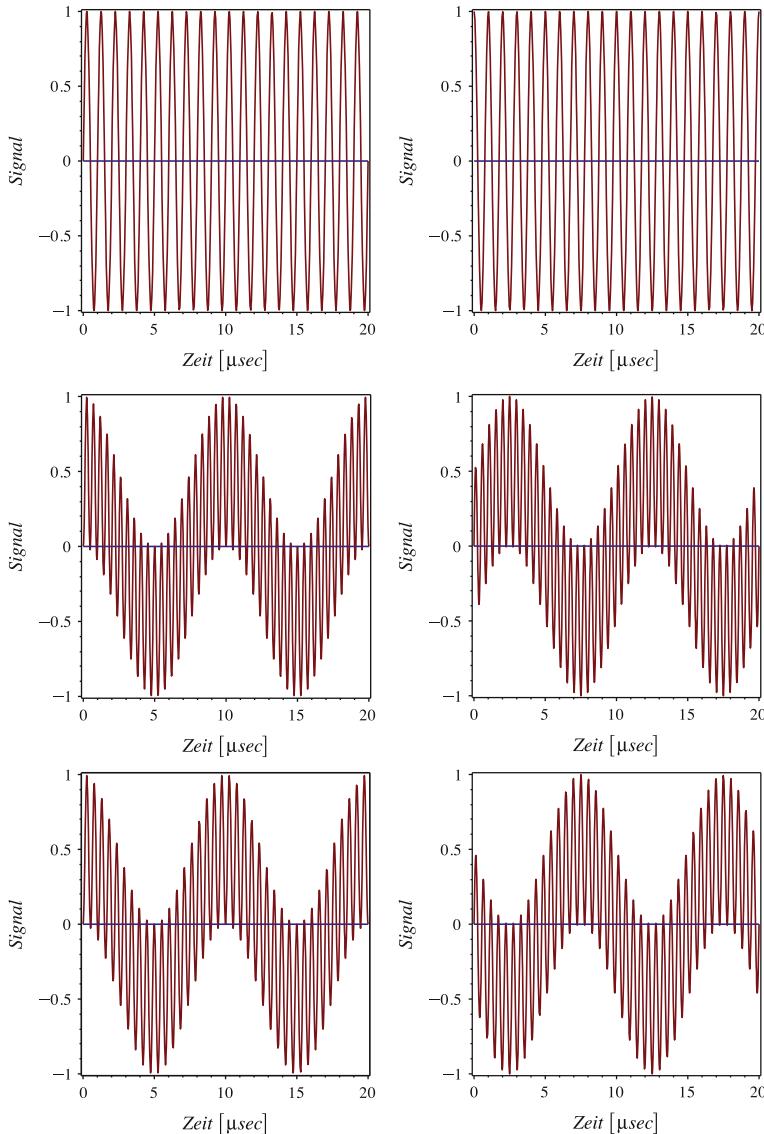
**Abb. 10.35** Quadratur-Detektor

$$c = \frac{2 \cdot z_{\max}}{T_{0 \min}} \quad T_{0 \min} = \frac{2 \cdot z_{\max}}{c} \quad (10.58)$$

mit  $T_{0 \min}$  = kürzester möglicher Wiederholstand um die Überlagerung von Echos auszuschließen. Der bestmögliche Kompromiss ist es,  $T_{0 \min} = T_{0 \max}$  zu setzen. Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen der maximalen nachweisbaren Geschwindigkeit und der Eindringtiefe

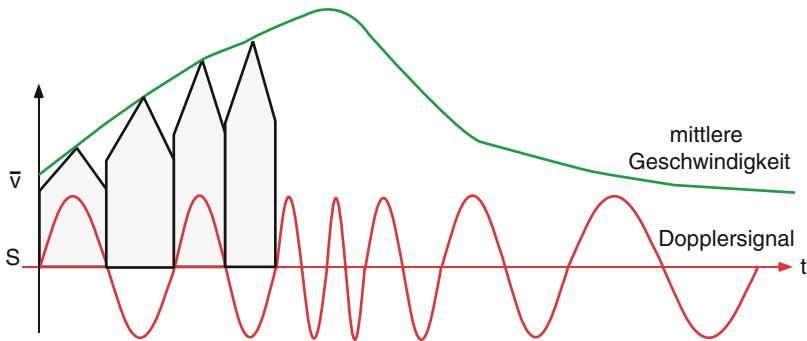
$$v_{\max} \cdot \cos \Theta = \frac{\Delta f_{\max} \cdot c}{2f_0} = \frac{1}{4} \frac{c}{T_0 \cdot f_0} = \frac{1}{8} \frac{c^2}{f_0 \cdot z_{\max}}. \quad (10.59)$$

Zum Glück nimmt  $z_{\max}$  mit zunehmender Frequenz  $f_0$  ab. Trotzdem kommt es relativ oft zu Aliasing-Artefakten, da die tatsächliche Blutflussgeschwindigkeit das oben bestimmte  $v_{\max}$  überschreitet.



**Abb. 10.36** Signale beim Doppler-Ultraschall mit Quadratur-Detektor. Mittlere Zeile: positive Dopplerfrequenz, untere Zeile: negative Dopplerfrequenz, linke Spalte: I-Kanal, rechte Spalte: Q-Kanal

Bei dem oben beschriebenen Verfahren kann die *Richtung* der Blutflussgeschwindigkeit nicht bestimmt werden. Diese Information geht beim einfachen Mischen verloren, da der  $\cos(\omega_D t)$  Term symmetrisch um Null ist. Die Richtung des Blutflusses kann aber mit einem Quadratur-Detektor ermittelt werden (Abb. 10.35). Hier wird in einem zweiten Auswertekanal das Echo mit einem um  $90^\circ$  phasenverschobenen HF-Generator gemischt:



**Abb. 10.37** Bestimmung der mittleren Fließgeschwindigkeit mit einem Nulldurchgangsdetektor [5]

$$J_3^* = \cos(\omega t) \cdot \sin((\omega + \omega_D)t) = \frac{1}{2} \sin(\omega_D t) + \frac{1}{2} \sin((2\omega + \omega_D)t). \quad (10.60)$$

Der NF-Anteil von  $J_3^*$  läuft wie  $\sin(\omega_D t)$  und ist damit vom Vorzeichen von  $\omega_D$  abhängig. Nach dem Herausfiltern der Frequenz  $2\omega_D$ , dem „Sample & Hold“ und dem Tiefpass erhält man zwei Signale, welche die Bezeichnung I und Q bekommen. Eilt I dem Signal Q um  $90^\circ$  vor, so ist  $\omega_D$  positiv d.h. das Blut fließt auf den Ultraschall-Wandler zu. Läuft I dem Signal Q um  $90^\circ$  nach, so ist  $\omega_D$  negativ d.h. das Blut fließt vom Ultraschall-Wandler weg (Abb. 10.36).

Aus dem Signal I kann die mittlere Fließgeschwindigkeit auf verschiedene Art gewonnen werden. Die einfachste Art ist ein Nulldurchgangsdetektor (Abb. 10.37). Dann ist  $1/T_{\text{Null}}$  die gesuchte Dopplerfrequenz. Das Verfahren funktioniert nur, wenn zu jeder Zeit eine einzige Dopplerfrequenz das Signal dominiert.

Liegen z. B. typische Dopplerfrequenzen im Bereich 100 Hz–1 kHz so erhält man mit dem Nulldurchgangsdetektor alle 5 msec–0,5 msec einen neuen Messwert für die mittlere Fließgeschwindigkeit. Wird das Dopplersignal über einen etwas größeren Zeitbereich analysiert, z. B. mit einer gefensterten Fourier-Transformation, kann auch, wie beim CW-Doppler, das Spektrum der Dopplerfrequenzen dargestellt werden. Dies entspricht praktisch einem Histogramm der im betrachteten räumlichen Fenster vorkommenden Fließgeschwindigkeiten.

## 10.12 Farbdoppler-Ultraschall

Bei der Farbdoppler Ultraschall-Sonografie wird für einen großen Bereich eines konventionellen Ultraschall-Bildes die mittlere Dopplerfrequenz und die Schwankungsbreite d.h. die mittlere Fließgeschwindigkeit und die Turbulenz bestimmt. Das Ergebnis wird in Falschfarben (rot, blau und gelb) dem konventionellen Ultraschall-Bild überlagert. Für ein

komplettes Bild bleibt keine Zeit, mit dem PW-Doppler-Verfahren sukzessive an jeder Stelle das ganze Spektrum der Dopplerfrequenzen aufzunehmen.

Will man daher also nur die mittlere Dopplerfrequenz wissen, und das dann so schnell wie möglich, so gibt es wieder eine interessante Variante mit Hilfe der Autokorrelationsfunktion. Folgende kleine Rechnung zeigt die Methode:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \quad (10.61)$$

$$\frac{dR(\tau)}{d\tau} = j \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot P(\omega) \cdot e^{j\omega\tau} d\omega \quad (10.62)$$

$$\left. \frac{dR(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0} = j \int_{-\infty}^{+\infty} \omega \cdot P(\omega) d\omega \quad (10.63)$$

$$j \cdot \bar{\omega} = \frac{j \int_{-\infty}^{+\infty} \omega P(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega) d\omega} = \frac{\left. \frac{dR(\tau)}{d\tau} \right|_{\tau=0}}{R(\tau)|_{\tau=0}} \quad (10.64)$$

Das bedeutet: es müssen, um die mittlere Fließgeschwindigkeit zu bestimmen, nur zwei Ultraschall-Pulse mit gleicher Gate-Einstellung in das Gewebe gesendet werden. Dann wird die Autokorrelationsfunktion der Echos gebildet und deren zeitliche Ableitung. Mit Hilfe von Gl. 10.64 wird daraus die mittlere Dopplerfrequenz und daraus wiederum die mittlere Fließgeschwindigkeit bestimmt.

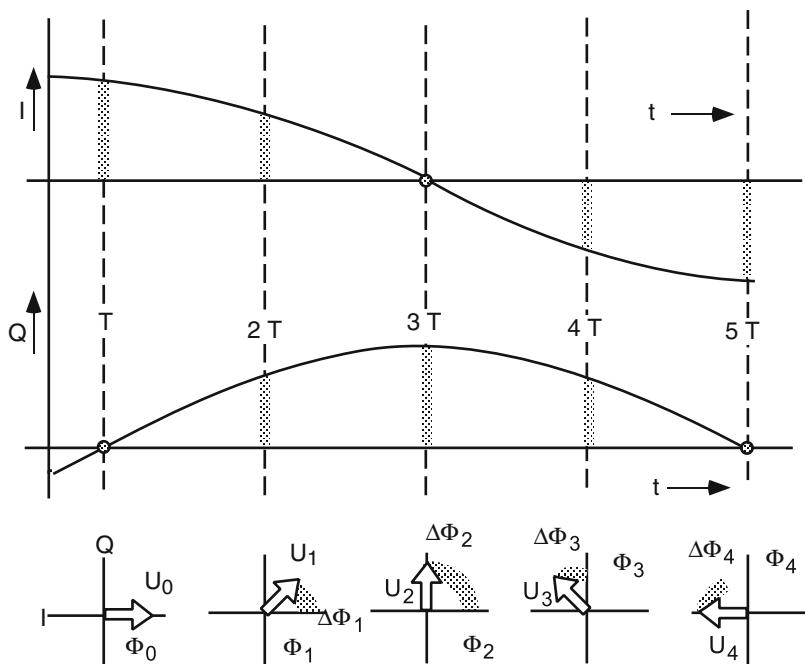
Abbildung 10.38 visualisiert die Methode in der komplexen Zahlebene. Werden die Signale I und Q als Realteil und Imaginärteil eines Zeigers in der komplexen Ebene aufgefasst, so ist der Winkel, um den sich der Zeiger von einem Wellenpaket zum nächsten weiterdreht, ein Maß für die mittlere Dopplerfrequenz.

Es gilt dabei

$$\Delta\Phi_T = \omega_D \cdot T \quad (10.65)$$

mit:  $\Delta\Phi_T$  = Winkel, um den sich der Zeiger in der Zeit T dreht, T = zeitlicher Abstand der Wellenpakete.

Die Messung wird genauer, wenn z. B. über 5 aufeinanderfolgende Wellenpakete das  $\Delta\Phi_T$  gemittelt wird.



mit:  $T$  = Pulswiederholzeit  
 $\Phi$  = Phasenwinkel  
 $\Delta\Phi$  = Differenz der Phasenwinkel  
 $U$  = Vektor der Signale  $I$  und  $Q$

**Abb. 10.38** Abtastung der Dopplersignale beim Farbdoppler-Verfahren [5]

In ähnlicher Weise kann auch die Standardabweichung der Dopplerfrequenzen berechnet werden:

$$\sigma^2 = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} (\omega - \bar{\omega})^2 P(\omega) d\omega}{\int_{-\infty}^{+\infty} P(\omega) d\omega} \quad (10.66)$$

$$\sigma^2 = \left\{ \frac{\frac{dR(\tau)}{d\tau} \Big|_{\tau=0}}{R(\tau) \Big|_{\tau=0}} \right\}^2 - \frac{\frac{d^2R(\tau)}{d^2\tau} \Big|_{\tau=0}}{R(\tau) \Big|_{\tau=0}} \quad (10.67)$$

Wegen der zweiten Ableitung sind nun mindestens drei Wellenpakte für eine Messung notwendig. Beim Farbdoppler werden die Gebiete, in denen das Blut auf den Beobachter zufließt, rot dargestellt. Je tiefer das Rot, desto größer die mittlere Geschwindigkeit. Gebiete, in denen das Blut vom Beobachter wegfließt, werden blau dargestellt. In Gebieten, in denen die Standardabweichung einen gesetzten Schwellwert überschreitet, wählt man die gelbe Farbe, um eine Art „Turbulenz“ darzustellen.

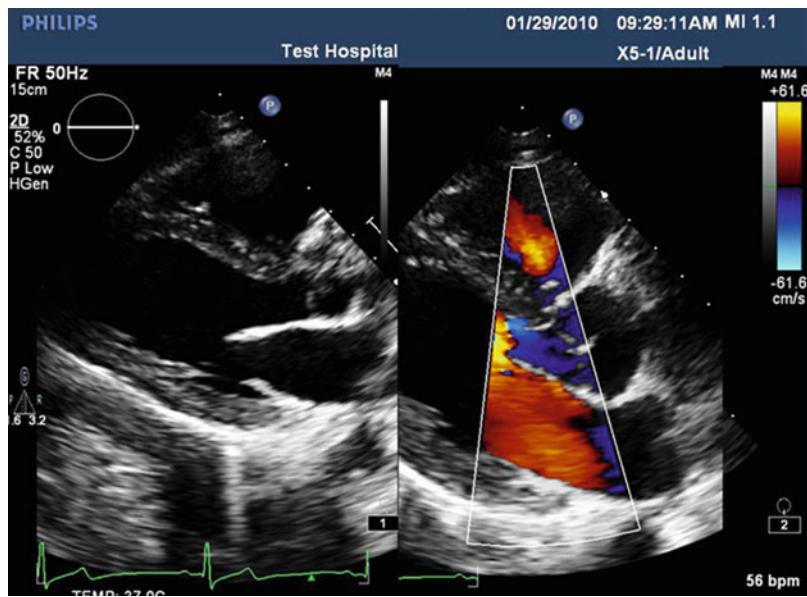
**Tab. 10.5** Anwendungen der Ultraschall-Diagnostik

Schwangerschaft:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Entwicklungsstand des Fötus,</li> <li>• Mehrlings-Schwangerschaft,</li> <li>• Missbildungen des Fötus</li> </ul>	
Gynäkologie:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Uterus,</li> <li>• Ovarien</li> </ul>	
Gastrointestinaltrakt:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Leber,</li> <li>• Niere,</li> <li>• Milz,</li> <li>• Bauchspeicheldrüse,</li> <li>• Blase,</li> <li>• Prostata</li> </ul>	
Herz:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Herzklappen,</li> <li>• Linkes Ventrikel (Wanddicke, Wandbewegung), *Doppler-Verfahren,</li> <li>• Transösophagus Ultraschall (Ultraschall-Sonde in der Speiseröhre), angeborene Missbildungen</li> </ul>	
Blutgefäße:	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Stenosen (Carotis), *Doppler-Methoden,</li> <li>• Intravaskulärer Ultraschall,</li> <li>• Aneurysmen</li> </ul>	
Intraoperative Ultraschall-Diagnostik		

**Abb. 10.39** Ultraschall-System. (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 10.40** Ultraschall-Messköpfe. (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 10.41** Ultraschall-Bilder vom Herzen. (Quelle: Philips Healthcare)

**Abb. 10.42** 3D-Ultraschall-Bild von einem Embryo.  
(Quelle: Philips Healthcare)



## 10.13 Anwendungen der Ultraschall-Diagnostik

Die Anwendungen der Ultraschall-Diagnostik sind sehr vielfältig und nehmen kontinuierlich zu. Die in Tab. 10.5 genannten Bereiche können daher nur ein unvollständiger Überblick sein.

Darüber hinaus gibt es therapeutische Anwendungen von Ultraschall in der Medizin: Lithotripsie (Nierenstein-Zertrümmerung), Schmerztherapie und Hyperthermie. Sie zählen nicht zu den bildgebenden Verfahren und werden in diesem Buch nicht betrachtet (Abbs. 10.39, 10.40, 10.41, and 10.42).

---

## Literatur

1. Hutten H.: Biomedizinische Technik Band 1. Berlin, Heidelberg, New York: Springer, 1992.
2. Quistgaard J.U.: Signal acquisition and processing in medical diagnostic ultrasound. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 14, pp. 67-74, 1997.
3. Szabo T. L.: Diagnostic ultrasound imaging – insite out. Amsterdam: Elsevier Inc, 2004.
4. Hill C. R., Bamber J. C., ter Haar G. R.: Physical principles of medical ultrasonics. 2. Aufl. Chichester: John Wiley, 2004.
5. Oppelt A.: Imaging Systems for Medical Diagnostics. Erlangen: Publicis, 2005.
6. Ermert, H. Hansen, Ch.: Ultraschall. in: Dössel O., Buzug, Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung, Berlin: deGruyter, 2015.

Bei der Magnetresonanz-Tomografie werden auf besonders raffinierte Art Experimente mit den Atomkernen gemacht, die im menschlichen Körper vorkommen. Meistens arbeitet man mit den Wasserstoffkernen – einfachen Protonen – und nutzt dabei die Tatsache, dass Protonen einen Spin haben und sich damit wie magnetische Kreisel verhalten. Diese Kreisel führen in einem starken äußeren Magnetfeld eine Präzessionsbewegung aus. Durch Einstrahlen kurzer Pulse von elektromagnetischen Wellen im Frequenzbereich der Radiowellen erreicht man, dass die Kerne für kurze Zeit selbst zum Sender von Radiowellen werden. Diese Radiowellen werden geschickt gemessen und die Messdaten mit einem Computer ausgewertet. So entstehen Bilder vom Inneren des Menschen, die für viele diagnostische Fragestellungen von großem Wert sind [1, 2].

---

## 11.1 Der klassische magnetische Kreisel

### 11.1.1 Kompassnadel im Magnetfeld

Zur Einführung in die Beschreibung des magnetischen Kreisels betrachten wir zuerst eine einfache Kompassnadel, also ein Objekt ohne Drehimpuls. Die magnetischen Eigenschaften der Kompassnadel werden durch das magnetische Dipolmoment  $\vec{m}$  beschrieben. Das magnetische Dipolmoment lässt sich messen, indem man das Drehmoment auf den Dipol im homogenen Magnetfeld bestimmt. Die Kompassnadel dreht sich in Richtung des Magnetfeldes. Ein kreisförmiger stromdurchflossener Draht verhält sich wie ein magnetischer Dipol.

$$\text{Magnetisches Dipolmoment : } \vec{m} = I \cdot A \cdot \vec{e}_n \quad (11.1)$$

$$\text{Drehmoment : } \vec{T} = \vec{r} \times \vec{F} = \vec{m} \times \vec{B} \quad (11.2)$$

mit:  $I$  = Kreisstrom,  
 $A$  = Kreisfläche,  
 $\vec{e}_n$  = Normalenvektor auf F,  
 $\vec{r}$  = Hebelarm,  
 $\vec{F}$  = angreifende Kraft.

In diesem Kapitel wird durchgehend die Größe B mit „Magnetfeld“ bezeichnet. Dies ist natürlich nicht richtig: B ist die magnetische Induktion oder Kraftflussdichte, das Magnetfeld ist H. Die richtige Bezeichnung für B ist dem Autor aber in diesem Text zu umständlich und der Unterschied zwischen B und H ist für das Verständnis der MR-Tomographie nicht wichtig.

### 11.1.2 Magnetisierung paramagnetischer und diamagnetischer Stoffe

Die verschiedenen Materialien reagieren auf ein äußeres Magnetfeld unterschiedlich: Es gibt diamagnetische, paramagnetische und ferromagnetische Stoffe.

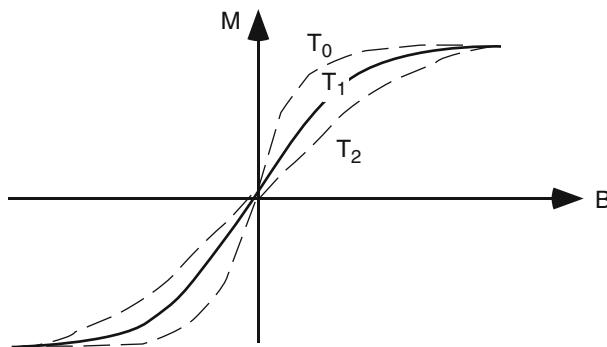
In diamagnetischen Stoffen wird in den Elektronen, die die Kerne umkreisen, ein Abschirmstrom induziert, der dazu führt, dass im Inneren des Stoffes das Magnetfeld kleiner wird. In paramagnetischen Stoffen richten sich die im Material vorhandenen Elementarmagnete (z. B. Elektronenspins) aus, so dass das B-Feld im Inneren größer wird. In ferromagnetischen Stoffen gibt es darüber hinaus eine starke Wechselwirkung zwischen benachbarten magnetischen Dipolen.

Die Vektorsumme aller magnetischen Momente in einem Volumenelement bezogen auf die Größe des Volumenelementes heißt Magnetisierung  $\vec{M}$ .

$$\vec{M} = \frac{d\vec{m}}{dv} = \frac{\text{Vektorsumme aller magn. Dipolmomente in } dv}{\text{Volumen } dv}. \quad (11.3)$$

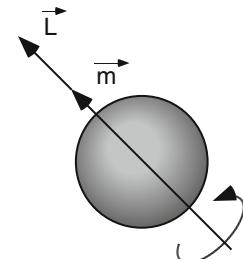
Die Elementarmagnete richten sich im Feld aus, die Temperatur „wackelt“ daran (Abb. 11.1).

Ist ein Körper aus vielen verschiedenen Materialien zusammengesetzt, so ist  $\vec{M}$  eine Funktion des Ortes  $\vec{M} = \vec{M}(x, y, z)$ . Bei der MR-Tomographie wird die örtliche Verteilung der Magnetisierung  $\vec{M}$  gemessen, die durch eine bestimmte Kernsorte (meist die Wasserstoffkerne) hervorgerufen wird. Die Beiträge der Elektronen zur Magnetisierung,



**Abb. 11.1** Magnetisierung paramagnetischer Stoffe über der magnetischen Flussdichte

**Abb. 11.2** Magnetischer Kreisel



die die magnetischen Eigenschaften eines Materials meist hauptsächlich bestimmen, werden durch die Art des Experimentes (Resonanz) unterdrückt. Die Magnetisierung durch die Elektronen sorgt allenfalls dafür, dass die Kerne im MR-Experiment nicht exakt das von außen angelegte Feld „sehen“, sondern etwas abgeschirmt werden.

### 11.1.3 Magnetischer Kreisel im konstanten Magnetfeld (klassisch)

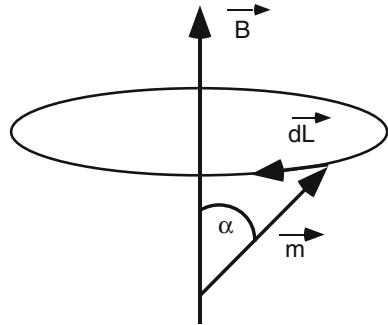
Wenn ein Objekt mit einem magnetischen Dipolmoment  $\vec{m}$  rotiert, entsteht ein magnetischer Kreisel. Mit der Definition des Drehimpulses und der allgemeinen Bewegungsgleichung rotierender Körper kann die Bewegungsgleichung des magnetischen Kreisels abgeleitet werden (Abb. 11.2)

$$\text{Drehimpuls : } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega}, \quad (11.4)$$

mit:  $I$  = Trägheitsmoment,

$\vec{\omega}$  = Winkelgeschwindigkeit.

**Abb. 11.3** Präzession eines magnetischen Kreisels im Feld  $\vec{B}$



$$\text{Allgemeine Bewegungsgleichung : } \vec{T} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (11.5)$$

$$\text{Bewegungsgleichung des magnetischen Kreisels : } \vec{m} \times \vec{B} = \frac{d\vec{L}}{dt}. \quad (11.6)$$

Hieraus lassen sich eine Reihe wichtiger Aussagen ableiten:

- Wenn  $\vec{m}$  parallel zu  $\vec{B}$  steht (die Kompassnadel ist ausgerichtet), passiert gar nichts, da  $\vec{m} \times \vec{B} = 0$ .
- Wenn  $\vec{m}$  und  $\vec{B}$  einen Winkel  $\alpha$  haben, kommt es zur *Präzession*,  $d\vec{L}$  steht senkrecht auf  $\vec{m}$  und  $\vec{B}$  (Abb. 11.3).
- Die Präzessions-Winkelgeschwindigkeit beträgt

$$\omega_o = -\frac{T}{L \cdot \sin \alpha} = -\frac{m \cdot B \cdot \sin \alpha}{L \cdot \sin \alpha} = -\frac{m \cdot B}{L}, \quad (11.7)$$

mit:  $\frac{m}{L} = \gamma$  gilt

$$\omega_o = -\gamma \cdot B \quad (11.8)$$

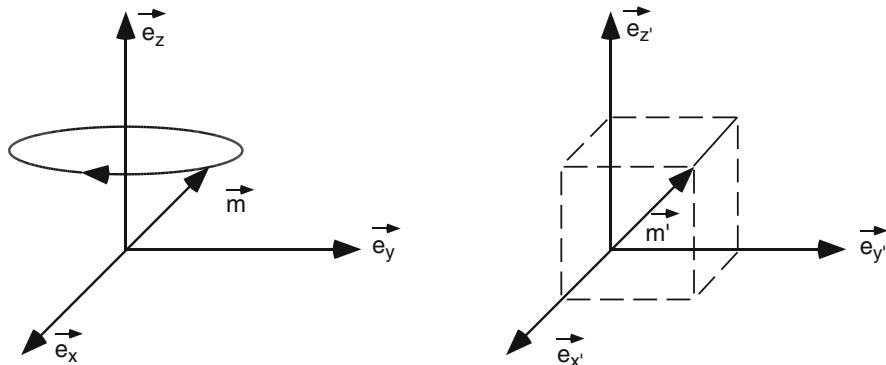
$\gamma$  = gyromagnetisches Verhältnis.

Die Präzession erfolgt in der negativen mathematischen Zählrichtung, d. h.  $\omega_o < 0$ . Hierauf wird nur in einem einzigen Lehrbuch der MR-Tomographie hingewiesen [4]. Alle anderen Lehrbücher verwenden folgende Konvention:

$$\omega_o = \gamma \cdot B \quad (11.9)$$

**Tab. 11.1** Gyromagnetisches Verhältnis einiger Kerne

Kern	$\gamma^* [\text{MHz}/\text{T}]$
$^1\text{H}$	42,6
$^{31}\text{P}$	17,2
$^{19}\text{F}$	40,0
$^{13}\text{C}$	10,8

**Abb. 11.4** Magnetisches Dipolmoment  $\vec{m}$  im ruhenden und rotierenden Koordinatensystem

Da die hier angegebenen Formeln mit den meisten Lehrbüchern vergleichbar sein sollen, schließen wir uns dieser Schreibweise an. Die richtige Zählrichtung der Winkelgeschwindigkeiten kann man leicht erhalten, indem man in den folgenden Formeln einfach für  $\gamma$  den Tabellenwert (Tab. 11.1) mit negativem Vorzeichen einsetzt.

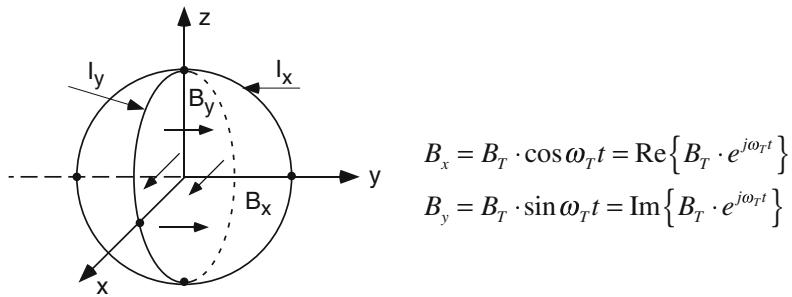
- Der Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{B}$  und  $\vec{m}$  ändert sich bei der Präzession nicht.
- $\omega_o$  ist unabhängig vom Winkel  $\alpha$ .
- In einem mit  $\omega_o$  um die z-Achse rotierenden Koordinatensystem steht  $\vec{m}$  still (Abb. 11.4).

Wenn  $B_z = B_{00} + G_z \cdot z$  und  $\vec{B} = (0, 0, B_z)$  ist, so spricht man von einem Feld-Gradienten in z-Richtung

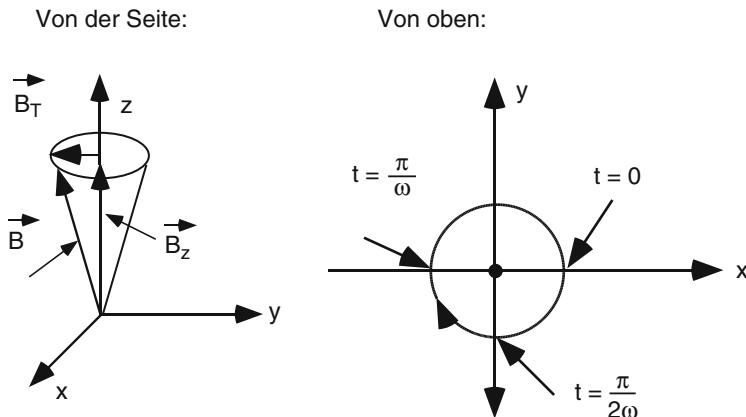
$$\frac{\partial B_z}{\partial z} = G_z. \quad (11.10)$$

Wegen  $\omega_o = \gamma \cdot B = \gamma \cdot B_{00} + \gamma \cdot G_z \cdot z = \omega_{oo} + \gamma \cdot G_z \cdot z$  ist die Präzessions-Winkelgeschwindigkeit  $\omega_o$  dann eine lineare Funktion von  $z$ . Alle Kreisel in einer x-y-Ebene präzidieren mit der gleichen Winkelgeschwindigkeit. In einem mit  $\omega_{oo}$  rotierenden Koordinatensystem laufen die Kreisel mit  $z > 0$  vor und die Kreisel mit  $z < 0$  nach.

Im Folgenden wird mit  $\omega_o$  immer eine lokale Präzessionsfrequenz bezeichnet und mit  $\omega_{oo}$  die Präzessionsfrequenz bei  $z = 0$  (im Zentrum des MR-Tomographen).



**Abb. 11.5** Transversale magnetische Wechselfelder (schematisch)



**Abb. 11.6** Zusammengesetztes Magnetfeld,  $\vec{B} = \vec{B}_z + \vec{B}_T$  ( $\omega_T$  im Beispiel  $< 0$ )

#### 11.1.4 Magnetischer Kreisel im konstanten Magnetfeld $B_z$ mit überlagertem transversalem Wechselfeld

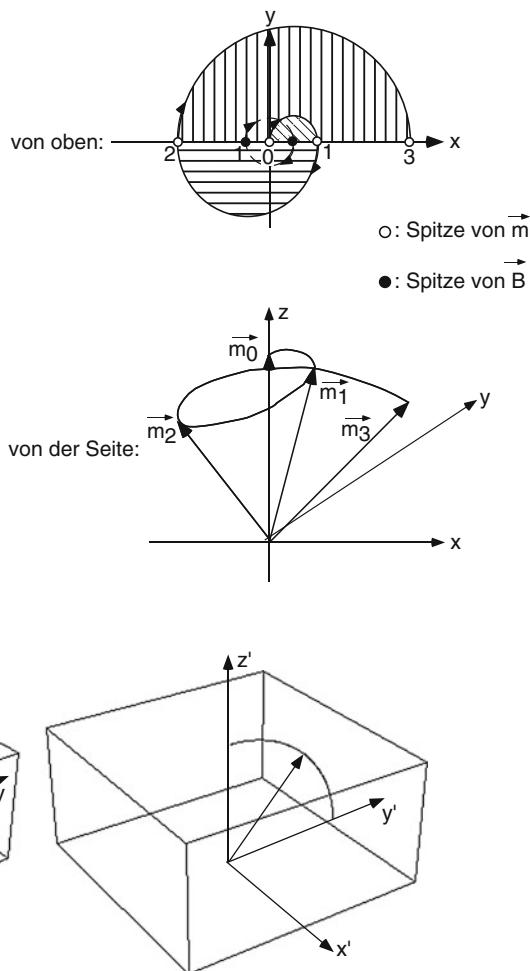
Wir legen nun zusätzlich zum zeitlich konstanten Feld  $B_z$  in z-Richtung ein in der x-y-Ebene rotierendes magnetisches Wechselfeld an (Abb. 11.5).

Im ruhenden Koordinatensystem gilt der in Abb. 11.9 gezeigte Zusammenhang:

Wenn  $\omega_T = \omega_o = \gamma \cdot B_z$  ist (d. h. das transversale Feld rotiert mit der Präzessions-Winkelgeschwindigkeit), so schraubt sich die Richtung des magnetischen Dipolmoments aus der Ruhelage heraus (Abb. 11.7).

Die Abb. 11.8 zeigt das „Herausdrehen“ des magnetischen Dipols im ruhenden und im rotierenden Koordinatensystem in einer perspektivischen Ansicht.

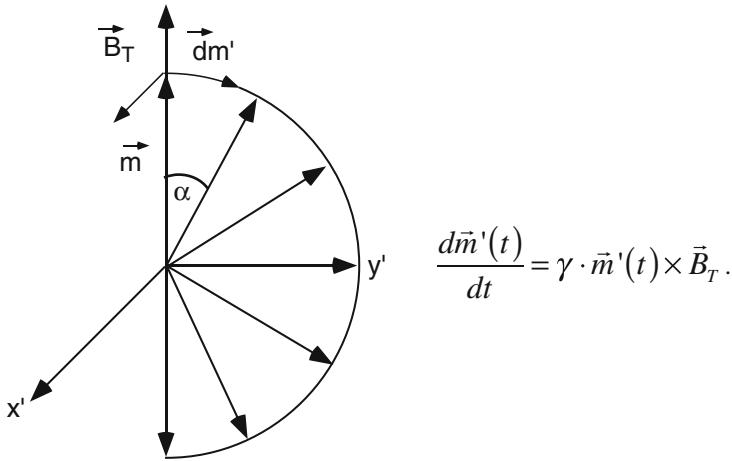
**Abb. 11.7** „Herausdrehen“ des magnetischen Dipols durch das rotierende transversale Feld



**Abb. 11.8** „Herausdrehen“ des magnetischen Dipols im ruhenden und im rotierenden Koordinatensystem

Die wichtigsten Aussagen hierzu sind:

- $\vec{m}$  präzidiert um das „aktuelle“  $\vec{B}$ .
- Nur wenn  $\omega_T = \omega_0$  können sich die beiden Phänomene „Präzession“ und „Wackeln durch das externe B-Feld“ aufschaukeln.
- Auch wenn  $\vec{m}_0 \parallel \vec{e}_z$  ist, startet die Präzession.
- Die Länge von  $\vec{m}$  bleibt konstant.
- Nach einer bestimmten Zeit  $T_{90^\circ}$  liegt  $\vec{m}$  in der  $x$ - $y$ -Ebene, auch wenn  $B_T \ll B_z$ .
- Nach  $2 \cdot T_{90^\circ}$  zeigt  $\vec{m}$  nach unten.



**Abb. 11.9** Bewegung des magnetischen Dipols im rotierenden Koordinatensystem

Im rotierenden Koordinatensystem gilt der in Abbildung 11.9 gezeigte Zusammenhang.

Analog zur Berechnung der Präzessions-Winkelgeschwindigkeit gilt hier für die Winkelgeschwindigkeit, mit der sich  $\alpha$  vergrößert:

$$\omega_F = \frac{d\alpha}{dt} = -\frac{T}{L \cdot \sin \alpha} = -\frac{m \cdot B_T \cdot \sin \alpha}{L \cdot \sin \alpha} = -\frac{m}{L} \cdot B_T = -\gamma \cdot B_T. \quad (11.11)$$

Auch diese Winkelgeschwindigkeit ist im Allgemeinen negativ. Auch hier schließen wir uns der Konvention an und kehren das Vorzeichen um. Die richtige Zählrichtung erhält man wieder, wenn man für  $\gamma$  den negativen Tabellenwert einsetzt.

$$\begin{aligned} \omega_F &= \gamma \cdot B_T \\ \alpha &= \gamma \cdot B_T \cdot \tau \end{aligned} \quad (11.12)$$

mit:  $\alpha$  = Flipwinkel,

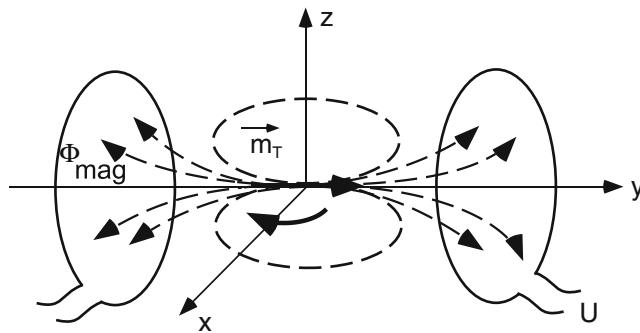
$\tau$  = Pulsdauer,

$B_T$  = Transversalfeld; d. h. Amplitude des Wechselfeldes in x-Richtung.

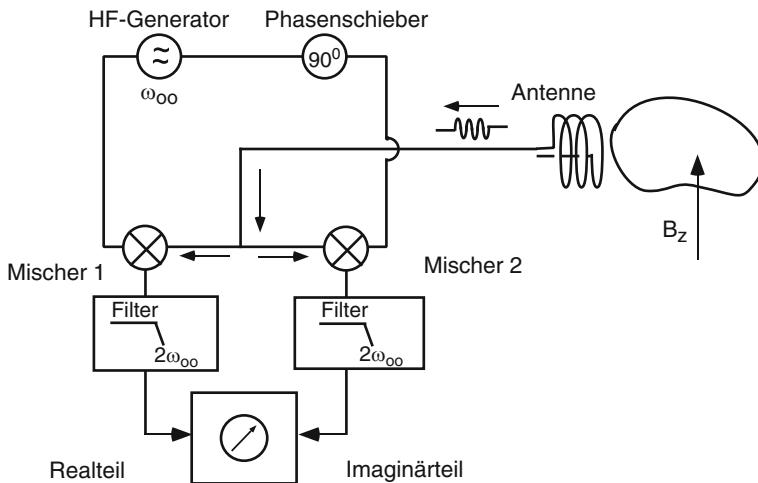
### 11.1.5 Signale in einer Antenne

Angenommen ein transversales Wechselfeld hat das magnetische Moment  $\vec{m}$  eines magnetischen Kreisels um  $90^\circ$  gekippt und wird dann abgeschaltet. Ohne eine Wechselwirkung mit außen rotiert  $\vec{m}$  weiter in der x-y-Ebene (Abb. 11.10).

In der Antenne gibt es einen magnetischen Fluss  $\Phi$ , der vom magnetischen Kreisel kommt. In der MR-Tomographie steht die Normalenrichtung der Antennenspule immer



**Abb. 11.10** Magnetischer Fluss des rotierenden Dipols durch eine Antenne



**Abb. 11.11** Quadratur-Detektor bei der MR-Tomographie

senkrecht auf der z-Achse. Damit ist der Fluss  $\Phi$  proportional zur Querkomponente von  $\vec{m}$ , d. h. zu  $m_T$ .

Der Fluss durch die Antenne ist näherungsweise  $\Phi = k \cdot m_T \cdot \cos(\omega_o t)$ . Es wird eine Spannung  $U(t) = k \cdot m_T \cdot \omega_o \cdot \sin(\omega_o t)$  induziert.

### 11.1.6 Quadratur Detektor

Die induzierte Spannung in der Antenne ist immer ein HF-Signal (HF = Hochfrequenz) mit einer Frequenz von  $\omega_{00}$  oder einer nahe dabei liegenden Frequenz, wenn die Probe sich z. B. in einem Gradientenfeld befindet. Es ist daher üblich, die Antennensignale mit einem HF-Signal von  $\omega_{00}$  (Präzessionsfrequenz bei  $z=0$ ) herunter zu mischen, d. h. mit einem Referenzsignal zu multiplizieren (Abb. 11.11).

Beim Multiplizieren zweier Sinus-Signale entsteht die Summen- und die Differenzfrequenz.

$$\begin{aligned} U_R &= U_1 \cdot \sin(\omega_{oo}t) \cdot U_2 \cdot \sin((\omega_{oo} + \Delta\omega)t) \\ &= U_1 \cdot U_2 \cdot \frac{1}{2} \{ \cos(\Delta\omega t) - \cos((2\omega_{oo} + \Delta\omega)t) \}. \end{aligned} \quad (11.13)$$

Liegen beide Signale ungefähr bei einer Frequenz von  $\omega_{oo}$ , so entsteht am Ausgang die Frequenz  $2\omega_{oo}$  und die Differenzfrequenz  $\Delta\omega$ . Wird der  $2\omega_{oo}$ -Anteil durch einen Tiefpass abgetrennt, bleibt die Differenzfrequenz übrig (Abb. 11.12).

Wird das Antennensignal nur mit  $\omega_{oo}$  herunter gemischt, geht die Information über das Vorzeichen von  $\Delta\omega$  verloren, da der  $\cos(\Delta\omega t)$ -Term symmetrisch um Null ist. Daher wird das Antennensignal zusätzlich in einem zweiten Auswertekanal mit einem um  $90^\circ$  versetzten HF-Signal herunter gemischt (Abb. 11.11).

$$\begin{aligned} U_I &= U_1 \cdot \cos(\omega_{oo}t) \cdot U_2 \cdot \sin((\omega_{oo} + \Delta\omega)t) \\ &= U_1 \cdot U_2 \cdot \frac{1}{2} \{ \sin(\Delta\omega t) + \sin((2\omega_{oo} + \Delta\omega)t) \}. \end{aligned} \quad (11.14)$$

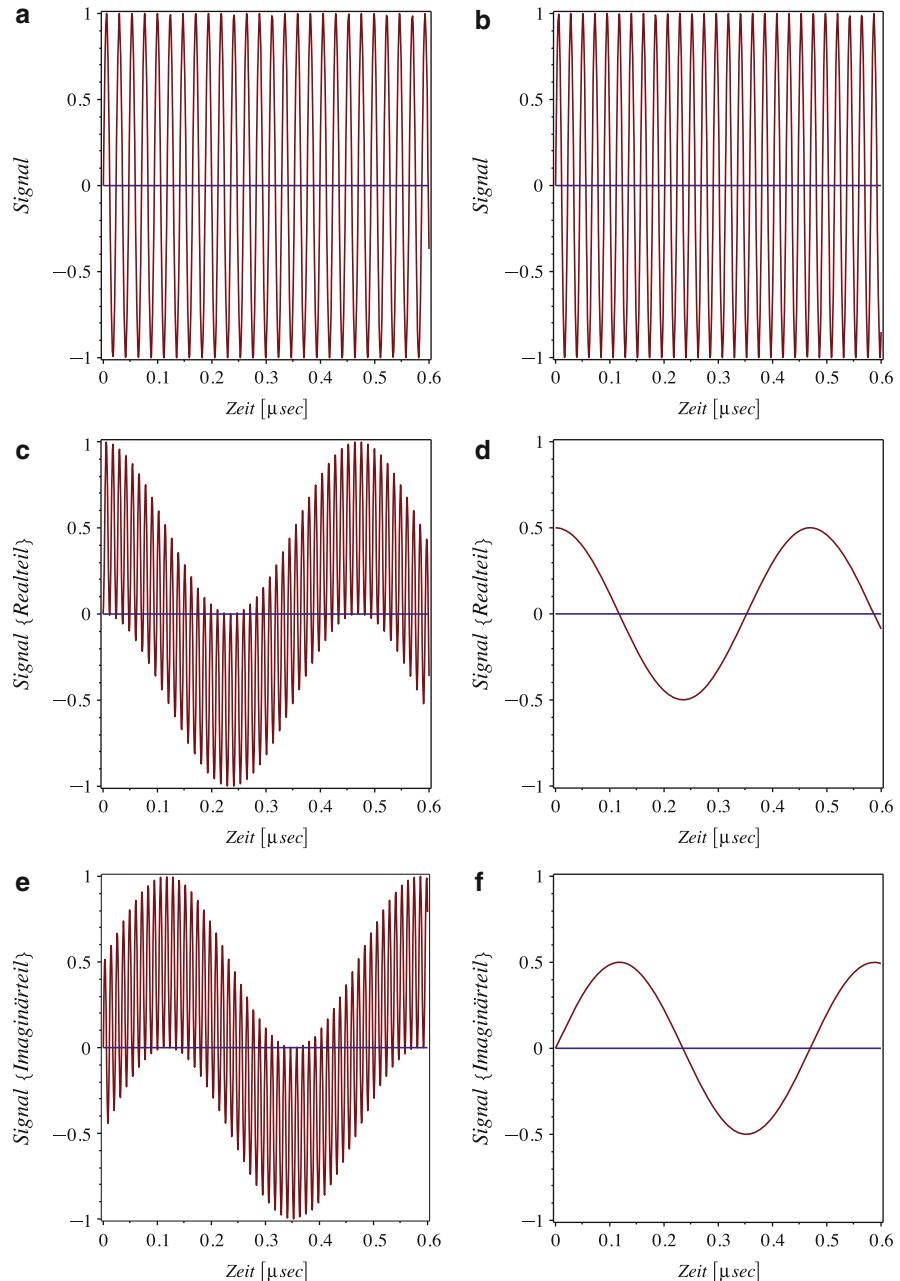
Die Signale  $U_R$  und  $U_I$  nach Abtrennen des  $2\omega_{oo}$ -Termes werden als Real- und Imaginärteil eines komplexen Zeigers  $\underline{U}$  aufgefasst.

$$\underline{U} = U_R + j \cdot U_I. \quad (11.15)$$

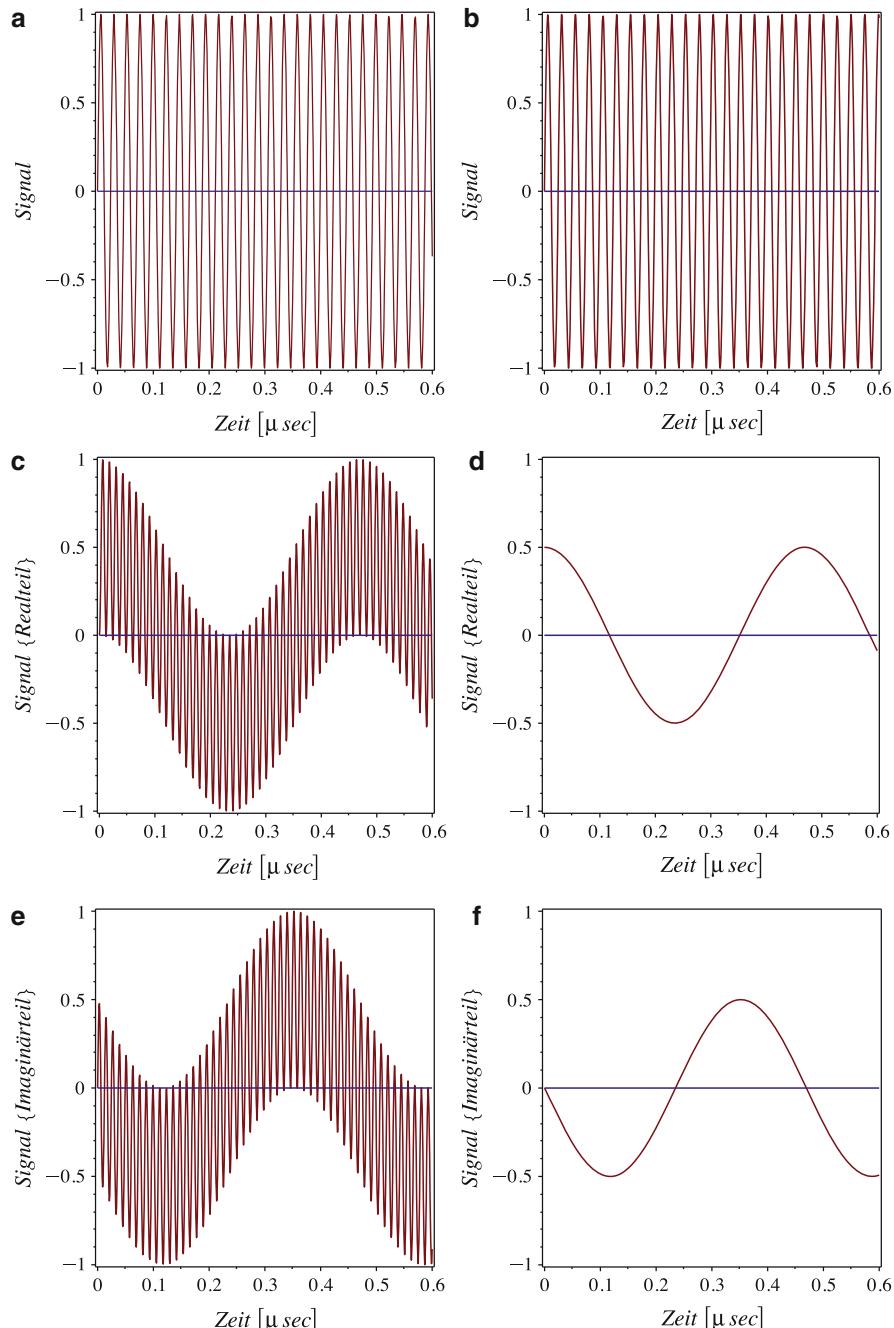
Dieser Zeiger dreht sich offensichtlich in der komplexen Ebene mit der Winkelgeschwindigkeit  $\Delta\omega$ . Damit ist dieser Zeiger die Transversalkomponente des magnetischen Momentes in einem mit  $\omega_{oo}$  rotierenden Koordinatensystem!

$$\underline{U} = k \cdot \underline{m}'_T. \quad (11.16)$$

Der Quadratur-Detektor der MR-Tomographie arbeitet völlig analog wie der Quadratur-Detektor beim Doppler-Ultraschall. (Beim Doppler-Ultraschall werden allerdings auch DC-Signale hinter dem Mischer herausgefiltert, die bei der MR-Tomographie wichtig sind) (Abb. 11.13).

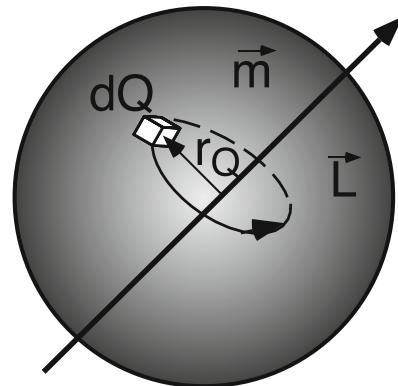


**Abb. 11.12** Signale im Quadratur-Detektor,  $\Delta\omega > 0$ : **a** Referenz-Oszillator, **b** Signal von der Antenne, **c** Signal hinter Mischer 1, **d** Signal hinter Tiefpass 1, **e** Signal hinter Mischer 2, **f** Signal hinter Tiefpass 2



**Abb. 11.13** Signale im Quadratur-Detektor,  $\Delta\omega < 0$ : **a** Referenz-Oszillator, **b** Signal von der Antenne, **c** Signal hinter Mischer 1, **d** Signal hinter Tiefpass 1, **e** Signal hinter Mischer 2, **f** Signal hinter Tiefpass 2

**Abb. 11.14** Rotierendes, geladenes Teilchen



## 11.2 Kernspin

### 11.2.1 Gyromagnetisches Verhältnis

Proton, Neutron und Elektron verhalten sich wie (quantenmechanische) magnetische Kreisel. Ein anschauliches aber quantitativ nicht richtiges Bild zeigt das Proton als rotierendes geladenes Teilchen (Abb. 11.14). Jedes Ladungselement stellt einen Kreisstrom dar, der einen Beitrag zum magnetischen Moment liefert.

Das gyromagnetische Verhältnis  $\gamma$  ist definiert als:

$$\vec{\mu} = \gamma \cdot \vec{L} \quad (11.17)$$

mit:  $\vec{\mu}$  = magnetisches Dipolmoment des Teilchens ( $\vec{\mu}$  statt  $\vec{m}$  soll daran erinnern, dass es sich um eine quantenmechanische Größe handelt),

$\vec{L}$  = Drehimpuls des Teilchens.

Jedes Teilchen (Proton, Neutron, Elektron) hat sein eigenes  $\gamma$ . Auch Kerne, die aus vielen Protonen und Neutronen zusammengesetzt sind, haben oft ein resultierendes magnetisches Dipolmoment und somit auch ihr eigenes  $\gamma$  (typische Werte für  $\gamma$ , s. unten).

### 11.2.2 Präzession von Kernspins im konstanten Magnetfeld

Wie beim klassischen magnetischen Kreisel gilt im konstanten Magnetfeld: Zeigen  $\vec{\mu}$  und  $\vec{B}$  nicht in die gleiche Richtung, fängt der Kreisel an zu präzidieren (Quantenmechanische magnetische Dipolmomente zeigen *nie* in die Richtung von  $B$ , s. Abschn. 11.2.3).

**Tab. 11.2** Präzessionsfrequenz von Protonen in verschiedenen Feldern

B	50 µT	0,5 T	1 T	4 T
$f_o$	2,13 kHz	21,3 MHz	42,6 MHz	170,4 MHz

Die Präzessionswinkelgeschwindigkeit kann wie in Abschn. 11.1.3 bestimmt werden

$$\omega_o = \gamma \cdot B \quad (11.18)$$

mit:  $\omega_o$  = Präzessions-Winkelgeschwindigkeit ( $\omega_o = 2\pi \cdot f_o$ ): *Larmorfrequenz*,

$\gamma$  = gyromagnetisches Verhältnis des Kerns,

$B$  = externes Magnetfeld.

Meistens wird nicht der Proportionalitätsfaktor zwischen  $\omega_o$  und  $B$  angegeben, sondern der Faktor zwischen  $f_o$  und  $B$ .

$$\gamma^* = \frac{f_o}{B} = \frac{\omega_o}{2\pi \cdot B} = \frac{\gamma}{2\pi}. \quad (11.19)$$

Tabelle 11.1 zeigt einige typische Werte.

Die Präzessionsfrequenz von Protonen in verschiedenen Feldern lässt sich leicht berechnen (Tab. 11.2)

$$f_o = \gamma^* \cdot \left[ \frac{\text{MHz}}{\text{T}} \right] \cdot B[\text{T}]. \quad (11.20)$$

In der MR-Tomographie werden oft zusätzlich zum Grundfeld verschiedene Gradientenfelder angelegt. Hierzu ein Beispiel:

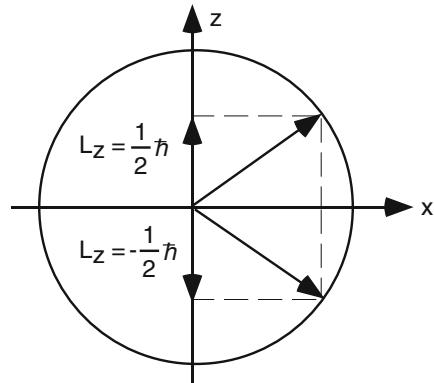
Einem Feld von 1 T in z-Richtung wird ein Gradientenfeld von 3 mT/m in z-Richtung überlagert. Bei  $z = 0$  beträgt die Präzessionsfrequenz  $f_{oo} = 42,6$  MHz.

Mit welcher Frequenz eilen die Spins bei  $z = 10$  mm im rotierenden Koordinatensystem ( $f_{oo}$ ) voraus? Die Zahl ist offenbar unabhängig von der Größe des Grundfeldes.

$$\begin{aligned} \Delta f_{10 \text{ mm}} &= \gamma^* \cdot \left[ \frac{\text{MHz}}{\text{T}} \right] \cdot G_z \left[ \frac{\text{T}}{\text{m}} \right] \cdot z[\text{m}] \\ &= 42,6 \cdot 3 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} [\text{MHz}] \\ &= 1,28 \text{ kHz} \end{aligned} \quad (11.21)$$

**Abb. 11.15**

Richtungsquantisierung des Drehimpulses



### 11.2.3 Richtungsquantisierung des Drehimpulses

Nach den Grundgesetzen der Quantenmechanik sind Drehimpulse und deren z-Komponente „gequantelt“.

$$|\vec{L}| = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \text{ und } L_z = m_\ell \hbar, \quad (11.22)$$

mit:  $\vec{L}$  = Drehimpuls,

$\ell$  = Drehimpuls-Quantenzahl,

$m_\ell$  = magn. Quantenzahl,

$m_\ell \in \{-\ell, -\ell+1, \dots +\ell\}$ .

Für Spin-1/2-Teilchen (also auch für Protonen) gilt (Abb. 11.15)

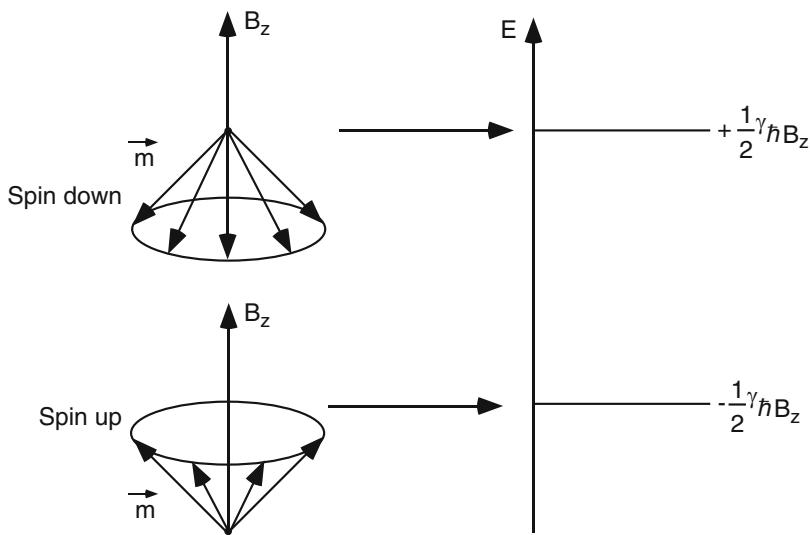
$$|\vec{L}| = \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} + 1 \right)} \hbar = \frac{\sqrt{3}}{2} \hbar, \text{ und } L_z = \pm \frac{1}{2} \hbar, \quad (11.23)$$

Aus der Unschärferelation folgt: ist  $L_z$  „scharf“, so sind  $L_x$  und  $L_y$  vollkommen „unscharf“. Für Spin-1/2-Teilchen gilt daher

$$\langle \mu_z \rangle = \pm \gamma \cdot \frac{1}{2} \hbar. \quad (11.24)$$

mit:  $\langle \mu_z \rangle$  = Erwartungswert der z-Komponente des magnetischen Dipolmomentes,

$\gamma$  = gyromagnetisches Verhältnis.



**Abb. 11.16** Energieniveauschema von Spin-1/2-Teilchen im Magnetfeld

#### 11.2.4 Energieniveauschema für Spin-1/2-Teilchen

Die potenzielle Energie eines klassischen magnetischen Dipols im Magnetfeld beträgt (Abb. 11.16)

$$E = -\vec{m} \cdot \vec{B}. \quad (11.25)$$

Für Spin-1/2-Teilchen im Magnetfeld  $\vec{B} = (0,0,B_z)$  gilt entsprechend:

$$E = -\mu_z \cdot B_z = \mp \gamma \cdot \frac{1}{2} \hbar \cdot B_z. \quad (11.26)$$

Die Energiedifferenz der beiden erlaubten Energieniveaus beträgt damit

$$\Delta E = \gamma \cdot \hbar \cdot B_z. \quad (11.27)$$

Photonen, die einen Übergang, d. h. ein Umklappen der Spins auslösen können, haben die Energie

$$\hbar \cdot \omega_o = \gamma \cdot \hbar \cdot B_z. \quad (11.28)$$

Die zu diesen Photonen passende elektromagnetische Welle habe eine Winkelgeschwindigkeit

$$\omega_o = \gamma \cdot B_z. \quad (11.29)$$

Dies ist genau die Präzessions-Winkelgeschwindigkeit des klassischen magnetischen Kreisels. Es handelt sich um ein typisches Resonanzphänomen. Ein Umklappen kann nur erreicht werden, wenn die Frequenzen genau passen. Die Linienbreite des Übergangs hängt zusammen mit der Lebensdauer des angeregten Zustands. Nennen wir die Lebensdauer  $T_2$  (s. Abschn. 11.2.8) so ergibt sich nach den Gesetzen der Quantenmechanik eine sog. Lorentz-Linienform.

$$\text{Absorptionslinienform} \sim \frac{T_2}{1 + (\omega - \omega_o)^2 \cdot T_2^2}. \quad (11.30)$$

### 11.2.5 Besetzung der Energieniveaus

Nach der Boltzmannstatistik ist das Verhältnis der Besetzungszahlen der beiden Energieniveaus im thermischen Gleichgewicht.

$$\frac{N^-}{N^+} = \exp(\Delta E/kT) = \exp(+\gamma\hbar B_0/kT) \quad (11.31)$$

mit:  $N^-$  = Zahl der Spins, die nach oben zeigen, d. h. unteres Energieniveau,

$N^+$  = Zahl der Spins, die nach unten zeigen d. h. oberes Energieniveau.

Für kleine Argumente (wie in diesem Fall) kann man die Reihenentwicklung des Exponentialterms nach dem ersten Glied abbrechen

$$\frac{N^-}{N^+} = 1 + \gamma\hbar B_0/kT. \quad (11.32)$$

Für Protonen ( $\gamma^* = 42,6 \text{ MHz/T}$ ) in einem Feld von  $B_0 = 1 \text{ T}$  gilt bei  $T = 37^\circ\text{C} = 310 \text{ K}$ :

$$\frac{N^-}{N^+} = 1 + (+42,6 \cdot 10^6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34} / 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 310) = 1,0000066. \quad (11.33)$$

Der Überschuss an Kernen mit „Spin-up“ beträgt also nur 6,6 ppm. Die makroskopische Magnetisierung ergibt sich zu

$$M_z = (N^- - N^+) \cdot \langle \mu_z \rangle / \text{Volumen}. \quad (11.34)$$

Aus Gleichung (11.32) lässt sich  $(N^- - N^+)$  bestimmen

$$\begin{aligned} N^- &= N^+ + N^+ \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot B_0 / kT \\ N^- - N^+ &\approx \left(\frac{N}{2}\right) \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot B_0 / kT. \end{aligned} \quad (11.35)$$

So folgt mit  $V = \text{Volumen der Probe}$

$$\begin{aligned} M_z &= \left(\frac{N}{2}\right) \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot B_0 \cdot \langle \mu_z \rangle / kTV \\ &= \left(\frac{N}{2}\right) \cdot \gamma \cdot \hbar \cdot B_0 \cdot \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot \hbar / kTV \\ &= (N/V) (\gamma^2 \cdot \hbar^2 / 4kT) \cdot B_0. \end{aligned} \quad (11.36)$$

1 mm<sup>3</sup> Wasser enthält  $6,7 \cdot 10^{19}$  Protonen. So beträgt die Magnetisierung quantitativ bei  $B_0 = 1 \text{ T}$  und  $T = 37^\circ\text{C}$ .

$$M_z = \left( \frac{6,7 \cdot 10^{19}}{10^{-9}} \right) \cdot \left( \frac{(42,6 \cdot 10^6 \cdot 6,63 \cdot 10^{-34})^2}{4 \cdot 1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 310} \right) \approx 3 \cdot 10^{-3} \text{ A/m}. \quad (11.37)$$

Die Magnetisierung hat zunächst keine x- und y- Komponente, auch wenn die einzelnen Spins präzidieren: die Präzession der einzelnen Spins ist nicht korreliert bzw. nach der Unschärferelation vollkommen unscharf.

Für die Erwartungswerte der Komponenten des magnetischen Dipolmomentes von einem Spin-Ensemble gilt

$$\langle \mu_z \rangle = m_z = \frac{1}{2} \gamma \hbar, \quad (11.38)$$

$$\langle \mu_x \rangle = m_x = 0, \quad (11.39)$$

$$\langle \mu_y \rangle = m_y = 0. \quad (11.40)$$

### 11.2.6 Quantenmechanischer Kreisel im konstanten Magnetfeld mit überlagertem transversalem Wechselfeld

Genau wie im Abschn. 11.1.4 wollen wir nun untersuchen, was mit den quantenmechanischen magnetischen Kreiseln passiert, wenn ein transversales elektromagnetisches Wechselfeld eingeschaltet wird. Durch Einstrahlen einer elektromagnetischen Welle werden Spins umgeklappt und die z-Komponente des magnetischen Momentes eines

Spin-Ensembles  $m_z$  wird kleiner. Noch längere oder stärkere Einstrahlung kann das magnetische Moment in z-Richtung  $m_z$  sogar umkehren. Dies Verhalten ist identisch mit dem klassischen magnetischen Kreisel. Auch können ganze Ensembles von Spins „in Phase“ präzidieren, so dass ein transversales, mit  $\omega_0$  rotierendes magnetisches Moment beobachtet wird.

Diese Vorgänge, die sich quantenmechanisch nur mit einer recht komplexen Störungstheorie berechnen lassen, können vollständig auch durch das Verhalten eines klassischen magnetischen Kreisels erklärt werden. Alle Kernaussagen von Abschn. 11.1 sind also auch für Ensembles von Spins richtig:

- Das magnetische Moment dreht sich in einem rotierenden Transversalfeld spiraling aus der Ruhelage heraus. Die Länge von  $\vec{m}$  bleibt dabei konstant. Da sie vor der Anregung  $|\vec{m}| = 1/2\gamma\hbar$  war, bleibt sie auch so groß.
- Nur wenn  $\omega_T = \omega_0$  kann das magnetische Moment eines Spin-Ensembles von der z-Achse weggedreht werden (Resonanzphänomen).
- Nach einer bestimmten Zeit  $T_{90^\circ}$  liegt  $\vec{m}$  vollständig in der x-y-Ebene.
- So entsteht beim Einstrahlen einer elektromagnetischen Welle ein mittleres magnetisches Moment in der x, y-Ebene. Dieses magnetische Moment präzidiert, wenn es in Ruhe gelassen wird, exakt mit  $\omega_0 = \gamma B$ .
- Nach  $2T_{90^\circ}$  hat sich die Richtung von  $\vec{m}$  umgekehrt.
- $\alpha = \gamma \cdot B_T \cdot \tau$  ist der Flipwinkel, der sich nach Einstrahlung einer transversalen Welle der Amplitude  $B_T$  für die Dauer  $\tau$  einstellt.

### 11.2.7 Spin-Gitter-Relaxation bzw. Längsrelaxationszeit $T_1$

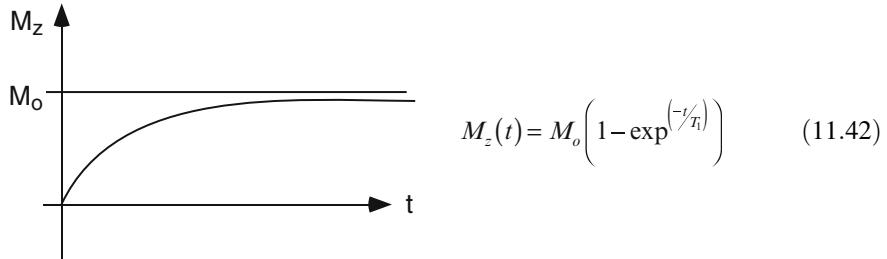
Wird ein magnetischer Kreisel mit einem Winkel  $\alpha$  zwischen  $\vec{B}$  und  $\vec{m}$  „in Ruhe gelassen“, so präzidiert er immer weiter und  $\alpha$  ändert sich nicht, d. h. auch  $m_z$  ändert sich nicht. Die Spins im menschlichen Körper werden aber nicht in Ruhe gelassen.

Wird z. B. durch Einstrahlen einer elektromagnetischen Welle die „natürliche“ Besetzung der Spinniveaus verändert, so kommt es nach dem Abschalten der Einstrahlung durch Wechselwirkung mit den umgebenden Atomen zu einer Relaxation (Spin-Gitter-Relaxation), d. h. es stellt sich nach einer gewissen Zeit wieder das thermische Gleichgewicht ein. Man kann zeigen, dass ein exponentieller Zerfall des „unnatürlichen“ Zustands stattfindet.

Damit wird auch eine wie auch immer eingeprägte „nicht-thermische“ Magnetisierung  $M_z$  wieder in die Magnetisierung im thermischen Gleichgewicht  $M_0$  relaxieren (daher „Längsrelaxation“).

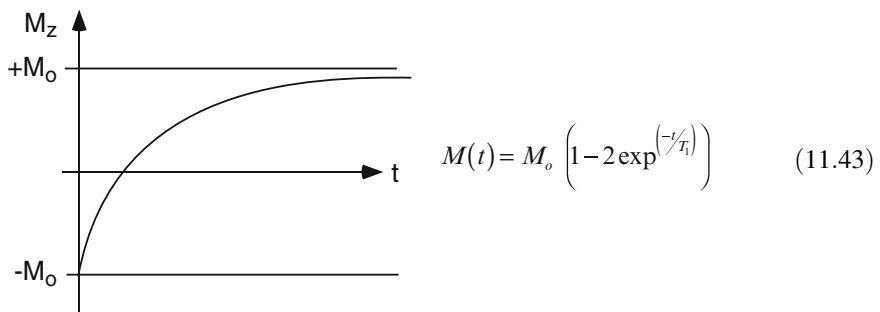
$$\frac{dM_z}{dt} = -(M_z - M_o)/T_1. \quad (11.41)$$

Sei z. B.  $M_z = 0$  zur Zeit  $t = 0$  so gilt



(Stichwort: Saturation recovery, s. Abschn. 11.3.3, Abb. 11.23).

Oder sei z. B.  $M_z = -M_o$  zur Zeit  $t = 0$ , so gilt



(Stichwort: inversion recovery, s. Abschn. 11.3.3, Abb. 11.24).

### 11.2.8 Spin-Spin-Relaxation bzw. Querrelaxation

Wie wir gesehen haben kann man durch Einstrahlen einer elektromagnetischen Welle die thermischen Besetzungszahlen verändern. Danach präzidieren viele Spin-Ensembles in Phase und erzeugen so eine Quermagnetisierung  $M_T$ .

Die Quermagnetisierung eines Spin-Ensembles zerfällt nun ähnlich wie die  $M_z$ -Komponente durch Wechselwirkung mit benachbarten Atomen. Hier ist es allerdings die Spin-Spin-Wechselwirkung, die für die Dephasierung verantwortlich ist („Zusammenstöße“ mit anderen magnetischen Kreiseln). Der Zerfall der Quermagnetisierung lässt sich wieder durch eine e-Funktion beschreiben. Die Zeitkonstante ist aber eine andere als beim Zerfall von  $M_z$ , da es ja auch andere physikalische Prozesse sind, die sie verursachen.

$$M_T(t) = M_{T0} \exp(-t/T_2) \quad (11.44)$$

mit:  $T_2$  = Querrelaxationszeit.

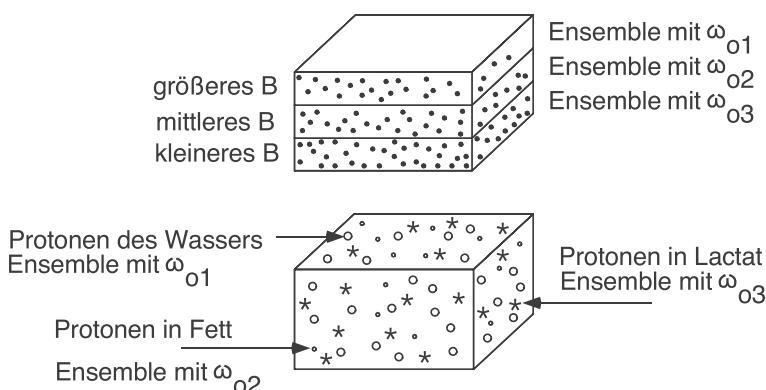
$T_2$  muss immer kleiner oder gleich  $T_1$  sein, denn wenn die Magnetisierung insgesamt ihren Gleichgewichtswert erreicht hat, gibt es auch keine Quermagnetisierung mehr.

Die tatsächlich beobachtete Relaxationszeit für den Zerfall der Quermagnetisierung ist oft deutlich kürzer, als durch Spin-Spin-Wechselwirkung erklärbar.

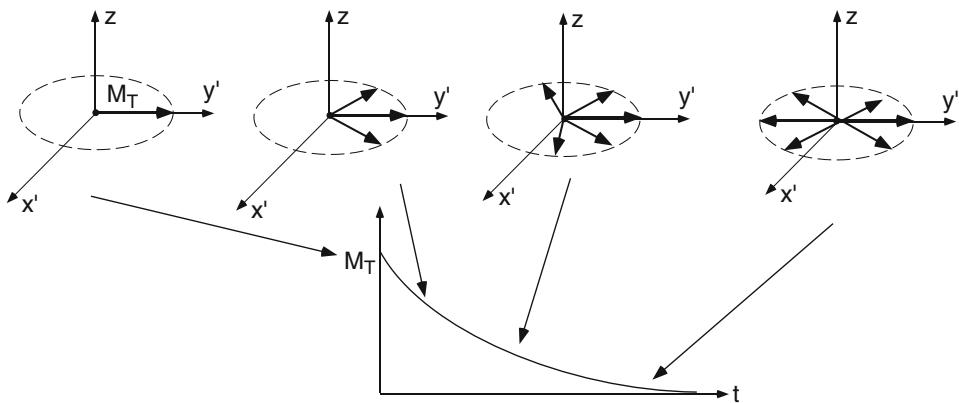
Die Ursache hierfür ist, dass innerhalb eines Volumenelementes, über das bei einer MR-Aufnahme gemittelt wird, viele Spin-Ensembles liegen, die alle ein etwas anderes Magnetfeld „sehen“. So kann das Magnetfeld des MR-Magneten lokale Fluktuationen haben, oder die dia- bzw. paramagnetischen Eigenschaften der lokalen Umgebung sind unterschiedlich (s. Abschn. 11.1.2) oder die Protonen haben eine unterschiedliche magnetische Umgebung. In verschiedenen starken Magnetfeldern präzidieren magnetische Kreisel aber unterschiedlich schnell: Einige Spin-Ensembles laufen vor, andere laufen nach (vergl. Abschn. 11.1.3) (Abb. 11.17).

Im Koordinatensystem, welches mit der mittleren Präzessionswinkelgeschwindigkeit  $\omega_{00}$  rotiert, ergibt sich Abb. 11.18.

Die Quermagnetisierung zerfällt mit einer effektiven Zeitkonstanten, die aus der Zeitkonstanten der Spin-Spin-Wechselwirkung  $T_2$  und der Zeitkonstanten  $T_{2i}$ , die durch die Inhomogenitäten verursacht wird, bestimmt werden kann. Die Tab. 11.3 zeigt typische Werte von  $T_1$  und  $T_2$ .



**Abb. 11.17** Ursachen für unterschiedliche Präzessionsgeschwindigkeiten innerhalb eines Voxels



**Abb. 11.18** Die Querrelaxationszeit  $T_2^*$ : Dephasierung von Spin-Ensembles

**Tab. 11.3** Typische Werte der Längsrelaxationszeit  $T_1$  und der Querrelaxationszeit  $T_2$

Gewebe	$T_1$ in ms	$T_2$ in ms	Gewebe	$T_1$ in ms	$T_2$ in ms
Muskel	$730 \pm 130$	$47 \pm 13$	Milz	$680 \pm 190$	$62 \pm 27$
Herz	$750 \pm 120$	$57 \pm 16$	Fett	$240 \pm 70$	$84 \pm 36$
Leber	$420 \pm 90$	$43 \pm 14$	Graue Masse	$810 \pm 140$	$101 \pm 13$
Niere	$590 \pm 160$	$58 \pm 24$	Weisse Masse	$680 \pm 120$	$92 \pm 22$

$$M_T = M_{T0} \cdot \exp[-t/T_2^*] \quad (11.45)$$

$$\frac{1}{T_2^*} = \frac{1}{T_2} + \frac{1}{T_{2i}}$$

## 11.3 Die Blochschen Gleichungen

### 11.3.1 Bewegungsgleichung ohne Relaxation im ruhenden Koordinatensystem

Betrachten wir ein Ensemble von Kernspins als klassischen magnetischen Kreisel, so gilt (s. Abschn. 11.1.3):

$$\vec{m} \times \vec{B} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad (11.46)$$

$$\gamma(\vec{m} \times \vec{B}) = \frac{d\vec{m}}{dt}, \quad (11.47)$$

mit:  $\vec{m} = \gamma \cdot \vec{L}$ .

In kartesischen Koordinaten ausgeschrieben bedeutet das:

$$\frac{dm_x}{dt} = \gamma(m_y B_z - m_z B_y), \quad (11.48)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \gamma(m_z B_x - m_x B_z), \quad (11.49)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = \gamma(m_x B_y - m_y B_x). \quad (11.50)$$

Dies sind die allgemeinen Bewegungsgleichungen für ungestörte klassische magnetische Kreisel. Nun bestehe das Magnetfeld  $\vec{B}$  aus einem konstanten Feld  $B_0$  in z-Richtung und einem mit  $\omega_T$  rotierenden Transversalfeld  $B_T$ .

$$B_x = B_T \cdot \cos(\omega_T t + \psi), \quad (11.51)$$

$$B_y = B_T \cdot \sin(\omega_T t + \psi), \quad (11.52)$$

$$B_z = B_0. \quad (11.53)$$

Oben eingesetzt ergibt sich:

$$\frac{dm_x}{dt} = \gamma(m_y B_0 - m_z B_T \sin(\omega_T t + \psi)), \quad (11.54)$$

$$\frac{dm_y}{dt} = \gamma(m_z B_T \cos(\omega_T t + \psi) - m_x B_0). \quad (11.55)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = \gamma(m_x B_T \sin(\omega_T t + \psi) - m_y \cdot B_T \cdot \cos(\omega_T t + \psi)). \quad (11.56)$$

Man kann die x-y-Ebene in die komplexe Zahleebene übersetzen.

$$\underline{m}_T = m_x + j m_y, \quad (11.57)$$

$$\underline{B}_T = B_T \cdot \exp[j(\omega_T t + \psi)]. \quad (11.58)$$

Außerdem führen wir folgende Abkürzungen ein:

$$\omega_0 = \gamma \cdot B_0,$$

$$\omega_F = \gamma \cdot B_T, (F = \text{„Flip“}).$$

Dann lauten die Bewegungsgleichungen für den magnetischen Kreisel mit rotierendem Transversalfeld:

$$\frac{d\underline{m}_T}{dt} = -j \cdot \omega_0 \cdot \underline{m}_T + j \cdot \omega_F \cdot m_z \cdot \exp[j(\omega_T t + \psi)], \quad (11.59)$$

$$\frac{dm_z}{dt} = \left( -\frac{j \cdot \omega_F}{2} \right) \cdot \left\{ \underline{m}_T^* \exp[j(\omega_T t + \psi)] - \underline{m}_T \exp[-j(\omega_T t + \psi)] \right\}. \quad (11.60)$$

Die erste dieser Gleichungen bedeutet (wie immer bei Gleichungen komplexer Zahlen), dass Realteil und Imaginärteil übereinstimmen müssen. Werden die Definition für  $\underline{m}_T$  und die Eulergleichung eingesetzt, ergeben sich sofort die beiden ursprünglichen Differenzialgleichungen (11.54) und (11.55). In der Gleichung für  $\frac{dm_z}{dt}$  ist der Imaginärteil auf beiden Seiten der Gleichung null und der Realteil ergibt ebenfalls die ursprüngliche Differenzialgleichung 11.56.

### 11.3.2 Bewegungsgleichung ohne Relaxation im rotierenden Koordinatensystem

Durch die Übersetzung der Bewegungsgleichung in die komplexe Ebene lässt sich nun leicht die Koordinatentransformation in ein mit  $\omega_T$  rotierendes Koordinatensystem vornehmen. Die Frequenz, mit der im Quadratur-Detektor heruntergemischt wird, stimmt im Allgemeinen mit der Frequenz des Transversalfeldes überein. Die Phasenlage kann aber durchaus unterschiedlich sein. Daher wurde in Gl. 11.51 und 11.52 ein Winkel  $\psi$  eingeführt.

$$\underline{m}_T = \underline{m}'_T \cdot \exp[j\omega_T t], \quad (11.61)$$

$$\underline{B}_T = \underline{B}'_T \cdot \exp[j\omega_T t]. \quad (11.62)$$

Im rotierenden Koordinatensystem steht der Zeiger für das transversale Magnetfeld still:

$$\underline{B}_T = B_T \cdot \exp[j(\omega_T t + \psi)] = \underline{B}'_T \cdot \exp[j\omega_T t], \quad (11.63)$$

$$\underline{B}'_T = B_T \cdot \exp[j\psi]. \quad (11.64)$$

Setzt man die Gleichung für  $\underline{m}_T$  in die Bewegungsgleichung ein, ergibt sich nach kurzer Umformung die Bewegungsgleichung im rotierenden Koordinatensystem:

$$\frac{d\underline{m}'_T}{dt} = -j\underline{m}'_T(\omega_0 - \omega_T) + j\omega_F \cdot \underline{m}'_z \exp[j\psi], \quad (11.65)$$

$$\frac{dm'_z}{dt} = -j(\omega_F/2) \left\{ \underline{m}'_T^* \exp[j\psi] - \underline{m}'_T \exp[-j\psi] \right\}. \quad (11.66)$$

Diese Gleichungen lassen sich durch getrennte Betrachtung von Real- und Imaginärteil wieder in ein reelles System von Bewegungsgleichungen umformen:

$$\frac{dm'_x}{dt} = +(\omega_0 - \omega_T) \cdot m'_y - \omega_F \cdot \sin \psi \cdot m'_z, \quad (11.67)$$

$$\frac{dm'_y}{dt} = -(\omega_0 - \omega_T) \cdot m'_x + \omega_F \cdot \cos \psi \cdot m'_z, \quad (11.68)$$

$$\frac{dm'_z}{dt} = +\omega_F \cdot \sin \psi \cdot m'_x - \omega_F \cdot \cos \psi \cdot m'_y. \quad (11.69)$$

Dieses Gleichungssystem sieht in der Matrixschreibweise folgendermaßen aus:

$$\begin{pmatrix} \frac{dm'_x}{dt} \\ \frac{dm'_y}{dt} \\ \frac{dm'_z}{dt} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & +(\omega_0 - \omega_T) & -\omega_F \cdot \sin \psi \\ -(\omega_0 - \omega_T) & 0 & +\omega_F \cdot \cos \psi \\ +\omega_F \cdot \sin \psi & -\omega_F \cdot \cos \psi & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m'_x \\ m'_y \\ m'_z \end{pmatrix}. \quad (11.70)$$

Mit diesem Gleichungssystem kann man die Bewegung eines magnetischen Kreisels in beliebigen Transversalfeldern und mit beliebigen Anfangsbedingungen beschreiben.

Einfache und anschauliche Lösungen erhält man, wenn man entweder  $\omega_F = 0$  oder  $\omega_T = \omega_0$  setzt.

Der Fall  $B_T = 0$  (d. h.  $\omega_F = 0$ ) führt auf die Gleichungen:

$$\frac{dm'_x}{dt} = +(\omega_0 - \omega_T)m'_y, \quad (11.71)$$

$$\frac{dm'_y}{dt} = -(\omega_0 - \omega_T)m'_x, \quad (11.72)$$

$$\frac{dm'_z}{dt} = 0. \quad (11.73)$$

( $\omega_T$  ist hier die Frequenz mit der im Quadratur-Detektor heruntergemischt wird).

Eine Lösung der gekoppelten Differentialgleichungen lautet:

$$m'_x = m'_{x0} \cos [(\omega_0 - \omega_T) \cdot t + \varphi_0], \quad (11.74)$$

$$m'_y = m'_{x0} \sin [(\omega_0 - \omega_T) \cdot t + \varphi_0], \quad (11.75)$$

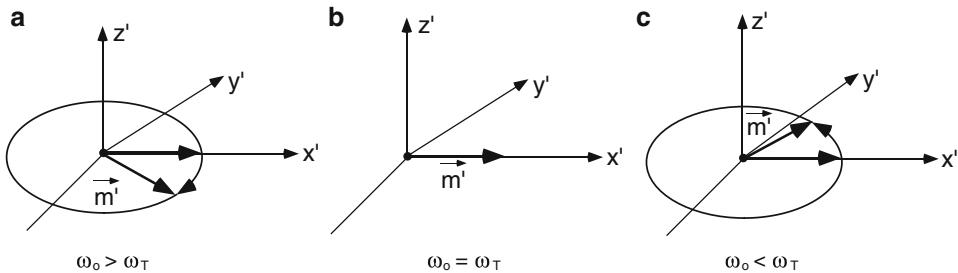
$$m'_z = m'_{zo}. \quad (11.76)$$

Dies ist die Beschreibung eines präzidierenden Kreisels in einem rotierenden Koordinatensystem. Ist  $\omega_0 = \omega_T$ , d. h. stimmt die Rotationswinkelgeschwindigkeit für das Koordinatensystem mit der Präzessionswinkelgeschwindigkeit überein, so steht das magnetische Moment still. Gibt es z. B. wegen eines Gradientenfeldes in z-Richtung Bereiche mit unterschiedlicher Präzessionsfrequenz  $\omega_0$ , so laufen die magnetischen Dipolmomente mit der Differenzfrequenz ( $\omega_0 - \omega_T$ ) vor bzw. nach,  $m_z$  bleibt in jedem Fall konstant (Abb. 11.19). Wir haben so die mathematisch exakte Beschreibung des Beispiels im Abschn. 11.1.3 mit dem Gradientenfeld erhalten.

Der Fall  $\omega_0 = \omega_T$  und  $B_T \neq 0$  führt auf die Gleichungen:

$$\frac{dm'_x}{dt} = -\omega_F \cdot \sin \psi \cdot m'_z, \quad (11.77)$$

$$\frac{dm'_y}{dt} = +\omega_F \cdot \cos \psi \cdot m'_z, \quad (11.78)$$



**Abb. 11.19** Präzidierende magnetische Kreisel im rotierenden Koordinatensystem: **a** die Kreisel laufen vor, **b** die Kreisel stehen still, **c** die Kreisel laufen nach. (Im gezeichneten Beispiel ist „zufällig“  $m_z = 0$ )

$$\frac{dm_z'}{dt} = +\omega_F \cdot \sin \psi \cdot m_x' - \omega_F \cdot \cos \psi \cdot m_y'. \quad (11.79)$$

Um eine anschauliche Beschreibung des Ergebnisses zu ermöglichen, setzen wir zunächst die Phase der transversalen Welle  $\psi$  (relativ zum Mischer-Oszillator) auf null:

$$\frac{dm'_x}{dt} = 0, \quad (11.80)$$

$$\frac{dm_y'}{dt} = +\omega_F \cdot m_z', \quad (11.81)$$

$$\frac{dm_z'}{dt} = -\omega_F \cdot m_y'. \quad (11.82)$$

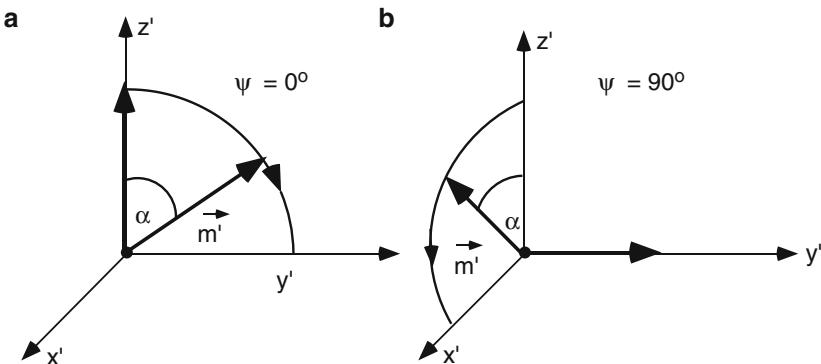
Eine Lösung der gekoppelten Differenzialgleichungen lautet:

$$m_y' = m_{z0}' \cdot \sin [\omega_F t + \varphi_0], \quad (11.83)$$

$$m_z' = m_{z0}' \cdot \cos [\omega_F t + \varphi_0]. \quad (11.84)$$

Dies ist die Beschreibung eines magnetischen Kreisels, der im rotierenden Koordinatensystem mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega_F$  aus der z-Achse auf die y-Achse gedreht wird (Abb. 11.20 und 11.8).

Hier haben wir die mathematisch exakte Beschreibung des Beispiels in Abschn. 11.1.4 erhalten. Der Drehwinkel, der sich nach einer Zeit  $\tau$  ergibt, wird Flipwinkel genannt (daher auch die Bezeichnung  $\omega_F$ ). Ein transversales Wechselfeld mit der Phase  $\psi = 0$  dreht im rotierenden Koordinatensystem alle magnetischen Momente um den Winkel  $\alpha$  um die  $x'$ -Achse.



**Abb. 11.20** Magnetische Kreisel im transversalen Wechselfeld dargestellt im rotierenden Koordinatensystem: **a** Phase der Transversalwelle  $\psi=0^\circ$ . Drehung um die  $x'$ -Achse, **b** Phase der Transversalwelle  $\psi=90^\circ$ . Drehung um die  $y'$ -Achse

Liegt die Phase des transversalen Wechselfeldes bei  $90^\circ$ , so kippt das magnetische Moment auf die  $x'$ -Achse zu, d. h. alle magnetischen Momente drehen sich um den Winkel  $\alpha$  um die  $y'$ -Achse.

### 11.3.3 Bewegungsgleichungen mit Relaxation: die Bloch-Gleichungen

Im Abschn. 11.2.7 und 11.2.8 wurden die Spin-Gitter- und die Spin-Spin-Relaxation behandelt. Sie besagen, dass ein Ensemble von Kernspins, welches sich in einem Zustand befindet, der nicht dem thermischen Gleichgewicht entspricht, beim Abschalten von transversalen „anregenden“ Feldern in den Zustand des thermischen Gleichgewichts zurückfällt. Die dort beschriebenen Relaxationsphänomene lassen sich leicht in die Bewegungsgleichungen der Kernspins-Ensembles einbauen.

$$\frac{dm'_x}{dt} = -\frac{1}{T_2} \cdot m'_x + (\omega_0 - \omega_T) m'_y - \omega_F \cdot \sin \psi \cdot m'_z, \quad (11.85)$$

$$\frac{dm'_y}{dt} = -(\omega_0 - \omega_T) \cdot m'_x - \frac{1}{T_2} \cdot m'_y + \omega_F \cdot \cos \psi \cdot m'_z, \quad (11.86)$$

$$\frac{dm'_z}{dt} = +\omega_F \cdot \sin \psi \cdot m'_x - \omega_F \cdot \cos \psi \cdot m'_y - \frac{1}{T_1} (m'_z - m'_{z0}). \quad (11.87)$$

Die Magnetisierung einer Probe an einem Ort  $\vec{r}$  ergibt sich als Vektorsumme aller magnetischen Momente pro Volumenelement (vergl. 11.1.2). Durch Inhomogenitäten des

Gewebes laufen, wie in Abschn. 11.2.8 beschrieben, die Spin-Ensembles eines Volumenelementes aus der Phase, so dass  $T_2$  verkürzt wird zu  $T_2^*$ .

Die Bewegungsgleichungen für die Magnetisierung der Probe lauten damit:

$$\frac{dM'_x}{dt} = -\frac{1}{T_2^*} M'_x + (\omega_0 - \omega_T) M'_y - \omega_F \sin \psi \cdot M'_z, \quad (11.88)$$

$$\frac{dM'_y}{dt} = -(\omega_0 - \omega_T) M'_x - \frac{1}{T_2^*} M'_y + \omega_F \cos \psi \cdot M'_z, \quad (11.89)$$

$$\frac{dM'_z}{dt} = +\omega_F \sin \psi \cdot M'_x - \omega_F \cos \psi \cdot M'_y - \frac{1}{T_1} (M'_z - M'_{z0}), \quad (11.90)$$

mit:  $\omega_0 = \gamma B_0$  lokale Larmorfrequenz,

$\omega_F = \gamma B_T$ ,  $B_T$  = Amplitude des anregenden Transversalfeldes,

$\omega_T$  = anregende Frequenz, bzw. Frequenz mit der heruntergemischt wird.

Dies sind die Bloch-Gleichungen, mit denen die Magnetisierung einer Probe im MR-System vollständig beschrieben wird.

Zur Erinnerung: mit  $\vec{\mu}$  wurde das quantenmechanische magnetische Moment bezeichnet.  $\vec{m}$  ist das magnetische Moment eines Spin-Ensembles. Es verhält sich weitgehend wie ein klassischer magnetischer Kreisel, nur das Verständnis für die Relaxationskonstanten  $T_1$  und  $T_2$  erfordert die Einbeziehung quantenmechanischer Kenntnisse. Viele Spin-Ensembles in einem Volumenelement ergeben eine Magnetisierung  $\vec{M}$ . Dass viele Spin-Ensembles in einem Volumenelement aus der Phase laufen können, lässt sich auch mit mehreren klassischen magnetischen Kreiseln beschreiben ( $T_2^*$ , Abb. 11.18).

Betrachten wir wieder ein paar einfache Lösungen der Bloch-Gleichungen.

Als erstes untersuchen wir den Fall, bei dem ein transversales Wechselfeld nur für eine Zeit  $\tau$  eingeschaltet wird, die kurz gegenüber  $T_1$  und  $T_2$  ist. In diesem Falle können die Relaxations-Terme in den Bloch-Gleichungen vernachlässigt werden, und wir erhalten exakt das Verhalten des magnetischen Kreisels im transversalen Wechselfeld.

Je nach Phase des Wechselfeldes  $\psi$  wird die Magnetisierung um die  $y'$ - oder die  $x'$ -Achse gedreht. Es gilt:

$$\alpha = \gamma \cdot B_T \cdot \tau. \quad (11.91)$$

mit:  $\alpha$  = Flipwinkel,

$B_T$  = Amplitude des Transversalfeldes,

$\tau$  = Pulsdauer.

Es gibt eine Pulsdauer  $\tau_{90^\circ}$ , die die Magnetisierung in die x'-y'-Ebene kippt und eine Pulsdauer  $\tau_{180^\circ} = 2 \cdot \tau_{90^\circ}$ , die die Richtung der Magnetisierung um  $180^\circ$  dreht. Entscheidend für den Flipwinkel  $\alpha$  ist das Produkt aus  $B_T$  und  $\tau$ : „kurze starke HF-Wellen haben die gleiche Wirkung wie lange schwache“. Genau genommen bestimmt das Integral  $\int B_T dt$  den resultierenden Flipwinkel.

Nehmen wir an, wir haben einen  $90^\circ$ -Puls mit  $\psi = 0^\circ$  eingestrahlt und schalten nun das transversale Wechselfeld ab. Was passiert in einem mit  $\omega_0 = \omega_T$  rotierenden Koordinatensystem?

Die Differenzialgleichungen lauten jetzt:

$$\frac{dM'_x}{dt} = -\frac{1}{T_2^*} M'_x, \quad (11.92)$$

$$\frac{dM'_y}{dt} = -\frac{1}{T_2^*} M'_y, \quad (11.93)$$

$$\frac{dM'_z}{dt} = -\frac{1}{T_1} (M'_z - M'_{z0}). \quad (11.94)$$

Die Lösung der Differenzialgleichungen für die ausgewählten Anfangsbedingungen lautet:

$$M'_x = 0, \quad (11.95)$$

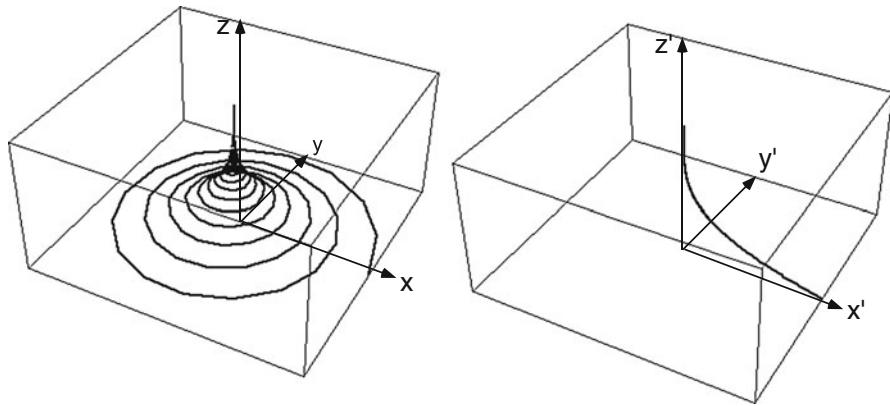
$$M'_y = M'_{z0} \cdot \exp(-t/T_2^*), \quad (11.96)$$

$$M'_z = M'_{z0} [1 - \exp(-t/T_1)]. \quad (11.97)$$

Da im Allgemeinen  $T_2^*$  sehr viel kleiner ist als  $T_1$ , bedeutet das, dass die transversale Magnetisierung relativ schnell verschwindet. Dann erreicht die Längsmagnetisierung deutlich langsamer ihren Wert  $M_{z0}$  im thermischen Gleichgewicht. Abbildung 11.21 zeigt den Verlauf im ruhenden und rotierenden Koordinatensystem.

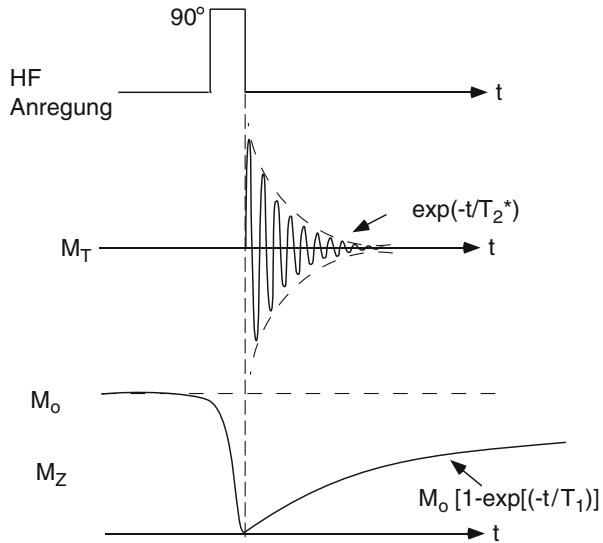
Dass die Längs- und Quermagnetisierung mit unterschiedlichen Zeitkonstanten relaxieren, ist nur quantenmechanisch zu verstehen. Ein klassischer Kreisel würde sich so wie in Abb. 11.8 dargestellt in den Ausgangszustand zurückbewegen (Abb. 11.21).

Die rotierende Quermagnetisierung führt in einer Antenne – wie in Abschn. 11.1.5 beschrieben – zu einer induzierten Wechselspannung der Frequenz  $\omega_0$ , deren Amplitude mit  $\exp(-t/T_2^*)$  abklingt:



**Abb. 11.21** Bewegung der Spitze der Magnetisierung nach einem  $90^\circ$ -HF-Puls im ruhenden (links) und im mit  $\omega_0$  rotierenden (rechts) Koordinatensystem

**Abb. 11.22** „Free Induction Decay“ nach einem  $90^\circ$ -Anregungspuls

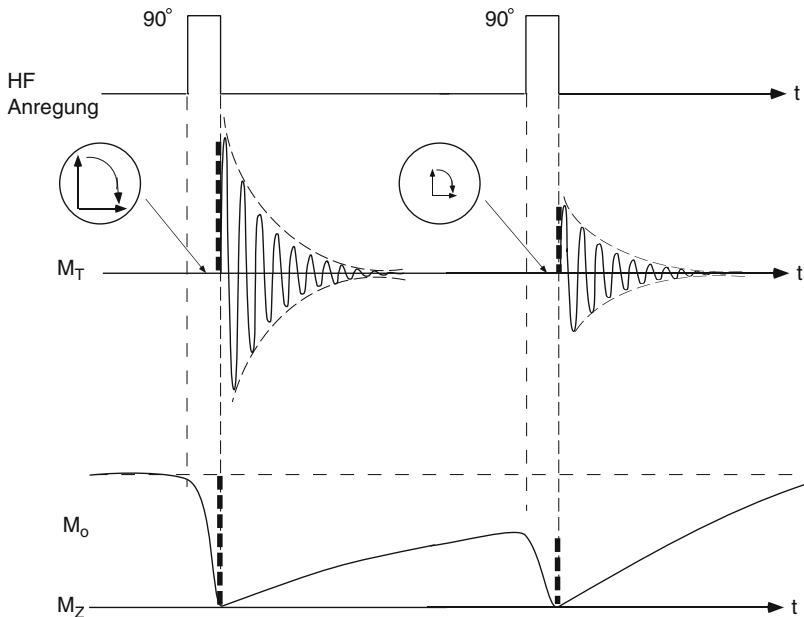


$$M_x = M_{z0} \cdot e^{-t/T_2^*} \cdot \cos \omega_0 t. \quad (11.98)$$

Hinter dem Mischer des Quadraturdetektors bleibt nur noch folgender Term übrig:  
 $M'_x = M_{z0} \cdot e^{-t/T_2^*}$ .

Wenn das Signal fast vollständig abgeklungen ist, ist die z-Komponente des magnetischen Momentes meist noch nicht beim Wert des thermischen Gleichgewichts angekommen (Abb. 11.22).

Wird nach Abklingen der Quermagnetisierung, aber noch bevor die Längsmagnetisierung wieder bei  $M_0$  angekommen ist, ein zweiter  $90^\circ$ -HF-Puls eingestrahlt, so kippt



**Abb. 11.23** „Saturation Recovery“-Pulsequenz

die zu diesem Zeitpunkt vorhandene Komponente  $M_z$  in die x-y-Ebene. Das nun folgende Signal hat einen kleineren Startwert, da die  $M_z$ -Komponente noch nicht ihren größten Wert wieder erreicht hatte (Abb. 11.23).

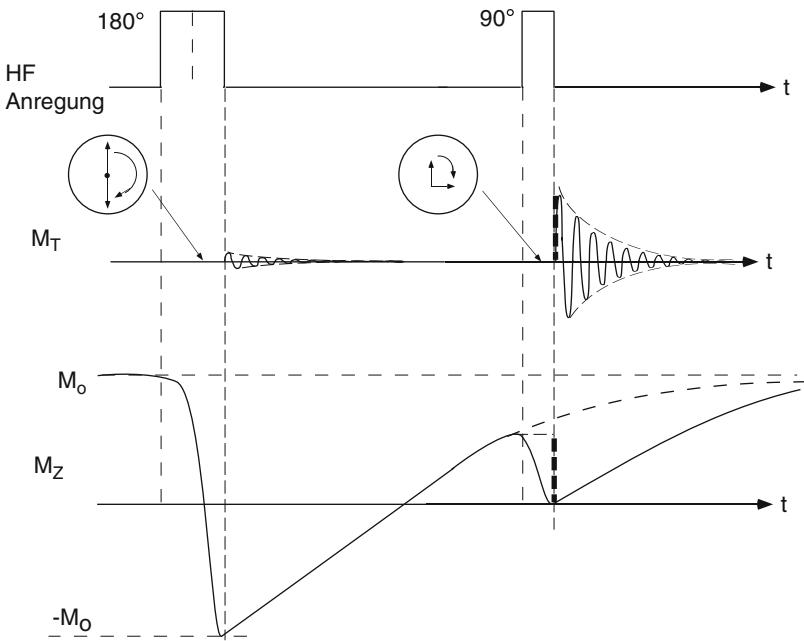
Jeder Flipwinkel  $\alpha$  zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  führt zu einem Antennensignal, dessen Amplitude zu Beginn sich wie  $M_z \sin \alpha$  verhält. Dieses Antennen-Signal direkt nach einem HF-Puls nennt man „Free Induction Decay“ FID. Es klingt immer mit  $T_2^*$  ab. Nach einem  $180^\circ$ -Puls erhalten wir die gleichen Differentialgleichungen wie eben, aber die Anfangsbedingungen sind andere. Nun lauten die Lösungen:

$$\begin{aligned} M'_x &= 0, \quad M_x = 0, \\ M'_y &= 0, \quad M_y = 0, \\ M_z &= M'_z = M_{z0} (1 - 2 \exp[-t/T_1]). \end{aligned} \quad (11.99)$$

Es tritt keine Quermagnetisierung und damit auch kein Signal in der Antenne auf.

Wie kann man die Längsrelaxationszeit  $T_1$  messen? Hierzu gibt es verschiedene Verfahren. Hier soll eines erklärt werden, welches die Bloch-Gleichungen noch etwas veranschaulicht.

Wird nach einem  $180^\circ$ -Puls zu einem Zeitpunkt, zu dem die Quermagnetisierung weitgehend abgeklungen ist, aber die Längsmagnetisierung noch nicht das thermische Gleichgewicht erreicht hat, ein  $90^\circ$ -Puls auf die Probe gestrahlt, so wird die zu diesem Zeitpunkt noch vorhandene Längsmagnetisierung in die x-y-Ebene geklappt. Dies führt



**Abb. 11.24** „Inversion Recovery“-Pulssequenz

unmittelbar zu einem FID-Signal, dessen Startwert ein Maß für die noch vorhandene Längsmagnetisierung ist (Abb. 11.24). Wird z. B. nach einer Halbwertzeit  $t_{\frac{1}{2}}$  für die gilt

$$\exp[-t_{\frac{1}{2}}/T_1] = \frac{1}{2}. \quad (11.100)$$

$$-t_{\frac{1}{2}} = T_1 \cdot \ln\left(\frac{1}{2}\right). \quad (11.101)$$

$$t_{\frac{1}{2}} = T_1 \cdot \ln 2, \quad (11.102)$$

ein weiterer  $90^\circ$ -Puls angewendet, ist die Quermagnetisierung gerade null und es wird kein FID-Signal beobachtet. Findet man die Zeit  $t_{\frac{1}{2}}$  kann sofort  $T_1$  berechnet werden.

## 11.4 Echos

### 11.4.1 Spin-Echos

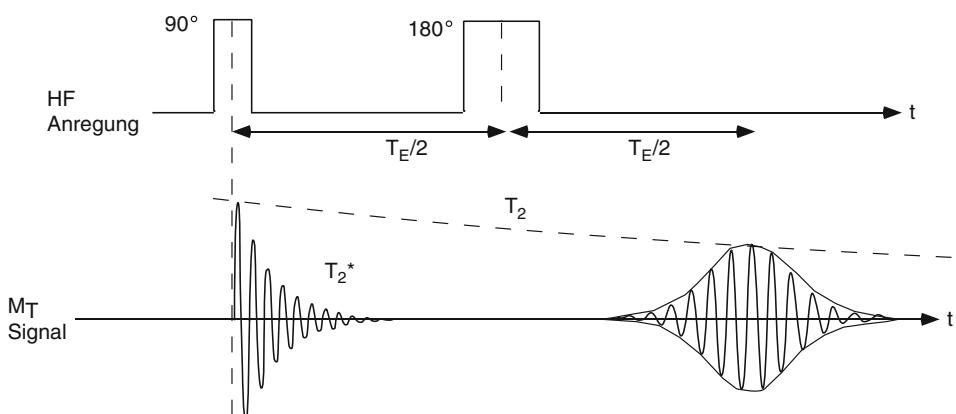
In Abschn. 11.2.7 wurde beschrieben, wie die Spin-Spin-Wechselwirkung zum Zerfall der Quermagnetisierung mit der Zeitkonstanten  $T_2$  führt. Das FID-Signal nach einer  $90^\circ$ -HF-Anregung klingt meistens schneller ab, da jedes Spin-Ensemble in einem etwas unterschiedlichen Magnetfeld liegt und die Spin-Ensembles daher aus der Phase geraten. Diese Dephasierung der Spin-Ensembles lässt sich nun mit einem Trick rückgängig machen:

Wird nach einem  $90^\circ$ -HF-Puls und dem Abklingen des FID-Signals ein  $180^\circ$ -HF-Puls eingestrahlt, kommt es nach einer kurzen Zeit zu einer „Rephasierung“ und damit zu einem Signal in der Antenne, welches man Spin-Echo nennt (Abb. 11.25).

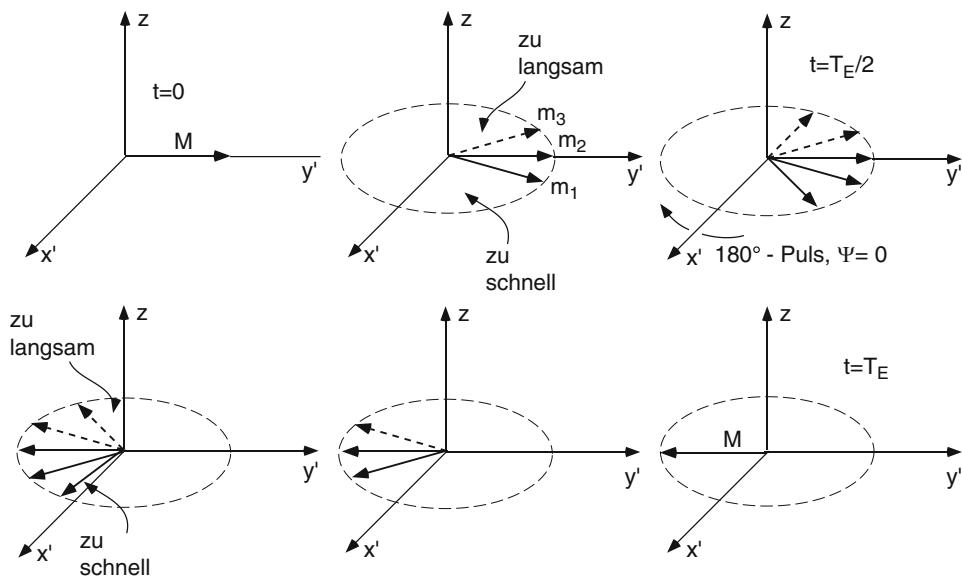
Wie kann man dieses Signal erklären?

In Abschn. 11.2.8 wurde bereits das Bild des magnetischen Moments vieler Spin-Ensembles im rotierenden Koordinatensystem gezeigt: einige Spin-Ensembles laufen „vor“ und andere laufen „nach“ (Abb. 11.26). Nach einer Wartezeit, die wir  $T_E/2$  nennen, kommt der  $180^\circ$ -HF-Puls. Hat er die Phasenlage  $\psi = 0$ , so wird das ganze Spin-Bild um  $180^\circ$  um die  $x'$ -Achse gedreht (s. Abschn. 11.3.2, die Drehung ist schneller als alle Relaxationszeiten). Spin-Ensembles, die vorher zu langsam präzidierten, laufen weiter hinterher, d.h. sie wandern im rotierenden Koordinatensystem gegen den Uhrzeigersinn. Spin-Ensembles, die vorher zu schnell waren, eilen weiter voraus, d.h. sie wandern im Uhrzeigersinn. Nach einer Wartezeit von exakt  $T_E/2$  nach dem  $180^\circ$ -HF-Puls sind alle magnetischen Momente wieder in Phase und es kommt zu einer messbaren Quermagnetisierung, d.h. zu einem Echo.  $T_E$  ist damit die gesamte Wartezeit vom  $90^\circ$  HF-Puls bis zum Echo.

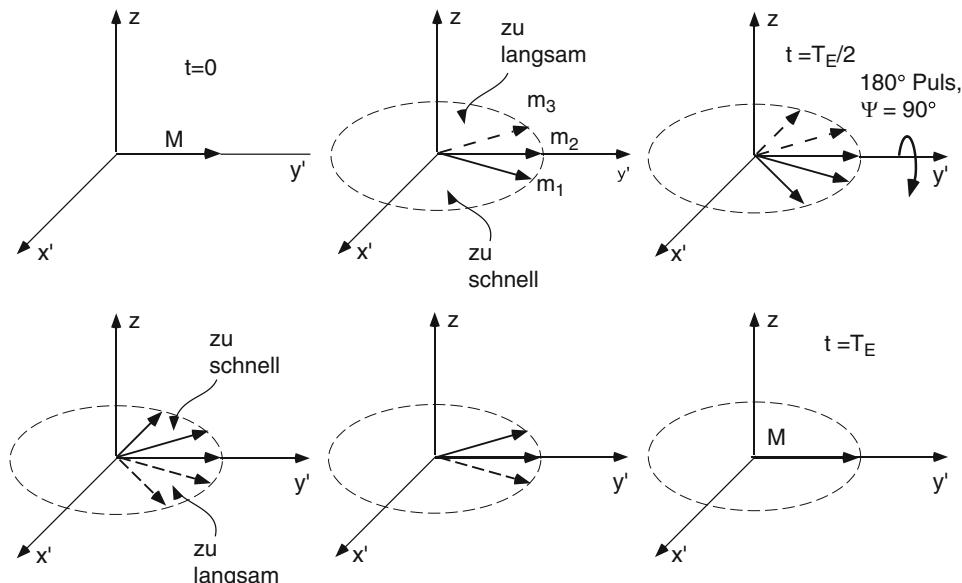
Auch nach einem  $180^\circ$ -HF-Puls mit  $\psi = 90^\circ$  kommt es zu einem Spin-Echo. Hier wird das Spin-Bild nach der Dephasierung um die  $y'$ -Achse gedreht (Abb. 11.27).



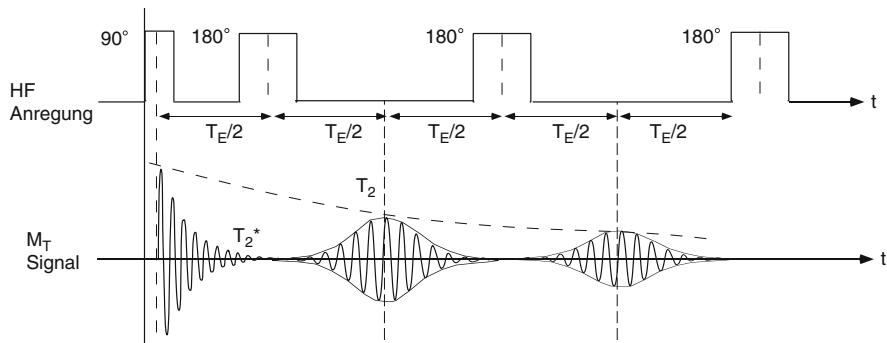
**Abb. 11.25** Das Spin-Echo



**Abb. 11.26** Entstehung eines Spin-Echos nach einem  $180^\circ$  HF-Puls mit  $\psi = 0^\circ$



**Abb. 11.27** Entstehung eines Spin-Echos nach einem HF-Puls mit  $\psi = 90^\circ$



**Abb. 11.28** Mehrfache Spin-Echos

Auch hier wandern die langsam präzidierenden Spin-Ensembles nach dem  $180^\circ$ -HF-Puls weiter gegen den Uhrzeigersinn und die schnellen mit dem Uhrzeigersinn, was dazu führt, dass nach  $T_E$  alle Spin-Ensembles wieder in Phase sind.

Die Wartezeit  $T_E/2$  bis zum Aussenden des  $180^\circ$  HF-Pulses ist weitgehend beliebig und wird vom Benutzer eingestellt. Immer kommt es nach dem Zweifachen dieser Wartezeit, also nach  $T_E$ , zu einem Echo.

Die Dephasierung der quantenmechanischen Spins innerhalb eines Spin-Ensembles, die zur Relaxationszeit  $T_2$  führt, ist von statistischer Natur und kann durch nichts auf der Welt wieder rückgängig gemacht werden. Das bedeutet, dass die Amplitude des Spin-Echos mit  $\exp(-t/T_2)$  abklingt. Stellt man also Echozeiten ein, die über  $T_2$  liegen, wird das Echo sehr klein. Wenn  $T_2$  deutlich größer als  $T_2^*$  ist, so können nach einem  $90^\circ$ -HF-Puls viele Echos erzeugt werden (Abb. 11.28).

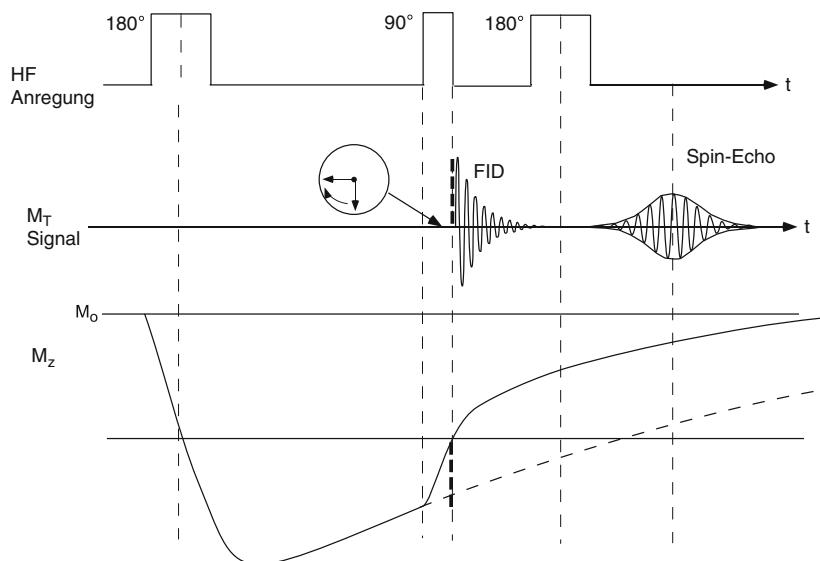
Man kann ein Spin-Echo auch nach einer „Inversion-Recovery“-Sequenz, wie sie in Abb. 11.24 dargestellt war, erzeugen (Abb. 11.29).

Immer, wenn eine Quermagnetisierung von einzelnen Spin-Ensembles noch vorhanden ist und nur wegen der Feldinhomogenitäten dephasiert und damit nicht mehr sichtbar ist, kann sie durch einen  $180^\circ$  HF-Puls in Form eines Spin-Echos wieder sichtbar gemacht werden.

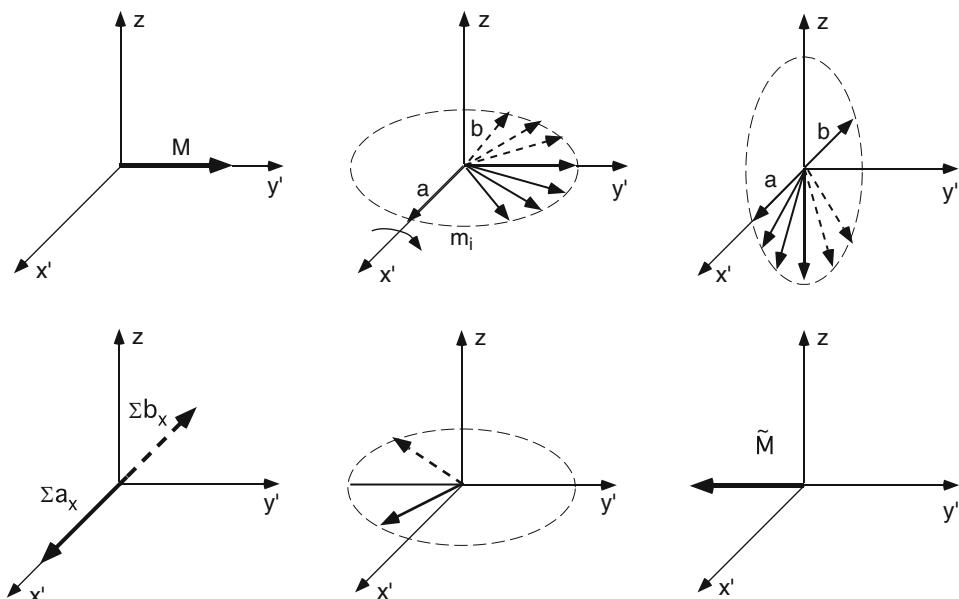
### 11.4.2 Hahn-Echos

Die ersten Echos bei der MR-Spektroskopie wurden 1950 von Erwin Hahn entdeckt, nachdem er zwei  $90^\circ$ -HF-Pulse auf eine Probe gegeben hatte. Wie können zwei  $90^\circ$ -HF-Pulse ein Echo erzeugen?

Der erste  $90^\circ$ -HF-Puls erzeugt eine Quermagnetisierung, die wie bekannt dephasiert (Abb. 11.30).



**Abb. 11.29** Spin-Echo nach einer „Inversion recovery“ Pulsfolge



**Abb. 11.30** Entstehung von Hahn-Echos nach zwei  $90^\circ$ -HF-Pulsen

Der zweite  $90^\circ$ -HF-Puls dreht wieder das ganze Bild um die  $x'$ -Achse. Jedes so entstandene Spin-Ensemble läuft nun auf recht komplizierten spiraligen Wegen weiter. Wir können uns damit begnügen, nur die  $x$ -Komponenten aller Spin-Ensembles zu verfolgen. Diese bewegen sich weiter im rotierenden Koordinatensystem, wie bei den Spin-Echos bereits besprochen, und treffen sich ebenfalls nach einer Wartezeit von  $T_E/2$ . Es entsteht ein Echo, welches aber schwächer ist als das Spin-Echo, da wir ja nur die  $x$ -Komponenten aller Spin-Ensembles verfolgt haben. Die anderen Komponenten führen zu keiner Rephasierung und sind „verloren“. Sogenannte „stimulierte Echos“, wie sie nach Anwendung von 3 HF-Pulsen auftreten, werden hier nicht weiter erläutert.

### 11.4.3 Gradienten-Echos

Bisher wurden Dephasierungseffekte betrachtet, die nur „aus Versehen“ auftraten und eigentlich unerwünscht waren. Wird eine Probe in einem Gradientenfeld untersucht, z. B. einem Feld  $B_z = B_{00} + G_z \cdot z$  wie es schon in Abschn. 11.1.3 vorgestellt wurde, so präzidieren alle Spin-Ensembles in unterschiedlichen  $z$ -Ebenen mit einer anderen Frequenz. In einem einheitlich mit  $\omega_{00}$  (= Mitten-Präzessionswinkelgeschwindigkeit) rotierenden Koordinatensystem laufen, wenn  $G_z$  positiv ist, die Spins oberhalb der ( $z = 0$ )-Ebene vor und die Spins unterhalb der ( $z = 0$ )-Ebene nach.

$180^\circ$ -HF-Pulse, wie sie bei den Spin-Echos diskutiert wurden, würden auch solche Spins rephasieren. Aber hier gibt es noch einen anderen Weg: Das Umpolen des Gradientenfeldes! Mit einem Gradientenfeld  $-G_z$  laufen nun die Spins oberhalb der ( $z = 0$ )-Ebene nach und die unterhalb laufen vor. Genau nach der Zeit  $T_E/2$  treffen sich alle Spins wieder und bilden ein Echo (Abb. 11.31).

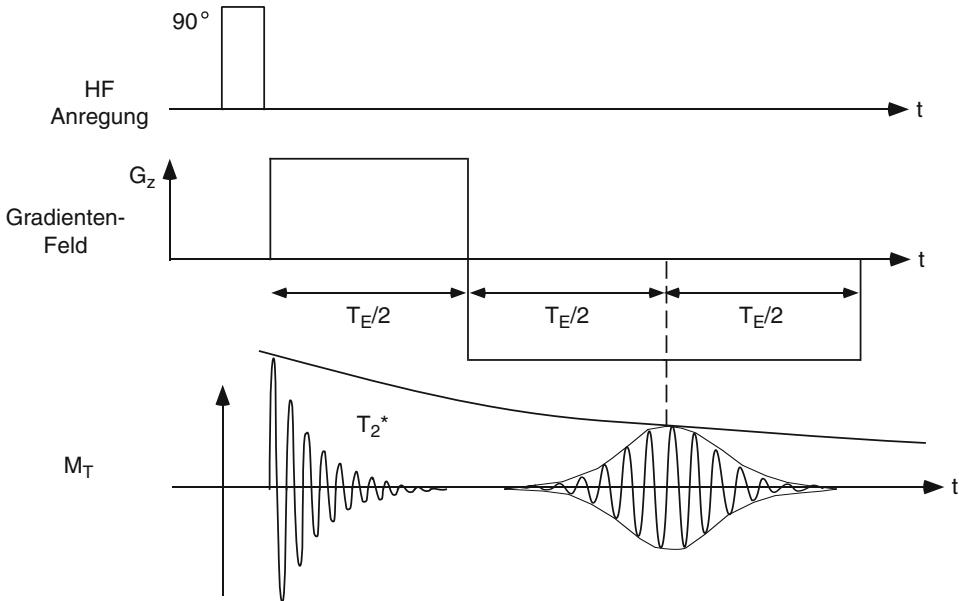
Der kleine Nachteil der Methode: die Stärke des Echos klingt mit  $T_2^*$  ab, denn die Inhomogenitäten der Felder werden bei diesem Verfahren nicht aufgehoben. Gradienten-Echos können nur in MR-Tomographen mit sehr guter Feldhomogenität und mit sehr „schnellen“ Aufnahmemöglichkeiten (schnelles Schalten von Gradientenfeldern und „schnelles“ Messen nach der Anregung) ausgenutzt werden.

---

## 11.5 Grundlagen der Tomographie

Wie wir in den vorangehenden Abschnitten gesehen haben, kann man mit einer Folge von HF-Pulsen in einem Körper, der in einem starken Magneten liegt, eine rotierende Quermagnetisierung  $M_T$  erzeugen. Diese Quermagnetisierung  $M_T$  ist von Ort zu Ort, je nach Gewebetyp, verschieden:  $M_T(x, y, z)$ .

Bei der MR-Tomographie sollen nun Schnittbilder der Quermagnetisierung  $M_T(x, y)$  erzeugt werden.



**Abb. 11.31** Gradienten-Echo

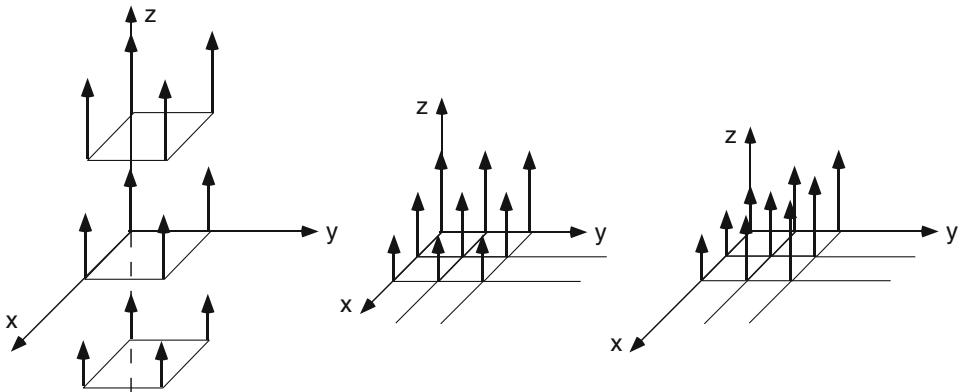
Jedes Voxel hat sein eigenes  $M_T$  und alle tragen gleichzeitig zum Antennensignal bei. Die Aufgabe der Tomografie ist es nun, die Signale der einzelnen Voxel so zu codieren, dass man daraus Bilder  $M_T(x,y)$  rekonstruieren kann. Es gibt viele Lösungen für dieses Problem und daher auch viele Pulssequenzen, mit denen man MR-Bilder aufnehmen kann. Alle haben spezifische Vor- und Nachteile. Alle benutzen drei Grundschemata:

- die selektive Anregung, bei der während des HF-Anregungspulses ein Gradientenfeld eingeschaltet wird (oft ein  $G_z$ -Gradient),
- die Phasencodierung, bei der zwischen Anregung und Auslesen der Antennensignale ein Gradientenfeld eingeschaltet wird (oft ein  $G_y$ -Gradient) und
- die Frequenzcodierung, bei der während des Auslesens der Antennensignale ein Gradientenfeld eingeschaltet wird (oft ein  $G_x$ -Gradient) (Abb. 11.32).

### 11.5.1 Selektive Anregung

Bei der selektiven Anregung wird während des HF-Pulses, der die Spins so umklappen soll, dass eine messbare Quermagnetisierung entsteht, ein Gradientenfeld eingeschaltet.

Meistens ist dies ein Gradient in z-Richtung:  $G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}$ , d. h. in der gleichen Richtung, in



**Abb. 11.32** Gradientenfelder  $G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}$ ,  $G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x}$ ,  $G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y}$

der auch das Hauptmagnetfeld zeigt. Das führt dazu, dass die Präzessionsfrequenz (Larmor-Frequenz) der Kernspins in jeder z-Ebene verschieden ist.

$$\omega_o = +\gamma(B_{00} + G_z \cdot z). \quad (11.103)$$

Da die Anregung ein Resonanzphänomen ist, werden mit einer HF-Welle nur die Spins umgeklappt, die die passende Präzessionsfrequenz haben.

Die Frequenz der HF-Welle muss nicht ganz genau stimmen, da die Resonanzlinie eine endliche Breite hat (vergl. Gl. 11.30). Die Wechselwirkung der Spins untereinander, die auch zu der Querrelaxation mit der Abklingdauer  $T_2$  führt, verursacht eine kleine Energieunschärfe.

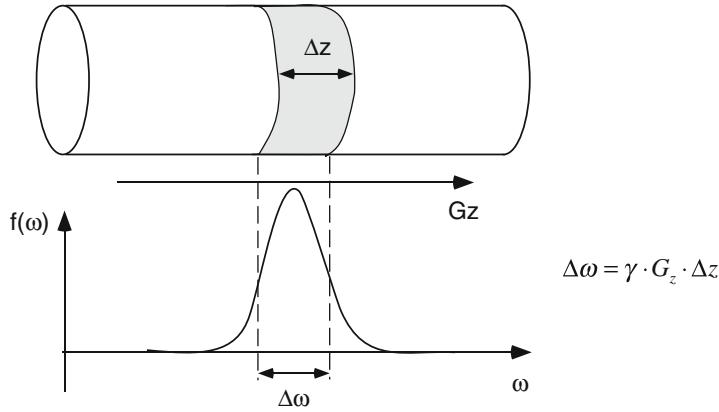
Auch die anregende HF-Welle hat eine endliche spektrale Breite, da sie nur als kurzer Puls eingestrahlt wird. Dies führt dazu, dass bei HF-Anregung mit einem Gradientenfeld die Spins in einer breiten Schicht der Probe umgeklappt werden.

Zwischen der Bandbreite der Einhüllenden des Anregungspulses  $\Delta\omega$  und der Breite der angeregten Schicht  $\Delta z$  gibt es einen einfachen Zusammenhang.

Für die richtige mathematische Beschreibung müssen die Blochgleichungen für den Fall einer transversalen HF-Anregung mit zeitlich veränderlicher Amplitude  $B_T(t)$  gelöst werden.

Die Relaxationsprozesse können während des kurzen Anregungspulses vernachlässigt werden. Weiterhin kommt man zu einer richtigen Beschreibung, wenn man  $M_z = M_{z0}$  als konstant ansetzt. Diese Näherung gilt sicher für kleine Flipwinkel, führt aber auch bis zu relativ großen Winkeln zu einer richtigen Lösung (Abb. 11.33).

Dann kann man von folgender, bei der Ableitung der Blochgleichungen beschriebenen Gleichung (Gl. 11.65 im rotierenden Koordinatensystem) ausgehen:



**Abb. 11.33** Breite der angeregten Schicht  $\Delta z$  nach einem HF-Puls, dessen Einhüllende die Bandbreite  $\Delta\omega$  hat

$$\frac{dm'_T}{dt} = -j\underline{m}'_T(\omega_0 - \omega_T) + j\omega_F m'_z \exp[j\psi] \quad (11.104)$$

$$\underline{M}'_T = \frac{dm'_T}{dv} \quad (11.105)$$

$$\omega_0 = +\gamma B = +\gamma(B_{00} + G_z z) \quad (\text{Larmorfrequenz in der Höhe } z), \quad (11.106)$$

$$\omega_T = +\gamma B_{00} \quad (\text{Frequenz, mit der herunter gemischt wird}), \quad (11.107)$$

$$\omega_F = +\gamma B_T(t) \quad (\text{Flip-Winkelgeschwindigkeit}). \quad (11.108)$$

Damit lautet die hier zu lösende Differenzialgleichung (Fall  $\psi = 0$ ):

$$\begin{aligned} \frac{d\underline{M}'_T}{dt} &= -j \cdot \underline{M}'_T(\omega_0 - \omega_T) + j\omega_F M'_{z0} \\ &= -j \cdot \underline{M}'_T [+\gamma(B_{00} + G_z \cdot z) - \gamma B_{00}] + j\gamma B_T(t) \cdot M'_{z0} \\ &= -j \cdot \underline{M}'_T \cdot \gamma \cdot G_z \cdot z + j\gamma B_T(t) \cdot M'_{z0}. \end{aligned} \quad (11.109)$$

Eine Lösung, die auch die Anfangsbedingungen erfüllt, lautet (Nachprüfen durch Differenzieren und Einsetzen):

$$\underline{M}'_T(z, t) = j \cdot \gamma \cdot M'_{z0} \cdot \exp[-j \cdot \gamma \cdot G_z \cdot z \cdot t] \cdot \int_0^t B_T(t') \cdot \exp[j\gamma G_z \cdot z t'] dt' \quad (11.110)$$

Ist die Amplitude  $B_T(t)$  nur für eine endliche Zeit ungleich null, kann man das Integral von  $-\infty - + \infty$  laufen lassen, ohne dass sich für große Zeiten  $t$  am Wert etwas ändert.

Weiterhin kürzen wir ab:

$$\omega_D = -\gamma G_z \cdot z. \quad (11.111)$$

(Differenzwinkelgeschwindigkeit zur Larmorfrequenz bei  $z = 0$ ).

Dann folgt:

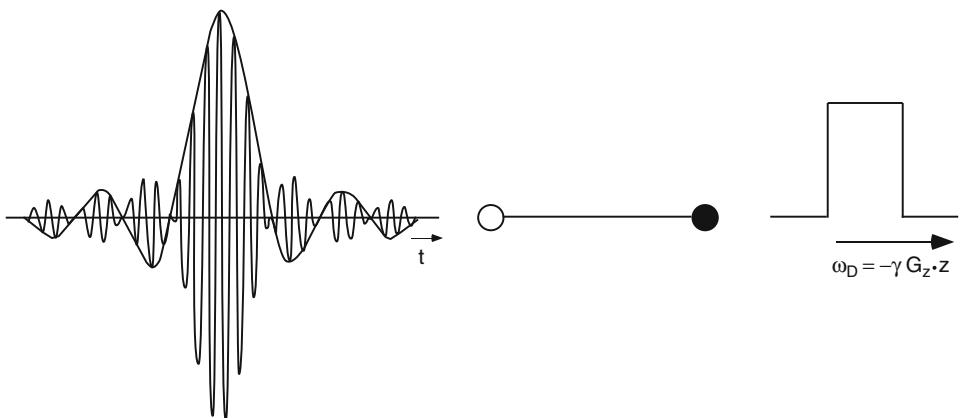
$$\underline{M}'_T(z, t) = j \cdot \gamma \cdot M'_{z0} \cdot \exp[j\omega_D t] \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_T(t') \exp[-j\omega_D t'] dt'. \quad (11.112)$$

Das Integral ist gerade die Fouriertransformierte von der Amplitudenfunktion  $B_T(t)$

$$\underline{M}'_T(z, t) = j \cdot \gamma \cdot M'_{z0} \cdot \exp[j\omega_D t] \widetilde{B}_T(\omega_D), \quad (11.113)$$

$$B_T(t) \Leftrightarrow \widetilde{B}_T(\omega). \quad (11.114)$$

Hierbei kann die Frequenzskala  $\omega$  in eine Höhenskala  $z$  durch Division durch  $-\gamma G_z$  umgerechnet werden (Abb. 11.34).



**Abb. 11.34** HF-Anregungsfunktion mit einer  $\frac{\sin(at)}{at}$  Amplitudenfunktion und Magnetisierungsprofil  $|M'_T(z)|$

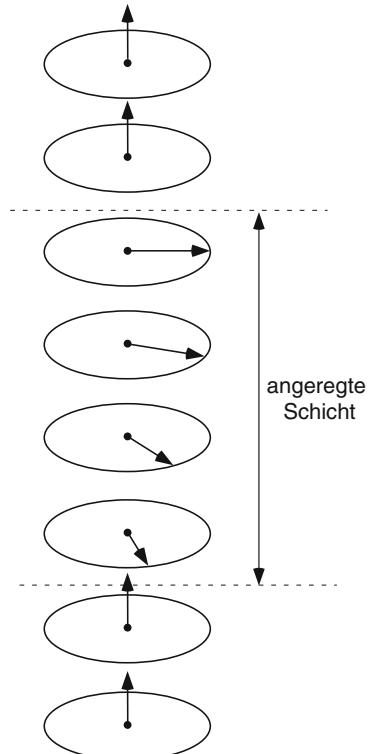
Das Spektrum der Amplitudenfunktion  $B_T(t)$ , d. h. das Spektrum der Einhüllenden des anregenden HF-Pulses, ergibt die Stärke der Quermagnetisierung  $M'_T$  als Funktion von  $z$ .

Bei der selektiven Anregung strebt man meistens eine gleichmäßig angeregte Scheibe mit „scharfen“ Übergängen in den nicht-angeregten Bereich an. Ein rechteckiges Anregungsprofil erreicht man mit einer  $\frac{\sin(at)}{at}$ -Amplitudenfunktion.

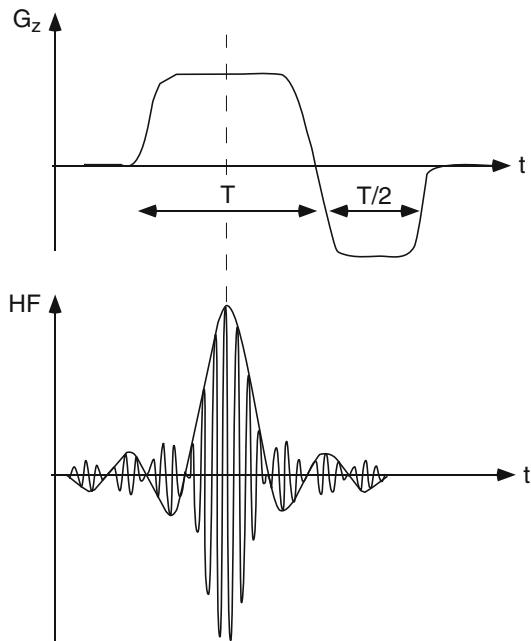
$$B(t) = A \cdot \frac{\sin(\frac{1}{2}\gamma G_z \cdot \Delta z \cdot t)}{\frac{1}{2}\gamma G_z \Delta z \cdot t} \Leftrightarrow \tilde{B}(\omega) = C \cdot \underline{M}'_T(z) \quad (11.115)$$

Unschön ist, dass im oben abgeleiteten Ausdruck für  $\underline{M}'_T(z, t)$  noch ein Faktor  $\exp[j\omega_D t] = \exp[-j\gamma G_z z t]$  steht. Er bewirkt, dass die Zeiger von  $\underline{M}_T$  in verschiedenen  $z$ -Ebenen in unterschiedliche Richtungen zeigen: je größer  $z$ , desto weiter ist der Zeiger verdreht (Abb. 11.35).

**Abb. 11.35** „Verdrehung“ der Zeiger der Quermagnetisierung nach einem unipolaren Gradienten-Puls



**Abb. 11.36** Gradient in z-Richtung und HF-Puls für eine gleichmäßige Quermagnetisierung einer Schicht



Eine Antenne, die die Summe der Magnetisierung aller Voxel misst, würde nach solch einer Anregung kein besonders großes Signal zeigen. Mit einem Trick kann man Abhilfe schaffen: Nachdem der Anregungspuls weitgehend abgeklungen ist, wird der Gradient in z-Richtung für die Hälfte der Dauer des Anregungspulses, also  $\frac{T}{2}$  umgepolzt (Abb. 11.36).

Nun präzidieren die Spins mit positivem z, deren Zeiger nach der Anregung vorausgeeilt waren, für  $\frac{T}{2}$  zu langsam und fallen zurück, während die Spins mit negativem z aufholen.

So erreicht man nach einem  $\frac{\sin(at)}{at}$ -HF-Puls und einem  $G_z$ -Gradienten, der nach dem HF-Puls kurz umgepolzt wird, dass in einer Schicht mit wählbarer Dicke eine gleichmäßige Quermagnetisierung vorliegt, bei der in der gesamten Schicht alle Spins in die gleiche Richtung zeigen.

### 11.5.2 Phasencodierung

Eine Phasencodierung erreicht man durch Gradientenfelder, die zwischen der HF-Anregung und dem Auslesen der Antennensignale eingeschaltet werden. Oft wird für die Phasencodierung ein y-Gradient  $G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y}$  angelegt.

Nehmen wir an, wir haben in einer Schicht des Körpers alle Spins um  $90^\circ$  in die x-y-Ebene geklappt und alle Spins zeigen im rotierenden Koordinatensystem in die gleiche Richtung. (Für jeden anderen Flipwinkel ist die Argumentation die gleiche). Nehmen wir

weiter in diesem Kapitel einmal vorübergehend an, es gäbe keine Relaxationsphänomene, die zum Abklingen der Längs- und Querrelaxation führen. Dann würden die Spins alle gleichförmig präzidieren, d. h. ihre Zeiger im rotierenden Koordinatensystem bleiben stehen. Wird nun für eine kurze Zeit  $T_y$  ein Feldgradient  $G_y$  eingeschaltet, so präzidieren für die Zeit  $T_y$  die Spins unterschiedlich schnell, je nach Wert der  $y$ -Koordinate. Im rotierenden Koordinatensystem laufen die Zeiger der einzelnen Voxel vor bzw. nach.

Wird dann der Gradient  $G_y$  wieder abgeschaltet, präzidieren alle Spins wieder mit der gleichen alten Winkelgeschwindigkeit und das letzte Bild mit den verdrehten Zeigern wird „eingefroren“.

Der Winkel, um den die Zeiger nach dem Phasencodiergradienten weitergedreht sind, lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$\omega_p = -\gamma(B_{00} + G_y \cdot y) + \gamma B_{00} = -\gamma \cdot G_y \cdot y \quad (11.116)$$

(Phasendrehwinkelgeschwindigkeit)

$$\varphi_p = -\gamma \cdot G_y \cdot y \cdot T_y \quad (11.117)$$

(Phasendrehwinkel nach  $T_y$ )

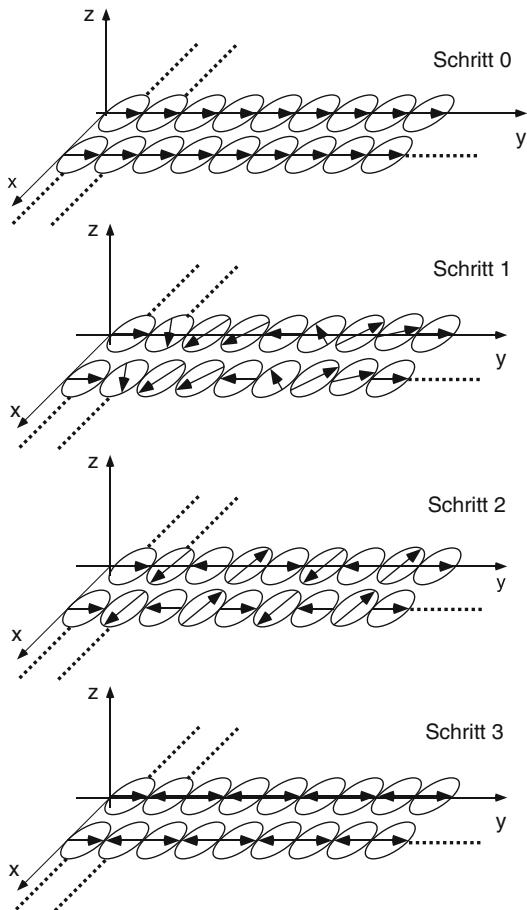
In der komplexen Schreibweise lässt sich die Drehung des Zeigers um diesen Winkel leicht beschreiben:

$$\underline{M}'_T(y) = \underline{M}'_{T_0}(y) \cdot \exp(-j\gamma \cdot G_y \cdot y \cdot T_y). \quad (11.118)$$

Bei der Phasencodierung wird nun das Experiment (z. B. das Umklappen der Spins in die  $x$ - $y$ -Ebene durch einen HF-Puls) sehr oft wiederholt und jedesmal ein anderer Phasencodiergradient angelegt.

Der erste Phasencodiergradient wird so eingestellt, dass die Zeiger vom linken und rechten Bildrand gerade um  $360^\circ$  verdreht sind (Schritt 1 in Abb. 11.37). Im zweiten Schritt wird der Gradient verdoppelt, dann verdreifacht usw. bis schließlich zwei nebeneinander liegende Voxel entgegengesetzte Zeiger der Magnetisierung haben. In gleicher Weise werden dann Messungen mit entgegengesetzten Gradienten  $G_y$  durchgeführt. Wie aus diesen Messungen ein Bild rekonstruiert werden kann, soll im Abschn. 11.5.4 gezeigt werden. Hier sei nur darauf hingewiesen, dass die Antenne immer die vektorielle Summe aller Magnetisierungen im betrachteten Objekt aufzeichnet. Gleich große, aber in entgegengesetzte Richtungen zeigende Magnetisierungen heben sich beispielsweise auf. So wird verständlich, dass das Signal in der Antenne nach jedem Phasencodierschritt etwas anders ausfällt und dass alle Signale zusammen linear unabhängige Informationen zur Bestimmung der Magnetisierung in den einzelnen Voxeln sind.

Folgende allgemeine Aussagen können schon hier gemacht werden: In die Phasendrehwinkel geht nur das Produkt aus  $G_y$  und  $T_y$  ein. Es ist also zunächst egal, ob mit

**Abb. 11.37** Phasencodierung

großen Gradienten und kleinen Zeiten oder mit kleinen Gradienten und großen Zeiten gearbeitet wird.

Wenn der Gradient schrittweise soweit gesteigert wird, bis benachbarte Voxel eine entgegengesetzte Magnetisierung aufweisen, kann der maximal benötigte Feldgradient in Abhängigkeit von der Auflösung angegeben werden.

$$\varphi_{p \max} = \pi = \gamma G_{y \max} \cdot T_y \cdot \Delta y \quad (11.119)$$

mit:  $\Delta y$  = Pixelabstand.

Wird  $\gamma^*$  in MHz/T verwendet so erhalten wir

$$\frac{1}{\Delta y} = 2 \cdot \gamma^* G_{y\max} \cdot T_y = \frac{\text{Zahl der Pixel in y-Richtung}}{\text{Breite des Bildes in y-Richtung}}. \quad (11.120)$$

### 11.5.3 Frequenzcodierung

Nehmen wir an, wir haben durch einen HF-Puls und eine anschließende Phasencodierung ein Muster von Quermagnetisierungen  $M_T(x, y)$  erzeugt. Nehmen wir auch wieder vorübergehend an, es gäbe keine Relaxationsphänomene, d. h. das Muster der Quermagnetisierungen bleibt im rotierenden Koordinatensystem stehen.

Nun schalten wir, während die Antennensignale ausgelesen werden, einen weiteren Feldgradienten an – meistens einen Gradienten in x-Richtung  $G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x}$ . Die Spins an Orten mit positiven x-Werten werden nun schneller präzidieren als  $\omega_0$  und die Spins mit negativen x-Werten langsamer. Im rotierenden Koordinatensystem lässt sich die transversale Magnetisierung wieder am Besten in der komplexen Schreibweise angeben.

$$\underline{M}'_T(x, t) = \underline{M}'_{T0}(x) \cdot \exp(-j\gamma G_x \cdot x \cdot t). \quad (11.121)$$

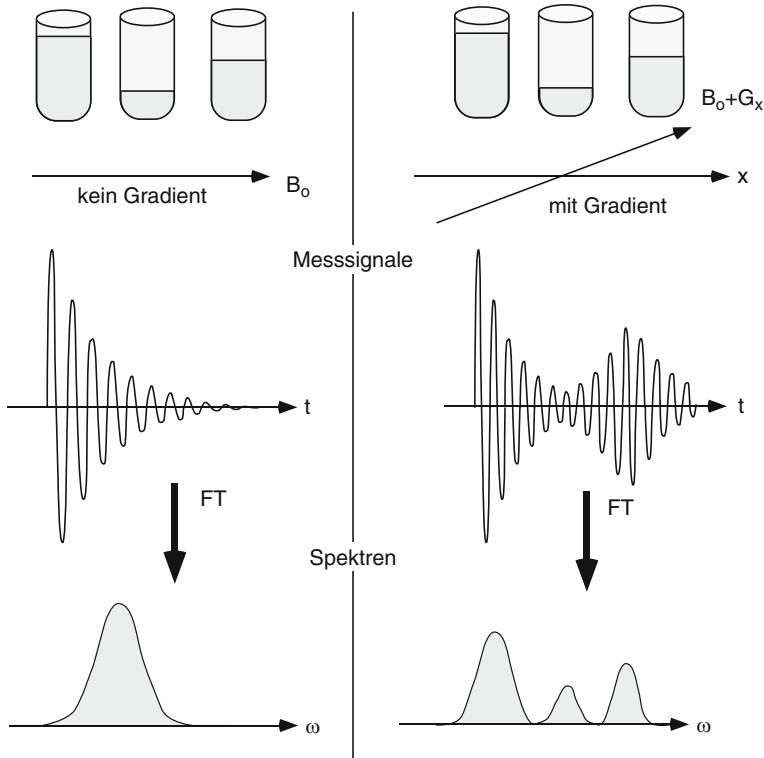
Die Formel sieht genauso aus, wie die Magnetisierung bei der Phasencodierung. Es ist ja auch kein wesentlicher Unterschied, ob ein Feldgradient in x- oder in y-Richtung verläuft. Der wichtige Unterschied ist, dass bei der Phasencodierung durch Abschalten des Gradienten „die Uhr bei  $T_y$  angehalten wird“. Bei der Frequenzcodierung läuft die Uhr mit  $t$  weiter. Hier sendet während der Messung jedes Volumenelement mit einer anderen Frequenz, d. h. die Ortsinformation ist über die Frequenz codiert worden.

Die Antenne, die die Summe aller Signale von den einzelnen Volumenelementen auffängt, sieht also ein Frequenzgemisch. Durch eine Fouriertransformation können die Beiträge aller Voxel mit gleicher x-Koordinate herausgefunden werden. Abbildung 11.38 zeigt, wie eine Verteilung von Quermagnetisierungen im Spektrum als „eindimensionales“ Bild sichtbar wird.

Die Bandbreite der vorkommenden Frequenzen und damit auch die Bandbreite, mit der die Antenne alle Frequenzen nachweisen muss, ergibt sich aus dem Feldgradienten  $G_x$  und dem größten vorkommenden x-Wert.

$$\text{Bandbreite der Antenne} = \gamma \cdot G_x \cdot \text{Breite des Bildes in x-Richtung}. \quad (11.122)$$

Steilere Gradienten erfordern eine größere Detektorbandbreite, führen aber auch zu einer höheren Ortsauflösung (s. Abschn. 11.8) (Abb. 11.38).



**Abb. 11.38** Frequenzcodierung: Eine Verteilung von Quermagnetisierungen wird im Spektrum sichtbar

#### 11.5.4 Kartesische Abtastung im k-Raum

Wird mit der selektiven Anregung eine ganze Schicht der Dicke  $\Delta z$  im Körper angeregt, so wird eine Antenne auch die Summe aller Quermagnetisierungen in der Schicht detektieren. Wird erst ein Phasencodier-Gradient und dann ein Frequenzcodier-Gradient eingeschaltet, so kann das Signal nach den oben angegebenen Formeln sofort berechnet werden (vergl. Gl. 11.118 und 11.121):

$$\underline{S}_t(t, T_y) = \iint \underline{M}'_{T_0}(x, y) \cdot \exp(-j\gamma G_x xt - j\gamma G_y y T_y) dx dy \quad (11.123)$$

Ungewöhnlt mag an dieser Stelle die Formulierung des Messsignals als Funktion von  $T_y$  sein. Für jede Phasencodierung mit einer  $G_y$ -Einschaltzeit  $T_y$  folgt ein Messsignal als Funktion der Zeit. Werden viele  $G_y$ -Einschaltzeiten nacheinander gemessen, erhält man eine Schar von Messsignalen,  $S_t(t, T_y)$ .

Die Formulierung über die Angabe der Zeiten  $t$  und  $T_y$  ist zwar anschaulich aber ungeschickt: wie in den vorangehenden Kapiteln gezeigt, kann man einen großen Gradienten  $G_y$  für eine kurze Zeit  $T_y$  oder einen kleinen Gradienten  $G_y$  für eine lange Zeit  $T_y$  einschalten, um den gleichen Phasendrehwinkel zu erhalten. Genauso kann man mit einem großen  $G_x$  die Zeit beim Messen „schneller laufen lassen“, d. h. höhere Frequenzen erzeugen. Wir führen daher folgende Abkürzungen ein:

$$k_x = \gamma \cdot G_x \cdot t, \quad (11.124)$$

$$k_y = \gamma \cdot G_y \cdot T_y. \quad (11.125)$$

Diese Größen sind eine Art „normierte Zeit“ und haben die Einheit  $m^{-1}$ . Damit wird das Messsignal zu:

$$\underline{S}(k_x, k_y) = \iint \underline{M}'_{T_0}(x, y) \exp(-jk_x x - jk_y y) dx dy. \quad (11.126)$$

Die gemessenen Signale bei der MR-Tomographie (in einer normierten Zeitskala) sind die Fouriertransformierte des gesuchten Bildes!

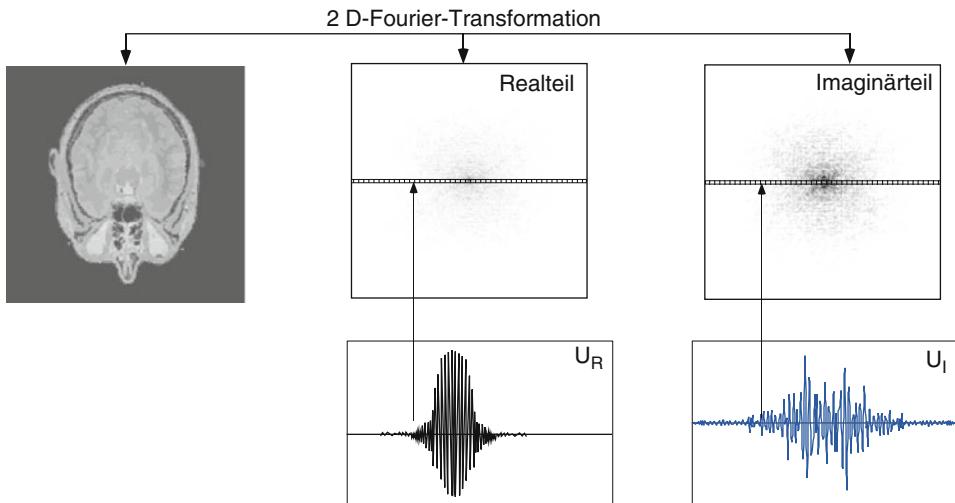
Überraschend ist vielleicht auch, dass das gemessene Signal  $\underline{S}$  einen Unterstrich bekommen hat als Zeichen für eine komplexe Zahl. Tatsächlich liefert das Fourierintegral im Allgemeinen komplexe Größen. Wie kann das gemessene Signal komplex sein? In Abschn. 11.1.6 wurde der Quadratur-Detektor beschrieben. Er liefert tatsächlich zwei Signale, die als Realteil und Imaginärteil eines komplexen Zeigers interpretiert wurden.  $\underline{S}$  ist das komplexe Messsignal hinter den beiden Mischern. Im Integral steht ja auch die Magnetisierung  $M'_{T_0}$  im rotierenden Koordinatensystem, d. h. die Gleichung ist in sich konsistent.

Abbildung 11.39 zeigt den Weg vom komplexen Messsignal über die Eintragung der Messwerte in den  $k$ -Raum bis zum Bild durch die 2D-Fouriertransformation. Die  $k$ -Raum-Darstellung ist identisch mit der bei der Röntgentechnik beschriebenen  $u$ - $v$ -Ebene für die Fouriertransformierte eines Bildes ( $k_x = 2\pi u$ ,  $k_y = 2\pi v$ ).

So wie in der digitalen Bildverarbeitung meistens der Absolutbetrag des Spektrums dargestellt wird, wird hier in umgekehrter Richtung der Absolutbetrag der Quermagnetisierung  $|M'_{T_0}|$  als Bild dargestellt.

Die Übersetzung von der Zeitachse in die  $k$ -Achse, z. B. mit  $k_x = \gamma G_x t$  bedeutet:

Mit zunehmender Zeit liefert das Signal die Beiträge immer größerer Raumfrequenzen zum Bild, das sind die feineren Strukturen des Bildes, die eine kürzere Wellenlänge haben.



**Abb. 11.39** Weg von den Messsignalen über den k-Raum zum Bild

$$k_x = \frac{2\pi}{\lambda_x} \quad (11.127)$$

mit:  $\lambda_x$  = Wellenlänge zu  $k_x$ .

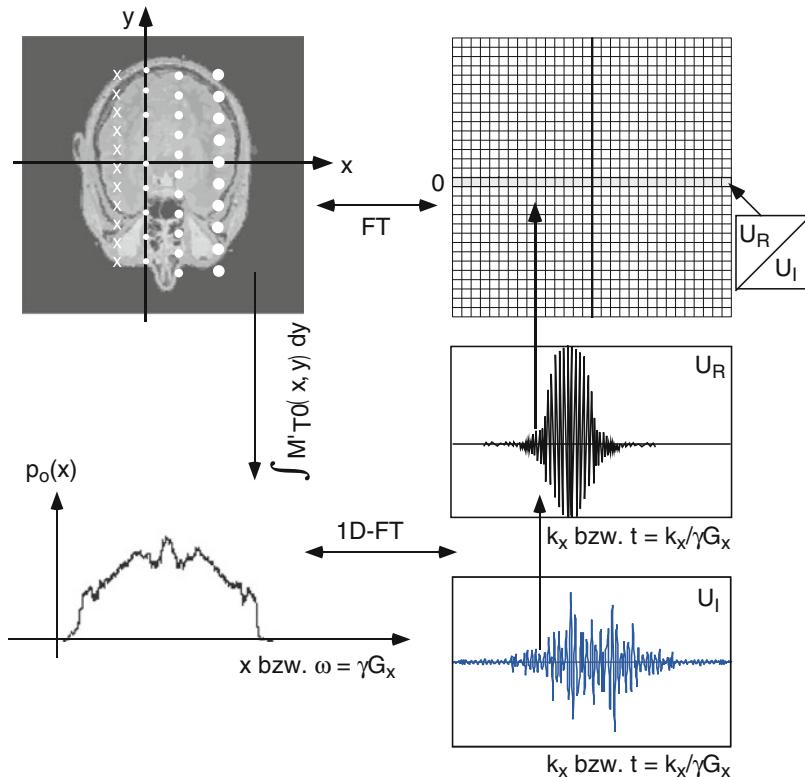
### 11.5.5 Abtastung mit Projektionen

Lassen wir in diesem Abschnitt einmal die reine Phasencodierung weg und betrachten das Messsignal zuerst während eines reinen  $G_x$ -Gradienten. In Abschn. 11.5.3 wurde die Frequenzcodierung beschrieben. Es gilt mit  $G_y = 0$ , da alle Spins mit gleichem x-Wert auf der gleichen Frequenz präzidieren (Abb. 11.40):

$$\underline{S}_{r0}(t) = \iint \underline{M}'_{T0}(x, y) \exp(-j\gamma G_x t) dx dy \quad (11.128)$$

$$\underline{S}_0(k_x) = \int \left[ \int \underline{M}'_{T0}(x, y) dy \right] \exp(-jk_x \cdot x) dx. \quad (11.129)$$

Der Ausdruck  $\int \underline{M}'_{T0}(x, y) dy$  ist völlig analog zu einer Projektion der Computer-Tomographie mit dem Winkel  $0^\circ$  und x als laufendem Parameter.



**Abb. 11.40** Messung einer „Projektion“ zum Winkel  $\Theta = 0$  und Eintrag in den  $k$ -Raum

$$\int \underline{M}'_{T0}(x, y) dy = p_0(x) \Leftrightarrow \int \mu(x, y) dy = \ln \frac{I_o}{I(x)}. \quad (11.130)$$

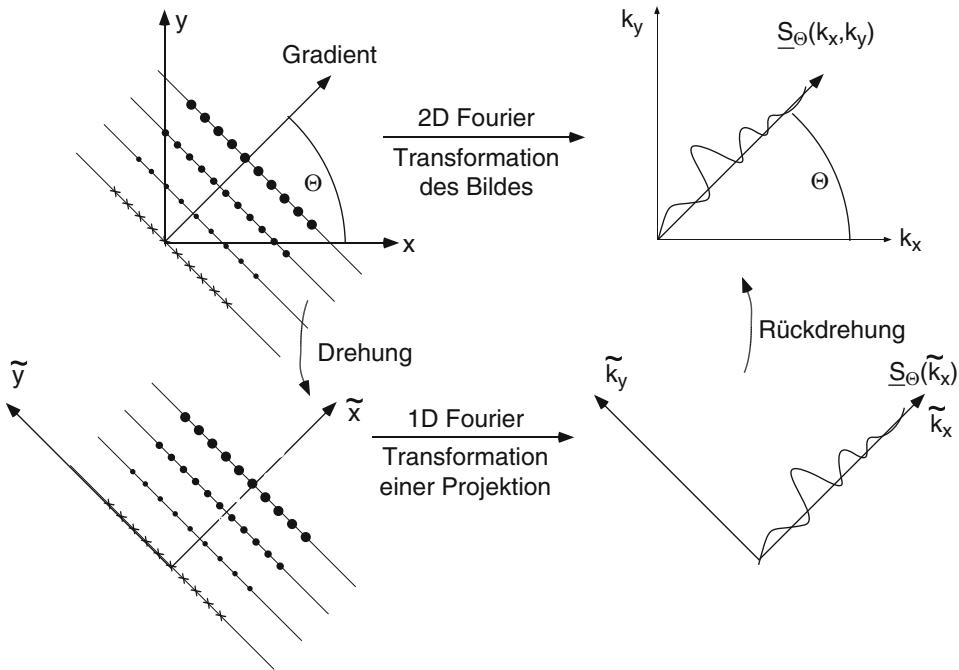
Das Signal  $\underline{S}_0(k_x)$  ist die 1D-Fouriertransformierte dieser Projektion:

$$\underline{S}_0(k_x) = \underline{P}_0(k_x) \quad (11.131)$$

$$p_0(x) \Leftrightarrow \underline{P}_0(k_x). \quad (11.132)$$

Nach dem Fourier-Scheiben-Theorem (s. Abschn. 5.2) ergibt die 1D-Fouriertransformierte einer Projektion die Daten im fouriertransformierten Bild auf einem Strahl durch den Koordinatenursprung.

Bei der CT müssen die gemessenen Projektionen fouriertransformiert werden, bevor sie in den Datensatz des fouriertransformierten Bildes eingetragen werden können. Bei der MR-Tomographie sind die Messdaten selbst schon die (komplexe)



**Abb. 11.41** „Schräge“ Projektion und Eintrag in den k-Raum

Fouriertransformierte der Projektion und können somit sofort in das „Bild“ im k-Raum eingetragen werden.

Bei der CT erhält man einen vollständigen Datensatz im k-Raum durch die Aufnahme vieler Projektionen unter verschiedenen Winkeln  $\Theta$ . Das Analogon bei der MR-Tomographie bedeutet, dass während des Auslesens gleichzeitig ein  $G_x$ - und ein  $G_y$ -Gradient eingeschaltet wird, so dass die aufgenommenen Projektionen schräg durch den Raum laufen (Abb. 11.41). Durch eine einfache Drehung des Koordinatensystems im Ortsraum um die z-Achse kann man erreichen, dass im gedrehten System wieder nur ein einfacher  $G_x$ -Gradient anliegt.

Diese schräge Projektion können wir sofort in den k-Raum eintragen. Wir wissen, dass die Fouriertransformierte eines gedrehten Bildes, das um den gleichen Winkel gedrehte Fouriertransformierte Bild ergibt. Die Fouriertransformierte einer gedrehten Projektion ergibt damit die Werte des Fouriertransformierten Bildes auf einem gedrehten Strahl durch den Koordinatenursprung. So kann man in der MR-Tomographie durch sukzessives Drehen des Feldgradienten den gesamten Fourier-Raum des Bildes abtasten und dann durch Rücktransformation das Bild erzeugen.

### 11.5.6 Surfen durch den k-Raum

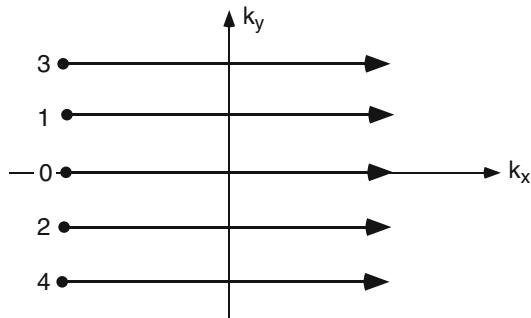
In Abschn. 11.5.4 haben wir eine „kartesische“ Abtastung des k-Raumes kennengelernt. Wir wollen nun untersuchen, wie hierbei die Werte im k-Raum abgetastet werden.

Mit der Phasencodierung gelangt man im k-Raum an einen beliebigen „Startwert“ für die Abtastung. Man stellt die Zeiger der Magnetisierung vor jeder Abtastung auf einen anderen Wert  $k_y = \gamma G_y T_y$  und belässt  $k_x$  bei Null (bzw. immer bei dem gleichen Startwert  $k_x$ ). Dann lässt man „die Uhr laufen“, indem ein Frequenzcodiergradient bei der Abtastung eingestellt wird. Ist dies ein reiner  $G_x$ -Gradient, läuft der Auslesestrahl im k-Raum auf einer Parallelen zur  $k_x$ -Achse. So sammelt man der Reihe nach alle Daten des k-Raumes, wobei eine typische Reihenfolge der Abtastungen in Abb. 11.42 mit 1, 2, 3 angegeben ist.

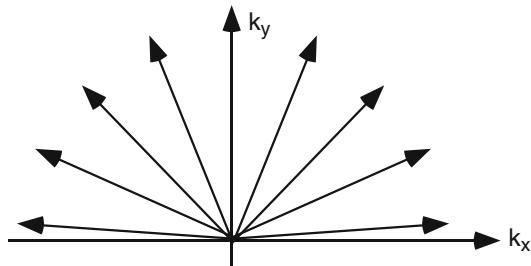
In Abschn. 11.5.5 haben wir eine andere Art kennengelernt, den k-Raum abzutasten: Wir starten, wenn wir exakt bei der beschriebenen Version bleiben, immer im Koordinatenursprung des k-Raumes, da keine Phasencodierung eingesetzt wurde (Abb. 11.43). Dann lassen wir „die Uhr laufen“, indem die „schrägen“ Feldgradienten  $G_x$  und  $G_y$  eingeschaltet werden und tasten so den k-Raum auf Strahlen durch den Koordinatenursprung ab. (Tatsächlich stellt man die Zeiger der Magnetisierungen auf den Rand des k-Raumes und läuft dann auf einem Radialstrahl auf die andere Seite).

Man sieht, dass es egal ist, auf welchem Weg man durch den k-Raum läuft. Wichtig ist nur, dass man genügend Punkte im k-Raum aufsammelt, damit man bei der

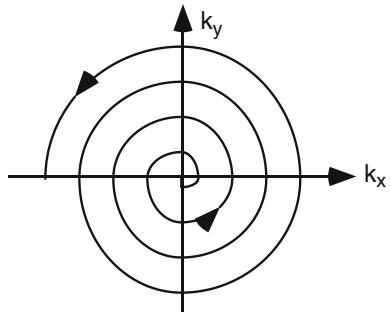
**Abb. 11.42** Kartesische Abtastung des k-Raumes



**Abb. 11.43** Abtastung des k-Raumes mit Projektionen



**Abb. 11.44** Abtastung des k-Raumes auf einer Spirale („Spiral Imaging“)



Rücktransformation ein gutes Bild bekommt. Große k-Werte entsprechen den feinen Details im Bild. Werden während des Auslesens die Gradienten  $G_x$  und  $G_y$  verändert, z. B. rampenförmig oder sinusförmig rauf- und runtergefahren, lassen sich beliebige Kurven durch den k-Raum einstellen. Beim „Spiral Imaging“ durchläuft man beispielsweise den k-Raum auf einer Spirale (Abb. 11.44).

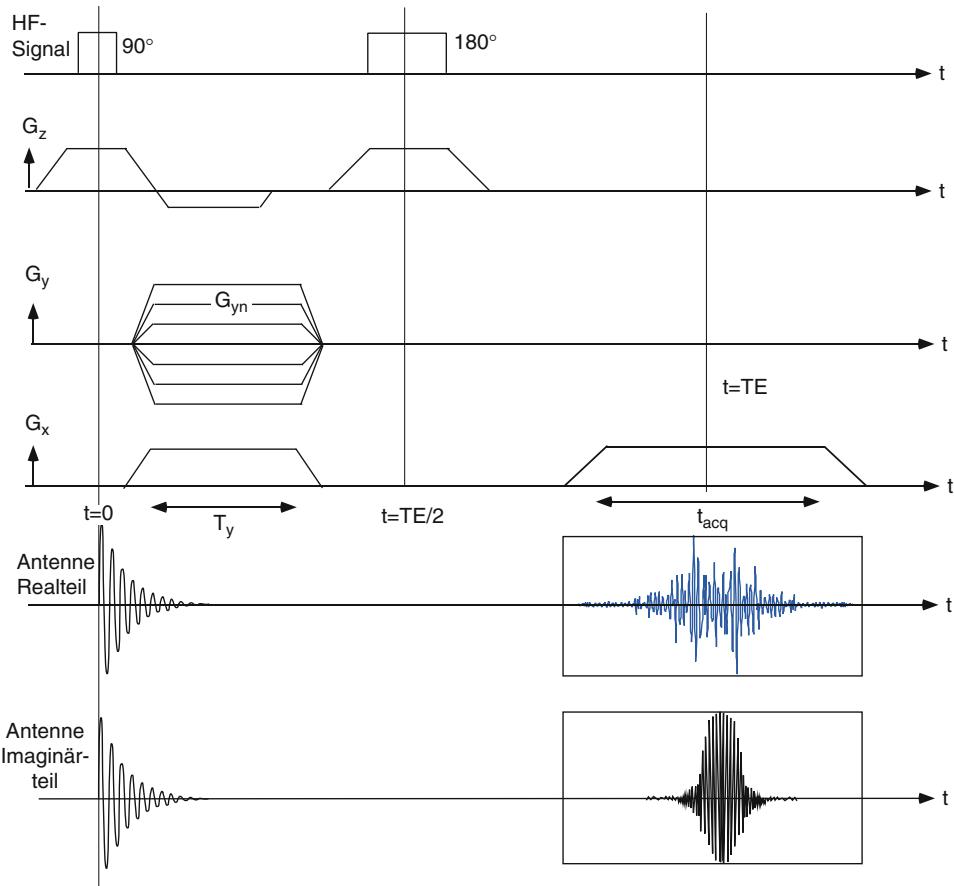
### 11.5.7 Berücksichtigung der Relaxation

Bei der Beschreibung der Frequenz- und Phasencodierung wurden die Relaxationsprozesse vorübergehend „abgeschaltet“. Was passiert, wenn man berücksichtigt, dass die Quermagnetisierung mit  $T_2^*$  zerfällt? Wir können weiter ungehindert mit  $G_x$ - und  $G_y$ -Gradienten an der Phase und der Frequenz der Spin-Ensembles drehen, nur dass die Antenne schon nach kurzer Zeit kein Signal mehr empfängt. Hier werden nun die Echos, die in Abschn. 11.4 beschrieben wurden, besonders wichtig.

Wird mit einer  $90^\circ$ - und  $180^\circ$ -Pulsfolge ein Spin-Echo erzeugt, erhalten wir genau nach der Zeit  $T_E$  ein maximales Signal. Die Phasencodier-Gradienten kann man gut in der Zeit zwischen den beiden HF-Pulsen unterbringen. Die Frequenzcodier-Gradienten werden nun genau während des Spin-Echos eingeschaltet, so dass ein optimales Signal erwartet werden kann (Abb. 11.45).

Die Startwerte für das Durchlaufen des k-Raumes und der zeitliche Beginn des Frequenzcodiergradienten werden so gelegt, dass beim größten Echosignal, also bei  $T_E$ , gerade der Bereich  $k_x \approx 0$  durchlaufen wird. Vor und nach  $T_E$  wird das Signal durch Dephasierungen immer kleiner. Das bedeutet, dass hohe Raumfrequenzen bedämpft werden. Das An- und Abklingen des Echos entspricht also einer Tiefpass-Filterung des Bildes.

Echos eignen sich daher viel besser zur Datenerfassung als der „Free Induction Decay“. Zum einen können Schaltpulse der HF bzw. der Gradientenspulen das FID-Signal stören. Zum anderen kann das Signalmaximum nicht so gut in die Mitte des k-Raumes gelegt werden. Neben den Spin-Echos sind natürlich auch die Hahn-Echos und die Gradientenechos für die Datenerfassung sehr gut geeignet.



**Abb. 11.45** Pulsfrequenz für eine kartesische Abtastung des k-Raums mit Spin-Echos

### 11.5.8 3D-Abtastung im k-Raum

In Abschn. 11.5.1 wurde besprochen, wie nur eine einzige Scheibe im Körper angeregt werden kann, und in Abschn. 11.5.2 wurde dann die Phasencodierung in y-Richtung beschrieben. Will man eine 3D-Aufnahme einer Körperregion haben, so müssen viele Scheiben nacheinander aufgenommen werden. Man kann aber auch anders vorgehen:

Zuerst wird eine sehr breite Scheibe im Körper gleichmäßig angeregt und dann wird auch die Bildinformation in z-Richtung über Gradienten  $G_z$  phasencodiert. Die Gleichung (13.126) wird in diesem Falle einfach in die z-Richtung erweitert:

$$\underline{S}(k_x, k_y, k_z) = \iiint \underline{M}_{T0}(x, y, z) \exp(-jk_x x - jk_y y - jk_z z) dx dy dz \quad (11.133)$$

Die einfachste Vorgehensweise ist wieder die kartesische Abtastung, d. h. nach jeder Anregung wird mit  $G_y$ - und  $G_z$ -Gradienten ein Startwert im k-Raum eingestellt und mit  $G_x$ -Gradienten während des Auslesens eine Zeile im k-Raum abgetastet. Sollen  $N_y$  Zeilen in y-Richtung und  $N_z$  Zeilen in z-Richtung aufgenommen werden, sind  $N_y \cdot N_z$  Anregungen und Messungen nötig. Die Messzeit ist damit genau so lang wie bei einer Aufnahme, die „scheibenweise“ vorgeht. Eine genaue Analyse zeigt aber, dass das Signal-Rausch-Verhältnis bei der 3D-Abtastung im k-Raum um den Faktor  $\sqrt{N_z}$  besser ist.

## 11.6 Aufbau eines MR-Tomographen

Einen Überblick über die Systemkomponenten eines MR-Tomographen gibt die Abb. 11.46. Die einzelnen Komponenten sollen im Folgenden beschrieben werden. Es ist bemerkenswert, dass ein MR-Tomograph keine bewegten Teile enthält.

### 11.6.1 Magnet

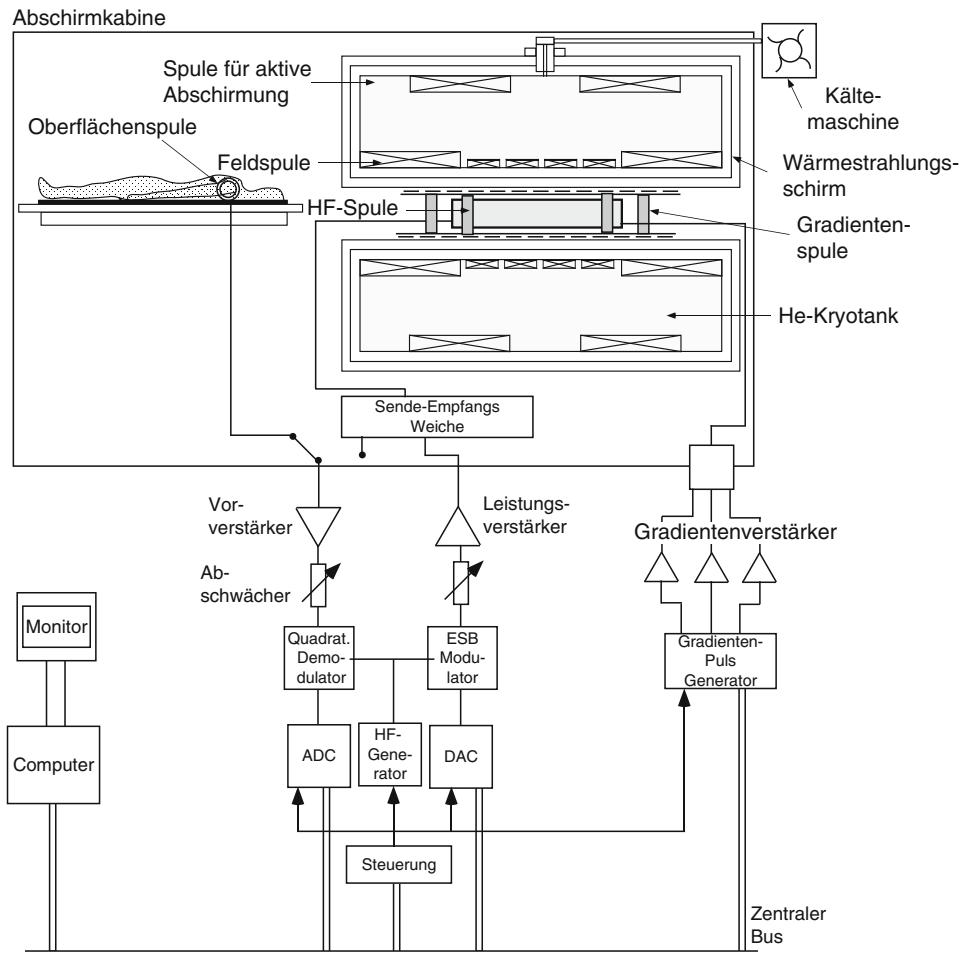
Der größte und schwerste Teil eines MR-Tomographen ist der Magnet. Da die Magnetisierung im Körper direkt proportional zur Feldstärke ist (Abschn. 11.2.5), wird auch das Signal-Rausch-Verhältnis näherungsweise mit zunehmender Feldstärke besser. Gleichzeitig wird  $T_1$  und damit die Aufnahmezeit länger, und die chemische Verschiebung und die damit verbundenen Artefakte nehmen zu (Tab. 11.4).

Den besten Kompromiss im Preis/Leistungsverhältnis stellen Magnete mit Feldstärken zwischen 0,5 T und 3 T dar. Die wichtigsten Forderungen an MR-Magnete sind in Tab. 11.5 zusammengefasst.

Die hohen Anforderungen an den Magneten werden am besten von supraleitenden Magneten erreicht. Elektromagnete oder Permanentmagnete werden nur in seltenen Fällen eingesetzt. In supraleitenden Magneten wird meistens ein Multifilament-Draht aus einer Niob-Titan-Legierung verwendet, der in eine Matrix aus Kupfer eingebettet ist. Bei Abkühlung unter die Sprungtemperatur  $T_C$  wird Nb-Ti supraleitend, d. h. ein einmal eingespeister Strom bleibt fast unverändert bestehen. Wegen des Meißner-Ochsenfeld-Effektes werden sogar störende Magnetfelder von außen sehr gut abgeschirmt.

Eine mögliche Kombination von elektrischen Daten für einen MR-Magneten zeigt Tab. 11.6.

Da  $U = L \cdot \frac{dI}{dt}$  kann man einen supraleitenden Magneten z. B. in einer Stunde „aufladen“, wenn man eine Quelle von 10 V, 200A, 2000 W anschließt. Beim Aufladen wird



**Abb. 11.46** Komponenten eines MR-Tomographie-Systems [11]

**Tab. 11.4** Überblick über verschiedene Gesichtspunkte bei der Wahl der Feldstärke

Bereich	Feldstärke	Larmorfrequenz	T1 für weisse Hirnmasse	Chemische Verschiebung Fett/Wasser (3,5 ppm)	SNR für weisse Hirnmasse (rel. Einheiten)
sehr klein	0,02 T	852 kHz		3 Hz	≈0,02
klein	0,5 T	21,3 MHz	540 msec	75 Hz	0,6
mittel	1 T	42,6 MHz	680 msec	149 Hz	1
groß	4 T	170,4 MHz	1080 msec	595 Hz	2,3

**Tab. 11.5** Forderungen an MR-Magnete

Forderung	Bereich	Problem
Homogenität	1 ppm in 20 cm-Kugel 10 ppm in 40 cm Kugel	T <sub>2</sub> verkürzt, Bildverzeichnungen
Langzeitstabilität	0,1 ppm pro Stunde	Weglaufen der Larmorfrequenz
Kurzzeitstabilität		Weglaufen der Phasencodierung
Streufeldbereich	0,5 mT-Linie in Querrichtung bei 3 m  in Längsrichtung bei 5 m	Funktion anderer Geräte wird gestört,  Gefahr durch Anziehung von Eisen

(Die angegebenen Werte sollen nur die Größenordnung beschreiben)

**Tab. 11.6** Mögliche Kombination von elektrischen Daten eines MR-Magneten

Feld in der Mitte	1 T
offener Durchmesser	1 m
Induktivität	200 H
Strom	200 A
gespeicherte magn. Feldenergie	4 MJ

eine Kurzschlussbrücke im Magneten über die Sprungtemperatur erhitzt. Ist der Strom von z.B. 200 A erreicht, wird die Heizung abgeschaltet. Dann wird die Magnetspule vollständig supraleitend und die Stromquelle kann entfernt werden.

Supraleitende Magnete werden mit flüssigem Helium (4,2 K) gekühlt. Magnete aus den neuen keramischen Supraleitern, die schon bei der Temperatur des flüssigen Stickstoffs supraleitend werden, gibt es noch nicht für die geforderten Feldstärken.

Das flüssige Helium verdampft kontinuierlich und muss regelmäßig nachgefüllt werden. Durch Anbringen von Schirmen, die mit einer Kühlmaschine z.B. auf 60 K abgekühlt werden, kann die von außen kommende Wärmestrahlung sehr gut abgeführt werden, ohne dass dabei viel Helium verbraucht wird. So brauchen die Magnete für die MR-Tomographie heute nur noch ca. zweimal pro Jahr mit Helium befüllt zu werden.

Bei dem gefürchteten „Quench“ wird ein kleiner Bereich des Magneten normalleitend. Durch die ohmsche Heizung in diesem Bereich werden die Nachbarbereiche ebenfalls sofort normalleitend und es entsteht noch mehr ohmsche Wärme. So verdampft das flüssige Helium in wenigen Minuten vollständig. Der Magnet muss mit Abgasrohren mit sehr großem Durchmesser ausgestattet sein, damit die riesige Gasmenge ohne Gefahr ins Freie entweichen kann.

Die Magnete erfüllen nach dem Abkühlen noch nicht die Forderungen an die hohe Homogenität. Bei einem Abgleichvorgang, den man „Shimming“ nennt, wird das Feld durch Anbringen von Eisenblechen und mit speziellen Shim-Spulen korrigiert.

Hier stellt sich die Frage nach einer guten Abgleichstrategie, die im folgenden nur kurz erläutert werden soll.

Das Feld im offenen Innenbereich des Magneten muss die Laplace-Gleichung erfüllen.

$$\text{Es gilt } \vec{\nabla} \times \vec{B} = 0 \text{ und } \vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0. \quad (11.134)$$

Allgemein gilt  $\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{B}) = \vec{\nabla} \cdot (\vec{\nabla} \cdot \vec{B}) - \Delta \vec{B}$ . Daraus folgt  $\Delta \vec{B} = 0$ .

Die Lösungen für  $B_z$  können daher in Kugelflächenfunktionen entwickelt werden.

$$B_z = \sum_n \sum_{nm} \{ C_{nm} r^n P_{nm}(\cos \Theta) \cdot \cos m\varphi + S_{nm} \cdot r^n \cdot P_{nm}(\cos \Theta) \sin m\varphi \} \quad (11.135)$$

mit:  $P_{nm}$  = zugeordnete Legendre-Polynome.

Durch Messungen von  $B_z$  auf der zentralen Achse und auf einer Kugel bei verschiedenen Winkeln  $\Theta$  und  $\varphi$  können die ersten Koeffizienten der Reihe bestimmt werden.

Die Koeffizienten mit  $m=0$  ergeben beispielsweise für  $n=1$  das mittlere konstante Feld und für  $n=2$  den Gradienten erster Ordnung in z-Richtung.

Durch geschickte Platzierung von Eisenblechen oder durch geschickte Dimensionierung von Shim-Spulen können alle Koeffizienten einzeln kompensiert werden. So erreicht man, dass die Korrektur des einen Fehlers nicht einen anderen schlechter werden lässt.

Inhomogenitäten des Magneten selber können „ab Werk“ kompensiert werden. Inhomogenitäten, die erst durch magnetische Materialien vor Ort entstehen (z. B. durch den Stahlbeton) müssen vor Ort abgeglichen werden. Ändert sich die magnetische Umgebung des MR-Systems muss das „Shimming“ wiederholt werden.

Die meisten MR-Magnete sind Zylinderspulen, in deren Zentrum der Patient liegt. Neuerdings werden auch „offene“ Systeme angeboten, die es gestatten, während einer Biopsie oder während eines chirurgischen Eingriffs ein MR-Bild aufzunehmen. Siemens bietet einen C-förmigen Magneten an. GE hat ein System mit einem Helmholtz-Spulenpaar entwickelt („double doughnut“).

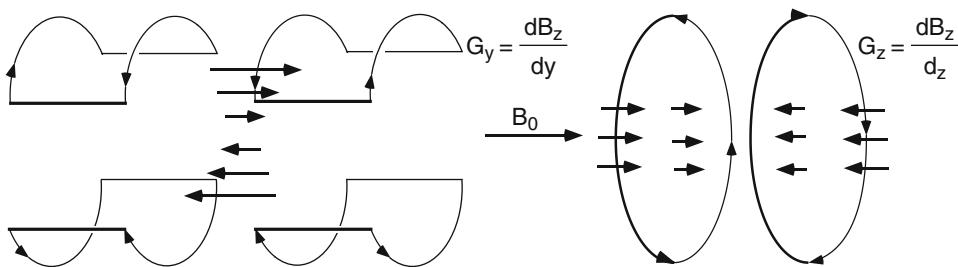
## 11.6.2 Gradientenspulen

Mit den Gradientenspulen sollen die in Abb. 11.32 skizzierten Feldgradienten  $G_z = \frac{\partial B_z}{\partial z}$ ,

$G_x = \frac{\partial B_z}{\partial x}$  und  $G_y = \frac{\partial B_z}{\partial y}$  erzeugt werden. Typische Gradienten liegen im Bereich 5 mT/m bis 10 mT/m. Extrem „schnelle“ Pulssequenzen (z. B. für Echo Planar Imaging) benötigen extrem steile Gradienten bis zu 20 mT/m. Da diese Gradienten sehr schnell ein- und ausgeschaltet werden müssen, muss die Induktivität der Gradientenspule möglichst klein

**Tab. 11.7** Daten von Gradientenspulen

Wichtige Größen von Gradientenspulen	Typische Größenordnungen für einen Durchmesser von 80 cm
Gradient-Schaltzeit	auf 10 mT/m in 0,5 msec
Induktivität	200 $\mu$ H
Strom pro Gradient	30 A/(mT/m)
maximaler Strom	300 A
Strom-Schaltzeiten	600 kA/sec
Spitzenleistung des Verstärkers (ohne ohmsche Verluste in der Spule)	36 kW

**Abb. 11.47** Gradientenspulen

sein. So verbieten sich Anordnungen mit großer Windungszahl. Damit ist es schwer, trotzdem eine gute Homogenität zu erreichen. Außerdem müssen dann große Ströme schnell geschaltet werden (Tab. 11.7).

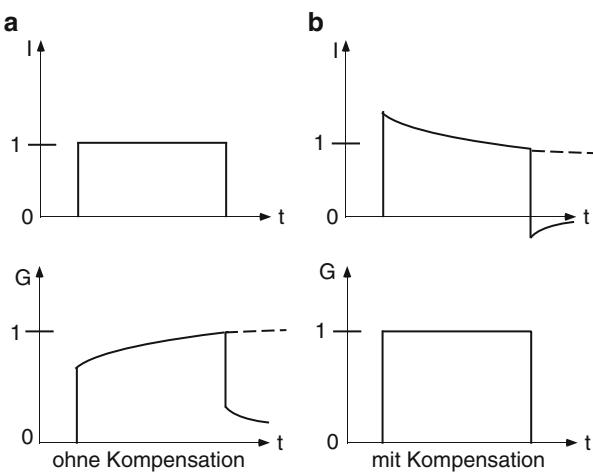
Man versucht, mit gepulsten Gradientenstromversorgungen die Feldenergie beim Abschalten der Gradienten zurückzugewinnen. Die am häufigsten verwendeten Spulenformen sind in Abb. 11.47 skizziert. Die Berechnung des Feldes erfolgt mit dem Biot-Savart-Gesetz:

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \cdot I}{4\pi r^3} \cdot \vec{r} \times d\vec{l} \quad (11.136)$$

Mit der „Rechte-Hand-Regel“ (zeigt der Daumen in Richtung  $r$  und der Zeigefinger in Richtung  $I$ , dann zeigt der Mittelfinger in Richtung  $B$ ) erkennt man sofort, wie mit den Spulen der gewünschte Feldgradient erzeugt werden kann. Die  $G_y$ -Spule ist eine um  $90^\circ$  gedrehte  $G_x$ -Spule.

Viele Teile des Magneten sind aus Aluminium gefertigt. Hier kommt es beim Schalten der Gradienten zu Wirbelströmen, die den gewünschten Feldaufbau bzw. Abbau verzögern. Man kann nun mit geeigneten Pulsformen diesen Effekt „vorhalten“ (Abb. 11.48).

**Abb. 11.48** Strom- und Gradienten **a** mit und **b** ohne Kompensation von Wirbelstrom-Effekten



Hierdurch wird die Homogenität des Gradientenfeldes allerdings verschlechtert. Besser ist es, mit einer aktiven Schirmung in einer zweiten Spule, die entgegengesetzt um die Gradientenspule herum angebracht ist, das Feld im Außenraum zu verkleinern. Das gesamte Spulensystem muss so entworfen werden, dass die Feldgradienten im Inneren weiterhin homogen bleiben. Die Stromversorgung des Gradientenspulensystems muss noch „gewaltiger“ ausgelegt sein.

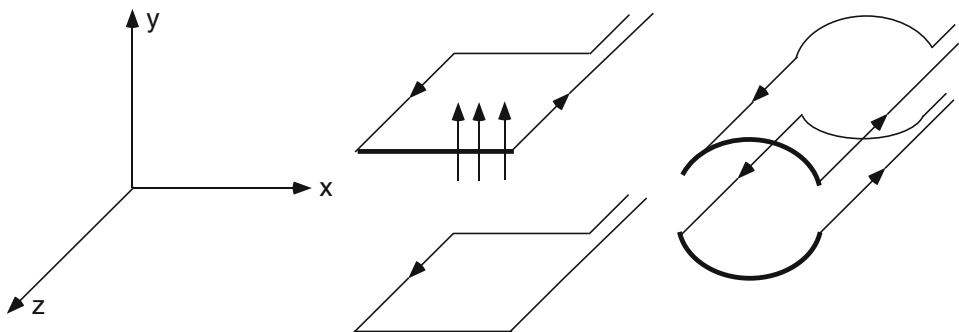
### 11.6.3 Sende- und Empfangsspule

Die Sende- und Empfangsspule soll ein rotierendes Magnetfeld quer zur Längsrichtung des Magneten (z-Achse) erzeugen und detektieren. Die Frequenz liegt je nach Grundfeldstärke  $B_0$ , z. B. bei 21,3 MHz (0,5 T), 42,6 MHz (1 T) oder 63,9 MHz (1,5 T). Die Anregung sollte möglichst homogen sein, um im Objekt gleichmäßige Flipwinkel zu erzielen.

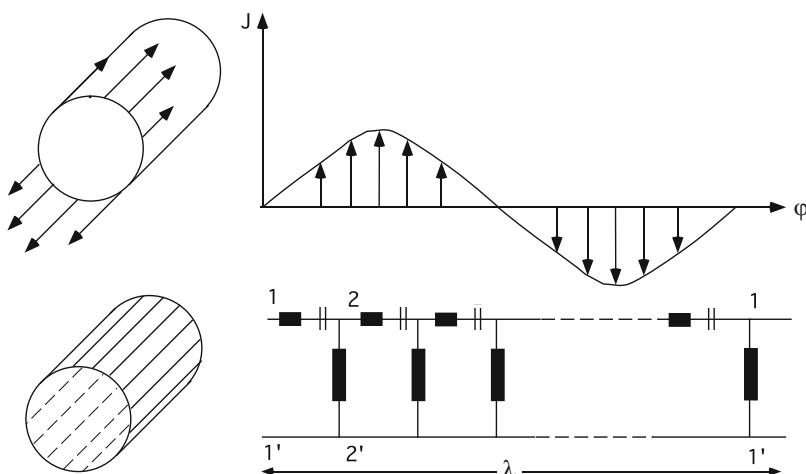
Die größten Schwierigkeiten beim Entwurf der HF-Spulen sind:

- Die Abmessungen der Spulen sind nicht klein gegen die Wellenlänge.
- Alle leitenden Teile zeigen parasitäre (bzw. erwünschte) Leitungskapazitäten und Induktivitäten.
- Es muss eine sorgfältige Impedanzanpassung an den Sender bzw. Empfänger erfolgen.

Ausgehend vom Helmholtz-Spulenpaar, bei dem Abstand und Durchmesser so abgestimmt sind, dass ein möglichst homogenes Feld entsteht, wurden Sattelospulen entwickelt, die mit ihrer Form besser in einen Magneten hineinpassen (Abb. 11.49). Diese Spulen sind für sehr kleine Feldstärken  $B_o$ , d. h. für kleine Frequenzen geeignet. Bei höheren Feldern sind die sog. „birdcage coils“ besser. Hier wird die Tatsache ausgenutzt, dass eine



**Abb. 11.49** HF-Spule: vom Spulenpaar zur Sattelspule



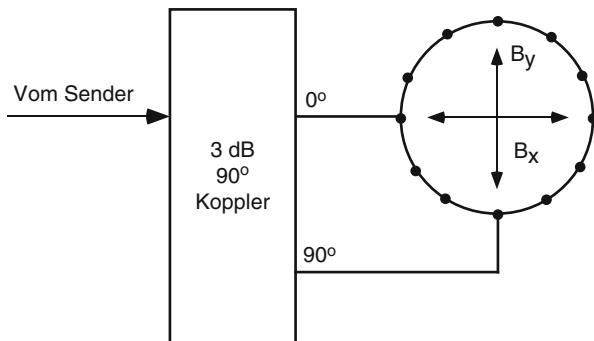
**Abb. 11.50** „Birdcage“-Spule

sinusförmige Stromverteilung auf einem Zylindermantel ein homogenes Feld im Inneren erzeugt (Abb. 11.50).

Statt eines geschlossenen Zylinders werden tatsächlich nur z. B. 12 Stangen verwendet. Durch geschickte Wahl von Induktivitäten und Kapazitäten im Ring kann man erreichen, dass ein Resonator entsteht, d. h. die effektive Wellenlänge der Hochfrequenz entspricht gerade dem Umfang des Käfigs.

So wird z. B. ein Feld  $B_x$  erzeugt, welches im Takt von  $\omega_T$  an- und ausgeht. Noch besser wäre es, wenn ein rotierendes Magnetfeld  $B_T$  erzeugt werden könnte. Dies ist tatsächlich möglich, wenn an dem gleichen Käfig ein um  $90^\circ$  versetztes zweites Signal eingespeist wird (Abb. 11.51). Dann spricht man von einer „Quadratur-Spule“.

Die HF-Spulen werden so dimensioniert, dass das Rauschen möglichst klein ist. Das gelingt so gut, dass das Empfängerrauschen heute fast ausschließlich durch das Rauschen vom Körper des Patienten bestimmt wird.

**Abb. 11.51** Quadratur-Spule

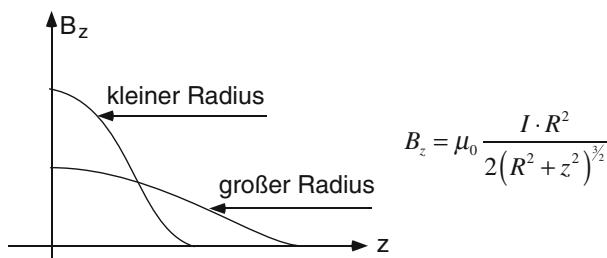
Wird ein leitfähiges Objekt wie z.B. der menschliche Körper in ein sich schnell änderndes Magnetfeld gestellt, entstehen Wirbelströme, die den Körper aufheizen. Diese Heizleistung wird der Quelle entzogen und wirkt wie eine ohmsche Last in Reihe mit der Spuleninduktivität. Das Rauschen dieses ohmschen Widerstandes bestimmt im wesentlichen das Rauschen im Empfänger. Daher ist auch die optimale Impedanzanpassung zwischen Sender und Antenne bzw. Antenne und Detektor von der Form des Patienten abhängig. Vor der eigentlichen Bildaufnahme wird daher in einer Phase, in der mehrere Voreinstellungen des MR-Tomographen optimiert werden, auch die Impedanzanpassung für den individuellen Patienten durchgeführt.

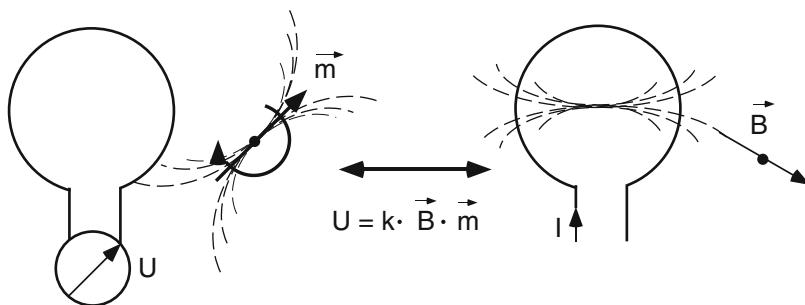
Beim Senden möchte man, wie bereits gesagt, eine gleichmäßige „Ausleuchtung“ des Patienten erreichen und verwendet daher Ganzkörper-Spulen. Beim Empfangen ist es oft vorteilhaft, mit einer kleineren Spule zu arbeiten, die dicht am zu untersuchenden Körperteil angebracht ist. Der Grund ist folgender: Je größer der Teil, den die Spule vom Körper des Patienten „sieht“, desto größer ist das Rauschen.

Aus diesem Grunde werden, wo immer möglich, Oberflächenspulen für den Empfang der HF-Signale eingesetzt. Eine Oberflächenspule ist im einfachsten Fall eine einfache kreisförmige Spule.

Nach dem Reziprozitäts-Prinzip ist die Empfindlichkeit, mit der ein rotierendes magnetisches Moment im Raum von einer Spule detektiert wird, direkt proportional zu dem Feld, welches die Spule am gleichen Raumpunkt erzeugen würde, wenn man einen Strom einspeist (Abb. 11.52, vergl. Abschn. 10.4.3).

Das Magnetfeld einer kreisförmigen Spule auf der zentralen Achse ist bekannt.





**Abb. 11.52** Das Reziprozitätsprinzip bei der MR-Tomographie

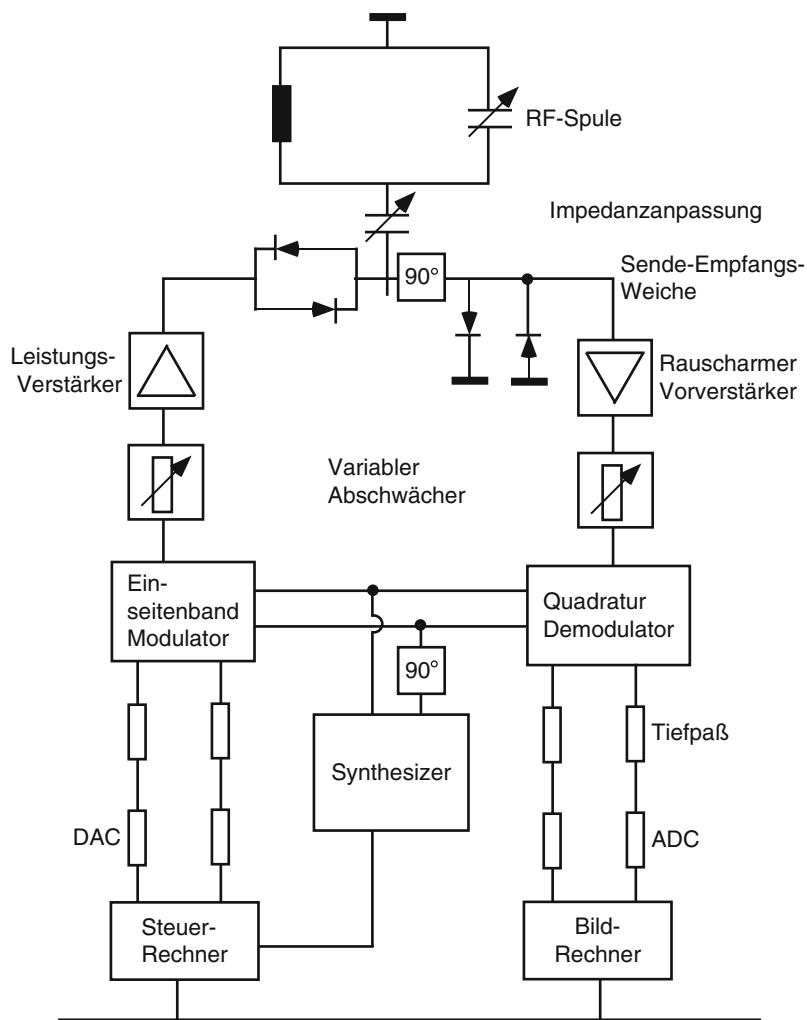
Die einfache kreisförmige Oberflächenspule ist also besonders für oberflächennahe Bereiche (z. B. Wirbelsäule) sehr gut geeignet. Je größer der Radius, desto größer und tiefer ist das Blickfeld, desto größer ist aber auch der Rauschbeitrag durch den Körper des Patienten.

Mit „Phased-Array-Antennen“ (Synergie-Spulen) kann man den Körper des Patienten mit einer ganzen Reihe von kleinen Antennen abdecken. Schwierig, aber technisch lösbar, ist die induktive Trennung der einzelnen Antennen und das nachträgliche Zusammensetzen der Signale zu einem gleichmäßig ausgeleuchteten Bild.

#### 11.6.4 HF-Generator und Empfangsteil

Das Sendesignal wird meistens mit einem Synthesizer erzeugt. Die gewünschte Einhüllende des Anregungspulses (z. B. ein  $\frac{\sin(ax)}{x}$ ) wird im Steuerrechner berechnet und mit einem Ein-Seitenband-Modulator auf das HF-Signal übertragen. Realteil und Imaginärteil werden entweder zusammengefasst und an die Spule übergeben, oder im Falle einer Quadratur-Spule (Abb. 11.53) getrennt eingekoppelt.

Ein typischer  $180^\circ$ -Puls liegt bei 1 T z. B. bei  $B_T = 10 \mu\text{T}$  und 1 msec. Der Verstärker liefert dann ca. 1 kW. Die damit verbundene Erwärmung im Patienten ist zu beachten. Beim Senden wird in der Sende-Empfangs-Weiche der Empfänger abgeblockt. Das zurückkommende Signal wird z. B. bei einer Oberflächenspule auf einem Pfad und bei einer Quadratur-Spule auf zwei Pfaden zum Demodulator geführt (vergl. Abb. 11.51). Ein variabler Abschwächer sorgt dafür, dass die Antennensignale, die eine Dynamik von bis zu 100 dB haben, den Empfangskreis nicht übersteuern, aber auch nicht das Quantisierungs-Niveau des ADC erreichen. Die Bandbreite des Empfängers sollte (bei 1 T) ca. 2–10 kHz betragen.



**Abb. 11.53** HF-Generator und Empfangsteil [11]

## 11.7 Kontrast

Die Bilder der MR-Tomographie zeigen die lokale Stärke der Quermagnetisierung  $M_T(x,y)$  zum Zeitpunkt des Echo-Maximums.  $M_T(x,y)$  hängt nun auf recht komplexe Weise von Gewebeeigenschaften und Parametern der MR-Pulssequenz ab (Tab. 11.8).

**Tab. 11.8** Größen, die den Kontrast beeinflussen

Gewebeeigenschaften	MR-Systemparameter
Protonendichte $\rho$	Repetitionszeit $T_R$
Längsrelaxationszeit $T_1$	Echozeit $T_E$
Querrelaxationszeit $T_2$ , $T_2^*$	Flipwinkel $\alpha$
chemische Verschiebung	
Feldhomogenität	Inversionszeit $T_i$
Fluss und Bewegung	Felddaten ( $B_0$ , $G_x$ , $G_y$ , $G_z$ )
Kontrastmittel-Aufnahme	Sequenz (Spin-Echo etc.)

Kontrast ist i. Allg. definiert als:

$$K = \frac{I_1 - I_2}{I_1 + I_2}, \quad (11.137)$$

mit:  $K$  = Kontrast,

$I_1$  = Signal von Gewebe 1,

$I_2$  = Signal von Gewebe 2.

Die Definition bezieht sich also immer darauf, wie gut man zwei Gewebetypen unterscheiden kann. Eine Maßnahme, die den Kontrast bezüglich Gewebe A und B erhöht, kann ihn bezüglich Gewebe A und C verschlechtern.

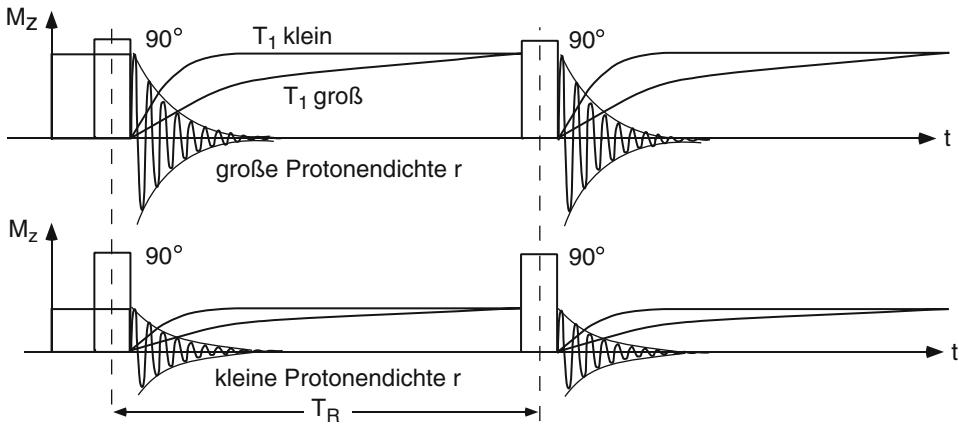
Auch ist wichtig, dass der minimale Kontrast, den das Auge noch als erkennbar wahrnimmt, vom Rauschen der Signale  $I_1$  und  $I_2$  abhängt (s. Abschn. 1.7.5). Je größer die Pixelgröße gewählt wird, desto größer ist der Bereich, über den das Signal gemittelt wird und desto kleiner ist das Rauschen. In gleichem Maße nimmt aber auch die räumliche Auflösung ab. Kontrast, Rauschen und Auflösung sind also miteinander verknüpft.

In diesem Abschnitt soll nun untersucht werden, wie sich bei einer einfachen Spin-Echo-Pulssequenz ( $90^\circ$ - $180^\circ$ -Saturation Recovery oder  $180^\circ$ - $90^\circ$ - $180^\circ$  Inversion Recovery) die Quermagnetisierung von zwei Gewebetypen mit verschiedener Protonendichte  $\rho$ , Längsrelaxationszeit  $T_1$  und Querrelaxationszeit  $T_2$  unterscheiden. Rauschen und Auflösung, aber auch andere Pulssequenzen werden hier nicht untersucht.

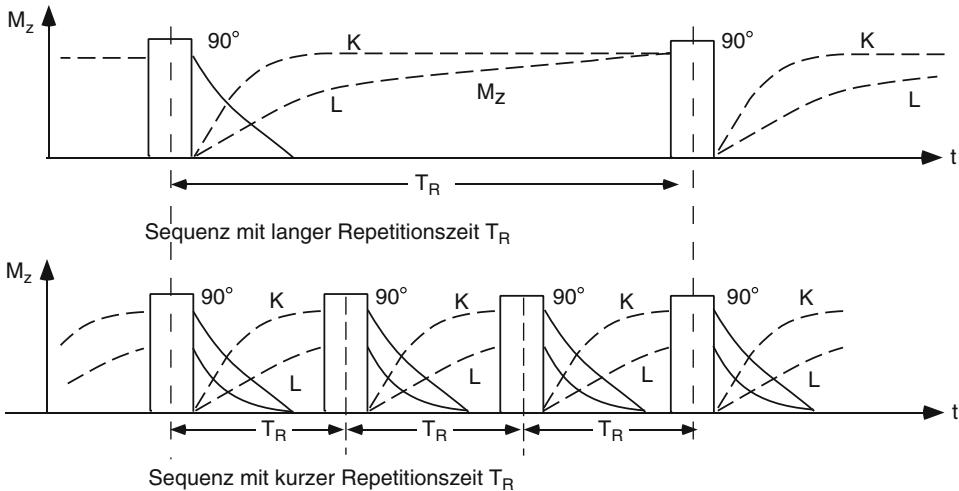
### 11.7.1 Kontraste bei der „Saturation Recovery“

Beginnen wir mit der  $90^\circ$ - $180^\circ$ -Spin-Echo-Sequenz. Wählen wir eine sehr kurze Echozeit  $T_E$ , d. h.  $T_E < T_2$ , so ist die Quermagnetisierung zum Zeitpunkt des Echos nur wenig abgeklungen. Gewebetypen, die sich nur in  $T_2$  unterscheiden, liefern also kein unterschiedliches Signal und können nicht getrennt werden.

Als Maß für die Stärke des Echos kann in diesem Fall das FID-Signal genommen werden.



**Abb. 11.54** Signal nach  $90^\circ$ -Anregung für den Fall  $T_E \ll T_2$  und  $T_R \gg T_1$ . Die Signalstärke ist proportional zu  $\rho$

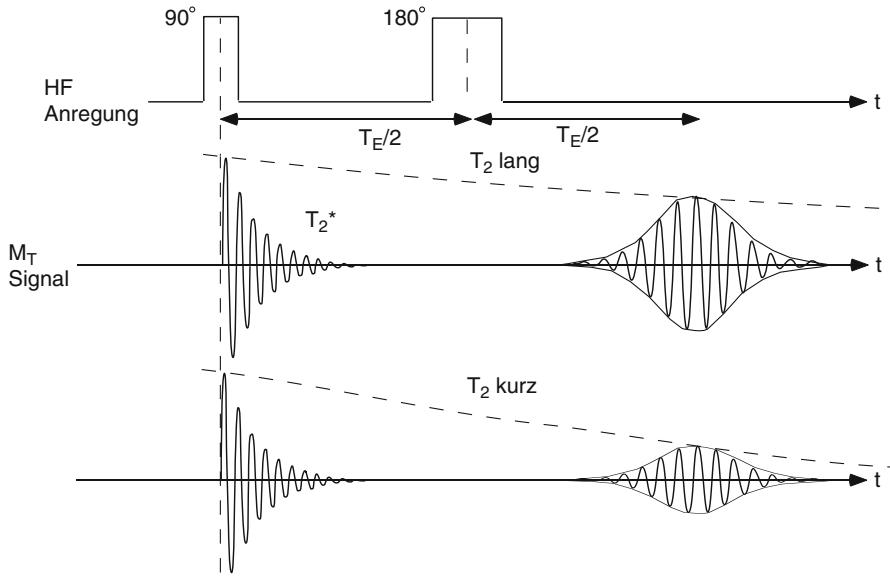


**Abb. 11.55** Eine Sequenz mit kurzer Repetitionszeit führt zu  $T_1$ -gewichteten Bildern

In Abb. 11.54 ist zu erkennen, dass die Quermagnetisierung proportional zur Magnetisierung  $M_{Z0}$  und damit zur Protonendichte  $\rho$  ist, d. h. unter diesen Bedingungen erhalten wir ein Protonendichthegegewichtetes Bild.

Wird die Repetitionszeit  $T_R$  nun verkürzt, so erreicht man den Fall, dass die Längsmagnetisierung noch nicht ihren alten Wert erreicht hat, bevor schon der nächste  $90^\circ$  Puls kommt.

Abbildung 11.55 zeigt, dass nun die Quermagnetisierung zusätzlich zur Protonendichte-Abhängigkeit eine  $T_1$ -Abhängigkeit erhält:



**Abb. 11.56** Eine Sequenz mit langer Echozeit  $T_E$  führt zu  $T_2$ -gewichteten Bildern

$$M_T(x, y) = K \cdot \rho(x, y) \{1 - \exp(-T_R/T_1(x, y))\}. \quad (11.138)$$

Zwei Gewebetypen, die sich in der Protonendichte nicht unterscheiden, aber unterschiedliche  $T_1$ -Zeiten haben, können im Bild unterschieden werden: Je größer  $T_1$  desto kleiner das Signal, d.h. wir erhalten ein  $T_1$ -gewichtetes Bild.

Betrachten wir schließlich noch den Fall, in dem  $T_R$  wieder sehr groß gemacht wird, so dass vor jeder Anregung wieder die Sättigungsmagnetisierung erreicht wurde, aber nun die Echozeit  $T_E$  groß gemacht wird.

Abbildung 11.56 zeigt, dass Gewebetypen mit kurzer Zeit  $T_2$  ein kleines Signal und Gewebetypen mit langer Zeit  $T_2$  ein großes Signal liefern, d.h. wir erhalten  $T_2$ -gewichtete Bilder:

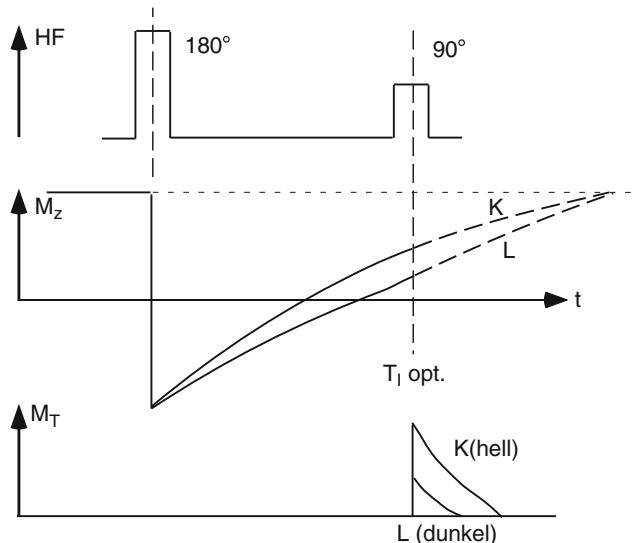
$$M_T(x, y) = K \cdot \rho(x, y) \cdot \exp(-T_E/T_2(x, y)). \quad (11.139)$$

Zusammengefasst sehen wir, dass das Signal bei einer „Saturation Recovery“-Sequenz folgendermaßen bestimmt werden kann (Tab. 11.9):

$$M_T(x, y) = K \cdot \rho(x, y) \cdot \{1 - \exp(-T_R/T_1(x, y))\} \cdot \exp(-T_E/T_2(x, y)). \quad (11.140)$$

**Tab. 11.9** Gewichtung der Bilder bei einer „Saturation Recovery“-Sequenz

Protonendichte-gewichtet	T1-gewichtet	T2-gewichtet
$T_R$ lang z. B. 2000 ms	$T_R$ kurz z. B. 200–500 ms	$T_R$ lang z. B. 2000 ms
$T_E$ kurz z. B. 15–30 ms	$T_E$ kurz z. B. 15–30 ms	$T_E$ lang z. B. 100–200 ms

**Abb. 11.57** Kontrast bei einer Inversion Recovery Sequenz

### 11.7.2 Kontraste bei der „Inversion Recovery“

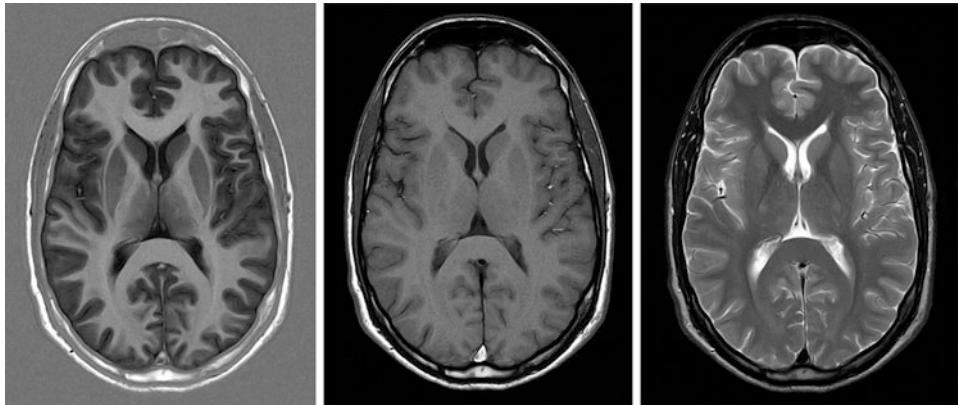
Bei einer Inversion-Recovery kommt ein zusätzlicher Parameter hinzu, nämlich die Zeit  $T_1$  zwischen dem 180° Puls und dem 90° Puls (s. Abb. 11.24 und 11.57).

### 11.7.3 Optimierung des Kontrastes

Zunächst mag es verwirrend erscheinen, dass man je nach Einstellung der Parameter am MR-Tomographen ganz verschiedene Bilder erhält (Abb. 11.58).

Tatsächlich steckt gerade hierin ein großes Potenzial der MR-Tomographie. Kann ein erkranktes Gewebe in einem Bild nicht erkannt werden, so gibt es vielleicht eine andere Pulssequenz, die besser geeignet ist.

Inzwischen haben Forschergruppen für eine große Zahl von Erkrankungen die optimalen Parameter ermittelt, so dass man z. B. bei Verdacht auf ein Leberkarzinom sofort die richtigen Aufnahmeparameter wählen kann.



**Abb. 11.58** Protonendichthege wichtetes Bild, T<sub>1</sub>-gewichtetes Bild und T<sub>2</sub> gewichtetes Bild des Kopfes (Quelle: Philips Healthcare)

Im Prinzip ist es möglich, aus drei Aufnahmen, jeweils mit starker ρ-, T<sub>1</sub>- und T<sub>2</sub>-Gewichtung alle möglichen Bilder zu berechnen und das beste auszuwählen.

Die „schnellen“ Pulssequenzen (siehe Abschn. 11.10) haben meistens eine bestimmte Gewichtung, die sich quasi automatisch ergibt. Wünscht man sich eine andere Gewichtung, weil dabei die diagnostische Frage besser beantwortet werden kann, so gibt es Präparationssequenzen, die der eigentlichen Bildgebung vorangeschaltet werden können. Beispielsweise gibt es T2-Präparationspulse (T2-Prep), mit denen eine T2-Gewichtung erzwungen werden kann (z. B. vor Gradientenecho-Sequenzen, die intrinsisch keinen großen T2-Kontrast aufweisen)

## 11.8 Auflösung

Hier fragen wir: wie groß ist das kleinste Detail, welches noch mit der MR-Tomographie abgebildet werden kann. Dies ist die Frage nach der „Point Spread Function“ bzw. der „Modulation-Transfer-Function“ MTF.

Die Dicke der angeregten Schicht und damit die Auflösung in z-Richtung wurde in Abschn. 11.5.1 untersucht: Je steiler die Gradienten in z-Richtung bzw. je schmaler die Bandbreite des anregenden HF-Signals, desto dünner ist die Schicht Δz.

$$\Delta z = \frac{\Delta \omega_s}{\gamma G_z}, \quad (11.141)$$

mit: Δω<sub>s</sub> = Bandbreite des gesendeten Signals.

Meistens wird mit Schichtdicken von einigen Millimetern gearbeitet.

Die laterale Auflösung soll am Beispiel der Abtastung des k-Raumes in kartesischen Koordinaten erläutert werden.

Die Phasencodierung erfordert einen größten Gradienten, bei dem die Magnetisierung in zwei benachbarten Pixeln gerade um  $180^\circ$  verdreht ist. Den gleichen Drehwinkel erreicht man auch durch einen kleineren Gradienten und eine längere Zeit  $T_y$ . Damit ergibt sich folgender Zusammenhang zwischen Pixelgröße  $\Delta y$  und dem Gradienten:

$$\Delta y = \frac{\pi}{\gamma G_{y\max} T_y}. \quad (11.142)$$

Die Auflösung in x-Richtung folgt ebenfalls aus dem Produkt Gradient \* Messzeit:

$$k_{\max} = \gamma G_x T_s = \frac{2\pi}{\lambda_{\min}} = \frac{2\pi}{2\Delta x} \quad (11.143)$$

mit:  $T_s$  = Messzeit. Wir erhalten:

$$\Delta x = \frac{\pi}{\gamma G_x \cdot T_s}. \quad (11.144)$$

Hierbei ist vorausgesetzt, dass der Detektor in der Lage ist, die höchsten Frequenzen des Signals noch nachzuweisen und dass der AD-Konverter „schnell“ genug ist, so dass keine Aliasing-Artefakte auftreten.

Nach dem bisher gesagten könnte man die Auflösung  $\Delta y$  durch immer längere  $T_y$ -Zeiten und die Auflösung  $\Delta x$  durch immer längere Messzeiten  $T_s$  beliebig verbessern. Die Relaxationsphänomene verhindern dies: das Signal geht nach zu langen Wartezeiten im Rauschen unter. Eine Steigerung ist nur durch steilere Gradienten und eine größere Detektorbandbreite zu erreichen. Dem sind bei den Gradienten technische Grenzen gesetzt (s. Abschn. 11.6.2).

Abbildung 11.45 zeigt, wie die Abtastung im k-Raum mit Echosignalen zu einer Bedämpfung hoher Raumfrequenzen führt. Die Einhüllende des Spin-Echos entspricht der Modulations-Übertragungsfunktion MTF.

Eine schlechte Homogenität des Magneten oder eine schlechte Linearität der Gradienten führen zu Bildverzeichnungen, da ja aus der lokalen Larmor-Frequenz auf den Ort zurückgerechnet wird.

Die chemische Verschiebung, die dazu führt, dass Protonen in unterschiedlicher Umgebung mit unterschiedlichen Frequenzen präzidieren, führt dazu, dass das Fettbild und das Wasser-Bild (insbesondere bei 3 T-Magneten) gegeneinander verschoben sind, was zu einer schlechteren Detailerkennbarkeit führt.

## 11.9 Signal-Rausch-Verhältnis

In diesem Abschnitt soll eine allgemeine Formel für das Signal-Rausch-Verhältnis in groben Zügen abgeleitet werden, mit dem Ziel, dass der Leser ein Gefühl für die wichtigen Einflussgrößen bekommt. Die exakte Ableitung ist beschrieben in [7, 10].

Wir beginnen mit dem Signal eines einzigen Voxels. Es gilt (vergl. Abschn. 11.1.5):

$$U(t) = \frac{d}{dt} \left\{ M_T(\vec{r}, t) \right\} \cdot \beta(\vec{r}) \cdot dv = \omega_0 \cdot M_T(r) \cdot \beta(\vec{r}) \cdot dv \quad (11.145)$$

mit:  $M_T(\vec{r})$  = transversale Magnetisierung am Ort  $\vec{r}$ ,

$\beta(\vec{r})$  = Empfindlichkeit der Antenne bezüglich eines magn. Momentes am Ort  $(\vec{r})$ ,

$dv$  = Volumenelement,

$\omega_0$  = mittlere Larmorfrequenz.

$\beta(\vec{r})$  ist nach dem Reziprozitäts-Prinzip gleich der transversalen Feldkomponente, die ein Strom von 1 A am Ort  $\vec{r}$  erzeugen würde:

$$\beta(\vec{r}) = B(\vec{r})/I. \quad (11.146)$$

Die Rauschspannung ergibt sich nach der Nyquist-Gleichung zu:

$$N = (4kT(R_c + R_p)\Delta f)^{\frac{1}{2}}, \quad (11.147)$$

mit:  $k$  = Boltzmann-Konstante,

$T$  = absolute Temperatur,

$R_c$  = ohmscher Widerstand der Spule,

$R_p$  = ohmscher Widerstand durch die Wirbelströme im Patienten,

$\Delta f$  = Bandbreite des Detektors.

Damit ergibt sich das Signal-Rausch-Verhältnis eines Volumenelementes (Index s für single sample) zu:

$$SNR_s = \frac{\omega_0 \cdot M_T(\vec{r}) \cdot \beta(\vec{r}) \cdot dv}{(4kT(R_c + R_p)\Delta f)^{\frac{v_2}{2}}}. \quad (11.148)$$

In der Formel soll der Ausdruck:  $\frac{\beta(\vec{r})}{(R_c + R_p)^{\frac{v_2}{2}}}$  durch die Güte Q und das „effektive Spulenvolumen“  $V_{eff}$  ausgedrückt werden.

Hierzu betrachten wir die Güte der Spule, die bei  $\omega_0$  in Resonanz betrieben wird:

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot L}{R_c + R_p}. \quad (11.149)$$

Außerdem bestimmen wir die magnetische Feldenergie der Spule:

$$W = \frac{1}{2}LI^2 = \frac{1}{2} \iiint \frac{B_{RF}^2(r)}{\mu_0} \cdot dv \equiv \frac{1}{2} \frac{B_{RF}^2}{\mu_0} \cdot V_{eff}. \quad (11.150)$$

Dies ist gleichzeitig die Definitionsgleichung für  $V_{eff}$ . Wenn  $B_{RF}$  das Feld in der Region ist, in der wir das SNR bestimmen wollen, so ist  $V_{eff}$  das Volumen, welches – wäre es gleichmäßig von  $B_{RF}$  durchströmt – die gleiche Feldenergie hätte, wie die tatsächliche Spule.

Mit

$$B_{RF} = \beta \cdot I, \quad (11.151)$$

folgt

$$L = \frac{B_{RF}^2}{I^2} \cdot \frac{V_{eff}}{\mu_0} = \beta^2 \cdot \frac{V_{eff}}{\mu_0}, \quad (11.152)$$

und damit

$$Q = \frac{\omega_0 \cdot \beta^2 \cdot V_{eff}}{\mu_0 (R_c + R_p)}. \quad (11.153)$$

Aus der Kombination von (11.148) und (11.152) erhalten wir:

$$\frac{\beta}{\sqrt{R_c + R_p}} = \left( \frac{\mu_0 \cdot Q}{\omega_0 V_{eff}} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (11.154)$$

Setzen wir diesen Ausdruck in (11.147) ein, ergibt sich:

$$SNR_s = M_T(\vec{r}) \cdot \left( \frac{\omega_0 \cdot \mu_0 \cdot Q}{4kTV_{eff} \cdot \Delta f} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot dv. \quad (11.155)$$

Werden nun viele Zeilen und Spalten im k-Raum gemessen, so liefert jede Messung einen Beitrag zum Signal. Das SNR verbessert sich bei statistisch unabhängigen Einzelmessungen mit  $(\text{Zahl der Messungen})^{1/2}$

So ergibt sich:

$$SNR = M_T(\vec{r}) \cdot \left( \frac{\omega_0 \cdot \mu_0 \cdot Q}{4kTV_{eff} \Delta f} \right) \cdot (N_m \cdot N_p \cdot N_a)^{\frac{1}{2}} dv. \quad (11.156)$$

mit:  $N_m$  = Zahl der Spalten im k-Raum (Samples pro Messung),

$N_p$  = Zahl der Zeilen im k-Raum (Zahl der Phasencodierungen),

$N_a$  = Zahl der Mittelungen (Wiederholungen von allem).

Der Empfangskreis habe eine Eingangsdämpfung  $\delta$  und eine Rauschzahl  $F_r$ , angegeben in dB, die das SNR um den Faktor:  $10^{-(\delta+F_r)/20}$  verschlechtern.

Schließlich ist bei einer Spin-Echo-Sequenz das Signal im Maximum des Echoes abhängig von  $T_E$  (s. Abb. 11.25). Dies verschlechtert das SNR um den Faktor  $\exp[-T_E/T_2]$ .

Als Gesamtergebnis erhalten wir also:

$$SNR = M_{T0}(\vec{r}) \cdot \left( \frac{\omega_0 \cdot \mu_0 \cdot Q}{4kTV_{eff} \Delta f} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot (N_m \cdot N_p \cdot N_a)^{\frac{1}{2}} \cdot 10^{-(\delta+F_r)/20} \cdot \exp[-T_E/T_2] \cdot dv \quad (11.157)$$

Die wesentlichen Einflussgrößen sind also:

- die Sättigungsmagnetisierung  $M_{T0}(\vec{r})$  (nimmt mit  $B_0$  zu, vergl. 11.2.5),
- die Güte  $Q$  der HF-Spule (bedingt durch den Patienten, vergl. 11.6.3),
- das Volumen  $V_{eff}$ , das die Empfangsspule ausleuchtet,
- die Messbandbreite  $\Delta f$  (muss so groß sein, dass die größte Frequenz noch nachgewiesen wird, s. 11.5.3),

- die Zahl der Samples  $N_m$ , der Phasencodierungen  $N_p$  und der Mittelungen  $N_a$ ,
- der Rauschbeitrag des Empfangskreises ( $\delta$  und  $F_r$ ),
- das Verhältnis aus Echozeit  $T_E$  und Relaxationszeit  $T_2$ ,
- das Volumen eines abgebildeten Voxels  $dv$ .

Mit diesem Ergebnis wird auch nachträglich begründet, warum Oberflächenspulen zu einem besseren Signal-Rausch-Verhältnis führen (Abschn. 11.6.3). Je kleiner das effektive Volumen der Empfangsspule  $V_{eff}$  ist, desto kleiner ist das Rauschen, welches der Körper des Patienten in die Empfangsspule einbringt.

---

## 11.10 Schnelle MR-Tomographie

Die ersten MR-Aufnahmen benötigten eine Messzeit von z. B. 15 min. Daher konnten nur solche Teile des Körpers abgebildet werden, die besonders gut „ruhig gelagert“ werden können, z. B. der Kopf. Der Torso-Bereich ist durch Atmung, Darmbewegung und Herzschlag nicht so ruhig und erfordert daher kürzere Aufnahmezeiten. Um auch diese Körperbereiche abbilden zu können gibt es eine umfangreiche Forschung auf dem Gebiet der „schnellen Pulssequenzen“ mit erstaunlichen Erfolgen. Bei diesen Pulssequenzen führen die Kernspins ein sehr kompliziertes „Spin-Ballett“ auf, das in dieser Einführung nicht behandelt werden kann. Nur einige wenige Grundprinzipien sollen hier erläutert werden.

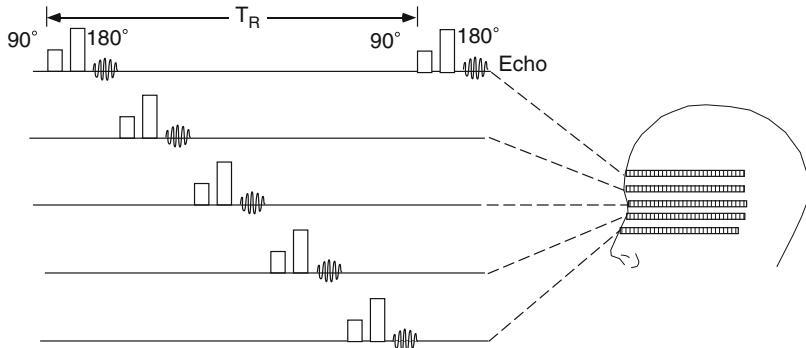
Die „Multi-Slice-Technik“ gehört nicht zu den eigentlichen „schnellen“ Pulssequenzen, passt aber am besten an diese Stelle.

In den letzten Jahren ist die „parallele Aufnahmetechnik“ mit mehreren Empfangsspulen zu einer der wichtigsten Säulen der schnellen Bildgebung geworden. Wegen ihrer großen Bedeutung ist ihr ein eigenes Kapitel gewidmet (11.16). Die Methode kann am besten nach dem Kapitel über Artefakte durch Unterabtastung (11.15.4) erklärt werden.

### 11.10.1 Multi-Slice-Technik

In Abschn. 11.7.1, Abb. 11.55 wurde gezeigt, dass eine zu kurze Repetitionszeit  $T_R$  zu einem Signalverlust und damit zu einem schlechteren Signal-Rausch-Verhältnis führt. Eine Möglichkeit, die Wartezeit zwischen zwei 90°-Pulsen nicht ungenutzt verstreichen zu lassen, besteht darin, in der Zwischenzeit andere Schichten anzuregen und so in der gleichen Aufnahmezeit zu einem 3D-Bild zu kommen.

Abbildung 11.59 zeigt das Prinzip, wobei hier bei jedem Echo nur eine Zeile des  $k$ -Raumes ausgelesen wird und das ganze Experiment so oft wiederholt wird, bis alle Zeilen vorliegen.



**Abb. 11.59** Multi-Slice-Technik

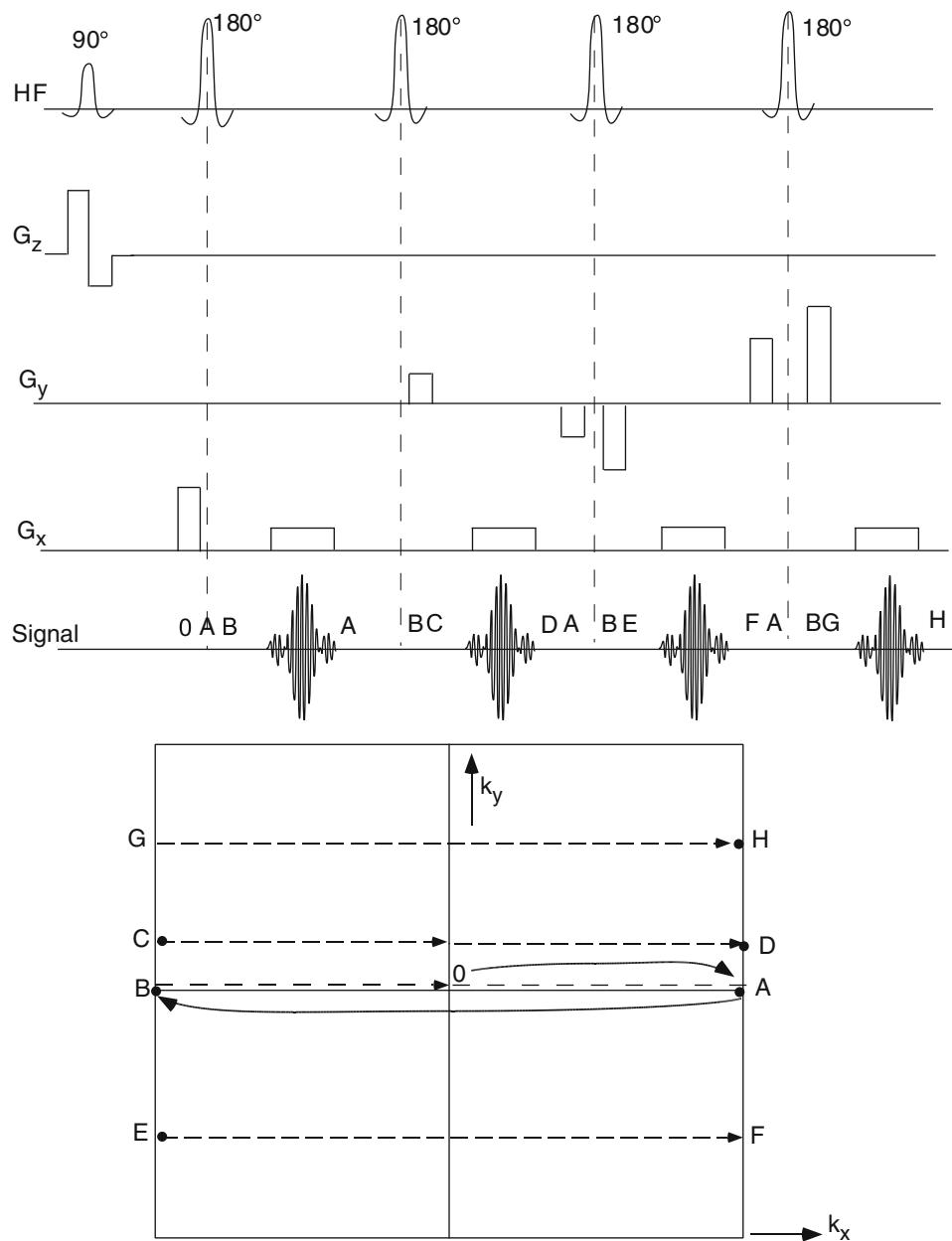
Wenn der untersuchte Körperteil still liegt, ist dies die optimale Technik, um in kurzer Zeit viel Information zu gewinnen. Gegen ein Verwackeln oder „Veratmen“ des Bildes hilft die „Multi-Slice-Technik“ natürlich nicht.

### 11.10.2 Turbo-Spin-Echo (TSE)

Andere Namen dieser Technik, die 1986 von Jürgen Hennig aus Freiburg eingeführt wurde, sind „Fast-Spin Echo“ (FSE) oder „Rapid Acquisition with Relaxation Enhancement“ (RARE) [3]. Abbildung 11.60 zeigt eine mögliche Pulssequenz und den Weg, auf dem die Daten im k-Raum eingesammelt werden.

Charakteristisch für die Turbo-Spin-Echo-Sequenz ist, dass nach einer einzigen 90°-Anregung viele Spin-Echos mit 180°-Pulsen erzeugt werden, und bei jedem dieser Spin-Echos eine andere Zeile im k-Raum abgetastet wird.

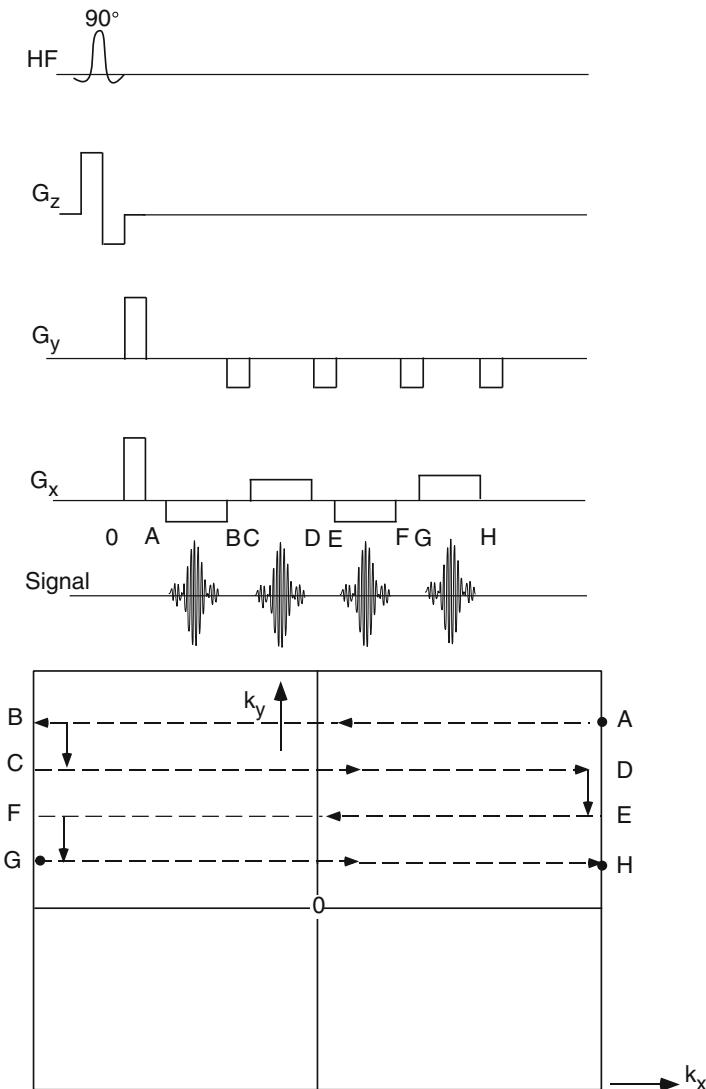
Nach der HF-Anregung fährt man mit einem  $G_x$ -Gradienten zum Punkt A. Der 180°-Puls spiegelt den Ort im k-Raum um den Nullpunkt, so dass man nach B gelangt. Beim Echo wird die Frequenzcodierung  $G_x$  eingeschaltet. Der nächste 180°-Puls führt wieder zum Punkt B im k-Raum. Nun wird aber ein Phasencodiergradient  $G_y$  eingeschaltet, der zum Punkt C führt. Der Frequenzcodiergradient lässt den Punkt im k-Raum dann von C nach D laufen, das Echo liefert die nächste Zeile des k-Raumes. So werden von der Mitte her kommend so viele Zeilen wie möglich gemessen. Das Echo klingt mit  $T_2$  ab. Daher hängt es von den  $T_2$ -Werten des untersuchten Gebietes ab, wieviele Echos noch ein akzeptables Signal-Rausch-Verhältnis liefern. Bis zu 32 Echos können nach einer einzigen HF-Anregung beobachtet werden. Es werden immer zu Beginn Zeilen im Zentrum des k-Raumes gemessen und zum Ende die äußeren Bereiche, so dass die hohen Raumfrequenzen  $k_y$  stärker bedämpft sind als die niedrigen, d. h. das Bild ist tiefpassgefiltert. Das Verfahren kann mit der Multi-Slice-Technik kombiniert werden, allerdings ist die Zahl der Schichten, die simultan gemessen werden können, etwas kleiner, da für die vielen Echos Zeit verbraucht wird.



**Abb. 11.60** Turbo-Spinecho Pulssequenz und Weg im  $k$ -Raum

### 11.10.3 Echo Planar Imaging (EPI)

Beim Echo Planar Imaging (EPI) werden wie beim Turbo-Spin Echo viele Echos nach einer Anregung erzeugt. Hier werden aber nicht Spin-Echos, sondern Gradientenechos ausgenutzt. Abb. 11.61 zeigt das Prinzip. Nach der Anregung steuern die Gradienten  $G_x$  und  $G_y$  den Punkt im k-Raum nach A. Das Umklappen des Gradienten  $G_x$  führt zu einem Gradientenecho und gleichzeitig läuft der Zeiger nach B. So kann eine Zeile des



**Abb. 11.61** Echo Planar Imaging Pulssequenz und Weg im k-Raum

k-Raumes gemessen werden. Ein kurzer  $G_y$ -Gradient schiebt die Phase auf C. Der positive Gradient  $G_x$  führt zu einem weiteren Gradientenecho usw.

Wie bei den Gradientenechos beschrieben, klingt das Signal mit  $T_2^*$  ab. Das heißt die Gradienten  $G_x$  und  $G_y$  müssen für EPI extrem schnell geschaltet werden. Außerdem muss  $G_x$  sehr groß sein, um eine komplette Zeile des k-Raumes sehr schnell abtasten zu können. EPI stellt die höchsten technischen Anforderungen an das MR-System. Andererseits gelingt es mit EPI, in nur 100 ms eine komplette Schicht mit guter Auflösung abzubilden.

#### 11.10.4 Gradient und Spin Echo (GRASE)

Das Signal bei der EPI-Sequenz klingt wie erwähnt mit  $T_2^*$  ab. Ein  $180^\circ$ -Puls kann die Spins nach einer EPI-Sequenz erneut rephasieren und zu einem Spin-Echo führen. Die Gradient-Spin-Echo-Sequenz nutzt diesen Effekt und erzeugt nach einer EPI-Sequenz durch einen  $180^\circ$ -Puls eine neue Serie von Gradientenechos. Das geht so lange, bis mit  $T_2$  auch das Spin-Echo abgeklungen ist.

#### 11.10.5 „Steady State“

Einer weiteren großen Gruppe von Pulssequenzen liegt das Ziel zugrunde, die Zeit noch besser für ein einziges Schnittbild zu nutzen. Dies ist wichtig, wenn man auf die 3D-Daten der Multi-Slice-Technik verzichten möchte, zugunsten noch kürzerer Aufnahmezeiten für eine Schicht. Wird die Repetitionszeit  $T_R$  immer weiter verkürzt, trifft der zweite HF-Anregungspuls auf ein noch nicht vollständig relaxiertes Magnetisierungsmuster.

Die theoretische Behandlung der damit verbundenen Phänomene ist relativ einfach, wenn wenigstens die Quermagnetisierung mit  $T_2$  vollständig abgeklungen ist. Schwierig wird es, wenn die Quermagnetisierung noch nicht abgeklungen ist. Die Situation ist dann vergleichbar mit den Hahn-Echos (Abschn. 11.4.2; Abb. 11.30), nur dass jetzt immer wieder neue  $90^\circ$  Pulse folgen. Auch dieses Problem kann im Rahmen dieser Einführung nicht behandelt werden.

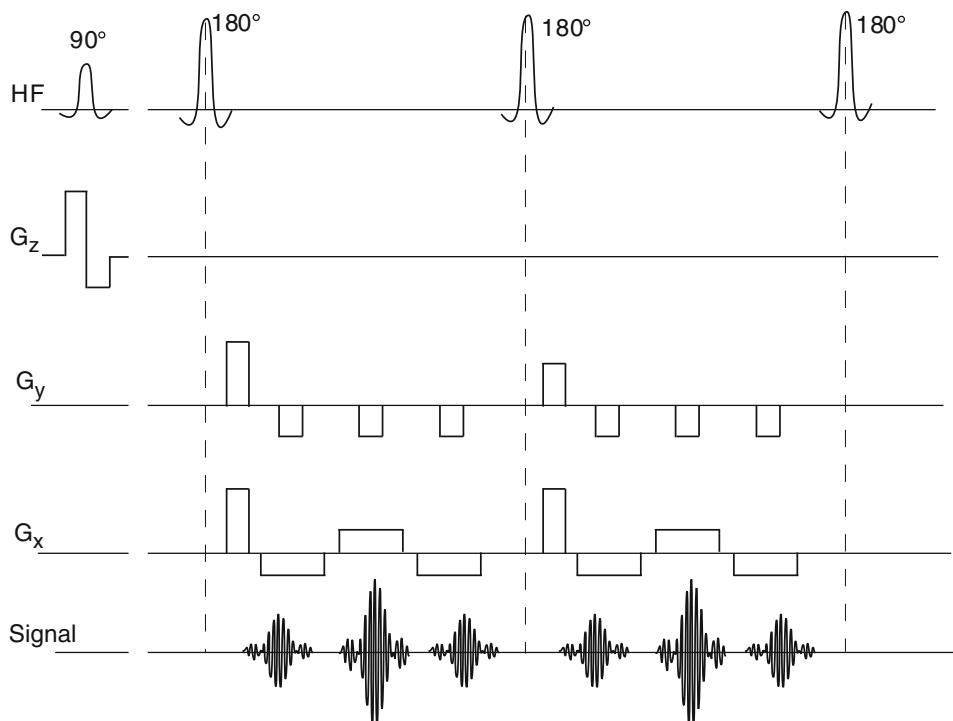
Wir beschränken uns auf den Fall, dass die Quermagnetisierung vor dem nächsten HF-Puls vollständig abgeklungen ist, berücksichtigen aber einen beliebigen Flipwinkel  $\alpha$ .

Dann gilt:

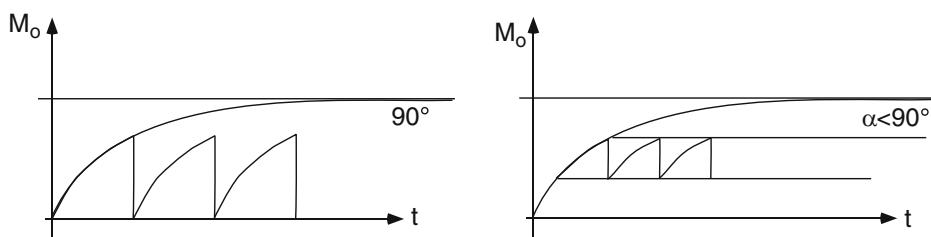
$$M_x^{\text{vor HF}} = M_y^{\text{vor HF}} = 0, \quad (11.158)$$

$$M_z^{\text{nach HF}} = M_z^{\text{vor HF}} \cdot \cos \alpha \quad (11.159)$$

$$M_z^{\text{vor HF}} = M_0 - (M_0 - M_z^{\text{nach HF}}) \exp(-T_R/T_1). \quad (11.160)$$



**Abb. 11.62** Typische GRASE Pulssequenz



**Abb. 11.63** Magnetisierung in z-Richtung im eingeschwungenen Zustand für einen Flipwinkel von  $90^\circ$  und bei einem Flipwinkel  $\alpha < 90^\circ$

Die letzte Gleichung besagt, dass im eingeschwungenen Zustand genau der Teil der z-Magnetisierung bei einem HF-Puls entsteht, der bei der Relaxation zerfallen ist (Abb. 11.62 und 11.63).

Die oben angegebenen Gleichungen sind zwei Gleichungen für die zwei Unbekannten  $M_z^{\text{vor HF}}$  und  $M_z^{\text{nach HF}}$ , die sich auflösen lassen:

$$M_z^{\text{vor HF}} = M_0 \cdot \frac{1 - \exp(-T_R/T_1)}{1 - \cos \alpha \exp(-T_R/T_1)}, \quad (11.161)$$

$$M_z^{\text{nach HF}} = M_0 \cdot \cos \alpha \frac{1 - \exp(-T_R/T_1)}{1 - \cos \alpha \exp(-T_R/T_1)}. \quad (11.162)$$

(Überprüfen durch Einsetzen!)

Nun gilt für die Quermagnetisierung  $M_T$  nach dem HF-Puls:

$$M_T^{\text{nach HF}} = M_z^{\text{vor HF}} \cdot \sin \alpha = M_0 \cdot \sin \alpha \cdot \frac{1 - \exp(-T_R/T_1)}{1 - \cos \alpha \exp(-T_R/T_1)}. \quad (11.163)$$

Die Quermagnetisierung nach dem HF-Puls ist aber proportional zum Messsignal in der Antenne.

Mit diesem Ergebnis können wir also die Frage beantworten, bei welchem Flipwinkel das maximale Signal zu erwarten ist.

Durch Differenzieren der Funktion nach  $\alpha$  erhalten wir das Maximum. Das Ergebnis lautet:

$$\cos \alpha_{\text{opt}} = \exp(-T_R/T_1). \quad (11.164)$$

$\alpha_{\text{opt}}$  wird auch Ernst-Winkel genannt, nach dem Entdecker dieses Zusammenhangs. Ist  $T_R$  sehr groß gegen  $T_1$ , so ist der Exponentialterm gleich Null und damit ist  $\alpha_{\text{opt}} = 90^\circ$ . Dieses Ergebnis haben wir erwartet. Ist  $T_R \approx T_1$ , so ist ein kleinerer Flipwinkel  $\alpha$  besser und führt zu höheren Signalen! Dies bedeutet, dass der Signalverlust, der bei immer kürzeren  $T_R$ -Zeiten auftritt, nicht ganz so drastisch ausfällt, wie erwartet. Man muss nur sukzessive den Flipwinkel verkleinern.

### 11.10.6 Gradientenecho mit verkürzter Repetitionszeit

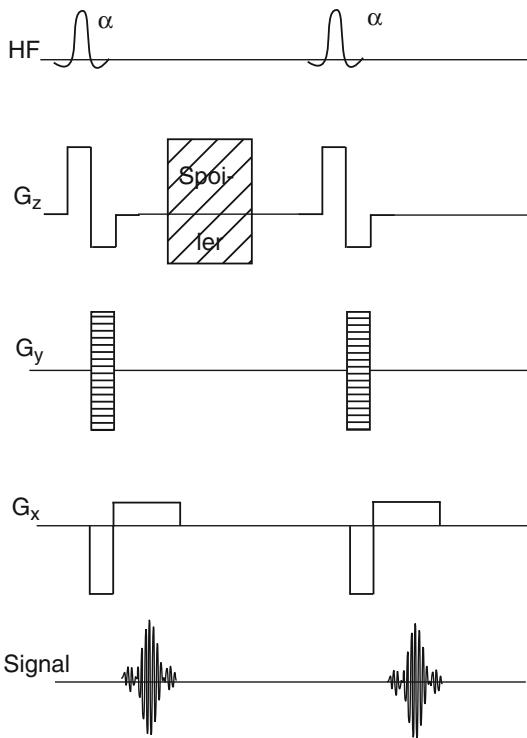
Abbildung 11.64 zeigt eine typische Gradientenechosequenz, bei der die Repetitionszeit deutlich kleiner als  $T_1$  ist. Mit dem  $G_x$ -Gradienten wird ein Gradientenecho erzeugt. Mit  $G_y$  werden bei jedem Durchgang andere Zeilen des  $k$ -Raumes abgefragt.

Ein „Spoiler-Gradient“ verdrillt die Quermagnetisierung so weit, dass vor dem nächsten HF-Puls keine Quermagnetisierung „in Phase“ mehr vorhanden ist. Der Flipwinkel  $\alpha$  wird nach der Gleichung aus dem letzten Abschnitt so eingestellt, dass das optimale Signal-Rausch-Verhältnis erreicht wird.

Es gibt verschiedene Pulssequenzen von diesem Typ, die im einzelnen hier nicht beschrieben werden können. Schlagworte sind: *FLASH, FISP und GRASS*.

**Abb. 11.64**

Gradientenechosequenz mit verkürzter Repetitionszeit



## 11.11 Kontrastmittel

Im Abschn. 11.7 wurde beschrieben, wie durch unterschiedliche Pulssequenzen die Kontraste im MR-Bild stark verändert werden können. Kontrastmittel in der MR-Tomographie bieten darüber hinaus weitere Möglichkeiten, die Bilder in Hinblick auf eine spezifische diagnostische Fragestellung zu verbessern.

Da die Protonendichte im Gewebe nur schwer veränderbar ist, setzen alle Kontrastmittel bei einer Modifikation von  $T_1$  und/oder  $T_2$  an. Zur Erinnerung: die Spin-Gitter-Relaxation  $T_1$  gibt an, wie schnell Protonen aus dem höherenergetischen „Spin down“-Zustand in den niederenergetischen „Spin up“-Zustand zurückfallen, und die Spin-Spin-Relaxation  $T_2$  beschreibt, wie schnell die Spins in einem Voxel bei der Präzession dephasieren.

Bei der Spin-Gitter-Relaxation wird Energie zwischen dem Proton und dem „störenden Nachbarn“ ausgetauscht. Der „störende Nachbar“ muss dazu ein Magnetfeld erzeugen, welches ungefähr mit der Larmorfrequenz fluktuiert.

Bei der Spin-Spin-Relaxation muss nicht unbedingt Energie ausgetauscht werden. Die Frequenzen der störenden Magnetfeld-Fluktuationen liegen meistens deutlich unter der Larmorfrequenz.

Wird nun eine paramagnetische Substanz in den Körper (z. B. ins Blut) gebracht, so kommt es zu einer Verstärkung der oben genannten Wechselwirkungen und damit zu einer Verkürzung von  $T_1$  und  $T_2$ . Welche Zeitkonstante stärker beeinflusst wird hängt von den typischen Fluktuationsfrequenzen der paramagnetischen Substanz ab. Das am häufigsten eingesetzte Kontrastmittel verwendet das paramagnetische  $Gd^{3+}$  (Gadolinium), welches überwiegend  $T_1$  verkürzt.

Viele  $Gd^{3+}$ -Verbindungen sind stark toxisch. Zur Verwendung als Kontrastmittel mussten zunächst „gutartige“ Verbindungen des  $Gd^{3+}$  gefunden werden. Besonders bekannt ist ein Chelatkomplex mit dem Namen Gd-DTPA (Gadolinium-Diethylentriamine-pentaacetic acid). Wird nach Injektion von Gd-DTPA eine  $T_1$ -gewichtete MR-Aufnahme gemacht, so wird das mit Gd-DTPA angereicherte Gewebe bzw. die angereicherte Körperflüssigkeit im MR-Bild ein *erhöhtes* Signal zeigen, d. h. im Bild hell aufleuchten (vergl. Abb. 11.55).

Kontrastmittel, die überwiegend  $T_2$  verkürzen, führen bei  $T_2$ -gewichteten Bildern zu einem *reduzierten* Signal (vergl. Abb. 11.56).

Die großen Firmen der pharmazeutischen Industrie suchen weiter nach neuen MR-Kontrastmitteln für besondere Fragestellungen. Insbesondere werden Verbindungen gesucht, die am Stoffwechsel beteiligt sind und mit denen eine Funktions-Diagnostik ähnlich wie bei der Positronen-Emissions-Tomografie durchgeführt werden kann. Auch versucht man, MR-Kontrastmittel an monoklonale Antikörper zu binden um deren Weg im Körper zu verfolgen.

---

## 11.12 MR-Angiographie mit Kontrastmittel und MR-Perfusions-Bildgebung

Wird ein MR-Kontrastmittel ins Blut injiziert, können z. B. die Ventrikel im Herzen, die großen Gefäße (Vena cava superior/inferior, Pulmonalis, Aorta) und weiter der ganze Gefäßbaum (Extremitäten, Kopf, etc.) sehr gut dargestellt werden. Weiterhin kann untersucht werden, wie schnell das angereicherte Blut in ein Organ hinein und wieder heraus fließt. In diesem Fall spricht man von der Abbildung der Perfusion.

Wichtige Forschungsthemen sind die Perfusionsbildgebung am Herzen für die Infarkt Diagnostik bzw. am Hirn für die Schlaganfall-Diagnostik. Weiter hat man erkannt, dass maligne Tumore der weiblichen Brust ein Gd-haltiges Kontrastmittel unterschiedlich schnell aufnehmen als gesundes Gewebe. Dies eröffnet die Möglichkeit zu MR-Mammographie ohne ionisierende Strahlung (aber mit einem Kontrastmittel).

Die MR-Angiographie mit Kontrastmittel hat in den letzten Jahren deutlich an Bedeutung gewonnen. Es ist denkbar, dass sie in Teilbereichen die Röntgen-Angiographie verdrängen wird. Der Vorteil: MR-Angiographie liefert 3D-Datensätze und nicht nur eine oder zwei Projektionen. Der Vorteil kann aber auch zum Nachteil werden: die Aufnahme ist komplizierter und langwieriger und liefert eine extrem große Datenmenge, aus der die wichtige Information erst extrahiert werden muss.

Die Abbildung des sich bewegenden Herzens mit MR ist erst durch die extrem „schnellen“ Pulssequenzen der letzten Jahre möglich geworden. Eine Darstellung der Koronar-Arterien hat mit MR-Tomographie noch nicht die Qualität der Röntgen-Koronarangiografie erreicht.

---

## 11.13 Funktionelle MR-Tomographie

Hämoglobin hat besondere magnetische Eigenschaften, die bei der Abbildung funktioneller Prozesse insbesondere im Gehirn ausgenutzt werden können. Desoxyhämoglobin ist paramagnetisch, die oxidierte Form Oxyhämoglobin ist es nicht. In Gebieten mit hohem Desoxyhämoglobin-Anteil ist die Relaxationszeit  $T2^*$  daher verkürzt. Pulssequenzen, die eine starke  $T2^*$  Gewichtung haben (z. B. Gradienten-Echo-Sequenzen wie EPI), zeigen in Gebieten mit hohem Desoxyhämoglobin-Anteil eine Signal-Abnahme.

Man spricht von „BOLD-Imaging“ (Blood Oxygen Level Dependent Contrast). Man könnte sagen es handelt sich um eine Perfusions-Messung mit einem körpereigenen Kontrastmittel (vergl. Abschn. 11.12).

Die Gebiete des Gehirns, die eine hohe lokale Aktivität haben, werden sehr schnell mit frischem oxidiertem Hämoglobin versorgt, so dass dort der Desoxyhämoglobin-Anteil abnimmt und damit das Signal zunimmt.

Diese Signal-Anhebung ist sehr klein und geht fast im Rauschen unter. Wird aber ein Stimulus periodisch ein- und ausgeschaltet, so kann die Signalmodulation detektiert werden (Abb. 11.65).

Mit dieser Methode können alle sensorischen und motorischen Zentren des Gehirns abgebildet werden. Besonders interessant ist der Vergleich mit funktionellen Bildern, die mit PET oder mit der Abbildung bioelektrischer Ströme gewonnen werden.

---

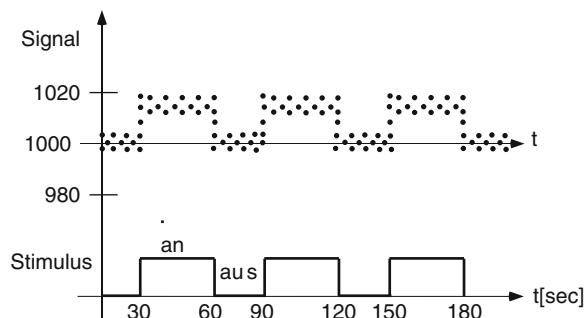
## 11.14 MR-Angiographie mit Flussmessung und MR-Diffusions-Bilder

Ziel der verschiedenen Methoden der MR-Flussmessung (MR-Angiographie ohne Kontrastmittel) ist es, fließende Substanzen im Bild von ruhenden zu unterscheiden und wenn möglich sogar quantitativ eine Aussage über die Fließgeschwindigkeit zu machen. Man unterscheidet die „Time-of-Flight“-Methoden und die phasensensitiven Methoden.

### 11.14.1 „Time-of-Flight“-Angiografie

Zum Verständnis dieser Methode sollen noch einmal die wichtigsten Ergebnisse von Abschn. 11.10.5 („Steady State“) wiederholt werden. Dort wird erklärt, dass die Quermagnetisierung nach einem  $90^\circ$ -Puls immer kleiner wird, wenn die Repetitionszeit  $T_R$  so kurz gewählt wird, dass sie in die Nähe der Spin-Gitter-Relaxation  $T_1$  kommt. Mit einem anderen Flipwinkel  $\alpha < 90^\circ$  kann man diesen Signalverlust zum Teil kompensieren.

**Abb. 11.65** Funktionelle MR-Tomographie (BOLD-Imaging)



Hier setzt nun die Time-of-Flight-Methode (TOF) an: Wird mit der selektiven Schichtanregung nur eine einzige Schicht angeregt, so wirkt der oben beschriebene Signalverlust natürlich nur auf stationäre d. h. ruhende Spins. Wird durch ein Blutgefäß innerhalb der Repetitionszeit „frisches Blut“ in die abzubildende Schicht geführt, kann durch einen  $90^\circ$ -Puls wieder die maximale Quermagnetisierung erreicht werden.

So „bleichen“ ruhende Teile des Bildes aus und bewegte werden hell. Man geht also z. B. bei einer klassischen Spin-Echo-Sequenz folgendermaßen vor:

- Man wählt eine kurze Zeit  $T_R \leq T_1$ ,
- Man wählt einen Flipwinkel nahe  $90^\circ$ , d. h. bewusst größer als der Ernst-Winkel,
- Man verwirft die ersten 10 Pulse, um sicher im „steady state“-Zustand zu sein.

All dies führt im stationären Gewebe zu einem starken Signalverlust. Nur die Bereiche, in denen das Blut senkrecht zur Bildebene fließt, leuchten hell auf.

Zunächst gilt: Je größer die Fließgeschwindigkeit, desto größer das Signal. Dies geht aber nicht immer so weiter: Ist die Fließgeschwindigkeit so groß, dass Teile des Blutes zwischen Anregung und Phasencodierung bzw. zwischen Phasencodierung und Frequenzabtastung an eine andere Stelle im Bild gewandert sind, kommt es zu Signalverlust, bzw. zu „Geisterbildern“, d. h. die Helligkeit im Bild nimmt wieder ab. Damit sind quantitative Aussagen über die Blutflussgeschwindigkeit nur bedingt möglich. Die Interpretation der TOF-Bilder ist nicht ganz einfach, aber die Bilder zeigen deutlich die Gefäße und bei 3D-Aufnahmen kann der ganze Gefäßbaum rekonstruiert werden.

## 11.14.2 Phasensensitive MR-Angiographie

Diese Verfahren nutzen die Tatsache, dass präzidierende Spins, die sich in einem Gradientenfeld in Richtung des Gradienten bewegen, eine zusätzliche Phasenverschiebung erfahren. Es gibt verschiedene Techniken, um diese Phasenverschiebung zu messen. Eine davon soll hier beschrieben werden: Nehmen wir beispielsweise einen Gradienten in x-Richtung,

$$G_x = \frac{dB_z}{dx} \quad (11.165)$$

so gehört zu jedem Ort  $x$  eine etwas andere Larmorfrequenz. Wandert ein Teilchen in  $x$ -Richtung, „sammelt“ es auf seinem Weg eine Phasenverschiebung auf.

Bei linearem Feldanstieg und konstanter Geschwindigkeit  $v_x$  beträgt diese Phasendifferenz:

$$\phi_+ = \int_0^T \gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot t \cdot dt = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot T^2. \quad (11.166)$$

Hierbei ist  $T$  die Zeit, die das Gradientenfeld  $G_x$  eingeschaltet wurde. Schalten wir nun das Gradientenfeld  $G_x$  um und lassen es für die gleiche Zeit mit umgekehrter Polarität eingeschaltet, so ergibt sich eine weitere Phasendifferenz:

$$\begin{aligned} \phi_- &= \int_T^{2T} \gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot t \cdot dt \\ &= -\frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot (4T^2 - 1T^2) = -\frac{3}{2} \cdot \gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot T^2 \end{aligned} \quad (11.167)$$

Insgesamt erhalten wir eine Phasendifferenz von:

$$\phi_1 = \phi_+ + \phi_- = -\gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot T^2. \quad (11.168)$$

Ein stationäres Teilchen wird zwar auch je nach Ort auf der  $x$ -Achse durch das Gradientenfeld etwas „aufgedreht“ aber durch den folgenden umgekehrten Gradienten genauso schnell wieder „abgedreht“ (Abb. 11.66).

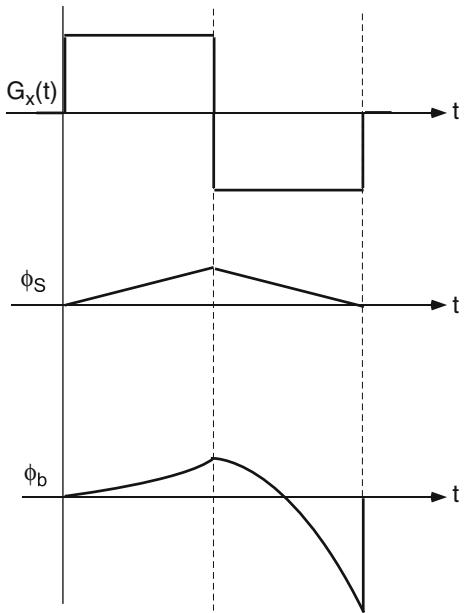
Solch ein bipolarer Gradientenpuls wird nun geschickt zwischen die Anregung und das Auslesen des Echos eingebaut.

Die komplexe Magnetisierung, die den Signalbeitrag im Quadratur-Demodulator bestimmt, lautet damit:

$$\underline{M}_{+-}' = \underline{M}_s' + \underline{M}_b' \cdot e^{i\phi_1}, \quad (11.169)$$

wobei  $\underline{M}_s'$  der Signalbeitrag von den stationären Spins ist und  $\underline{M}_b'$  der Signalbeitrag von den bewegten Spins (wenn diese auch in Ruhe gewesen wären, da der Beitrag durch die Bewegung im Phasenfaktor  $e^{i\phi_1}$  steckt).

**Abb. 11.66** Phasendifferenz von stationären Teilchen  $\phi_s$  und von bewegten Teilchen  $\phi_b$  im Gradientenfeld



Wird nun ein zweites Bild aufgenommen, bei dem erst das negative und dann das positive Gradientenfeld eingeschaltet wird, (d. h. genau umgekehrt wie oben) so ergibt sich völlig analog:

$$\phi_2 = +\gamma \cdot G_x \cdot v_x \cdot T^2 = -\phi_1, \quad (11.170)$$

$$\underline{M}'_{-+} = \underline{M}'_s + \underline{M}'_b \cdot e^{-j\phi_1}. \quad (11.171)$$

Werden schließlich beide komplexen Signale subtrahiert, so heben sich die Signale der stationären Spins auf und es ergibt sich:

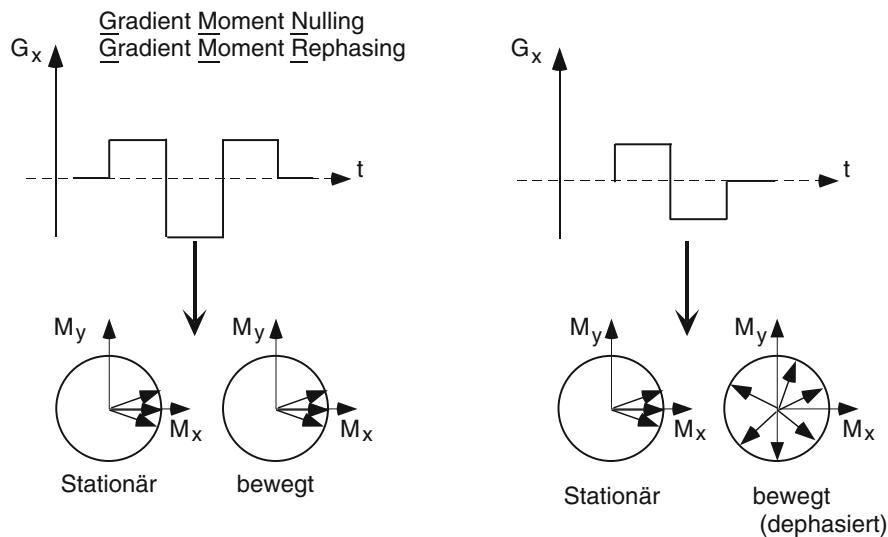
$$\underline{M}'_{TD} = \underline{M}'_b \cdot (e^{+j\phi_1} - e^{-j\phi_1}) = -\underline{M}'_b \cdot 2j \cdot \sin(\gamma \cdot v_x \cdot G_x \cdot T^2). \quad (11.172)$$

Auf diese Art kann ein Bild der Phasenverschiebungen und damit ein Bild der Geschwindigkeitskomponenten in Richtung des Gradientenfeldes bestimmt werden.

Die ausgewählten Gradientenstärken  $G_x$  und Anschaltzeiten  $T$  sollten so an die maximale Flussgeschwindigkeit angepasst sein, dass

$$\gamma \cdot v_x \cdot G_x \cdot T^2 < \pi/2, \quad (11.173)$$

da sonst aus der Phasendifferenz nicht mehr eindeutig auf die Geschwindigkeit geschlossen werden kann.



**Abb. 11.67** Magnetisierung in einem Voxel nach einer „Gradient-Moment-Nulling“-Sequenz und nach einem bipolaren Gradientenpuls

Wird das Experiment mit Gradientenfeldern in x-, y- und z-Richtung wiederholt, kann der komplette Geschwindigkeitsvektor in jedem Voxel bestimmt werden.

Eine andere Methode nutzt ebenfalls die Phasenverschiebungen in Gradientenfeldern, geht hierbei aber etwas anders vor: Wird das Produkt  $G_x T$  sehr groß gewählt, so kommt es zu sehr großen Phasenverschiebungen innerhalb der Voxel, in denen sich etwas bewegt. Kommen noch verschiedene Bewegungsmuster in einem Voxel vor, so ist die Magnetisierung innerhalb solcher Voxel nach einem positiven und einem negativen Gradientenfeld vollständig dephasiert (Abb. 11.67).

Wird in einer zweiten Aufnahme eine Gradientenpulsfolge gewählt, die auch bewegte Teilchen wieder rephasiert (z. B. 1/-2/1) so unterscheiden sich die beiden Bilder gerade im Anteil der bewegten Teilchen. Eine Subtraktion der beiden Bilder liefert eine Darstellung der Gefäße, lässt aber keine quantitative Aussage über die Flussgeschwindigkeit zu.

### 11.14.3 Diffusions-Bildgebung

Die Moleküle in den „weichen“ Teilen des Körpers bewegen sich normalerweise durch thermische Stöße auf unregelmäßigen Bahnen im mikroskopischen Maßstab durch das Gewebe, d. h. sie diffundieren. Besonders die Moleküle im extrazellulären Raum legen so merkliche Wege zurück. Mit den im letzten Kapitel beschriebenen bipolaren Gradientenfeldern kann auch diese Bewegung beobachtet werden. Gesundes und krankes Gewebe kann sich in der Stärke der Bewegung unterscheiden.

So kann man mit Diffusionsbildgebung die verschiedenen Stadien der Gewebeveränderungen im Gehirn nach einem Schlaganfall verfolgen. Da die Diffusionsbewegung in Muskelgewebe längs und quer zur Faserrichtung unterschiedlich stark ausgeprägt ist, kann mit dieser Methode auch die Muskelfaserrichtung abgebildet werden.

---

## 11.15 Abbildungsfehler

Folgende Übersicht zeigt die wichtigsten Ursachen für Abbildungsfehler bei der MR-Tomographie:

- Bewegung allgemein,
- rhythmische Bewegung („phase ghosts“),
- Fluss,
- Suszeptibilitäts-Sprünge,
- Chemische Verschiebung,
- Inhomogenitäten vom Grundfeld,
- Fehler bei der Datenerfassung („bad data points“),
- Ungleichmäßige Ausleuchtung durch das HF-Feld (Anregen/Auslesen),
- Abschneiden hoher Raumfrequenzen („truncation“),
- Abtastfehler („aliasing“/„wraparound“),
- Übersprechen aus benachbarten Schichten (bei der Multi-Slice Technik),
- Unbeabsichtigte FID-Signale oder Echos.

Einige dieser Fehler sollen im folgenden genauer beschrieben werden.

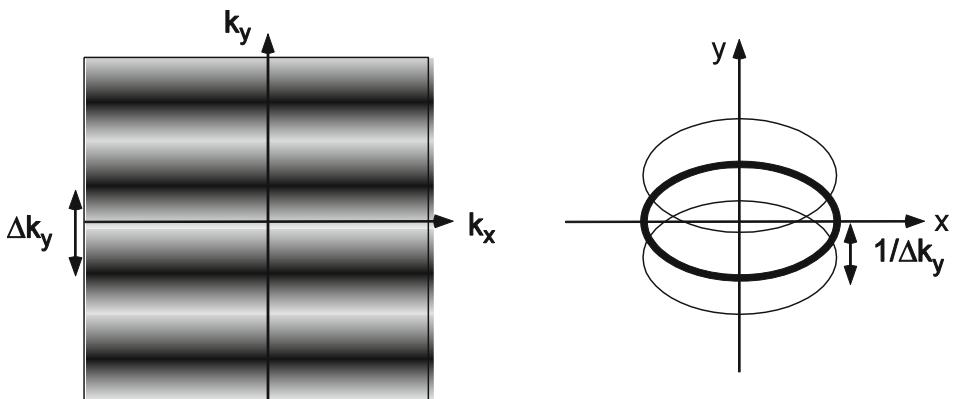
### 11.15.1 Bewegung und Fluss

Die Bewegung des Herzens oder des Darms, aber auch ein Verwackeln durch eine unkontrollierte Bewegung z. B. des Kopfes führen zu Abbildungsfehlern. Ähnlich wie bei der CT (vergl. Abschn. 5.12.4) entstehen „inkonsistente“ Datensätze im k-Raum, so dass nicht nur lokale Verschmierungen sondern auch Streifen über das ganze Bild auftreten können.

Dass der Blutfluss in den Gefäßen zu einem Intensitätsverlust aber auch zu einer Signalverstärkung führen kann wurde bereits im Abschn. 11.14 beschrieben.

Die rhythmische Atembewegung kann zu besonderen Fehlern führen: Durch die mehrfache Auf- und Abbewegung des Brustkorbs während der Aufnahme kann es zu einer Intensitätsmodulation im k-Raum z. B. in Richtung der Phasencodierung kommen (Abb. 11.68).

Diese Intensitätsmodulation lässt sich als Multiplikation mit einer sinus-ähnlichen Funktion beschreiben. Das Bild, welches ja durch eine inverse Fouriertransformation



**Abb. 11.68** Intensitätsmodulation im  $k$ -Raum und „Geister-Bilder“ im Ortsraum

erhalten wird, ist damit eine Faltung des eigentlichen Bildes mit der inversen Fouriertransformierten der Modulationsfunktion, also z. B. eines  $\delta$ -förmigen Streifenmusters im Ortsraum. So entstehen sog. „Geister-Bilder“. Man kann sie vermeiden, wenn man die Aufnahme mit der Atembewegung synchronisiert und die einzelnen Zeilen der  $k$ -Raum-Abtastung geschickt zu verschiedenen Phasen der Atembewegung wählt (ROPE = Re-Ordered Phase Encoding).

### 11.15.2 Suszeptibilitäts-Artefakte

Jeder Sprung in der Suszeptibilität der untersuchten Materialien führt zu lokalen Verzerrungen des Grundfeldes. So sind insbesondere an den Grenzflächen Weichteile/Knochen, Weichteile/Luft, Weichteile/Metall Abbildungsfehler zu erwarten. Da bei der Frequenzcodierung aus der lokalen Larmorfrequenz auf den Ort geschlossen wird, kommt es zu Verschiebungen. Diese Verschiebung erfolgt in Richtung des Frequenzcodiergradienten und ergibt sich zu:

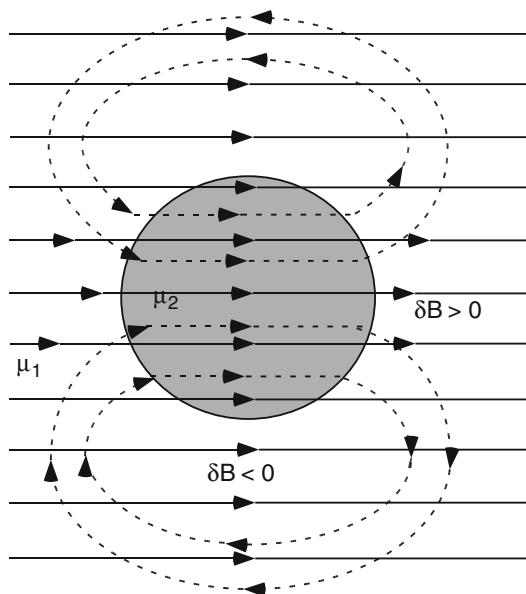
$$\delta x = \delta B_z / G_x. \quad (11.174)$$

Je größer der Frequenzcodier-Gradient, desto kleiner der Fehler. Mit typischen Gradientenfeldern können sich Strukturen z. B. neben Knochen/Weichtalgewebe Übergängen um einige Voxel verschieben. Metallische Teile im abgebildeten Volumen können Strukturen so weit verschieben, dass sie nicht mehr innerhalb der nachgewiesenen Bandbreite liegen und so ganz aus dem Bild verschwinden („Drop-out“).

Da das Grundfeld in der Nähe von Suszeptibilitäts-Sprüngen auch sehr inhomogen wird, kommt es zu einer starken Verkürzung von  $T2^*$ . Pulssequenzen mit Gradienten-

**Abb. 11.69**

Feldinhomogenitäten durch Materialien mit unterschiedlicher Suszeptibilität



Echos führen so zu Bildern mit starkem Intensitätsverlust an solchen Grenzflächen (Abb. 11.69).

### 11.15.3 Chemische Verschiebung

Die lokale chemische Umgebung um ein Proton herum schirmt das Grundfeld verschieden stark ab. Daher präzidieren die Protonen auf unterschiedlichen Frequenzen je nachdem in welches Molekül sie eingebaut sind, und an welcher Stelle sie in ein Molekül eingebaut sind. Dies ist die Grundlage der MR-Spektroskopie (vergl. auch Abschn. 11.16).

Bei der MR-Bildgebung führt die chemische Verschiebung zu Abbildungsfehlern. In Richtung der Achse der Frequenzcodierung kommt es zu Verschiebungen.

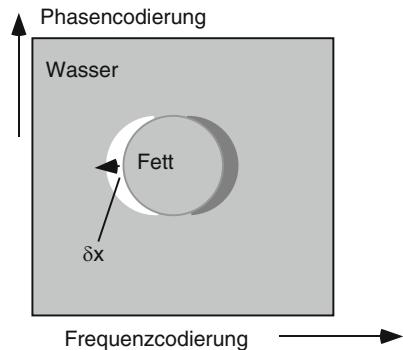
Es gilt (Abb. 11.70):

$$\delta x = -\delta_f (B_0 / G_x) \quad (11.175)$$

mit:  $\delta_f$  = chemische Verschiebung in ppm ( $10^{-6}$ ).

Die chemische Verschiebung von Protonen in Fett relativ zu Wasser beträgt ca. 3 ppm. In einem Grundfeld von 1 T und einem Gradientenfeld von 1 mT/m beträgt die Verschiebung  $\delta x$  ca. 3 mm. Die Verschiebung steigt mit der Grundfeldstärke und sinkt mit der Gradientenstärke.

**Abb. 11.70** Artefakte durch die chemische Verschiebung



Die Verschiebung erfolgt nur in Richtung der Frequenzcodierung. In Richtung der Phasencodierung erfolgt bei Spin-Echos-Sequenzen zwar eine gewebeabhängige Verdrehung der Magnetisierungs-Zeiger. Sie führt aber nur zu einem leichten Signalverlust.

Anders ist die Situation bei Gradientenechos. Hier sammelt sich in einer Folge von vielen Gradientenechos eine Phasenverschiebung zwischen Spins in Fett und in Wasser an. Nach einer gewissen Zeit haben die Spins von Fett und Wasser einen Winkel von 180°. Echos zu dieser Zeit erleiden einen deutlichen Signalverlust, wenn in einem Voxel Fett und Wasser gemischt sind. Daher wird für EPI-Aufnahmen eine „Sättigung“ der Fett-Signale vorgenommen (vergl. Abschn. 11.16.2).

#### 11.15.4 Abtastfehler

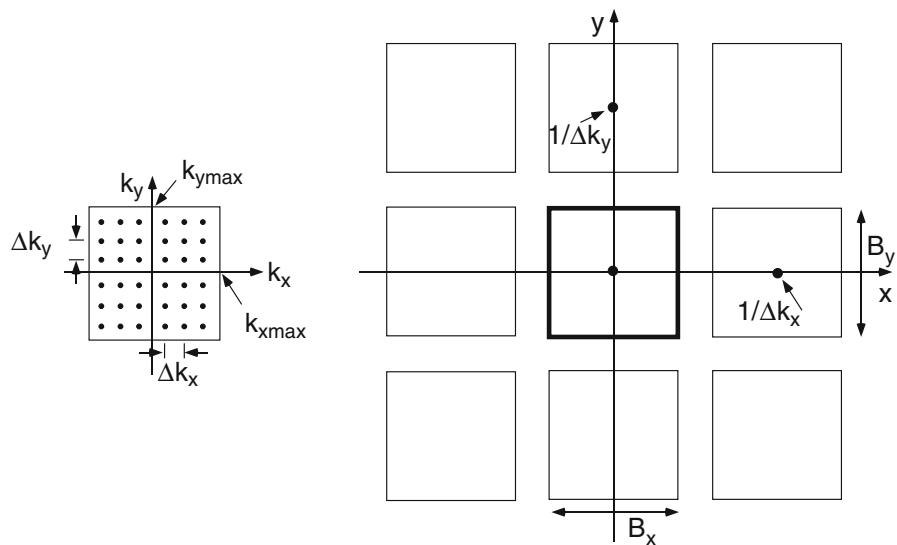
Auch bei der MR-Tomographie spielt das Abtasttheorem eine Rolle. Allerdings ist zu beachten, dass hier im k-Raum abgetastet wird. Eine zu grobe Abtastung führt dazu, dass Teile des Bildes im Ortsraum zurückgespiegelt werden (Abb. 11.71 und 11.72).

Wird, wie im Bild gezeigt, das Abtastintervall  $\Delta k_x$  so gewählt, dass die Bildgröße  $BG_x$  kleiner ist als  $1/\Delta k_x$ , dann kommt es zu keinen Abbildungsfehlern.

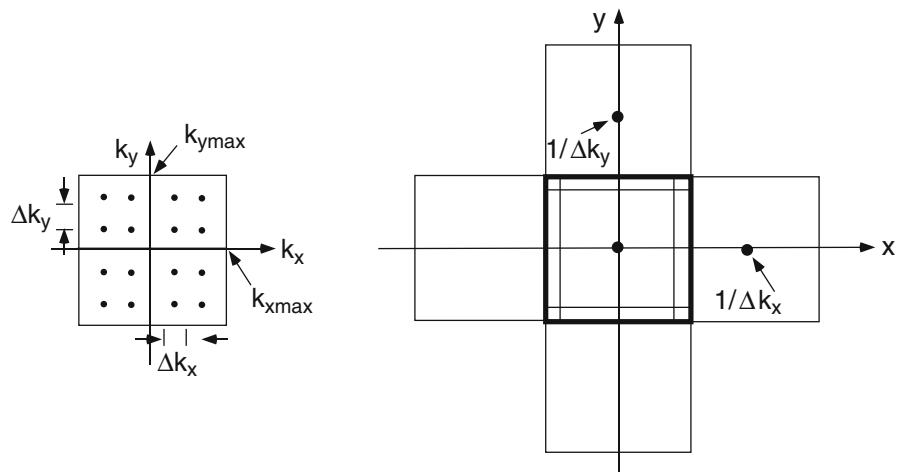
$$\Delta k_x \leq \frac{1}{BG_x} \quad \Delta k_y \leq \frac{1}{BG_y} \quad (11.176)$$

Andernfalls werden die Teile, die über das Maß  $BG_x = \frac{1}{\Delta k_x}$  hinausragen, dem Bild gespiegelt überlagert („wraparound“).

Werden  $k_{x\max}$  und  $k_{y\max}$  zu klein gewählt, so wird die räumliche Auflösung des Bildes schlecht. Ein scharfes „Kappen“ hoher Raumfrequenzen („truncation“) entspricht, wie im Abschn. 3.7 beschrieben, einer Faltung im Ortsraum mit einer  $\sin x/x$ -Funktion. So entstehen „Echos“ an scharfen Kanten im Bild.



**Abb. 11.71** Abtasttheorem im k-Raum und im Ortsraum, das Abtasttheorem wird berücksichtigt



**Abb. 11.72** Verletzen des Abtasttheorems im k-Raum führt zu Bildüberlagerungen im Ortsraum

## 11.16 Parallele Bildgebung

Die Oberflächenspulen wurden eingeführt, um ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis zu erreichen (Abschn. 11.6.3 und 11.9). Im Jahr 1999 wurde erkannt, dass mit den Oberflächenspulen auch ein Werkzeug vorliegt, mit dem die Aufnahmezeiten deutlich reduziert werden können. So entstand die „parallele Bildgebung“.

Es gibt zwei unterschiedliche Methoden der parallelen Bildgebung: die Zusatzinformation über die Empfindlichkeitsverteilung der Antennen kann im Ortsraum (SENSE, [9]) oder im k-Raum (SMASH oder GRAPPA) eingebracht werden. Der Zusammenhang wird in einer Übersichtarbeit von Pruessmann erklärt [12]. In diesem Buch soll nur die SENSE-Methode erklärt werden.

Man könnte auf die Idee kommen, die Aufnahmezeit dadurch zu reduzieren, dass man nur jede zweite Zeile im k-Raum aufnimmt. Dann hätte man die Aufnahmezeit halbiert. Im letzten Abschn. 11.15.4 wurde aber erläutert, dass eine Unterabtastung im k-Raum zu Artefakten führt: ist die Bedingung  $BG_y \leq \frac{1}{\Delta k_y}$  für die Bildgröße  $BG_y$  in y-Richtung nicht erfüllt, so werden die zu weit außen liegenden Teile des Bildes nach innen in das Bild hineingeklappt und dem eigentlichen Bild überlagert.

Mit Hilfe der Oberflächenspulen lassen sich solche unterabgetasteten Bilder aber korrigieren. Dies soll im Folgenden erklärt werden. Das Signal in der Antenne wurde in Abschn. 11.5 abgeleitet. Gleichung (11.132) war das Ergebnis für die 3D-Abtastung des k-Raumes:

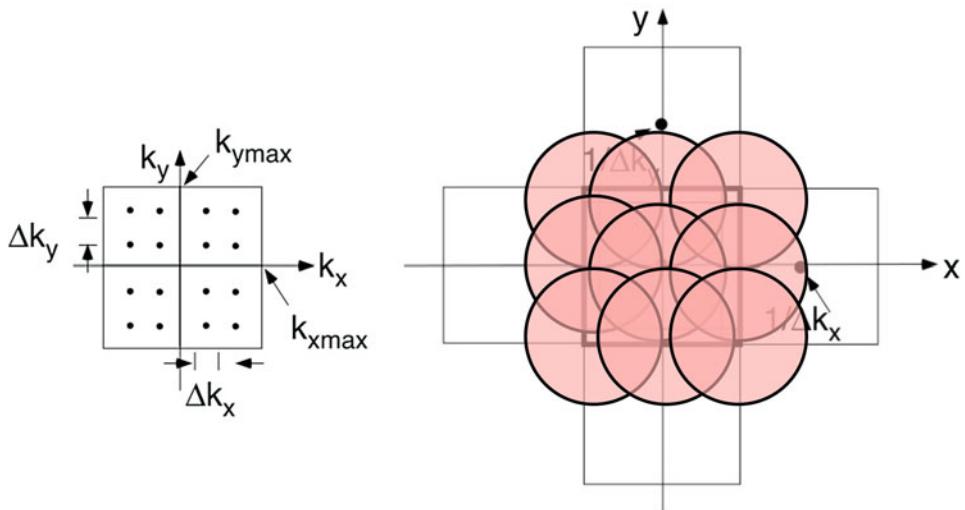
$$\underline{S}(k_x, k_y, k_z) = \iiint \underline{M}'_{T0}(x, y, z) \exp(-jk_x x - jk_y y - jk_z z) dx dy dz \quad (11.177)$$

Hierbei wurde aber davon ausgegangen, dass das Empfindlichkeitsprofil der Empfangsspulen den ganzen Körper des Patienten gleichmäßig abdeckt. Das ist bei Ganzkörper-HF-Spulen auch näherungsweise der Fall. Oberflächenspulen haben aber eine viel kleinere Abdeckung („Ausleuchtung“) des Patienten. Wir geben der Empfindlichkeitsverteilung der Spule i den Namen  $C_i(x, y, z)$ . Dabei läuft der Index i von 1 bis zur Zahl der Oberflächenspulen  $N_S$ . Damit ergibt sich für das Signal in den Empfangsspulen:

$$\underline{S}_i(k_x, k_y, k_z) = \iiint \underline{M}'_{T0}(x, y, z) \cdot C_i(x, y, z) \cdot \exp(-jk_x x - jk_y y - jk_z z) dx dy dz \quad (11.178)$$

Abbildung 11.73 zeigt, wie beispielsweise 9 Oberflächenspulen den Ortsraum unterschiedlich abdecken.

Gehen wir jetzt von der analytischen Beschreibung über zur diskreten Schreibweise:



**Abb. 11.73** Unterschiedliche Empfindlichkeitsverteilungen der Oberflächenspulen decken den Ortsraum unterschiedlich ab. Sind die Empfindlichkeitsverteilungen der Spulen bekannt, kann das Bild auch bei Unterabtastung rekonstruiert werden

$$\underline{S}_i(k_x, k_y, k_z) = \sum_{\text{alle Voxel } n} \underline{M}'_{T0}(x_n, y_n, z_n) \cdot C_i(x_n, y_n, z_n) \cdot \exp(-jk_x x_n - jk_y y_n - jk_z z_n) dv_n \quad (11.179)$$

Diese Gleichung lässt sich auch als Matrix-Gleichung schreiben:

$$\vec{\underline{S}} = \underline{\underline{E}} \cdot \vec{\underline{M}}_{T0} \quad (11.180)$$

Sind alle Empfindlichkeitsverteilungen  $C_i(x_n, y_n, z_n)$  bekannt, so kann die Matrix  $\underline{\underline{E}}$  berechnet werden ( $\underline{\underline{E}}$  beinhaltet dabei das Produkt aus den  $C_i$  und der Exponentialfunktion). Die Gleichung (11.179) löst das Vorwärts-Problem: Wenn alle Magnetisierungen  $\vec{\underline{M}}_{T0}(x_n, y_n, z_n)$  bekannt sind, kann das Messsignal in allen Antennen  $\vec{\underline{S}}$  ausgerechnet werden. Bei einem k-Raum mit  $256 \times 256 \times 256$  Einträgen und 8 Antennen besteht  $\vec{\underline{S}}$  aus 134.217.728 komplexen Zahlen.

Gleichung (11.179) ist ein lineares Gleichungssystem, welches nach  $\vec{\underline{M}}_{T0}(x_n, y_n, z_n)$  aufgelöst werden kann. Sind alle Messsignale  $\vec{\underline{S}}$  bekannt, kann die unbekannte Magnetisierung  $\vec{\underline{M}}'_{T0}(x_n, y_n, z_n)$  bestimmt werden. Das setzt voraus, dass die Matrix  $\underline{\underline{E}}$  nicht

singulär ist, und das bedeutet, dass die Empfindlichkeitsverteilungen der Antennen in gewisser Weise orthogonale Informationen liefern müssen. Da das nicht immer zu 100 % erfüllt ist, verwendet man in der Praxis beispielsweise mit 8 Antennen nur eine 4-fache Unterabtastung.

Betrachten wir noch einmal die Gl. 11.178. Die Signale sind – bei Berücksichtigung der Antennenempfindlichkeit – nicht mehr genau die Zeilen aus der Fouriertransformierten des Bildes. Das Bild wird nicht mehr mit Sinus- und Kosinus-Funktionen gefaltet, sondern mit Sinus- und Kosinus-Funktionen, die zuvor mit der Empfindlichkeitscharakteristik der Antenne multipliziert wurden („encoding function“). Das muss und kann man bei der Inversion berücksichtigen. Die Fouriertransformierte der Empfindlichkeitskurve zeigt uns, wie die einzelne Antenne den k-Raum erfasst.

Mit der SENSE Technik konnte eine Beschleunigung bei der Datenakquisition erreicht werden, die erstmals hochauflöste Bilder vom schlagenden Herzen ermöglicht hat.

Hier sei ein kleiner Blick auf die Methode „Transmit-SENSE“ erlaubt, ohne dass diese neue Technik hier genau erläutert werden kann: Wird nicht – wie üblich – die Ganzkörper-Spule zur Anregung verwendet, sondern die Oberflächenspulen, so lassen sich sehr verschiedenartige Anregungsprofile  $C_i(x_n, y_n, z_n)$  erzeugen. Die vielen Spulen müssen nur mit einer zuvor berechneten Amplitude und Phasenlage angesteuert werden. Diese Amplituden und Phasen ergeben sich aus der Fouriertransformierten des gewünschten Profils  $C_i(x_n, y_n, z_n)$ . Mit der Transmit-SENSE Technik kann man in einen kleinen Gebiet im Körper „zoomen“ und diesen Bereich hochauflöst darstellen.

---

## 11.17 In vivo MR-Spektroskopie

Die MR-Spektroskopie als Methode zur Analyse und Identifikation von Molekülen war lange vor der MR-Tomographie bekannt. Da jeder Kern durch seine chemische Umgebung eine unterschiedlich starke Abschirmung des externen Magnetfeldes erlebt, kann aus dem Spektrum der Larmorfrequenzen auf die Struktur des Moleküls geschlossen werden.

Nach der Erfindung der MR-Tomographie lag es nahe, auch im lebenden Körper MR-Spektren aufzunehmen (in-vivo), um die chemische Zusammensetzung im Körper zu analysieren. Ziel ist es, krankhafte Gewebeveränderungen frühzeitig (ohne Biopsie) zu erkennen und/oder funktionelle Prozesse im Körper abzubilden.

### 11.17.1 Kerne für die in-vivo MR-Spektroskopie

Die Tab. 11.10 zeigt, welche Kerne mit halbzahligem Spin im Körper natürlicherweise vorkommen. Diagnostisch sind Protonen- und Phosphor-Spektren von besonderem Interesse.

**Tab. 11.10** Kerne mit halbzahligem Spin im menschlichen Körper

Kern	Spin	$\gamma^*[\text{MHz}/\text{T}]$	relative Signalstärke	Bereich der chem. Verschiebung [ppm]
$^{11}\text{H}$	1/2	42,6	1	10
$^{19}\text{F}$	1/2	40,1	$4 \cdot 10^{-8}$	150
$^{23}\text{Na}$	3/2	11,3	$1 \cdot 10^{-3}$	-
$^{31}\text{P}$	1/2	17,2	$3 \cdot 10^{-4}$	250
$^{39}\text{K}$	3/2	2,0	$9 \cdot 10^{-5}$	-

Unterschieden werden in Protonenspektren insbesondere die Signale von:

- Phosphocholin (Cho),
- Kreatin/Phosphokreatin (Cr/PCr),
- N-Acetyl-A-Aspartat (NAA),
- Lactate (Lac)

Sie sind z. B. interessant für die genaue Klassifizierung eines Hirntumors.

In Phosphorspektren unterscheidet man beispielsweise

- Adenosintriphosphat (ATP  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ ),
- anorganische Phosphate (Pi),
- Phosphokreatin (PCr),
- Phosphodiester (PDE),
- Phosphomonoester (PME).

Mit Hilfe von Spektren dieser Verbindungen können Stoffwechselprozesse abgebildet werden. So weist eine Zunahme der Pi-Signale und eine Abnahme der PCr-Signale auf eine Ischämie im Herzmuskel hin.

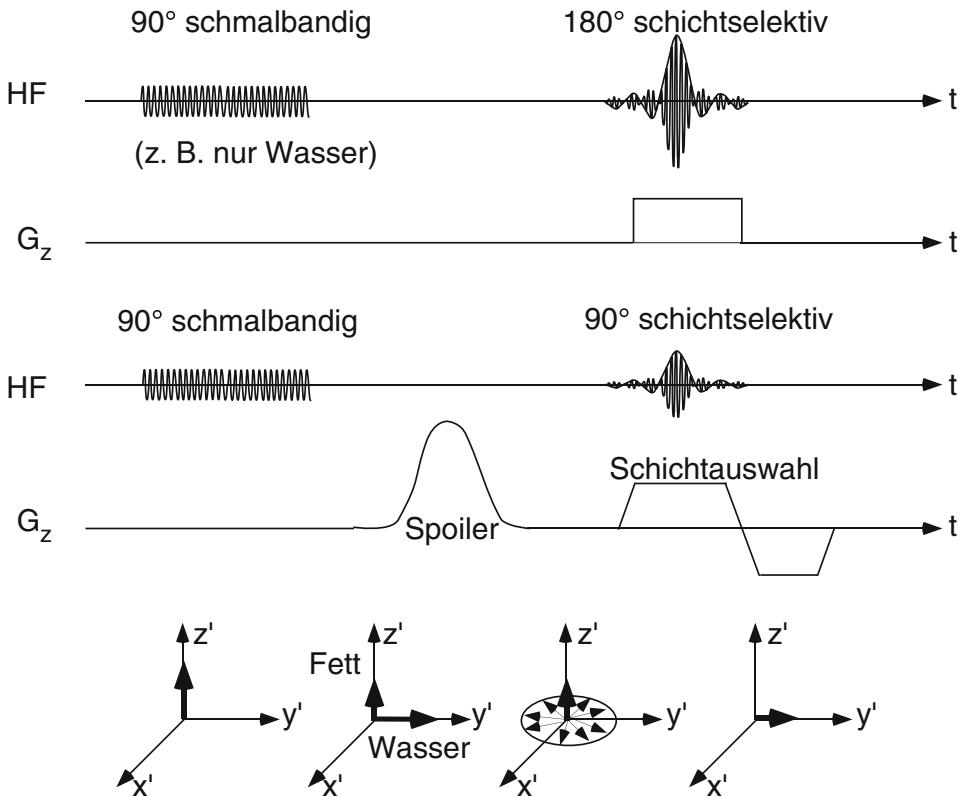
## 11.17.2 Chemical Shift Imaging (CSI)

Bei dieser Gruppe von Verfahren werden nicht „Spektren“ im eigentlichen Sinne dargestellt, sondern nur Bilder von Kernen, deren chemische Verschiebung innerhalb eines vorgegebenen Bereiches liegt.

Zu dieser Gruppe gehören unter anderem folgende Techniken:

- CHESS mit selektiven HF-Pulsen (Chemical-Shift-Selective-Imaging ),
- CHESS mit Gradienten-Umkehr,
- Echo Time Encoded Spectroscopic Imaging.

Hier soll nur die erste Gruppe beschrieben werden.



**Abb. 11.74** Verschiedene CHESS-Sequenzen, oben: selektive Wasser-Anregung, unten: selektive Wasser-Unterdrückung

In der einfachsten Variante von CHESS (Abb. 11.74) wird mit einem schmalbandigen HF-Signal nur die Magnetisierung einer einzigen Spezies (z. B. Wasserprotonen) um  $90^\circ$  geklappt. Es handelt sich um einen relativ langen HF-Puls. Alle Wasserstoff-Spins im gesamten betrachteten Volumen werden umgeklappt d. h. es erfolgt in diesem Schritt keine Schichtselektion.

Dann wird mit einem schichtselektiven  $180^\circ$ -Puls eine Rephasierung eingeleitet und ein Spin-Echo in einer einzigen Schicht erzeugt. Die Frequenz- und Phasencodierung erfolgt wie üblich.

Bei der oben gezeigten Variante in Abb. 11.74. wird wieder schmalbandig angeregt. Hier wird aber die unerwünschte Komponente für die Anregung ausgewählt. Der Beitrag von dieser Quermagnetisierung wird nun durch einen großen „Spoiler“-Gradienten vollständig dephasiert, d. h. zerstört. Danach kann irgendein klassisches MR-Verfahren auf

die verbleibende Längsmagnetisierung angewendet werden. Mit dieser Methode („selektive Sättigung“) können beispielsweise auch die unerwünschten Abbildungsfehler durch die chemische Verschiebung reduziert werden (vergl. Abschn. 11.15.3).

### 11.17.3 Spatially Resolved Spectroscopy

Auch zu dieser Gruppe gehören wieder mehrere Techniken (PRESS, STEAM, ISIS) von denen nur eine hier beschrieben werden soll. Bei all diesen Verfahren werden die Spins in drei orthogonalen Ebenen nacheinander angeregt bzw. rephasiert, so dass zum Schluss nur der Schnittpunkt aller Ebenen – das interessierende Voxel – alle drei HF-Signale richtig gesehen hat. Dann kann das zeitabhängige HF-Signal (ohne Frequenzcodierung!) aufgenommen werden. Durch Fouriertransformation vom Zeitbereich in den Frequenzbereich erhält man das MR-Spektrum des ausgewählten Voxels (Abb. 11.75).

Bei der STEAM-Sequenz wird ein stimuliertes Echo (vergl. Abschn. 11.4.2) nach drei  $90^\circ$ -Anregungen erzeugt. Diese  $90^\circ$ -Anregungen erfolgen aber schichtselektiv mit Gradienten  $G_x$ ,  $G_y$  und  $G_z$ , so dass nur ein Voxel alle drei Anregungen richtig mitbekommen hat. Um unerwünschte Echos zu vermeiden werden geschickt Dephasierungs- und Rephasierungs-Gradienten dazwischen geschaltet.

### 11.17.4 k-Raum-Spektroskopie

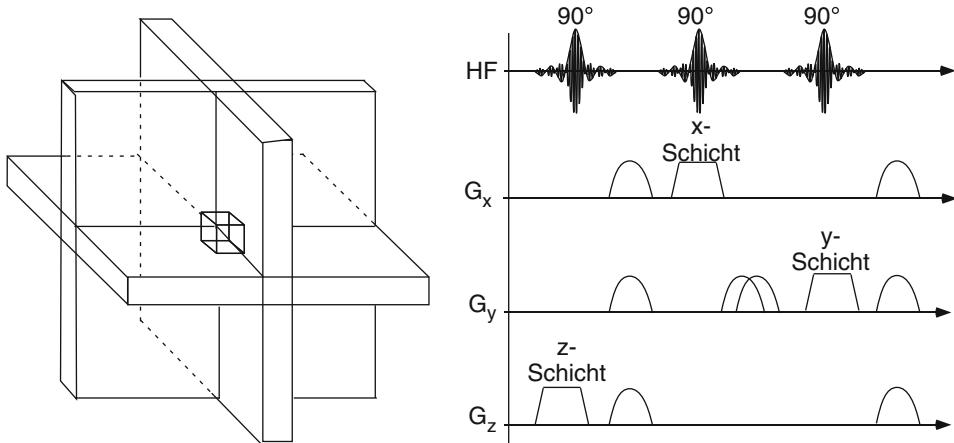
Zur Erklärung dieser Techniken wiederholen wir die Grundgleichung der MR-Tomographie (11.125):

$$\underline{S}(k_x, k_y) = \iint \underline{M}'_{T0}(x, y) \cdot \exp(-jk_x x - jk_y y) dx dy.$$

Wenn wir nun beachten, dass jedes Voxel wegen der chemischen Verschiebung auch noch mit einem Frequenzgemisch sendet, so müssen wir die Gleichung erweitern:

$$\underline{S}(k_x, k_y, t) = \iiint_{xy\omega} \underline{M}'_{T0}(x, y, \omega) \cdot \exp(-jk_x x - jk_y y - j\omega t) dx dy d\omega \quad (11.181)$$

Überraschend ist vielleicht, dass wir in der MR-Tomographie bezüglich des Ortes die Raumfrequenzen messen und durch Fouriertransformation in den Ortsraum kommen, dass wir aber dann die Signale im Zeitbereich messen und durch Fouriertransformation zum



**Abb. 11.75** STEAM-Sequenz und Schichten im Ortsraum. Es wird selektiv nur ein Volumenelement vollständig angeregt. Danach sendet dieses Volumenelement ein Signal aus, welches nach einer Fouriertransformation das Spektrum dieses Volumenelementes zeigt

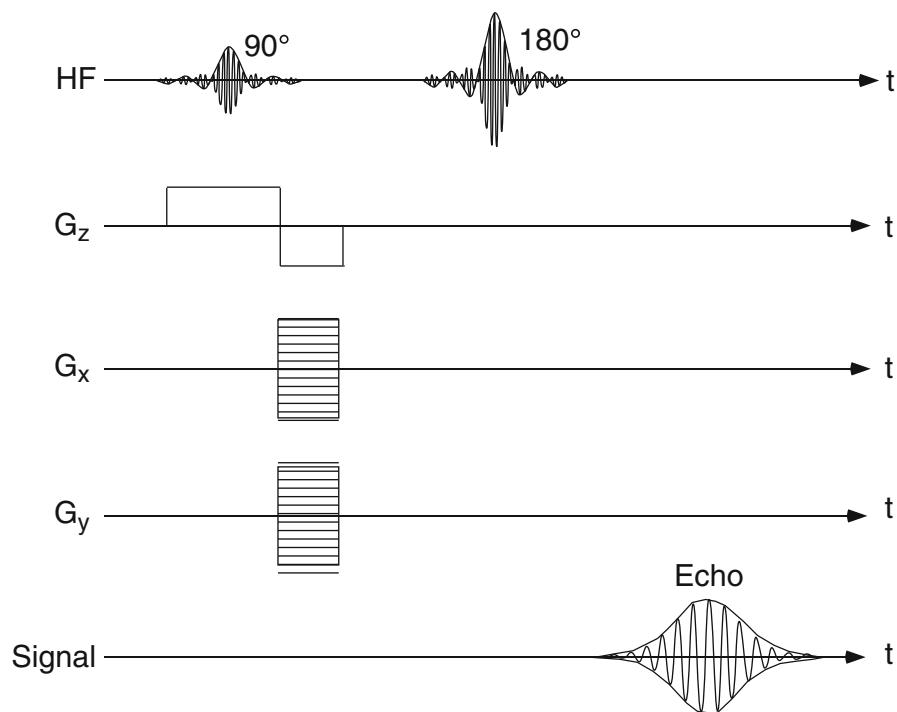
MR-Spektrum gelangen. Betrachten wir aber erst die Vorgehensweise im Einzelnen: Abb. 11.77 zeigt eine mögliche Pulssequenz, die auf einem Spin-Echo basiert.

Durch einen Gradienten  $G_z$  bei der Anregung wird eine Schicht ausgewählt. Mit den Gradienten  $G_x$  und  $G_y$  wird ein Startwert im  $k$ -Raum eingestellt. Bei der Aufnahme des Echoes liegt nun kein Frequenzcodier-Gradient an. Das so aufgenommene Echo enthält das „unverfälschte“ MR-Spektrum, welches durch eine einfache 1D-FFT erhalten werden kann.

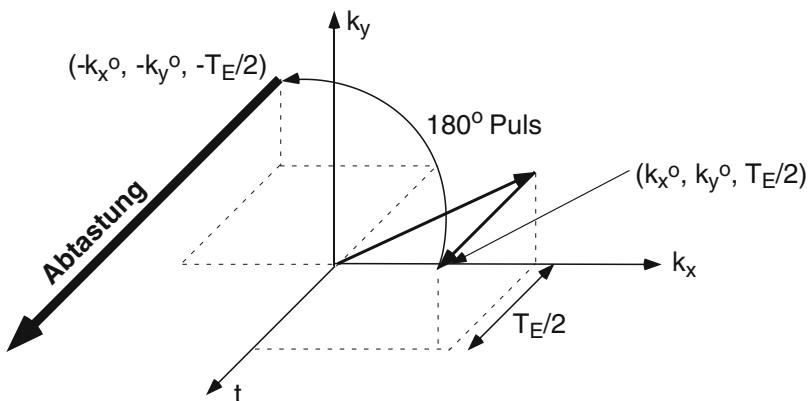
Aber zu welchem Punkt im Raum gehört dieses Spektrum? Zu allen in der ausgewählten Ebene gleichzeitig! Um ein Bild zu bekommen, müssen die Spektren für die ganze  $k_x$ - und  $k_y$ -Ebene aufgenommen werden. Zu jedem Frequenzband erhalten wir durch 2D-FFT ein Bild im Ortsraum. Dieses Bild zeigt dann, wo diese Frequenzkomponente besonders stark aufgetreten ist.

Den Weg bei der Aufnahme durch den 3D- $k$ -Raum zeigt Abb. 11.76 und 11.77.

Das „non-plus-ultra“ ist schließlich die 4D- $k$ -Raum-Spektroskopie: Wie in Abschn. 11.5.8 beschrieben kann man 3D-Bilder komplett im 3D- $k$ -Raum aufnehmen und mit einer 3D-FFT rekonstruieren. Wird nun auch hier jeder Punkt im 3D- $k$ -Raum einzeln durch Phasencodierung angelauft und das Echo ohne Frequenzcodierung aufgenommen, erhält man zu jedem Punkt im 3D- $k$ -Raum ein Signal ( $t$ ). Mit einer inversen 4D-FFT erhalten wir dann zu jedem Raumpunkt ein Spektrum.



**Abb. 11.76**  $k$ -Raum Spektroskopie – Pulssequenz



**Abb. 11.77**  $k$ -Raum-Spektroskopie – Abfragen des  $k$ -Raums plus Zeitachse

## 11.18 Sicherheitsaspekte

### 11.18.1 Magnetische Teile im Untersuchungsraum

Die größte Gefahr bei der MR-Tomographie geht von magnetischen Teilen aus, die unachtsam in den Untersuchungsraum gebracht werden und mit großer Geschwindigkeit in den Magneten fliegen können. Daher werden Patient und Personal in einer Schleuse mit Metall-Detektoren nach metallischen Gegenständen durchsucht.

### 11.18.2 Metallische Teile und Implantate im Patienten

Magnetische Teile wie Schrauben, Kanülen etc. dürfen sich nicht im oder am Patienten befinden. Teile z. B. aus Titan sind mit Sicherheit nicht magnetisch und daher unkritisch.

Herzschriftermacher werden durch das starke Magnetfeld in einen anderen Betriebszustand umgeschaltet. Es muss sichergestellt werden, dass dieser Zustand für die Dauer der MR-Untersuchung unkritisch ist. In Kabel und Elektroden im Körper können große Spannungen induziert werden. Es muss sichergestellt werden, dass diese Spannungen keine gesundheitsschädlichen Folgen haben können.

### 11.18.3 Statisches Magnetfeld

Statische Magnetfelder bis 3 T haben nach der Lehrmeinung von heute keinerlei schädliche Wirkung auf den Körper. Bei sehr schnellen Bewegungen wirkt allerdings eine Lorentz-Kraft auf die Ionen im Körper und die Ionen werden kurzzeitig etwas verschoben. Dies kann zu Schwindelgefühlen und Flimmern vor den Augen führen.

### 11.18.4 HF-Feld

Hier muss darauf geachtet werden, dass die angewendete HF-Leistung nicht zu einer zu starken Erwärmung des Patienten führt (vergl. Mikrowellenofen).

Die „Specific Absorption Rate“ SAR gibt die in einem Voxel deponierte Leistung pro Gewicht des Voxels an (W/kg).

Vom NIH USA sind beispielsweise folgende Grenzwerte vorgeschrieben:

- 0,4 W/kg maximaler Ganzkörper-Mittelwert,
- 8,0 W/kg maximaler SAR-Wert in jedem Voxel vom Körper des Patienten,
- 3,2 W/kg maximaler SAR-Wert in jedem Voxel vom Kopf des Patienten.

Hiermit bleibt die durch einen MR-Tomographen erzeugte Temperaturerhöhung deutlich unter den natürlichen Schwankungen der Körpertemperatur. Es kommt hinzu, dass die durch Wirbelströme im Körper erzeugte Wärme an der Körperoberfläche am größten ist. Hier befinden sich aber unsere Temperatur-Sensoren. Der Patient würde bei einer Überschreitung der Grenzwerte sofort merken, dass es ihm warm wird.

### **11.18.5 Gradientenfelder**

Die Gradientenfelder selber sind viel kleiner als das Grundfeld und daher unkritisch. Wichtig ist, dass diese Gradientenfelder extrem schnell geschaltet werden. Hierdurch entstehen kurzzeitige induzierte Ströme im Körper. Neueste MR-Tomographen können extrem große Gradienten so schnell schalten, dass Nerven stimuliert werden und der Patient anfängt zu zucken. Solche extremen Gradienten-Umschaltungen werden in der klinischen Praxis nicht verwendet. Die Wirkung ist darüber hinaus nicht gesundheitsschädlich. Sie ist vergleichbar mit der Wirkung von Magnetfeld-Stimulatoren wie sie in der neurologischen Diagnostik eingesetzt werden.

### **11.18.6 Schall**

Beim Schalten der Gradientenspulen entstehen Kräfte auf die Leiterbahnen, die mit extrem stabilen Konstruktionen abgefangen werden müssen. Trotzdem entsteht beim Schalten ein Knall. Beim schnellen und häufigen Schalten ergibt sich ein unangenehmer Krach im Tomographen. Um Schäden am Gehör auszuschließen ist inzwischen ein maximaler Geräuschpegel vorgeschrieben. Auch muss ein Gehörschutz getragen werden.

---

## **11.19 Anwendungen der MR – Tomographie**

Die Tab. 11.11 zeigt die diagnostischen Fragestellungen, bei denen als erste Methode die MR-Tomographie eingesetzt wird. Die Liste ist nicht vollständig und erweitert sich ständig. Die größte Bedeutung hat die MR-Tomographie im Bereich der Erkrankungen des Gehirns und bei Tumoren der „weichen“ Organe (Abb. 11.78, 11.79 und 11.80).

**Tab. 11.11** Anwendungen der MR-Tomographie

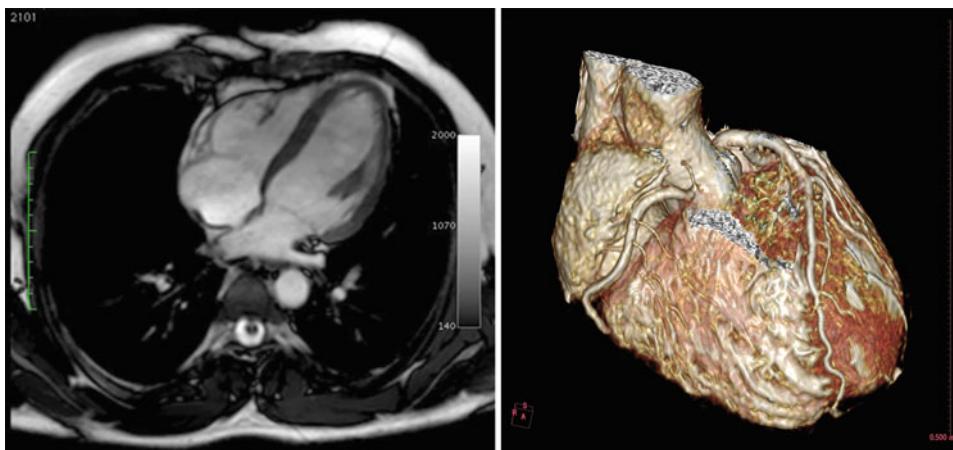
Kopf	Progressives neurologisches Defizit (Tumorverdacht), Fluktuerendes neurologisches Defizit (Multiple Sklerose), Fokale Epilepsie, Limbische Epilepsie ( Hippokampus), Demenz und assoziierte Syndrome (Alzheimersche Krankheit etc.), Chronischer Kopfschmerz mit neurologischem Defizit, Mentale Retardierung (cerebrale Anlagestörungen, Leukodystrophie).
Spinalkanal	Myelopathie (Erkrankungen des Rückenmarkes), Tumor, Diskusprolaps (Bandscheiben Vorfall), Vaskuläre Malformation, Blutung, Infarkt, Spinale traumatische Folgezustände.
HNO	Verdacht auf Tumor im Bereich Nase, Rachen, Mund, Zunge.
Thoraxorgane	Thoraxwand, Pleura, Mediastinum (Verdacht auf Tumor)
Augenheilkunde	Orbita (Erkrankungen der Augenhöhle), Intra-Okuläre Tumoren
Herz-Kreislauf-System	Vena cava superior/inferior, (Verdacht auf Thrombose oder Verschluss)
Bewegungsapparat	Nekrosen („Absterben von Knochengewebe“) Meniskusschaden, Kreuzbandschaden, Erkrankungen von Knorpel und Synovialis Innenschicht der Gelenkkapsel
Gastroenterologie	Leber, Gallenblase, Pankreas (Verdacht auf Tumor)
Urologie	Prostata (Verdacht auf Tumor)
Gynäkologie	Uterus Neoplasien („Neubildung von Gewebe“)



**Abb. 11.78** Magnetresonanz-Tomographie-System (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 11.79** Oberflächenspule (Quelle: Philips Healthcare)



**Abb. 11.80** MRT-Bild vom Herz. links: Schnittbild, rechts: 3D-Bild (Quelle: Philips Healthcare)

## Literatur

1. Lauterbur P.: Image formation by induced local interactions: Examples employing nuclear magnetic resonance. *Nature*, 242, 190–191, 1973.
2. Mansfield P.: Multi-planar image formation using NMR spin echoes. *Journal of Physics C*, 10, 55–58, 1977.
3. Hennig J., Nauerth A., Friedburg H.: RARE imaging: a fast imaging method for clinical MR. *Magnetic Resonance in Medicine*, 3, 823–833, 1986.
4. Chen C.N., Hoult D.I.: *Biomedical Magnetic Resonance Technology*. Bristol and New York: Adam Hilger, 1989.
5. Cohen M. S., Weisskoff R. M.: Ultra-fast imaging. *Magn. Reson. Imaging*, 9, 1–37, 1991.
6. Haacke E. M., Brown R.W., Thomson M. R., Venkatesan R: *Magnetic resonance imaging: physical principles and sequence design*. New York: John Wiley and Sons, 1996.
7. Macovski A.: Noise in MRI. *Magn. Reson. Med.*, 36 (3), 494–497, 1996.
8. Wright G.W.: Magnetic resonance imaging. *IEEE Signal Processing Magazine*, 14, 56–66, 1997.
9. Pruessmann K. P., Weiger M., Scheidegger M. B., et al.: SENSE: sensitivity encoding for fast MRI. *Magn. Reson. Med.*, 42 (5), 952–962, 1999.
10. Vlaardingerbroek M. T., den Boer J. A.: *Magnetic resonance imaging, theory and practice*. 3., Berlin: Springer Verlag, 2002.
11. Oppelt A.: *Imaging Systems for Medical Diagnostics*. Erlangen: Publicis, 2005.
12. Pruessmann K. P.: Encoding and reconstruction in parallel MRI. *NMR Biomed.*, 19(3), 288–299, 2006

Magnetic Particle Imaging (MPI) ist das jüngste Verfahren, welches in diesem Buch beschrieben wird. Es wurde 2001 erfunden und 2005 publiziert [1, 2]. Magnetische Nanopartikel, die in den Körper des Patienten eingebracht werden, können mit hoher Zeit- und Ortsauflösung verfolgt werden. Beispielsweise kann man untersuchen, wo ein Bolus aus Blut, der mit magnetischen Nanopartikel angereichert wurde, hin wandert und wie schnell das geschieht. Im Prinzip ist MPI eine quantitative Methode, d.h. mit MPI kann die genaue Konzentration der Nanopartikel in jedem Volumenelement des Körpers bestimmen. Werden die magnetischen Nanopartikel funktionalisiert, so wird auch molekulare Bildgebung möglich. Die funktionalisierten Partikel reichern sich in den Bereichen des Körpers an, wo sie an das passende „Gegenmolekül“ (z. B. Antigen) andocken können. So kann sichtbar gemacht werden, wo sich diese „Gegenmoleküle“ im Körper befinden.

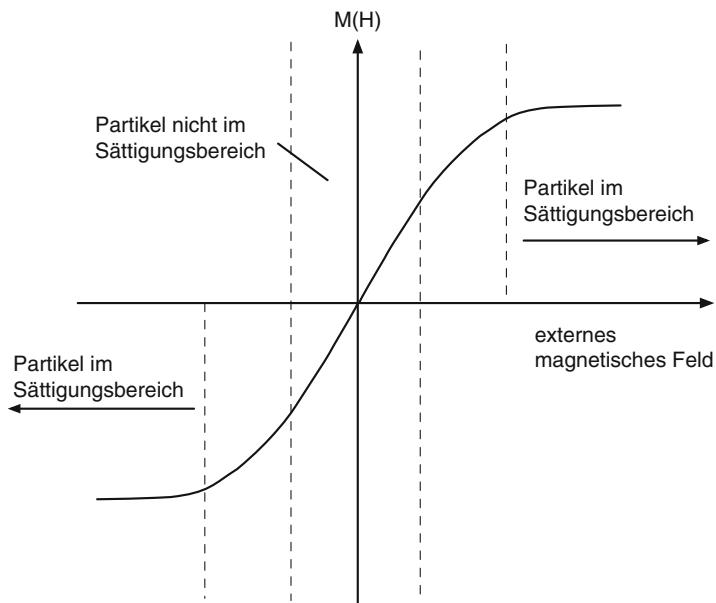
Die Methode ist weitgehend ungefährlich für den Patienten. Es wird keine ionisierende Strahlung wie beim Röntgen und bei der CT verwendet und es werden keine radioaktiven Isotope in den Körper gebracht wie bei SPECT und PET. Der Patient befindet sich einfach nur in verschiedenen Magnetfeldern. Diese Magnetfelder und ihre zeitliche Änderung können so eingestellt werden, dass kein Schaden für den Patienten entstehen kann [6]. Es muss nur sichergestellt werden, dass die Nanopartikel nicht toxisch sind und nach der Untersuchung den Körper auf natürlichem Wege wieder verlassen.

Die Methode ist noch im Bereich der Forschung angesiedelt. An Mäusen konnten spektakuläre Ergebnisse erzielt werden [3]. MPI Systeme, die so groß sind, dass ein Mensch hinein passt, werden gerade gebaut.

## 12.1 Idee und Zielsetzung des Magnetic Particle Imaging

Magnetische Nanopartikel mit einem Durchmesser von 10 nm bis 100 nm [4] sind „superparamagnetisch“ (z. B. SPIO = Superparamagnetic Iron Oxide). Sie bestehen im Gegensatz zu ferromagnetischen Materialien nur aus einer einzigen Domäne. Diese Domäne lässt sich leicht drehen (Neel-Effekt). Außerdem kann sich das Teilchen leicht in einem äußeren Feld drehen und damit ausrichten (Brown-Bewegung). Die thermische Bewegung der Teilchen schüttelt aber die Magnetisierung in einem kleinen äußeren Feld immer wieder durcheinander. Je größer das äußere Feld, desto stärker die Ausrichtung und damit die Magnetisierung. Dieses Phänomen geht dann in die Sättigung, wenn die Nanopartikel alle weitgehend ausgerichtet sind. Dann wird ein stärkeres äußeres Feld nicht mehr zu einer Zunahme der Magnetisierung führen: die Magnetisierung geht in die Sättigung (Abb. 12.1).

Wird nun ein magnetisches Wechselfeld, z. B. ein sich sinusförmig änderndes Feld, angelegt, so folgt die Magnetisierung dem äußeren Feld. Bei kleinen Amplituden des äußeren Magnetfeldes wird eine Empfangsspule, welche die Magnetisierung der Probe detektiert, ebenfalls ein sinusförmiges Signal aufzeichnen. Ist die Amplitude des äußeren Magnetfelds so groß, dass die Sättigungsmagnetisierung erreicht wird, so wird die Magnetisierung zunehmend rechteckförmig verlaufen und es werden höhere Harmonische in der Empfangsspule auftauchen. Diese höheren Harmonischen zeigen sehr sensitiv das Vorhandensein von magnetischen Nanopartikeln in der Probe an. Die Grundfrequenz in



**Abb. 12.1** Magnetisierungskurve von superparamagnetischen Nanopartikeln

der Empfangsspule wird durch das von außen angelegte Feld überlagert. Aber die höheren Harmonischen werden nur durch die magnetischen Nanopartikel verursacht.

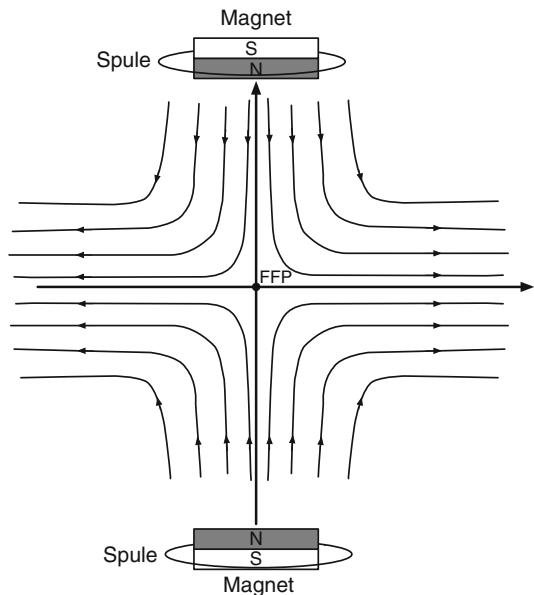
So weit ist nun erklärt, wie im Körper des Patienten die magnetischen Nanopartikel nachgewiesen werden können: man nehme ein äußeres magnetisches Wechselfeld (z. B. 25 kHz) mit ausreichend großer Amplitude (z. B.  $B_0 = 10\text{mT}$ ) und detektiere mit einer Empfangsspule die höheren Harmonischen (im Beispiel also 50 kHz, 75 kHz, 100 kHz....). Zu einem bildgebenden System gehört aber auch, dass der Ort der Nanopartikel im Körper bestimmt werden muss. Es muss also noch eine Ortscodierung hinzukommen.

Die entscheidende Idee, die das Problem löst, ist die Generierung eines weiteren äußeren Feldes, welches nur an einer Stelle einen feldfreien Punkt (FFP) aufweist und ansonsten so groß ist, dass alle Nanopartikel immer (auch beim „Wackeln“ durch das oben beschriebene Wechselfeld) in der Sättigung sind. Dann können diese Teilchen keinen Beitrag zum Signal und insbesondere zu den höheren Harmonischen liefern. Wird dann dieser feldfreie Punkt durch den Körper des Patienten geschoben („scan“) so kann man der Reihe nach jedes Volumenelement nach magnetischen Nanopartikeln absuchen.

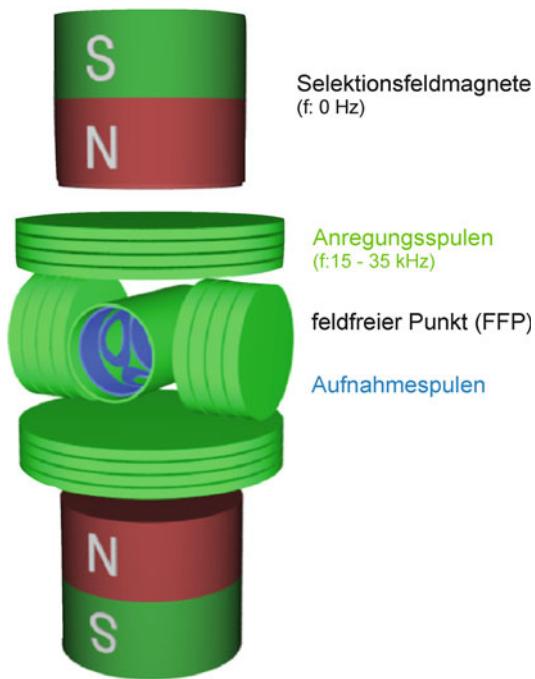
Abbildung 12.2 zeigt, wie durch zwei Magnete, deren Nordpole zueinander zeigen, in der Mitte ein feldfreier Punkt erzeugt werden kann.

Den feldfreien Punkt könnte man durch den Körper des Patienten bewegen, indem man den Patienten verschiebt. Das wäre etwas unpraktisch. Besser ist es, man konstruiert in das System drei weitere orthogonale Spulen, die weitgehend homogene Magnetfelder in x-, y- und z-Richtung erzeugen, und die damit den feldfreien Punkt um einige Zentimeter verschieben können (Abb. 12.3).

**Abb. 12.2** Erzeugung eines feldfreien Punktes durch zwei Magnete, deren Nordpole zueinander zeigen [7]



**Abb. 12.3** Spulenanordnung für das Magnetic Particle Imaging [7]



Das Wechselfeld (z. B. 25 kHz), welches dafür sorgt, dass die Nanopartikel die Magnetisierungskurve durchlaufen, wird Modulationsfeld genannt. Das statische Feld, welches genau in der Mitte des Systems einen feldfreien Punkt erzeugt, wird Selektionsfeld genannt. Das Feld, welches den FFP durch den Körper des Patienten schiebt, wird als Anregungsfeld („drive field“) bezeichnet.

Ein relativ einfacher Gedankengang führt zu einer wichtigen Vereinfachung des Systems: In der Empfangsspule wird die zeitliche Änderung des magnetischen Flusses detektiert (Induktion). Bei der oben beschriebenen Methode wird diese zeitliche Änderung durch das Modulationsfeld erzeugt. Wandert man nun aber mit dem Anregungsfeld, welches den FFP durch den Körper bewegt, von einem Gebiet ohne Nanopartikel in ein Gebiet mit Nanopartikeln, so wird es ebenfalls zu einer zeitlichen Änderung der Magnetisierung kommen, die detektiert werden kann. Das schnelle sinusförmige Scannen der Probe mit dem Anregungsfeld („drive field“) kann damit das Modulationsfeld ersetzen.

Mit dem Anregungsfeld kann typischerweise nur ein Gebiet von einigen Zentimetern gut ausgelesen werden, sonst werden die Amplituden der Felder bzw. der Ströme in den Spulen zu groß. Mit Hilfe eines sogenannten Fokusfeldes kann der Mittelpunkt des Bereiches, den das Anregungsfeld überstreicht (Fokus), sukzessive verschoben werden. Hierzu sind größere Felder nötig, die durch größere Spulen erzeugt werden.

Schnelle Änderungen von Strömen sind in Spulen mit großer Induktivität nur schwer möglich, aber das Fokusfeld muss auch nur deutlich langsamer als das Anregungsfeld von einem Gebiet auf das nächste Gebiet umschalten.

## 12.2 Die Bildrekonstruktion

Viele Aspekte beeinflussen das Bild, welches am Ende aus den Messdaten rekonstruiert werden kann. Im Vordergrund stehen dabei die Gradienten, die im Bereich des FFP erzeugt werden können, denn sie bestimmen stark die Auflösung, die man mit dem System erreichen kann. Aber auch die Bandbreite des Systems und damit die Zahl der höheren Harmonischen, die aufgenommen werden, ist wichtig. Das Rauschen muss minimiert werden – es bestimmt die kleinstmögliche Menge an Nanopartikeln, die noch nachgewiesen werden kann.

Das Abbildungsverhalten eines MPI Systems wird meistens durch eine Punktbildfunktion beschrieben, die für jeden Ort im Raum einzeln aufgenommen wird [8]. Dazu wird eine sehr kleine Probe mit einer hohen Konzentration an Nanopartikeln (Delta-Peak) mit Hilfe eines Verschiebungssystems an viele Punkte N im Ortsraum gebracht und die Systemantwort gemessen. Die Systemantwort besteht aus K Messwerten, die man erhält, wenn der FFP über den Ort der Probe geschoben wird. Damit wird die Systemantwort zu einer K\*N Matrix  $G_{kn}$ . Mit Hilfe dieser Matrix kann nun das „Vorwärtsproblem“, also die Bestimmung aller Messsignale bei einer beliebigen Verteilung von Nanopartikeln  $C_n$ , bestimmt werden.

$$U_k^{mess} = \sum G_{kn} \cdot C_n \quad (12.1)$$

Wird dieses lineare Gleichungssystem nach den unbekannten Konzentrationen  $C_n$  aufgelöst, könnte das „inverse Problem“ gelöst und aus den Messdaten die zugehörige Konzentrationsverteilung bestimmt werden. Leider ist dieses Problem in der Regel „schlecht gestellt“. Das bedeutet, dass kleine Messfehler zu großen Fehlern im Bild führen (vergl. Abschn. 14.5). Man muss eine Regularisierungstechnik verwenden, um zu einer stabilen Lösung zu kommen. Die sogenannte Tikhonov-Regularisierung ist gut geeignet. Sie besagt, dass man diejenige Lösung wählt, die am besten zu den Messdaten passt und gleichzeitig eine Bedingung erfüllt, wie z. B. die Bedingung, dass die Norm der Lösung so klein wie möglich sein soll.

$$\left\| U_k^{mess} - \sum G_{kn} \cdot C_n \right\|^2 + \lambda^2 \left\| \sum C_n \right\|^2 = \min \quad (12.2)$$

Mit dieser Regularisierung kann eine gute Schätzung der Konzentrationsverteilung gefunden werden.

## 12.3 Zukünftige Entwicklungen

Eine interessante Variante des MPI ist die Realisierung einer feldfreien Linie an Stelle eines feldfreien Punktes. Dann trägt ein Integral der Nanopartikel-Konzentrationen auf einer Linie durch den Körper des Patienten zum Signal bei. Wird diese Linie unter vielen Winkeln zwischen  $0^\circ$  und  $180^\circ$  durch den Körper gelenkt, so erhält man einen Datensatz, der unmittelbar in die Rekonstruktionsalgorithmen der Computertomographie gegeben werden kann. Man verspricht sich davon ein besseres Signal-Rausch-Verhältnis bei gleicher Messzeit.

Wird die Magnetisierungskurve in Abb. 16.1 immer schneller durchlaufen (z. B. bis 100 kHz), so kommt es zu zwei Relaxationsprozessen. Bei einer ersten charakteristischen Frequenz kann die Drehung der Nanopartikel im äußeren Feld nicht mehr folgen (vergl. Brown-Relaxation). Dieser Effekt hängt davon ab, wie groß das Nanoteilchen ist, wie groß die Hydrathülle ist, die das Teilchen umgibt und insbesondere auch, ob sich das Teilchen an eine Zelle angedockt hat oder nicht. Bei einer zweiten deutlich höheren Frequenz kann auch das Drehen der Magnetisierung innerhalb des Teilchens nicht mehr folgen (vergl. Neel-Relaxation). Es kommt jeweils zu Phasenverschiebungen zwischen der anregenden Sinusfunktion und dem Signal der Magnetisierung. Durch die MPI-Messung bei zwei Frequenzen könnte man herausfinden, ob die Nanoteilchen gebunden sind oder ob sie sich frei in der Lösung bewegen. Das könnte für die molekulare Bildgebung mit funktionalisierten Nanopartikeln wichtig sein.

---

## 12.4 Mögliche Anwendungen

Im Vordergrund stehen zunächst Anwendungen im Bereich der Angiografie. Wird ein Bolus in das Blut gegeben, der mit Nanopartikeln angereichert ist, so wird sich dieser Bolus im Körper ausbreiten. So kann das Schlagvolumen dargestellt werden, aber auch Stenosen und Aneurysmen. Der Bolus wird in den Herzmuskel gelangen und kann dort die lokale Perfusion abbilden. Er kann auch in die Niere gelangen und dort die Durchblutung zeigen.

In Zukunft wird es von besonderem Interesse sein, mit funktionalisierten Nanoteilchen molekulare Bildgebung zu ermöglichen. Dabei werden an die Oberfläche der Nanoteilchen Biomoleküle angelagert, die sich im Körper an genau ein anderes Molekül anlagern (Schlüssel-Schloss-Prinzip, Gen und Antigen). So können Biomarker, die auf bestimmte Krankheiten hinweisen, ortsaufgelöst im Körper detektiert werden.

## Literatur

1. Gleich B.: German Patent No. DE-10151778-A1, 2001.
2. Gleich B., Weizenecker J.: Tomographic imaging using the nonlinear response of magnetic particles. *Nature*, 435, 1214–1217, 2005.
3. Gleich B., Weizenecker J., Borgert J.: Experimental results on fast 2D-encodedmagnetic particle imaging. *Phys. Med. Biol.* 53: N81–N84, 2008.
4. Ferguson M. R., Minard K., Krishnan K.M.: Optimization of nanoparticle core size for magnetic particle imaging; *Journal of Magnetism and Magnetic Materials* 10, 1548–1551, 2009.
5. Special Issue Magnetic Particle Imaging, *Biomedical Engineering – Biomedizinische Technik*, Guest Editor: Th. Buzug, 58(6), 2013.
6. Dössel O., Bohnert J.: Safety considerations for magnetic fields of 10mT to 100mT amplitude in the frequency rage of 10 kHz to 100 kHz for magnetic particle imaging, *Biomedical Engineering – Biomedizinische Technik*, 58(6), 611–621, 2013.
7. Bohnert, J.: Effects of Time-Varying Magnetic Fields in the Frequency Range 1 kHz to 100 kHz upon the Human Body, Dissertation, Karlsruher Institut für Technologie, 2012.
8. Buzug Th., Gleich B. Borgert J.: Magnetic Particle Imaging. in: Dössel O., Buzug Th. Ed.: *Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung*, Berlin: deGruyter, 2015.

Der Impedanztomographie lag die Beobachtung zugrunde, dass jedes Körpergewebe einen spezifischen elektrischen Widerstand hat und dass sich dieser Widerstand ändert, wenn das Gewebe sich krankhaft verändert. Schnell wird deutlich, dass der Begriff „ohmscher Widerstand“ dem Phänomen nicht gerecht wird: bei Anlegen einer Wechselspannung zeigt sich bei vielen Frequenzen eine Phasenverschiebung zwischen Strom und Spannung, oder anders ausgedrückt: die Impedanz von Körpergewebe hat einen Real- und einen Imaginärteil. Beide Anteile könnten sich bei einer Erkrankung ändern. Die Impedanztomographie hat nun das Ziel, diese Veränderungen der Impedanz zu messen, ohne dabei eine Probe aus dem Körper herausschneiden zu müssen.

---

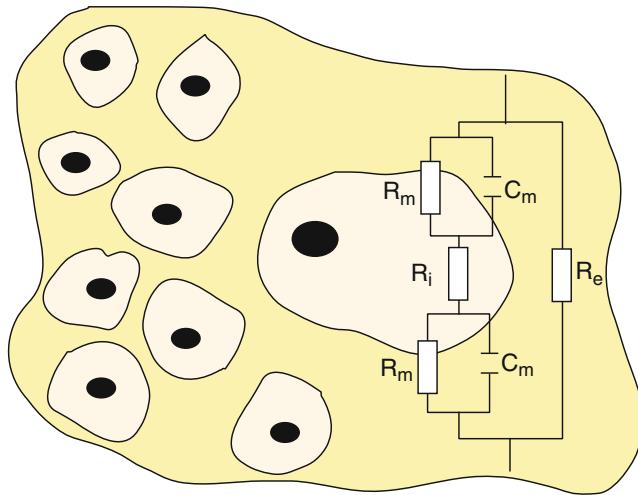
## 13.1 Elektrische Impedanz von Körpergewebe

Der menschliche Körper besteht – etwas vereinfacht – aus Zellen und dem Bereich zwischen den Zellen, dem Extrazellulärraum. Die mikroskopischen elektrischen Eigenschaften lassen sich in erster Näherung durch ein RC-Ersatzschaltbild modellieren (Abb. 13.1).

In diesem Zusammenhang werden nur die „passiven“ elektrischen Eigenschaften betrachtet, d. h. Aktionspotentiale und deren Weiterleitung werden hier nicht diskutiert. Der Übergang vom mikroskopischen zum makroskopischen Bild führt zu einem vereinfachten Ersatzschaltbild (Abb. 13.2).

$$Z = R_\infty + \frac{R_o - R_\infty}{1 + j\omega(R_o - R_\infty)C}. \quad (13.1)$$

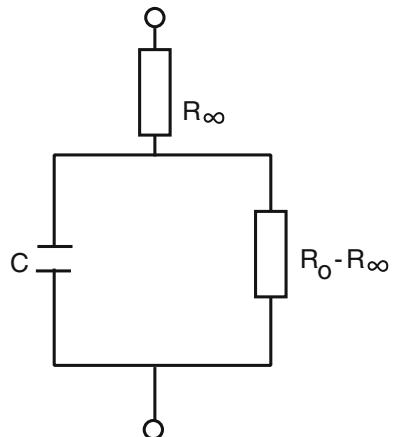
Es ist zu beachten, dass durch die Frequenzabhängigkeit der Dielektrizitätskonstanten von Körpergewebe die Kapazität C frequenzabhängig ist. Das Ersatzschaltbild mit einem konstanten C gilt also nur in einem eingeschränkten Frequenzbereich.



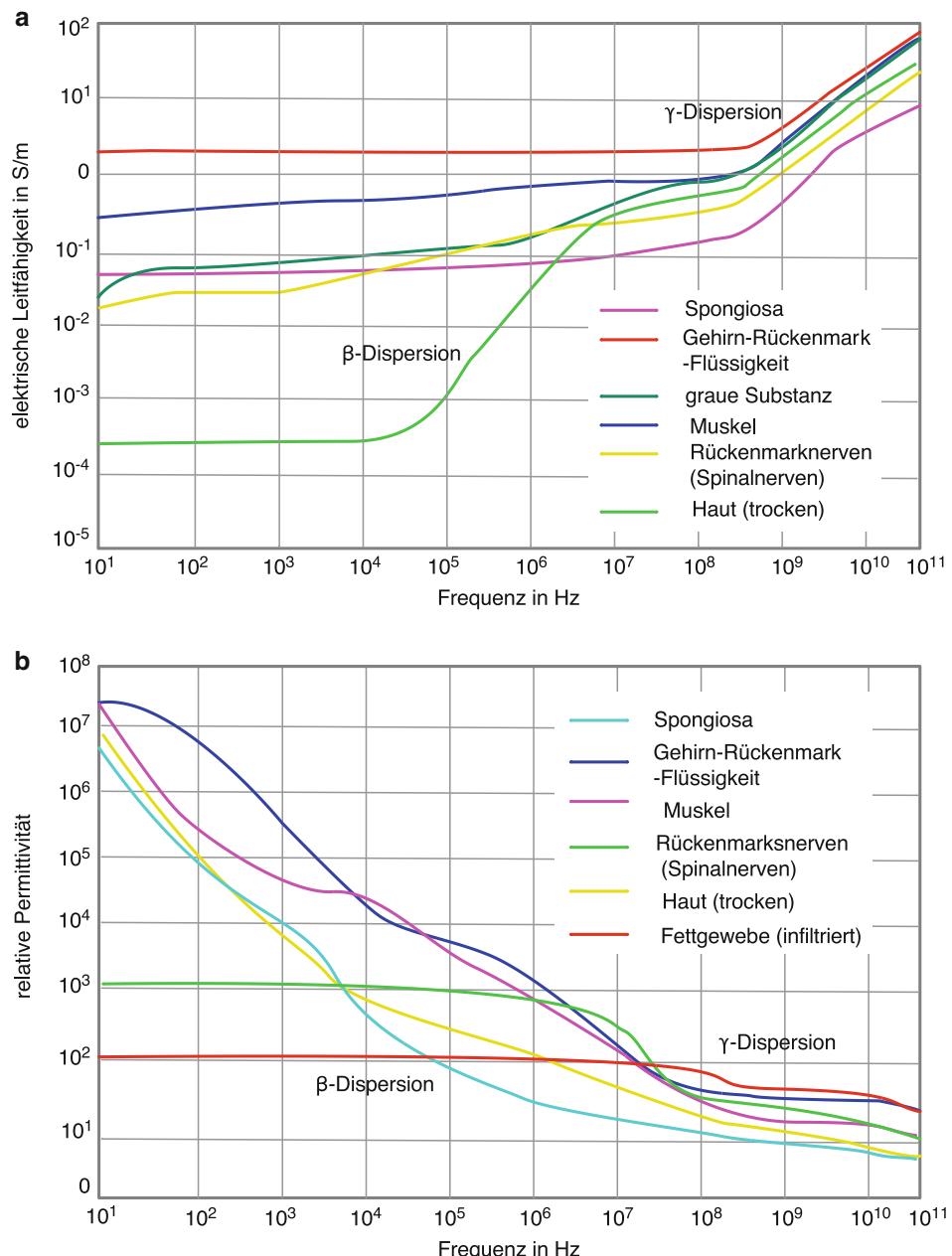
$R_e$  = Widerstand des Extrazellulärraumes,  
 $R_m$  = Transmembran-Widerstand,  
 $C_m$  = Transmembran-Kapazität,  
 $R_i$  = Widerstand des Zell-Innenraumes.

**Abb. 13.1** Mikroskopisches, elektrisches Ersatzschaltbild der Impedanz von Körpergewebe

**Abb. 13.2** Vereinfachtes makroskopisches Ersatzschaltbild der Impedanz von Körpergewebe



Offenbar hat die Impedanz einen Realteil und einen Imaginärteil. Der Realteil wird bestimmt durch die ohmsche Leitfähigkeit des Gewebes, der Imaginärteil kann aus der Dielektrizitätskonstanten (Permittivität) des Gewebes berechnet werden. Gabriel, Lau und Gabriel haben 1996 Messungen der Impedanz von vielen Körpergewebe-Arten über einen großen Frequenzbereich publiziert und Gleichungen vorgeschlagen, mit denen der Frequenzgang approximiert werden kann [1]. Abbildung 13.3 zeigt den Verlauf von Leitfähigkeit und Permittivität für eine kleine Auswahl von Gewebearten.



**Abb. 13.3** Frequenzgang der Leitfähigkeit und der Permittivität von Körergewebe, Auswahl aus der Publikation von Gabriel, Lau und Gabriel [1]

Die Impedanz von Körpergewebe kann sich deutlich ändern, wenn das Gewebe z. B. schlecht durchblutet ist oder im Fall von Lungengewebe schlecht ventiliert ist. So begründet sich die Annahme, dass die In-vivo-Messung von Impedanzen im Körper einen diagnostischen Wert hat.

Weiterhin ist wichtig, dass eine anisotrope Zellstruktur wie sie z. B. in Muskelfasern vorliegt, dazu führt, dass die Impedanz im makroskopischen Ersatzschaltbild ebenfalls anisotrop ist.

---

## 13.2 Elektroden

Um die Impedanz von Körpergewebe zu messen, muss ein Strom in den Körper eingeprägt werden. In den Elektroden, die an der Haut des Körpers angebracht werden, erfolgt der Übergang von der Elektronen- zur Ionenleitung. Üblicherweise werden Silberelektroden verwendet, die mit dem schwerlöslichen Salz Silberchlorid ( $\text{AgCl}$ ) überzogen sind.

Das Ersatzschaltbild des Übergangs Elektrode-Körper ist eine Reihenschaltung aus einem Widerstand  $R_{\text{oel}}$  und einer Parallelschaltung aus  $R_{\text{pel}}$  und  $C_{\text{pel}}$  (Abb. 13.4).

$R_{\text{pel}}$  und  $C_{\text{pel}}$  sind genau genommen frequenzabhängig und nehmen mit zunehmender Frequenz kontinuierlich ab. Damit die Impedanzmessung nicht durch die Elektrodeneigenschaften verfälscht wird, sollte die Elektrodenimpedanz klein sein gegen die zu messende Gewebeimpedanz. Daher werden für die Impedanztomografie meistens Frequenzen oberhalb von 10 kHz eingesetzt.

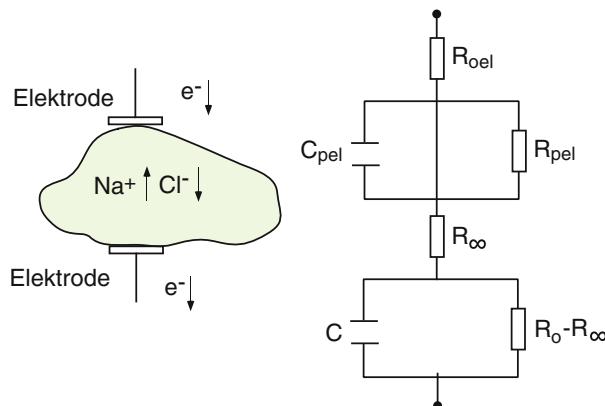
Die Vierleiter-Technik kann das Problem mit der Elektrodenimpedanz elegant lösen. Hierbei wird ein Strom über zwei Elektroden an der Haut eingespeist und mit zwei anderen Elektroden der Spannungsabfall über dem Gewebe möglichst hochohmig gemessen. Der Spannungsabfall über der Elektrode selber fällt damit nicht mehr ins Gewicht. Bei der Bestimmung der Gewebeimpedanz aus der gemessenen Spannung muss nun aber die genaue Geometrie der Anordnung berücksichtigt werden (Abb. 13.5).

---

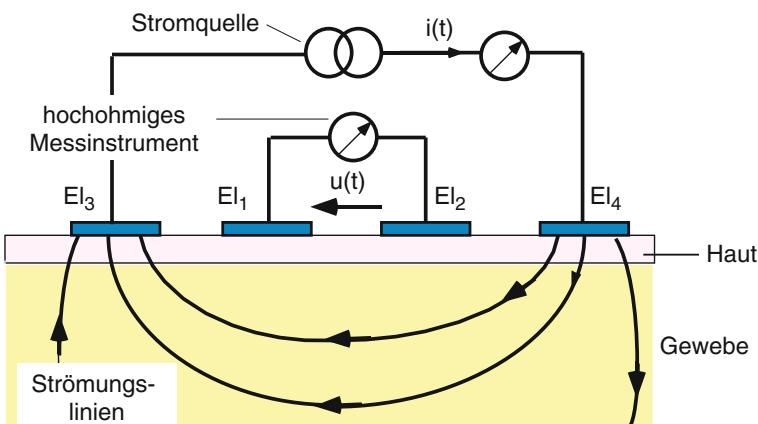
## 13.3 Stromquelle

Die Stromquelle soll einen konstanten Wechselstrom weitgehend unabhängig vom Lastwiderstand und symmetrisch zur Erde in den Körper einprägen.

Die Erdung des Patienten darf die Stromverteilung nicht verändern. Die Ausgangsspannung eines Sinusgenerators wird über einen Impedanzwandler an die Eingänge von zwei gegenphasig arbeitenden, gesteuerten Stromquellen geführt. Die Stromquellen werden mit dem Potentiometer jeweils so eingestellt, dass sie einen nahezu unendlich kleinen Innenleitwert haben. Durch die aktive Abschirmung werden störende Einflüsse durch die Leitungskapazität vermieden. Die Ströme, die in den menschlichen Körper eingeprägt werden, dürfen die gesetzlich vorgeschriebenen Grenzwerte nicht überschreiten. Bei der Impedanztomografie wird typischerweise bei 50 kHz mit 5 mA gearbeitet (Abb. 13.6).



**Abb. 13.4** Ersatzschaltbild der Elektrode in Reihe mit dem Ersatzschaltbild von Körpergewebe

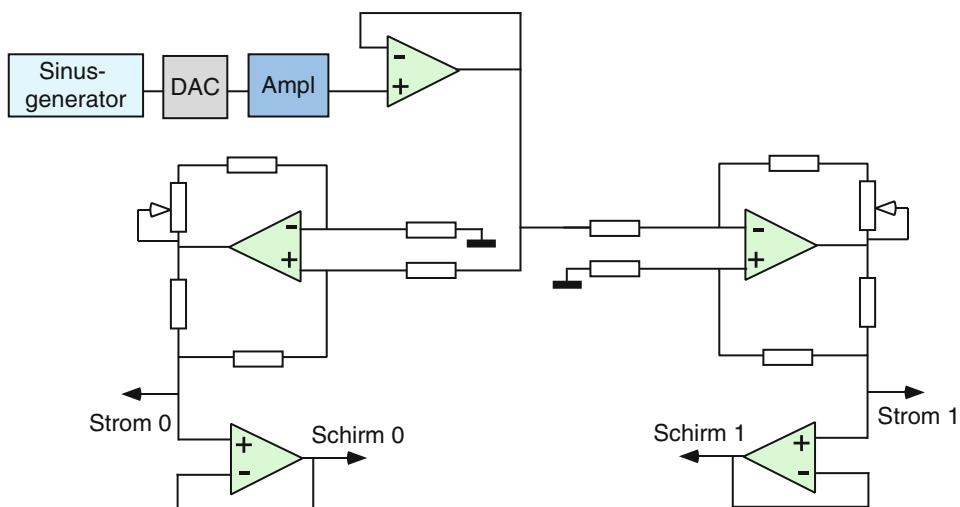


**Abb. 13.5** Vierelektroden-Messtechnik

## 13.4 Messverstärker

Die an den Elektroden gemessenen Potentiale werden über einen Impedanzwandler einem Differenzverstärker zugeführt. Dann erfolgt entweder analog oder digital eine frequenz- und phasenselektive Gleichrichtung.

In der analogen Version erfolgt eine Mischung, d. h. Multiplikation mit dem Signal des Master-Oszillators von der Stromquelle. Danach wird die beim Mischen auftretende doppelte Oszillatorkennfrequenz durch einen Tiefpass abgetrennt. Erwartet man komplexe



**Abb. 13.6** Stromquelle bei der Impedanztomographie

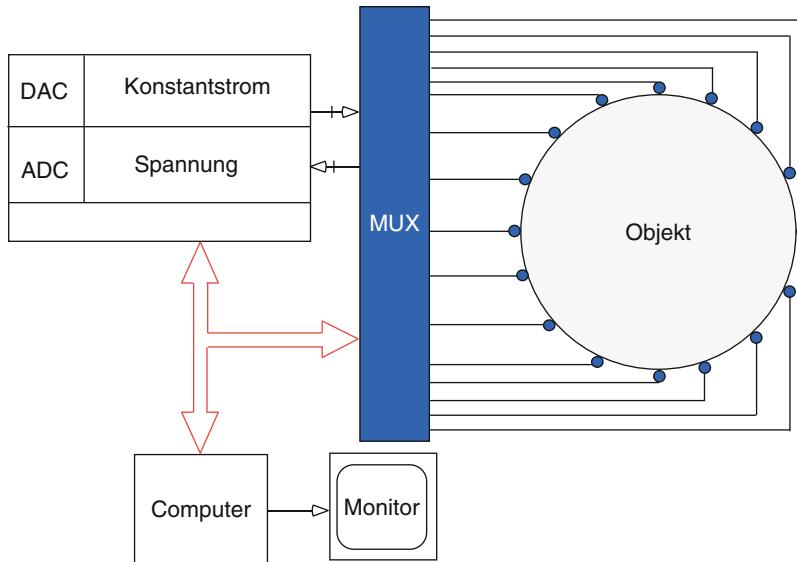
Körperimpedanzen, muss auch die Phasenlage zwischen Strom und Spannung gemessen werden. Hierzu bietet sich ein Quadratur-Detektor an, bei dem das gemessene Elektrodenpotential in einem zweiten Auswertezweig mit einem um  $90^\circ$  phasenverschobenen Oszillator multipliziert wird (vergl. Quadratur-Detektor beim US, Abb. 10.35 und bei der MRT, Abb. 11.11).

In der digitalen Version wird das an den Elektroden gemessene Signal sofort auf einen AD-Wandler mit einer hohen Wandler-Rate ( $\rightarrow$  Abtasttheorem!) gegeben, der mit dem Takt der Stromquelle synchronisiert sein sollte. Das Mischen und die Bestimmung der Phasenlage von Strom und Spannung erfolgt dann digital. An Stelle des Mischers kann in der digitalen Version auch die Berechnung der Korrelationsfunktion treten.

## 13.5 Datenerfassungssystem

Ein typisches Datenerfassungssystem für die Impedanztomographie zeigt Abb. 13.7. An dem Patienten befinden sich beispielsweise 16 Elektroden. Mit dem Multiplexer werden – vom Computer gesteuert – jeweils zwei Elektroden mit der Stromquelle verbunden und eine Serie von anderen Elektrodenpaaren nacheinander mit dem Spannungsmessgerät abgefragt. Danach werden zwei andere Elektroden für die Stromeinspeisung ausgewählt u.s.w.

Im nächsten Kapitel wird gezeigt, dass es bei einem System mit 16 Elektroden 104 linear unabhängige Kombinationen von Stromeinspeisung und Spannungsmessung gibt. Eine typische Messfrequenz liegt z. B. bei 50 kHz. Der Multiplexer wird dann beispielsweise mit einem Takt von ca. 1 kHz weitergeschaltet.



**Abb. 13.7** Impedanztomographiesystem

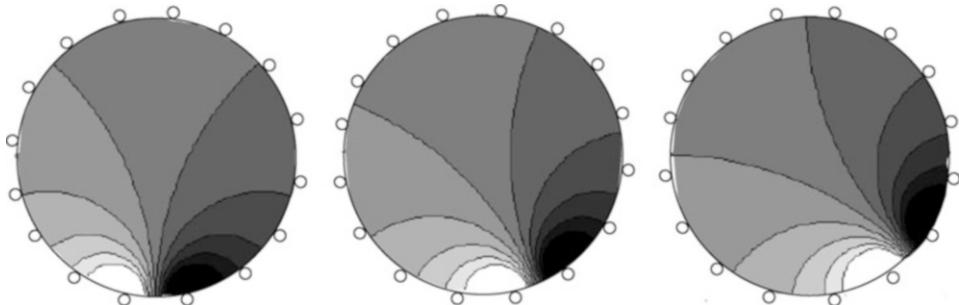
So werden für eine Spannungsmessung 50 Schwingungsperioden erfasst, was mit der oben beschriebenen frequenz- und phasenrichtigen Gleichrichtung zu einer guten Störsignalunterdrückung führt. Gleichzeitig können in einer Sekunde 10 vollständige Messzyklen durchlaufen werden. So können auch zeitaufgelöste Impedanzbilder gemessen werden.

## 13.6 Strategien für Stromeinspeisung und Spannungsmessung

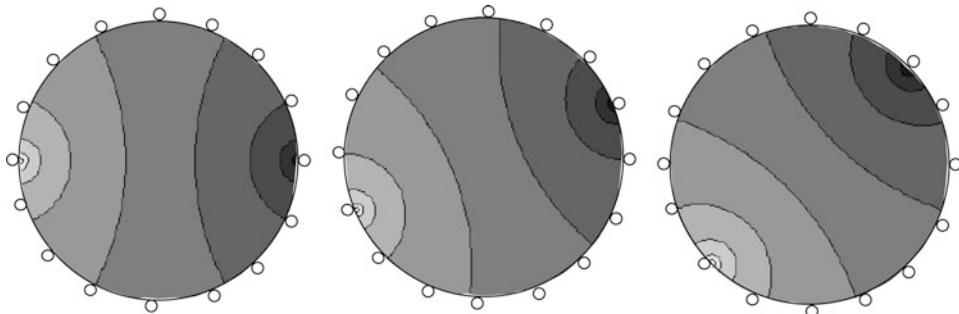
Es gibt verschiedene Strategien zur Auswahl der Elektroden für die Stromeinspeisung und die Spannungsmessung. Bei der Stromeinspeisung über benachbarte Elektroden ergeben sich im zylindrischen Körper mit gleichförmiger elektrischer Leitfähigkeit die in Abb. 13.8 gezeigten Äquipotentiallinien.

Die „Dichte der Äquipotentiallinien“ d. h. der Gradient des Potentials in einem Gebiet ist ein Mass dafür, wie stark die Leitfähigkeit in diesem Gebiet die außen messbaren Potentiale beeinflusst, also ein Mass für die Sensitivität gegenüber lokalen Leitfähigkeitsänderungen. Aus der gezeigten Verteilung der Äquipotentiallinien kann man schließen, dass die Stromeinspeisung über benachbarte Elektroden besonders gut geeignet ist, die Leitfähigkeit in Bereichen nahe der Oberfläche zu bestimmen.

Auch die Stromeinspeisung über gegenüberliegende Elektroden (Abb. 13.9) hat ihre größte Sensitivität gegenüber Leitfähigkeitsänderungen am Rand, allerdings ist die Verteilung der Sensitivität bis ins Innere des Patienten gleichmäßiger. Besonders



**Abb. 13.8** Potentialverteilung bei einer Stromeinspeisung über benachbarte Elektroden



**Abb. 13.9** Potentialverteilung bei einer Stromeinspeisung über gegenüberliegende Elektroden

gleichmäßige Sensitivitätsverteilungen erzielt man, wenn mit allen Elektroden gleichzeitig bestimmte Stromdichte-Muster eingeprägt werden. So werden beispielsweise Stromdichte-Muster eingesetzt, bei denen die eingeprägte Stromstärke auf dem Rand einen sinusförmigen Verlauf hat, wobei ein ganzzahliges Vielfaches der Wellenlänge gerade den Umfang ergibt.

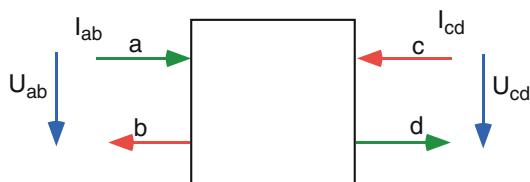
Tabelle 13.1 zeigt am Beispiel der benachbarten Stromeinspeisung die Möglichkeiten, durch verschiedene Stromeinspeisung und Spannungsmessung linear unabhängige Messwerte zu bestimmen.

Offenbar wird die Zahl der linear unabhängigen Spannungsmessungen in Tab. 13.1 nach unten immer kleiner. Dies hat folgenden Grund:

Wird zwischen den Elektroden a und b ein Strom  $I_{ab}$  eingespeist und zwischen c und d die Spannung  $U_{cd}$  gemessen, so kann eine „Transimpedanz“ Z:  $U_{cd} = Z \cdot I_{ab}$  bestimmt werden (Abb. 13.10). Wird nun zwischen den Elektroden c und d ein Strom  $I_{cd}$  eingespeist und zwischen a und b die Spannung  $U_{ab}$  gemessen, so gilt mit dem gleichen Z wie oben:  $U_{ab} = Z \cdot I_{cd}$ . Die Messung mit vertauschten Strom- und Spannungselektroden liefert also keine neue Information. Beweis: Bezuglich der Klemmen a, b, c, und d ist der Körper ein

**Tab. 13.1** Stromelektrodenpaare und entsprechende Spannungsmessungen

Stromdipol	Spannungsmessungen zwischen Paaren	Anzahl
[1, 2]	[3, 4], [4, 5], [5, 6], ... [14, 15], [15, 16]	13
[2, 3]	n, [5, 6], [6, 7], ... [15, 16], [16, 1]	13
[3, 4]	[5, 6], [6, 7], [7, 8], ... [15, 16], [16, 1]	12
[4, 5]	[6, 7], [7, 8], [8, 9], ... [15, 16], [16, 1]	11
...	...	...
[12, 13]	[14, 15], [15, 16], [16, 1]	3
[13, 14]	[15, 16], [16, 1]	2
[14, 15]	[16, 1]	1
[15, 16]	-	
[16, 1]	-	
	Summe:	104

**Abb. 13.10** System aus Stromeinspeisung und Spannungsmessung als Vierpol

passiver Vierpol. Mit den oben beschriebenen Messungen werden die Leerlauf-Kernimpedanzen vorwärts und rückwärts bestimmt. Die  $\underline{Z}$ -Matrix passiver Vierpole ist aber immer symmetrisch.

## 13.7 Bestimmung der Äquipotentiallinien im homogenen Zylinder

Für einen Zylinder mit homogener elektrischer Leitfähigkeit lassen sich analytische Lösungen für die Stromverteilung und die Äquipotentiallinien angeben.

Da im Inneren gilt

$$\vec{E} = -\operatorname{grad}\Phi \quad (13.2)$$

$$\vec{D} = \epsilon \cdot \vec{E} \quad (\epsilon = \text{Dielektrizitätskonstante}), \quad (13.3)$$

$$\operatorname{div}\vec{D} = 0 \quad (\text{keine freie Ladungsdichte}), \quad (13.4)$$

folgt

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} \Phi = \Delta \Phi = 0, \quad (13.5)$$

d.h. im Inneren erfüllt das Potential die Laplace-Gleichung (nur bei homogener Leitfähigkeit).

Weiter gilt

$$\vec{J} = \kappa \cdot \vec{E} = -\kappa \cdot \operatorname{grad} \Phi \quad (13.6)$$

mit:  $\kappa$  = spez. Leitfähigkeit,

d.h. die Ströme verlaufen senkrecht zu den Äquipotentiallinien.

Die Randbedingungen für das Potential lauten:

Da wo Strom einströmt gilt

$$J_n = -\kappa \frac{\partial \Phi}{\partial n}, \quad (13.7)$$

mit:  $\frac{\partial \Phi}{\partial n}$  Ableitung von  $\Phi$  in Normalenrichtung.

Da wo kein Strom einströmt gilt

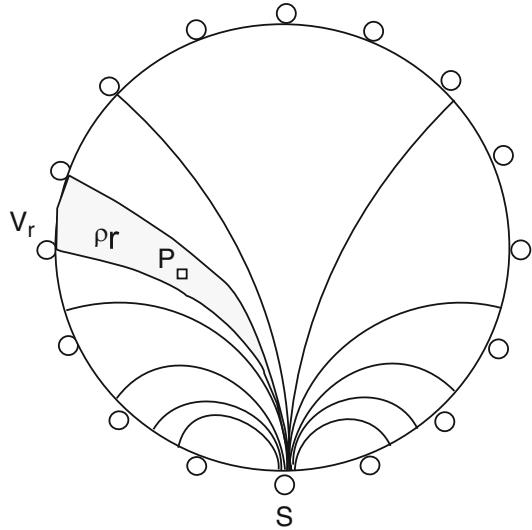
$$\frac{\partial \Phi}{\partial n} = 0. \quad (13.8)$$

Mit diesen Randbedingungen lautet die Lösung der 2-dimensionalen Potentialgleichung für Zylindersymmetrie mit homogener Leitfähigkeit

$$\Phi_H(\vec{r}) = k \cdot \frac{I}{2} \cdot \ln \left( \frac{(\vec{r} - \vec{p}_2)^2}{(\vec{r} - \vec{p}_1)^2} \right), \quad (13.9)$$

wobei  $\vec{p}_1$  und  $\vec{p}_2$  die Punkte der Stromeinspeisung sind,  $k$  ein Faktor, der sich aus dem Wert der Leitfähigkeit des Mediums ergibt, und  $I$  der eingeprägte Strom.

**Abb. 13.11** Rückprojektion einer gemessenen Spannungsabweichung  $V_r$  auf das Bildelement  $P$



## 13.8 Bildrekonstruktion mit der gefilterten Rückprojektion

Die Aufgabe des Rekonstruktionsalgorithmen ist es, aus den vielen gemessenen Spannungen ein Bild der Impedanzverteilung im Körper zu berechnen. Wir führen zunächst die relative Abweichung der gemessenen Spannungen  $V_m$  von den Spannungen eines homogenen leitfähigen Zylinders  $V_H$  ein (s. Abschn. 13.7).

$$V_H = \Phi_H(\vec{r}_1) - \Phi_H(\vec{r}_2). \quad (13.10)$$

$$V_r = \frac{V_m - V_H}{V_H}. \quad (13.11)$$

Die zu einem Stromeinspeisungspaar gehörenden gemessenen Spannungen auf dem Rand können theoretisch erklärt werden, wenn man annimmt, dass das ganze Gebiet, welches zwischen den Äquipotentiallinien durch die zwei Messelektroden liegt, eine relative Widerstandsänderung  $\rho_r$  aufweist, (Abb. 13.11) so dass gilt

$$V_r = \frac{V_m - V_H}{V_H} = \frac{\rho_m - \rho_H}{\rho_H} = \rho_r. \quad (13.12)$$

Bei der Methode der Rückprojektion wird ähnlich wie bei der Röntgen-Computer-Tomographie die zu einer „Projektion“, d. h. zu einem Stromeinspeisungspaar gehörende relative Widerstandsänderung, auf einen Bereich, der den in Abb. 13.11 gezeigten grauen

Verlauf hat, in das Bild zurückgeschrieben. Das bedeutet, dass in einem Bild, in dem ursprünglich die relative Widerstandsänderung in allen Bildpunkten auf 0 gesetzt wurde, bei der Verarbeitung jeder einzelnen Projektion die zu einem Pixel gehörende relative Spannungsabweichung  $V_r$  addiert wird.

Werden alle relativen Abweichungen  $V_r$  einer Projektion  $S$  zu einer Zahlenreihe  $V_r(S)$  zusammengefasst, kann man formal den Wert, der bei der Verarbeitung der Projektion  $S$  zu einem Pixel  $P$  addiert werden soll, berechnen zu

$$g(S) = \vec{w}(PS) \cdot \vec{V}_r(S) \quad (13.13)$$

mit:  $W(PS) = [0, \dots, w_j, \dots, 0]$ .

Der Vektor  $\vec{w}$ , der von der Wahl des gerade bearbeiteten Stromeinspeisungspaares  $S$  und vom Ort des Pixels  $P$  abhängt, sorgt dafür, dass der zum Pixel  $P$  passende Wert  $V_r$  ausgewählt wird. Die Wahl eines Faktors  $w_j$  an Stelle des erwarteten Faktors 1 ermöglicht eine zusätzliche Wichtung der Einträge bei der Rückprojektion, so dass Bereiche am Rand und in der Mitte gleichmäßig zum Ergebnis beitragen. Werden alle Pixelwerte  $g(S)$  zu einer  $\vec{g}(S)$  Zahlenreihe zusammengefasst, kann man den Beitrag einer Projektion zum Gesamtbild berechnen zu

$$\vec{g}(S) = \underline{W}(S) \cdot \vec{V}_r(S). \quad (13.14)$$

Hierbei wurde die Matrix  $\underline{W}(S)$  aus den Spaltenvektoren  $\vec{w}(PS)$  zusammengesetzt.

Das endgültige Bild entsteht durch Aufaddieren der Einträge aus allen Projektionen

$$\vec{G} = \sum_{S=1}^{16} \vec{g}(S) = \sum_{S=1}^{16} \underline{W}(S) \cdot \vec{V}_r(S). \quad (13.15)$$

Ähnlich wie bei der ungefilterten Rückprojektion der Röntgen-Computer-Tomographie kommt es bei dieser Art Rückprojektion zu einer starken Verschmierung der Leitfähigkeitsverteilung. Daher wird bei der Röntgen-Computertomographie eine andere (mathematisch exakte) Methode verwendet, bei der die einzelnen Projektionen vor der Rückprojektion gefiltert werden. Ein ähnlicher Ansatz ist bei der Impedanz-Tomographie grundsätzlich nicht möglich. Man behilft sich, indem das fertige Bild mit einem „Hochpass-Filter“ nachträglich wieder „schärfer“ gemacht wird und spricht von gefilterter Rückprojektion. Dies kann aber nur der besseren Visualisierung des Ergebnisses dienen. Feine Strukturen des Originals, die bei der Rückprojektion verlorengegangen sind, lassen sich so nicht zurückholen.

Dieser Algorithmus ist genau genommen nur anwendbar, wenn das untersuchte Objekt zylinderförmig ist. In der Realität ist weder die Randkurve kreisförmig, noch ist die Leitfähigkeit in z-Richtung konstant. Schließlich ist der Algorithmus nicht in sich konsistent, da nach dem Eintrag der ersten Projektion die Widerstandsverteilung nicht mehr

homogen und die Formel zum Eintragen der zweiten Projektion nicht mehr richtig ist. Unabhängig von diesen schweren Mängeln ist das Verfahren schnell und liefert akzeptable Ergebnisse für verschiedene klinische Fragestellungen.

### 13.9 Bilder der Änderung der Impedanz („dynamic imaging“)

Die Rekonstruktion der absoluten spezifischen Widerstände mit der gefilterten Rückprojektion weist aus den genannten Gründen große Fehler auf.

Ein Ausweg, um trotzdem zu Bildern zu kommen, die eine medizinische Bedeutung haben, ist die Aufnahme von Bildern der Impedanzänderung.

Das wichtigste Beispiel ist die Untersuchung, ob alle Bereiche der Lunge beim Atmen belüftet werden. Hierbei wird jeweils ein vollständiger Datensatz im ausgeatmeten und im eingeaatmeten Zustand aufgenommen.

An Stelle der im letzten Kapitel definierten relativen Spannungsänderungen, bei denen der homogene leitfähige Zylinder als Referenz diente, wird nun eine relative Spannungsänderung folgendermaßen definiert

$$V_r = \frac{V_{ein} - V_{aus}}{V_{aus}} \quad (13.16)$$

mit:  $V_{ein}$  = gemessene Spannungen im eingeaatmeten Zustand,

$V_{aus}$  = gemessene Spannungen im ausgeatmeten Zustand.

Werden nach dem gleichen Verfahren wie oben die gewichteten relativen Spannungsänderungen in das Bild zurückprojiziert, erhält man ein Bild der relativen Widerstandsänderungen zwischen dem ein- und ausgeatmeten Zustand.

Eine andere Möglichkeit wäre z. B. die Aufnahme von Datensätzen im systolischen bzw. diastolischen Zustand des Herzens, um Aussagen über die Herzfunktion zu machen.

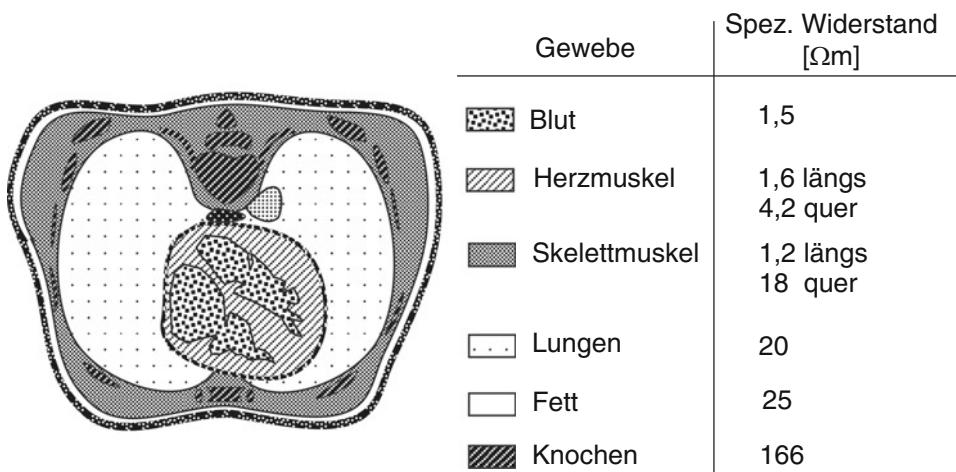
Schließlich können auch Datensätze, die bei verschiedenen Frequenzen aufgenommen wurden, in Relation zueinander gesetzt werden. Dies ist immer dann interessant, wenn erwartet werden kann, dass sich zwei Gewebetypen in ihrer relativen Widerstandsänderung bei zwei Frequenzen deutlich unterscheiden.

---

### 13.10 Finite Elemente Methode (FEM)

Bei der Finite Elemente Methode wird im ersten Schritt das untersuchte Gebiet im Inneren des Patienten in eine Vielzahl von Dreiecken diskretisiert (Abb. 13.12).

Die Aufgabe des Rekonstruktionsalgorithmus ist es, die spezifischen Widerstände im Inneren jedes einzelnen Dreiecks aus den Messdaten zu bestimmen. Da schon bei einer relativ groben Rasterung die Zahl der unbekannten Größen sehr groß ist, wird bis heute



**Abb. 13.12** Querschnitt des Thorax mit den typischen spezifischen Widerständen

meistens nur das zweidimensionale Problem gelöst, d. h. es wird angenommen, dass die spezifischen Widerstände nicht von  $z$  abhängen.

Als nächstes wird eine Schätzung für alle gesuchten spezifischen Widerstände  $\rho_i^{(o)}$  abgegeben. Im einfachsten Fall wählt man die homogene Verteilung als Startwert. Dann wird mit den Methoden der numerischen Feldberechnung (z. B. die Finite Elemente Methode FEM) ausgerechnet, welche Spannungen  $V_b^{(o)}$  bei allen Stromeinspeisungs-paaren S auftreten müssten und mit den tatsächlich gemessenen Spannungen  $V_m$  verglichen. Aus der Abweichung  $(V_b^{(o)} - V_m)$  muss dann möglichst zielstrebig die nächste Iteration für die Leitfähigkeiten  $\rho_i^{(1)}$  bestimmt werden.

Das am häufigsten verwendete numerische Verfahren zur iterativen Lösung des Problems ist die Newton-Raphson-Methode.

Zur Beschreibung der Newton-Raphson-Methode schreiben wir zuerst den Fehler  $F$ , den das Ergebnis einer Iteration aufweist (also die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen berechneten und gemessenen Potentialen) als Bilinearform.

$$F(\vec{\rho}^{(k)}) = \left( \frac{1}{2} \right) \cdot \left( \vec{V}_b^{(k)} - \vec{V}_m \right)^T \cdot \left( \vec{V}_b^{(k)} - \vec{V}_m \right) \quad (13.17)$$

mit:  $\vec{\rho}^{(k)}$  = die spezifischen Widerstände aller Volumenelemente nach der (k)-ten Iteration hintereinander geschrieben,

$\vec{V}_b^{(k)}$  = die berechneten Spannungen nach der (k)-ten Iteration hintereinander geschrieben (alle berechneten Spannungen zu allen betrachteten Stromeinspeisungspunkten),  
 $\vec{V}_m$  = die gemessenen Spannungen zu allen betrachteten Stromeinspeisungspunkten hintereinander geschrieben,  
 $T$  = Zeichen für den transponierten Vektor.

F ist eine Funktion von  $\vec{\rho}$ , die bei der gesuchten Lösung ein Minimum annimmt:

$$F' \left( \vec{\rho}^{(k)} \right) = \left[ \underline{V}'_b(\vec{\rho}) \right]^T (\vec{V}_b(\rho) - \vec{V}_m) = 0. \quad (13.18)$$

$\underline{V}'_b(\vec{\rho})$  ist die sog. Jacobi-Matrix

$$\left[ \underline{V}'_b(\vec{\rho}) \right]_{ij} = \frac{\partial V_{bi}}{\partial \rho_j}. \quad (13.19)$$

(Wie ändert sich die i-te berechnete Spannung, wenn sich der Widerstand im Volumenelement j etwas ändert).

Mit einer Taylorentwicklung der Funktion F' erhält man

$$\begin{aligned} F' \left( \vec{\rho}^{(k+1)} \right) &\approx F' \left( \vec{\rho}^{(k)} \right) + F'' \left( \vec{\rho}^{(k)} \right) \cdot \Delta \vec{\rho}^{(k)} = 0 \\ \vec{\rho}^{(k+1)} &= \vec{\rho}^{(k)} + \Delta \vec{\rho}^{(k)}. \end{aligned} \quad (13.20)$$

Setzt man näherungsweise (s. Mathematiklehrbuch)

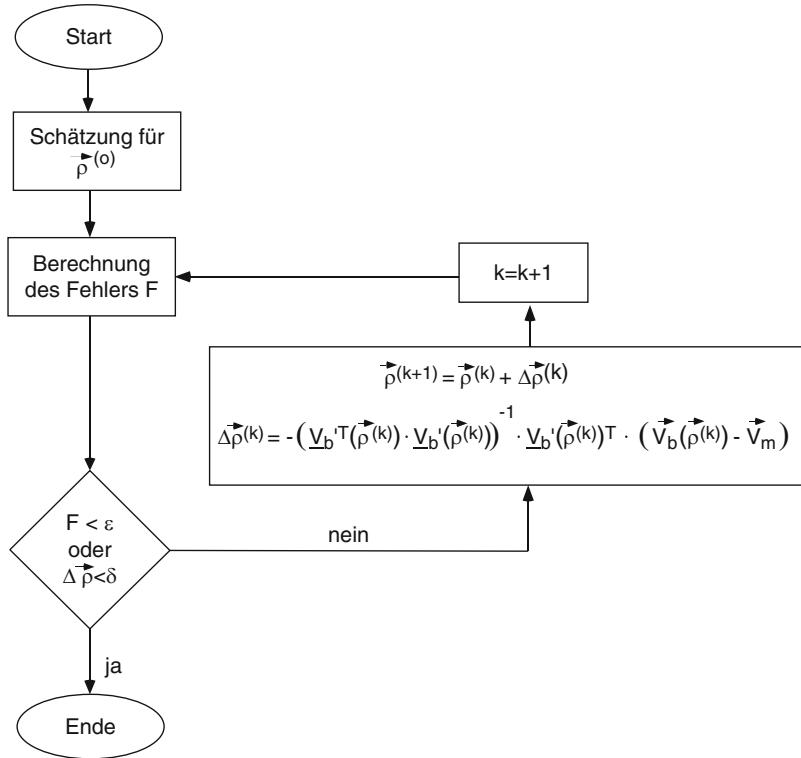
$$F'' = \underline{V}'_b^T \cdot \underline{V}'_b, \quad (13.21)$$

kann man die Gleichung oben nach  $\Delta \vec{\rho}^{(k)}$  auflösen

$$\begin{aligned} \Delta \vec{\rho}^{(k)} &= - \left( \underline{V}'_b^T \cdot \underline{V}'_b \right)^{-1} \cdot F' \left( \vec{\rho}^{(k)} \right) \\ &= - \left( \underline{V}'_b^T \cdot \underline{V}'_b \right)^{-1} \cdot \underline{V}'_b \left( \vec{\rho}^{(k)} \right)^T \cdot \left( \vec{V}_b \left( \vec{\rho}^{(k)} \right) - \vec{V}_m \right). \end{aligned} \quad (13.22)$$

Abbildung 13.13 zeigt ein Flussdiagramm zur iterativen Lösung des Problems.

Die Methode erfordert einen erheblichen Rechenaufwand. Für die Berechnung der Jacobi-Matrix müssen so viele FEM-Feldberechnungen durchgeführt werden, wie Unbekannte  $\rho_j$  vorkommen. Dies ist i. allg. die Zahl der bei der Diskretisierung angesetzten Volumenelemente. Ausserdem ist die Inversion der Matrix  $\left( \underline{V}'_b^T \cdot \underline{V}'_b \right)$  nicht trivial: Das Problem ist „schlecht gestellt“ (ill conditioned), d. h. die Spaltenvektoren sind z. T.



**Abb. 13.13** Flussdiagramm zur iterativen Lösung des inversen Problems der Impedanztomographie

beinahe linear abhängig. So können kleine Messfehler im  $\vec{V}_m$  zu großen Abweichungen bei der Lösung  $\vec{\rho}$  führen.

### 13.11 Impedanztomographie mit morphologischen Randbedingungen

Die Lösung des inversen Problems der Impedanztomographie mit FEM und der Newton-Raphson-Methode ist, wie oben beschrieben, sehr rechenintensiv und nicht sehr stabil.

Wenn es nur darum geht, den spezifischen Widerstand eines Körperorgans zu bestimmen, kann das Problem deutlich vereinfacht werden. Wenn wir annehmen, dass die Lage der Körperorgane z. B. aus 3D-Datensätzen der MR-Tomographie bekannt ist, dann können alle Bildpunkte eines Körperorgans zu einem einzigen Wert des spezifischen Widerstands zusammengefasst werden. Damit vereinfacht sich die Berechnung der Jacobi-Matrix im Newton-Raphson-Verfahren erheblich: Es brauchen nur noch so viele FEM-Berechnungen durchgeführt werden, wie sich unbekannte Organtypen im

untersuchten Volumen befinden. Ausserdem führt die Inversion der Matrix  $(\underline{V'}_b^T \cdot \underline{V'}_b)$  zu deutlich stabileren Ergebnissen. Das Verfahren befindet sich noch in der Erforschung.

---

### 13.12 Bestimmung der komplexen Impedanzen

Da das Gewebe des menschlichen Körpers i. allg. eine komplexe Impedanz hat, ist die Messung der Phasenlage zwischen eingespeistem Strom und gemessener Spannung von Interesse. Impedanzmessungen verschiedener Arbeitsgruppen, die bei unterschiedlichen Frequenzen arbeiten, lassen sich sonst nicht vergleichen. Auch könnte es sein, dass sich krankhafte Veränderungen im Körpergewebe nur in einer Veränderung des Imaginärteils der Impedanz äußern.

Die beiden in den letzten Kapiteln beschriebenen Rekonstruktionsverfahren lassen sich getrennt auf Realteil und Imaginärteil der Impedanz anwenden, wenn die gemessenen Spannungen in einen in-Phase-Anteil und in einen gegen-Phase-Anteil aufgespalten werden. Messungen bei zwei Frequenzen (besser bei drei) erlauben eine Bestimmung der Größen  $R_\infty$ ,  $R_o$  und  $C$  des Ersatzschaltbildes (Abb. 13.2).

---

### 13.13 Projektionsbilder der Impedanz

1998 wurde ein neues Verfahren vorgestellt, mit dem die Impedanzverteilung in der weiblichen Brust abgeschätzt werden kann. So soll die Mammographie zur Erkennung von Brustkrebs unterstützt werden. Hintergrund ist die Beobachtung, dass sich die Impedanz von malignen (bösartigen) Tumoren, von benignen Raumforderungen und von gesundem Gewebe unterscheidet. Bei diesem Verfahren wird eine Elektroden-Matrix auf die Brust aufgelegt und die Impedanz zwischen jeder einzelnen Elektrode und einer großflächigen Elektrode auf dem Rücken der Patientin gemessen.

Die Elektroden, die über einem Gebiet mit veränderter Gewebeimpedanz liegen, werden ein von der Umgebung abweichendes Signal zeigen. Das Verfahren kann mit dem Projektionsröntgen verglichen werden, so wie die Impedanztomografie mit der Computertomografie vergleichbar ist.

Leider breiten sich die elektrischen Ströme im Körper sehr großflächig aus und nicht in Form von „nadelförmigen“ Strahlen wie beim Röntgen. Daher ist die räumliche Auflösung bei der Abbildung der Impedanzen sehr schlecht.

### 13.14 Induktive Stromeinspeisung

Zur Messung der Impedanz muss ein kleiner Teststrom im Körper erzeugt und der zugehörige Spannungsabfall gemessen werden. Dieser Teststrom wurde bei den oben beschriebenen Verfahren mit Elektroden in den Körper eingespeist. Er kann aber auch induktiv generiert werden. Im einfachsten Fall stelle man sich eine Spule vor, die über dem Körper oder um den Körper des Patienten herum angeordnet wird. Wird in diese Spule ein Wechselstrom (z. B. 100 kHz) eingespeist, so werden im Körper durch die zeitliche Änderung des Magnetfeldes Wirbelströme induziert. Diese Ströme werden auch „Spiegelströme“ genannt, denn sie sind direkt unterhalb der Spulendrähte am größten.

Diese Anordnungen für die Impedanztomografie sind interessant und können die Stromeinspeisung mit Hilfe von Elektroden ergänzen. Es lassen sich ganz andere Strommuster damit erzeugen. Leider können auch diese Anordnungen prinzipiell keine fokussierten Ströme im Inneren des Körpers erzeugen. Auch die induzierten Ströme sind immer an der Körperoberfläche am größten und fallen dann zum Inneren des Körpers stark ab, wobei sie darüber hinaus auch noch stark defokussieren.

---

### 13.15 Impedanztomographie mit einem Magnetresonanztomographie-System

Werden mit Hilfe von Elektroden kleine Testströme in den Körper des Patienten geschickt, und wird der Patient dann gleichzeitig mit einem Magnetresonanztomographie-System untersucht, so verändern die von den Testströmen erzeugten Magnetfelder das lokale Grundfeld des Tomographen ein klein wenig. Diese Signalmodulation im MR-Bild, die durch den eingespeisten Wechselstrom erzeugt wird, kann sehr sensitiv mit einem frequenz- und phasensensitiven Auswertealgorithmus nachgewiesen werden. Daraus ergibt sich die Stromdichteverteilung im Körper und daraus wiederum das Bild der Impedanzen. Die Methode ist recht aufwändig und wurde nach Kenntnis des Autors bisher nur an einer Stelle auf der Welt realisiert.

Im Jahr 2009 ist es Katscher et al. gelungen, mit Hilfe von besonderen Pulssequenzen direkt aus dem MRT-Signal die Verteilung der Impedanz zu bestimmen [4]. Die Methode hat eine hohe Ortsauflösung (nur wenig schlechter als die Auflösung des MR-Tomographen) und ist im Vergleich zu den anderen oben beschriebenen Methoden auch quantitativ recht genau. Die Nachteile: es wird ein MR-System benötigt (nicht preiswert und nicht mobil) und es kann nur die Impedanz bei der Larmorfrequenz des Tomographen bestimmt werden. Diese Larmorfrequenz liegt typisch im Bereich 40 MHz bis 120 MHz und damit in einem Frequenzbereich, in dem sich vermutlich die Impedanzen von gesundem und krankem Gewebe nicht mehr so stark unterscheiden.



**Abb. 13.14** Impedanztomographiesystem für das regionale Beatmungsmonitoring (PulmoVista 500, mit freundlicher Genehmigung durch Dräger Medical GmbH, Lübeck)

## 13.16 Anwendungen der Impedanztomographie

Die wichtigste klinische Anwendung der Impedanztomographie ist die Bestimmung des Ventilationszustands der Lunge, insbesondere bei Patienten auf der Intensivstation. Das Verfahren ist validiert und im klinischen Einsatz (Abb. 13.14) [5].

Das Schlagvolumen des Herzens lässt sich – wenn man es genau wissen will – nur invasiv bestimmen. Durch die Messung der zeitlichen Ableitung der Impedanz des Oberkörpers zwischen dem Hals und einem Ring um den Bauch kann man das Schlagvolumen abschätzen (Impedanz-Plethysmographie). Absolutmessungen sind aber nicht sehr genau. Nur die zeitliche Änderung über mehrere Stunden kann auf diese Weise gut beobachtet werden. Hier könnte die Impedanztomografie ansetzen und mit den oben beschriebenen Rekonstruktionsverfahren und einer detaillierten Betrachtung der Volumenelemente im Bereich des Herzens bessere Ergebnisse liefern.

Es ist bekannt, dass sich der elektrische Widerstand eines ischämischen (schlecht durchbluteten) Herzmuskels deutlich ändert. Daher besteht die Hoffnung, mit Hilfe der Impedanztomografie eine bessere Infarkt-Diagnostik oder sogar eine (nicht-invasive) Früherkennung von infarktgefährdeten Herzen zu erreichen. Die Ungenauigkeiten des Verfahrens lassen heute aber noch keine diagnostischen Aussagen durch Impedanztomografie am Herzen zu.

Schließlich wurden in den letzten beiden Kapiteln Verfahren vorgestellt, die die Mammografie ergänzen könnten.

## Literatur

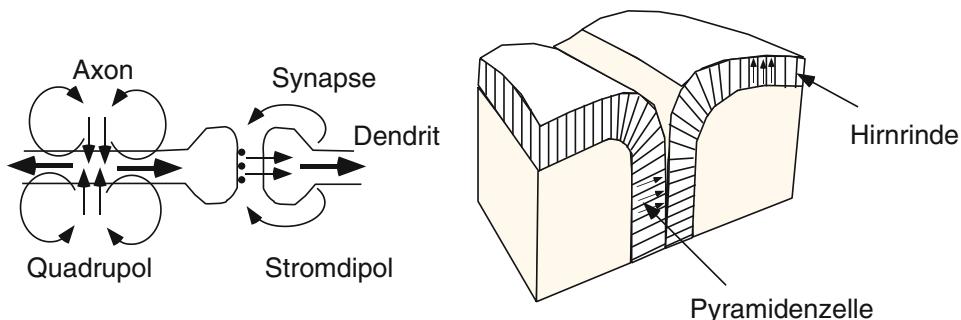
1. Gabriel S., Lau R.W., Gabriel C.: The dielectric properties of biological tissues. *Phys. Med. Biol.*, 41, 2251–2269, 1996.
2. Boone K., Barber D., and Brown B.: Review. Imaging with electricity: Report of the European concerted action on impedance tomography. *Journal of Medical Engineering & Technology*, vol. 21, pp. 201–232, 1997.
3. Holder D. S.: Electrical Impedance Tomography: Methods, History and Applications. London: Taylor & Francis Physics, 2004.
4. Katscher U., Voigt T., Findeklee C., Vernickel P., Nehrke K., Dössel O.: Determination of electrical conductivity and local SAR via B1 mapping. *IEEE Trans. Medical Imaging*, 28 (9), 1365–1374, 2009.
5. Teschner E., Imhoff M.: Elektrische Impedanztomographie: von der Idee zur Anwendung des regionalen Beatmungsmonitoring. Lübeck: Dräger Medical GmbH, 2011.

Luigi Galvani beobachtete 1780 das Zucken von Froschschenkeln und entdeckte damit, dass elektrische Signale die Kontraktion von Muskeln steuern. Damit gilt er als Entdecker der bioelektrischen Phänomene. Sein Streit mit Alessandro Volta über die richtige Erklärung seiner Beobachtungen brachte die Wissenschaft in vielerlei Hinsicht voran. Meilensteine der wissenschaftlichen Untersuchung bioelektrischer Signale waren die erste Messung der elektrischen Signale des Herzens durch Augustus Desire Waller 1882, dann 1903 die erste Messung eines Elektrokardiogramms durch Willem Einthoven und schließlich die erste Messung eines Elektroenzephalogramms 1924 durch Hans Berger. Damit begann die systematische Nutzung der elektrischen Signale an der Körperoberfläche für die medizinische Diagnose. Man begnügte sich aber damit, die Signale von Gesunden und Kranken zu vergleichen und zu kategorisieren. Die Frage, wo genau im Inneren des Körpers welche Art von Quelle diese Signale hervorgerufen hat, wurde erst im späten 20ten Jahrhundert gestellt. Damit entstand der Wunsch, Bilder (oder besser gesagt „movies“) von den bioelektrischen Vorgängen im Körper zu bestimmen um daraus ortsaufgelöste Informationen für die medizinische Diagnostik abzuleiten.

---

## 14.1 Grundlagen bioelektrischer Quellen

Der menschliche Körper steuert viele Funktionen durch elektrische Signale. Die Nervenzellen des Gehirns verarbeiten elektrische Signale, die von den peripheren Nerven und den Sinnesorganen ankommen, und senden Signale aus, die die Bewegung der Muskeln regeln. Auch das rhythmische Schlagen des Herzens wird durch elektrische Signale gesteuert. Ein großer Teil der Forschung auf dem Gebiet „Bioelektromagnetismus“ beschäftigt sich mit der Entstehung und aktiven Weiterleitung dieser Signale. Da es hier nur um „bildgebende Systeme“ geht, wird dieser Bereich nicht erläutert. Es werden nur die für das Thema



**Abb. 14.1** Quellen bioelektrischer und biomagnetischer Signale im Gehirn

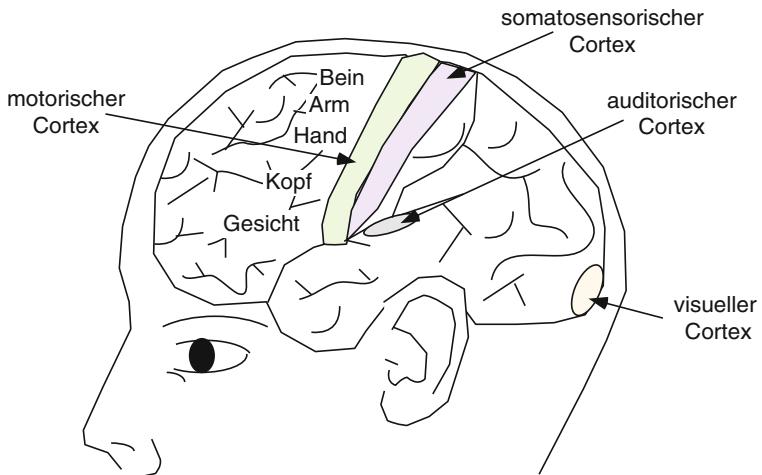
wichtigen Ergebnisse zusammengefasst. Auch der Bereich „Elektromyographie“ d. h. Entstehung, Weiterleitung und Messung der elektrischen Signale der quergestreiften Muskeln, ist kein Thema für die „bildgebende Diagnostik“ und wird daher nicht behandelt. Im Vordergrund der Abbildung bioelektrischer Quellen stehen Herz und Hirn.

### 14.1.1 Neurophysiologische Grundlagen

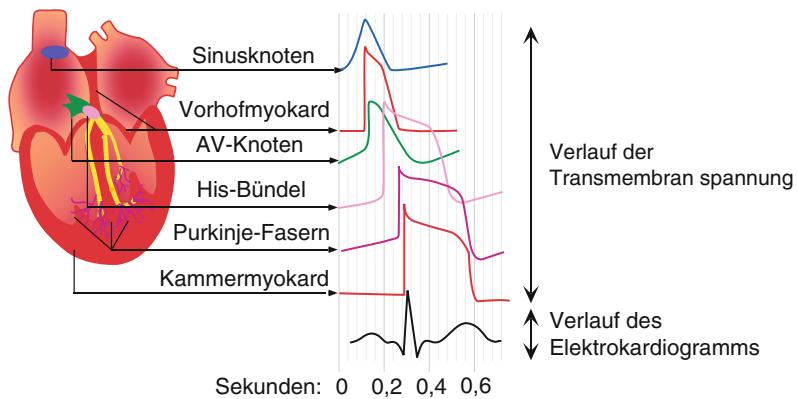
Im menschlichen Gehirn ist ständig eine unvorstellbar große Zahl von Neuronen gleichzeitig aktiv (Abb. 14.1).

Bei der Weiterleitung von Signalen auf den Axonen entstehen Quellen bioelektrischer Signale, die durch einen Strom-Quadrupol modelliert werden können. Die elektrischen und magnetischen Signale solcher Quadrapole fallen sehr schnell mit dem Abstand von der Quelle ab. Da die „Leitungen“ des Gehirns darüber hinaus kreuz und quer durch das Gehirn verlaufen und überall gleichzeitig Signale übertragen werden, sind die Signale dieser Quellen an der Haut des Kopfes nicht mehr messbar. Die eigentlichen „Schalter“ des Gehirns sind die Synapsen, an denen Signale von einer Nervenzelle zur nächsten übertragen werden. Die elektrischen Vorgänge direkt hinter den Synapsen lassen sich als Stromdipol modellieren (s. Abschn. 14.3.1). Die Signale, die von solchen Stromdipolen ausgehen, haben eine größere Reichweite. Allerdings gilt auch hier: isotrop angeordnete Ensembles von Synapsen heben sich in ihrer Wirkung im statistischen Mittel gegenseitig auf. Nur in einer Schicht der Hirnrinde, in der sich die sog. Pyramidenzellen befinden, summieren sich die Signale. Wenn ca. 10.000 solche Nervenzellen gleichzeitig „feuern“, kommt es an der Kopfhaut zu messbaren Signalen: elektrische Spannungen von einigen 10  $\mu\text{V}$  bzw. magnetische Flussdichten von einigen 100 fT ( $f = \text{femto} = 10^{-15}$ ). 10.000 Nervenzellen befinden sich in ca. 1  $\text{mm}^3$  Volumen der Hirnrinde.

Im Gehirn gibt es Bereiche, die einer bestimmten Funktion zugeordnet sind, z. B. der motorische, der somatosensorische, der auditorische oder der visuelle Cortex (Abb. 14.2). Andere Bereiche können nicht einer bestimmten Aufgabe oder einer bestimmten Information zugeordnet werden.



**Abb. 14.2** Funktionelle Areale des Gehirns



**Abb. 14.3** Depolarisation des Herzens

### 14.1.2 Depolarisation des Herzens

Die rhythmische Kontraktion des Herzens wird gesteuert durch eine elektrische Depolarisation, die ihren Ursprung im sog. „Sinusknoten“ im rechten Vorhof hat (Abb. 14.3). Im gesunden Herzen übernimmt der Sinusknoten eine autonome Schrittmacherfunktion. Von dort breitet sich die Depolarisation über die Vorhöfe aus und führt zu einer Kontraktion, so dass das Blut durch die Mital- und die Pulmonal-Klappe ins linke bzw. rechte Ventrikel gelangt. Parallel dazu läuft die elektrische Depolarisierung über den AV-Knoten in die Ventrikel. Bei der folgenden Kontraktion des Herzmuskel wird das Blut in den Körper bzw. zur Lunge gepumpt. Es treten auf dem Herzmuskel Stromdichten bis zu

einigen  $\text{mA}/\text{mm}^2$  auf. Die Signale an der Haut des Körpers erreichen einige  $\text{mV}$  bzw. einige  $10 \text{ pT}$ .

## 14.2 Messung bioelektrischer Signale

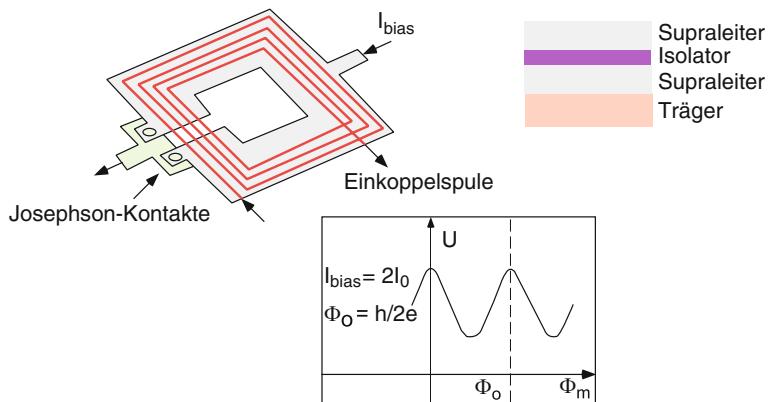
### 14.2.1 EEG/EKG

Bei der Elektroenzephalographie (EEG) und der Elektrokardiographie (EKG) werden die elektrischen Potentiale an der Haut mit Elektroden und hochohmigen Messverstärkern registriert. In der klassischen Ableittechnik werden beim EEG und EKG 8–12 Ableitungen gemessen. Sollen aus den Signalen Bilder der elektrischen Ströme rekonstruiert werden, sind sehr viel mehr Ableitungen nötig. Einige Arbeitsgruppen messen bis zu 250 Kanäle simultan. Man spricht dann von Vielkanal-Ableitungen und im Falle des EKG auch von „Body Surface Potential Mapping“ (BSPM).

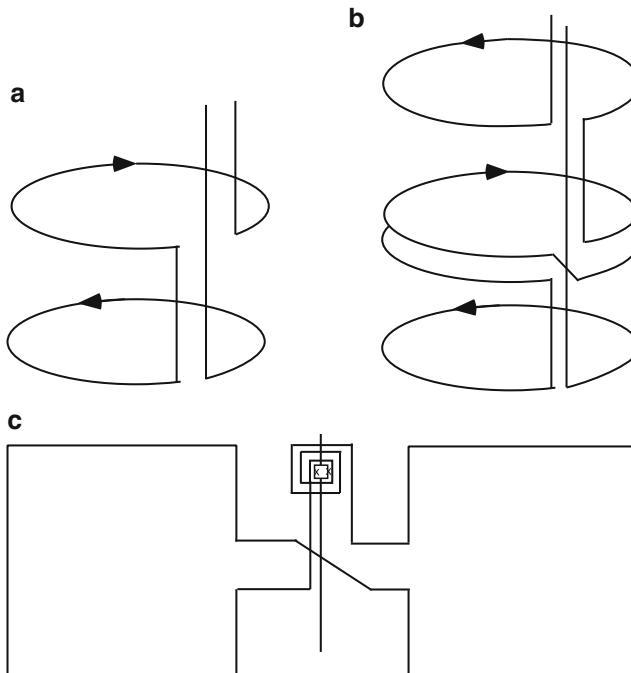
Zur Ableittechnik von EEG und EKG, d. h. zur rausch- und störungsfreien Messung bioelektrischer Potentiale, gibt es eine Reihe von Lehrbüchern. Daher soll hier auf dieses Gebiet nicht weiter eingegangen werden [2].

### 14.2.2 MEG/MKG: SQUID-Magnetometer

Werden die magnetischen Flussdichten außerhalb des Körpers gemessen, so spricht man von Magnetoenzephalographie (MEG) bzw. Magnetokardiographie (MKG). Die zu messenden Signale sind sehr klein: Sie liegen im Bereich  $100 \text{ fT}$  (MEG) und  $10 \text{ pT}$  (MKG) und sind damit um viele Größenordnungen kleiner als das Erdfeld ( $50 \mu\text{T}$ ). Die



**Abb. 14.4** Superconducting Quantum Interference Device (SQUID) und prinzipieller Aufbau eines Josephson-Kontakts



**Abb. 14.5** Gradiometertypen: a axiales Gradiometer 1. Ordnung, b axiales Gradiometer 2. Ordnung, c planares Gradiometer 1. Ordnung

magnetische Flussdichte, die durch Ströme auf Netzkabeln erzeugt wird, liegt in durchschnittlichen Häusern bei 100 nT. Für die Messung biomagnetischer Signale müssen also zwei Probleme gelöst werden: Der Sensor muss ein extrem gutes Signal/Rausch-Verhältnis aufweisen und die Störsignale aus der Umgebung müssen effektiv unterdrückt werden.

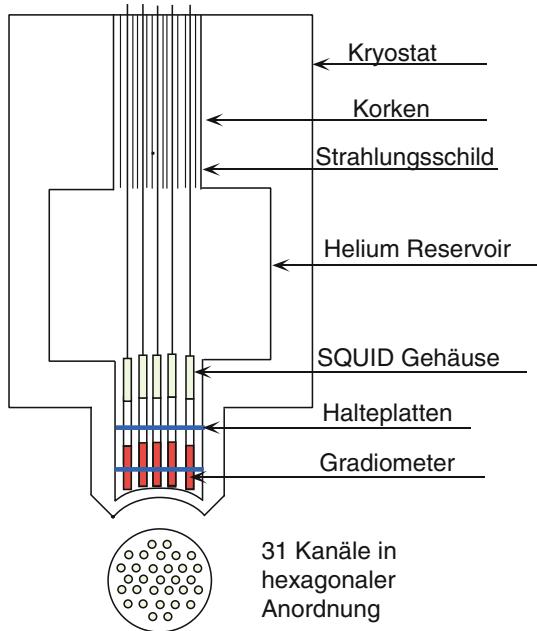
Als Sensoren werden SQUIDs eingesetzt (Superconducting Quantum Interference Device) [3, 6]. Ein DC-SQUID besteht aus einem supraleitenden Ring mit zwei Josephson-Kontakten (Abb. 14.4).

So entsteht ein Quanteninterferometer für die quantenmechanischen Wellenfunktionen der Cooper-Paare, das sind die Ladungsträger der Supraleitung. Ein magnetischer Fluss durch das Loch des Quanteninterferometers verschiebt die Phase der Wellenfunktionen und ändert so den Spannungsabfall über dem Bauelement.

Ein Fluss von  $\Phi_o = \frac{h}{2e}$  ( $h$  = Plancksches Wirkungsquantum,  $e$  = Elektronenladung,  $\Phi_0$  = Flussquant) verschiebt die Phase gerade um  $2\pi$ , so dass die Kennlinie periodisch ist mit  $\Phi_0$ .

Da bei der Erfassung biomagnetischer Signale magnetische Flüsse registriert werden müssen, die noch eine Million mal kleiner als das Flussquant  $\Phi_0$  sind, ist eine trickreiche Elektronik notwendig. Üblicherweise wird mit einer Effektmodulation und einem

**Abb. 14.6** Beispiel für ein  
Vielkanal-SQUID-  
Magnetometer



Lock-in-Verstärker gearbeitet. Mit einem Regelkreis wird der Fluss im SQUID festgehalten (flux locked loop), so dass das SQUID immer im steilsten Punkt seiner Kennlinie betrieben wird. So erreicht man auch eine Linearisierung der Kennlinie.

Die Störsignalunterdrückung erreicht man mit sog. Gradiometern (Abb. 14.5). Hier wird mit supraleitenden Drahtschleifen, die in ca. 10 mm Abstand voneinander angeordnet und gegensinnig gewickelt sind, die magnetische Flussdichte an zwei Orten subtrahiert. Dem liegt das Prinzip zugrunde, dass die Magnetfelder von nahe gelegenen (biologischen) Quellen sich relativ stark räumlich ändern (d. h. große Gradienten aufweisen) und weit entfernte Quellen (Störquellen) in beiden Schleifen das gleiche Signal erzeugen (d. h. bei der Subtraktion eliminiert werden). Da Gradiometer nur einen Störsignalunterdrückungsfaktor von ca. 100 erreichen, werden SQUID-Magnetometer meistens in magnetisch abgeschirmten Kabinen eingesetzt. Außerdem können durch Filter im Frequenzbereich Störsignale unterdrückt werden, wie z. B. das Erdfeld (DC) und die Netzstörungen (50 Hz).

Da es sich bei den SQUIDS um supraleitende Sensoren handelt, müssen die Messsysteme stark abgekühlt werden. Systeme aus den klassischen Supraleitern (Nb oder NbN) werden in flüssigem Helium bei 4,2 K betrieben (Abb. 14.6). Neue Systeme aus den keramischen Supraleitern (YBaCuO) können in flüssigem Stickstoff betrieben werden und sind damit in den laufenden Kosten deutlich preisgünstiger. Solche Systeme sind aber noch in der Erforschung.

## 14.3 Quellenmodelle

### 14.3.1 Stromdipol

Wir betrachten in diesem Kapitel den menschlichen Körper aus dem Blickwinkel der elektromagnetischen Feldtheorie [1].

Grundsätzlich gilt

$$\vec{J} = \vec{J}_i + \kappa \vec{E} . \quad (14.1)$$

mit:  $\vec{J}$  = gesamte Stromdichte im Körper,

$\vec{J}_i$  = eingeprägte Stromdichte d. h. bioelektrische Ströme,

$\kappa$  = spezifische Leitfähigkeit,

$\vec{E}$  = elektrische Feldstärke,

$\kappa \cdot \vec{E}$  = Rückströme im Volumenleiter = Volumenstromdichte.

Wird wie üblich ein elektrisches Potential  $\Phi$  eingeführt, gilt

$$\vec{J} = \vec{J}_i - \kappa \nabla \Phi, \quad (14.2)$$

mit:  $\nabla$  = Differentialoperator Nabla,

$\Phi$  = elektrisches Potential.

Mit einer einfachen Umformung erhält man

$$\nabla \vec{J}_i = \nabla \kappa \nabla \Phi + \nabla \vec{J} . \quad (14.3)$$

Nehmen wir in diesem Kapitel eine homogene Leitfähigkeit  $\kappa$  an, und berücksichtigen, dass  $\nabla \vec{J} = \text{div } \vec{J} = 0$  sein muss, so erhält man eine Poissons-Gleichung

$$\nabla \vec{J}_i = \kappa \cdot \Delta \Phi. \quad (14.4)$$

Hierbei ist  $\nabla \vec{J}_i = \text{div } \vec{J}_i$  der Quellterm. (Hier steht in den Grundgleichungen der Elektrostatik die freie Ladungsdichte). Als eine Möglichkeit zur Lösung der Poissons-Gleichung übernehmen wir das Coulombintegral

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\kappa} \cdot \int \frac{\nabla \vec{J}_i}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dv'. \quad (14.5)$$

Führen wir vorübergehend eine Funktion  $\psi = \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|}$  ein und beachten, dass gilt

$$\nabla(\psi \cdot \vec{J}_i) = \psi \cdot \nabla \vec{J}_i + \vec{J}_i \cdot \nabla \psi. \quad (14.6)$$

So erhalten wir

$$\Phi(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi\kappa} \cdot \left\{ \int \nabla(\psi \vec{J}_i) dv' - \int \vec{J}_i \cdot \nabla \psi dv' \right\}. \quad (14.7)$$

Mit dem Gaußschen Satz folgt

$$\int \nabla(\psi \vec{J}_i) dv = (\psi \cdot \vec{J}_i) d\vec{f} = 0. \quad (14.8)$$

Das Integral verschwindet, da sich auf einer ausreichend großen Hüllfläche keine eingeprägten Ströme befinden. Damit bleibt

$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\kappa} \int \vec{J}_i \cdot \nabla \psi dv'. \quad (14.9)$$

Berechnen wir noch den Gradienten von  $\psi$ , ergibt sich

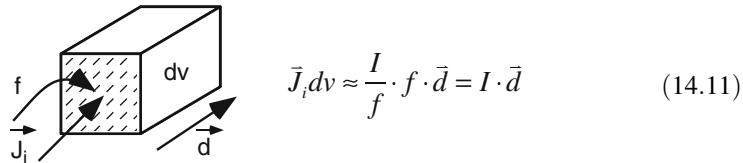
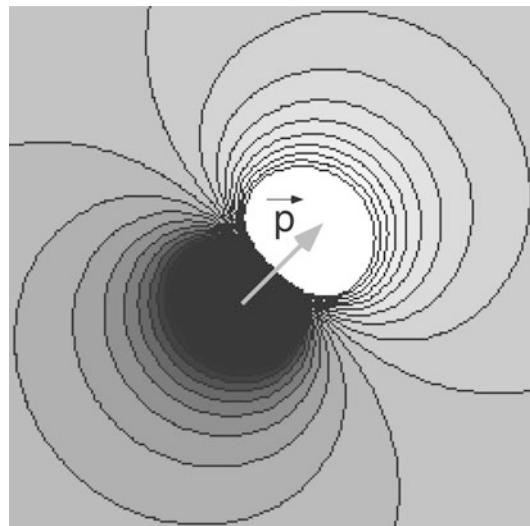
$$\Phi(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi\kappa} \int \vec{J}_i \cdot \frac{(\vec{r} - \vec{r}')}{(\vec{r} - \vec{r}')^3} dv'. \quad (14.10)$$

Dies ist tatsächlich das Potential einer Überlagerung von vielen Dipolen der Größe  $\vec{J}_i dv$ , (Erinnerung: Potential eines Dipols  $\Phi_D = \frac{\vec{p}(\vec{r} - \vec{r}')}{4\pi\epsilon(\vec{r} - \vec{r}')^3}$ ).  $\vec{J}_i dv$  nennt man daher „Stromdipol“  $\vec{p}$ .

Der Stromdipol hat die Einheit  $\frac{A}{m^2} \cdot m^3 = A \cdot m$ .

Man kann sich einen Stromdipol auch als einen sehr kurzen Pfad der Länge  $\vec{d}$  vorstellen, durch den ein Strom  $I$  fließt.

**Abb. 14.7** Potential eines Stromdipols im homogen leitfähigen Volumen



Die wichtigsten Ergebnisse dieser Überlegungen sind:

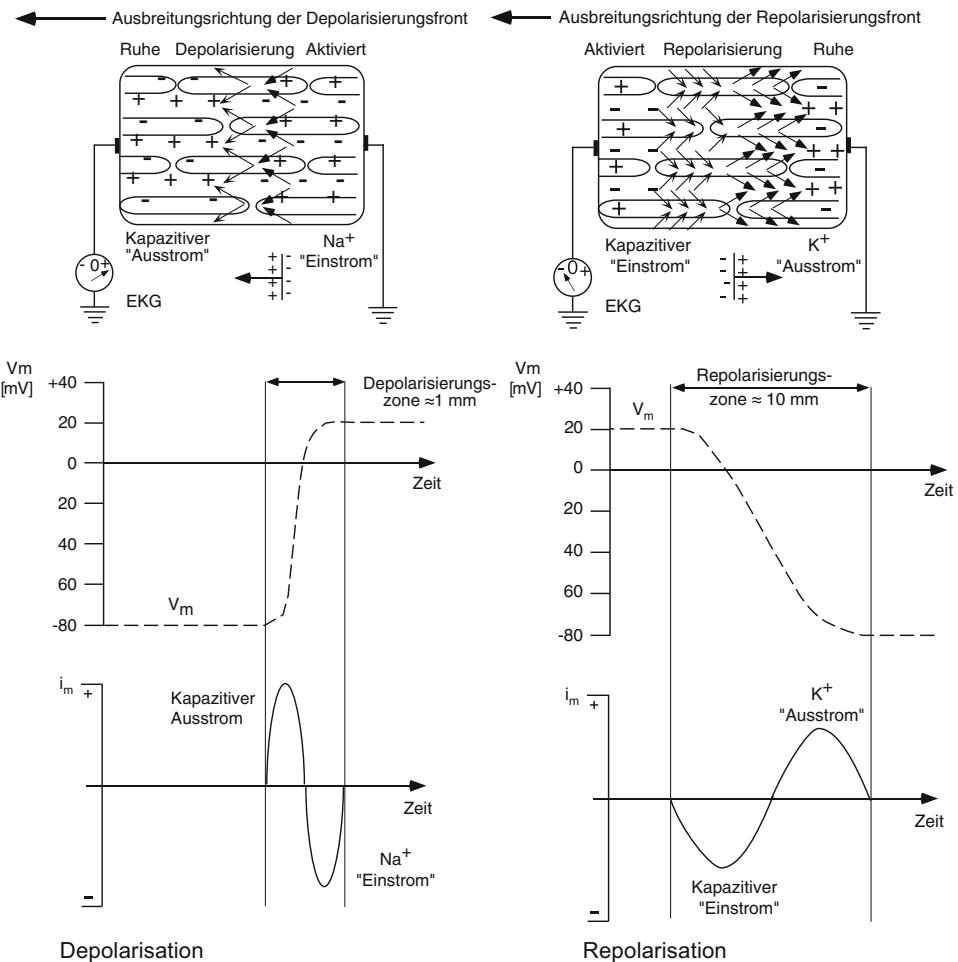
Jede beliebige Verteilung von eingeprägten Strömen im Körper lässt sich als Überlagerung von Stromdipolen darstellen. Aufgabe bei der Abbildung der bioelektrischen Ströme ist die Darstellung der Verteilung der Stromdipole im Körper.

Zur numerischen Behandlung muss der Körper in diskrete Volumenelemente aufgeteilt werden, in denen Stärke und Richtung des mittleren (integralen) Stromdipols dargestellt wird:  $\vec{J}_i \cdot \Delta v = \vec{p}_i$ .

Je größer die Rasterung bei der Diskretisierung, desto unspezifischer das Ergebnis bei der Darstellung der Stromdipolverteilung.

Im Extremfall wird z. B. die Stromdipolverteilung auf dem Herzen durch einen einzigen Stromdipol, den sog. Herzvektor approximiert. Auch viele Prozesse im Hirn werden durch einen einzigen Stromdipol grob beschrieben.

Abbildung 14.7 zeigt das Potential im Körper, das durch einen einzigen eingeprägten Stromdipol in einem Gebiet mit homogener Leitfähigkeit erzeugt wird. Man erkennt unmittelbar, dass das Potential genau so verläuft, wie das Potential eines einfachen elektrischen Dipols.

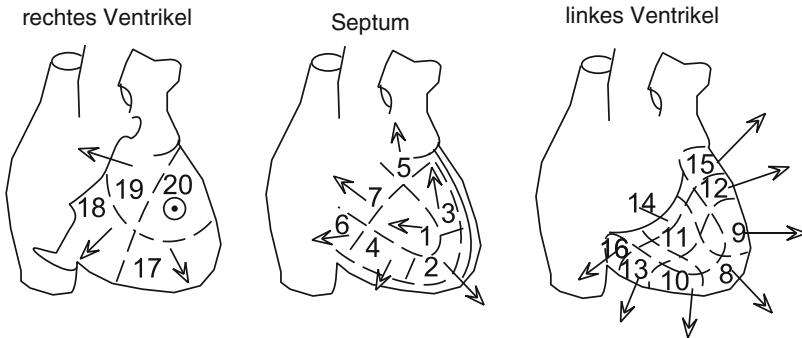


**Abb. 14.8** Ausbreitung der Depolarisation und Repolarisation auf dem Myokard ( $V_m$  = Transmembranpotential,  $i_m$  = Transmembranstrom) [5]

### 14.3.2 „Uniform double layer“

Die Stromdipolverteilung auf dem Herzmuskel (Myokard) weist einige besondere Eigenschaften auf, die in diesem Kapitel beschrieben werden sollen.

Abbildung 14.8 zeigt schematisch das Myokard mit den Muskelzellen und dem extrazellulären Raum. Im Ruhezustand misst man eine Transmembranpotential  $V_m$  (die Potentialdifferenz zwischen dem Inneren einer Zelle und dem extrazellulären Raum) von  $-80 \text{ mV}$ . Geht die Zelle in den erregten (depolarisierten) Zustand über, so fließen



**Abb. 14.9** Zwanzig repräsentative Stromdipole zur Modellierung der Stromdipolverteilung auf dem Herzen.

verstärkt  $\text{Na}^+$ -Ionen in die Zellen und die Transmembranspannung geht auf positive Werte von ca. +20 mV. Vor der Ausbreitungsfront der Depolarisierung kommt es zu kapazitiven Strömen aus der Zelle hinaus, die die fortschreitende Depolarisierung bewirken. Aus dem Blickwinkel des extrazellulären Raumes befinden sich auf einer flächenhaften Front der Depolarisierung im Abstand von ca. 1 mm Quellen und Senken für den Strom. Sie stellen eine flächenhafte Anordnung von elementaren Stromdipolen  $\vec{J}_i dv$  dar, wie sie im Abschn. 14.3.1 beschrieben wurden. Ohne Beweis sei hier angegeben, dass die eingeprägte  $\vec{J}_i$  Stromdichte zum Gradienten der Transmembranspannung proportional ist

$$\vec{J}_i = -\kappa_i \cdot \nabla V_m. \quad (14.12)$$

Im gesunden Myokard stellt sich im Zeitbereich um die R-Zacke des EKG eine weitgehend homogene StromdichteVerteilung  $\vec{J}_i$  ein, die vom Inneren der Ventrikel, also vom Endokard aus, nach außen zeigt (Abb. 14.9). Man nennt sie „Uniform double layer“.

Die Vorgänge bei der Repolarisierung des Myokards lassen sich analog in diesem Modell beschreiben. Aufgabe bei der Abbildung bioelektrischer Ströme ist es, diese Stromverteilung aus der Messung der elektrischen Potentiale und/oder der biomagnetischen Felder zu rekonstruieren.

Alternativ können auch die elektrischen Potentiale auf der äußeren Oberfläche des Myokards rekonstruiert werden (epikardiale Potentiale). So kommt man in den rekonstruierten Bildern näher an die Quellen heran, zeigt aber nicht die eigentlichen Quellen der bioelektrischen und biomagnetischen Signale. Noch ein anderer Zugang besteht darin, für jeden Abschnitt des Herzens die Ankunftszeit des „Uniform double layers“ zu bestimmen (Aktivierungszeiten, Isochronen-Darstellung).

## 14.4 „Lead fields“

### 14.4.1 Definition der „lead fields“

Ein Problem bei der Abbildung bioelektrischer Ströme ist es, dass grundsätzlich alle Stromdipole, die gleichzeitig „aktiv“ sind, zu allen Elektroden bzw. Magnetometern einen Beitrag liefern. Die Aufnahme einer „Projektion“, bei der (wie bei der Computertomographie) nur die Volumenelemente auf einem geraden Strahl zum Signal beitragen, ist nicht möglich. Wird ein spezifisches Elektrodenpaar („lead“) vorgegeben, so kann man die Frage stellen, welcher mögliche Stromdipol  $\vec{p}_i$  im Körper in welchem Maße zu dem Elektrodensignal beitragen kann. Da der Stromdipol ein Vektor ist, wird der mögliche Beitrag zum Elektrodensignal von der Richtung des Dipols abhängen.

Wir definieren das „lead field“  $\vec{a}(x, y, z)$  auf folgende Weise

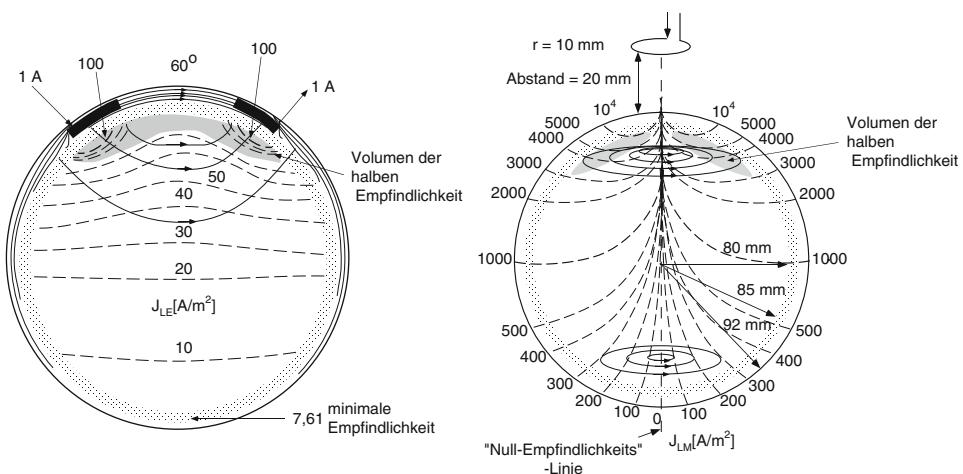
$$V = (a_x(x, y, z) \ a_y(x, y, z) \ a_z(x, y, z)) \cdot \begin{pmatrix} p_x(x, y, z) \\ p_y(x, y, z) \\ p_z(x, y, z) \end{pmatrix}. \quad (14.13)$$

Man kann diesen Ansatz so verstehen, dass wir einen einzigen Stromdipol, der zunächst nur in x-Richtung zeigt ( $p_x$ ), im Körper an alle Punkte x, y, z schieben und jedesmal die Spannung V am ausgewählten Elektrodenpaar messen. Der Faktor zwischen der Stromdipolstärke und der gemessenen Spannung ist dann  $a_x(x, y, z)$ . Ist  $a_x$  an einer Stelle x,y,z gleich Null, so kann ein Stromdipol  $p_x$  an dieser Stelle zum Elektrodensignal nichts beitragen. Irgendwo wird es aber auch einen Punkt im Körper geben, wo  $a_x(x, y, z)$  maximal ist, d.h. ein Stromdipol in x-Richtung an dieser Stelle wird ein großes Elektrodensignal erzeugen. Analog verfahren wir mit Stromdipolen in y-Richtung, um  $a_y(x, y, z)$  zu bestimmen, und in z-Richtung, um  $a_z(x, y, z)$  zu bestimmen. Die „Empfindlichkeitsfaktoren“  $a_x$ ,  $a_y$ ,  $a_z$  lassen sich als Vektorfeld auffassen. Um das Signal eines beliebigen Stromdipol-Vektors  $\vec{p}$  (x,y,z) im ausgewählten Elektrodenpaar zu bestimmen, braucht man nur noch mit dem „lead field“-Vektor  $a(x, y, z)$  das Skalarprodukt zu bilden:  $V = \vec{a} \cdot \vec{p}$ . In analoger Weise lassen sich auch die „lead fields“ für Magnetometer definieren.

### 14.4.2 „Lead fields“ von Elektrodenpaaren und Magnetometern

Die „lead fields“ wurden für verschiedene Anordnungen von Elektroden bzw. Magnetometern bestimmt. Hierbei geht die Leitfähigkeitsverteilung im Inneren des Körpers mit ein.

Abbildung 14.10 zeigt Beispiele für Elektrodenanordnungen am menschlichen Kopf. Der Kopf wurde zur Vereinfachung durch drei Kugelschalen modelliert, wobei die äußere



**Abb. 14.10** „Lead fields“ von Elektroden und Magnetometern am Beispiel eines kugelförmigen Kopfmodells [5]

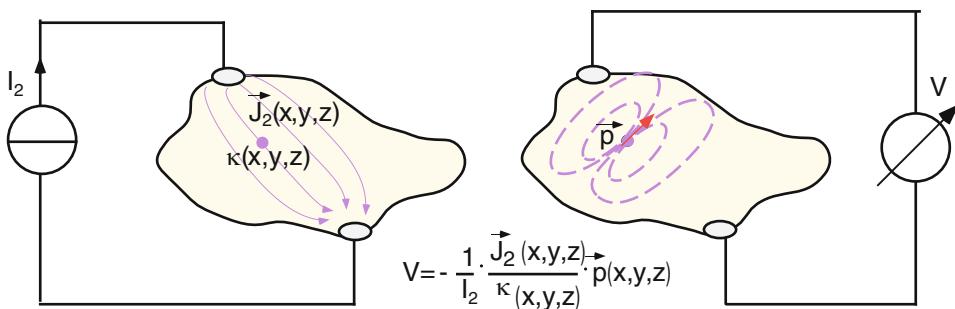
Schale die Leitfähigkeit von Haut, die zweite die Leitfähigkeit von Knochen und die dritte die Leitfähigkeit des Gehirns hat. Wir erkennen, dass die Empfindlichkeit für Stromdipole nahe der Elektroden am größten ist, und dass die Empfindlichkeit schnell mit dem Abstand von der Elektrode abfällt. In der Nähe der Elektroden muss der Dipol auf die Elektrode hinzeigen, d.h. radial angeordnet sein, um zu dieser Elektrode einen Signalbeitrag zu liefern. Mit sehr vielen Elektroden können alle Bereiche des Gehirns, die dicht unter dem Schädel liegen, erfasst werden.

Abbildung 14.10 zeigt auch das „lead field“ eines Magnetometers am gleichen Kopfmodell. Hier sieht man, dass in einem Ring unterhalb des Magnetometers die Empfindlichkeit am größten ist, und zwar für Stromdipole, die tangential zur Kopfoberfläche zeigen.

Auch hier ist eine Anordnung aus vielen Magnetometern nötig, um den ganzen Kopf zu erfassen. Ebenso ergibt sich die größte Empfindlichkeit für Stromdipole dicht unter dem Schädel.

### 14.4.3 Reziprozitätstheorem

Hermann von Helmholtz hat schon 1853 erkannt, dass es einen Zusammenhang gibt zwischen dem „lead field“ eines Elektrodenpaars und der StromdichteVerteilung im Körper, die sich ergeben würde, wenn man in das gleiche Elektrodenpaar von außen einen Strom einspeist (Abb. 14.11). In einer „aufbereiteten“ Version lautet das Reziprozitätstheorem (ohne Beweis, siehe [5])



**Abb. 14.11** Reziprozitätstheorem

$$V = -\frac{1}{I_2} \cdot \frac{\vec{J}_2(x, y, z)}{\kappa(x, y, z)} \cdot \vec{p}(x, y, z), \quad (14.14)$$

$$\vec{a}(x, y, z) = -\frac{1}{I_2} \cdot \frac{\vec{J}_2(x, y, z)}{\kappa(x, y, z)}, \quad (14.15)$$

mit:  $V$  = gemessenes Elektrodensignal wenn ein Stromdipol „aktiv“ ist,

$I_2$  = Stromstärke, die zum Erzeugen der Stromdichteverteilung in die Elektroden eingespeist wird,

$J_2(x, y, z)$  = Stromdichte, die sich bei Einspeisung von  $I_2$  am Ort  $x, y, z$  ergeben würde,

$\kappa(x, y, z)$  = elektrische Leitfähigkeit am Ort  $x, y, z$ .

Das „lead field“ eines Elektrodenpaares ist damit die auf den eingespeisten Strom und die Leitfähigkeit am Dipolort normierte Stromdichte, die sich ergeben würde, wenn durch die Messelektroden ein Strom eingespeist wird.

Mit dem Reziprozitätstheorem kann man „lead fields“ bestimmen oder auch abschätzen. Hier erkennt man eine Verwandtschaft mit dem Problem der Impedanztomographie. Die in Abb. 13.8 gezeigte Dichte der Äquipotentiallinien bei der Impedanztomographie ist ein Mass für die Empfindlichkeit bei der Abbildung bioelektrischer Ströme in einem homogen leitfähigen Zylinder.

## 14.5 Das inverse Problem

### 14.5.1 Das Problem mit dem „inversen Problem“

Vom „Vorwärts-Problem“ spricht man, wenn eine Stromdipolverteilung im Körper bekannt bzw. vorgegeben ist, und die Aufgabe darin besteht, die Potentiale und Magnetfelder außerhalb des Körpers zu berechnen. Dieses Problem hat immer eine eindeutige Lösung.

Das „inverse Problem“ ist die umgekehrte Aufgabe: Die Stromdipolverteilung ist aus den gemessenen Potentialen und Magnetfeldern zu bestimmen [4, 7, 9]. Das inverse Problem bei der Rekonstruktion bioelektrischer Ströme weist zwei Schwierigkeiten auf:

- Das Problem ist oft unterbestimmt, d. h. die Zahl der Unbekannten ist größer als die Zahl der Messgrößen. Werden z. B. 120 Potentiale gemessen, so können maximal 40 Stromdipole (je 3 Unbekannte  $p_x, p_y, p_z$ ) exakt rekonstruiert werden. Bei mehr Stromdipolen müssen Schätzverfahren eingesetzt werden (s. Stromdipolverteilungen Abschn. 14.5.4).
- Das Problem ist oft „schlecht gestellt“ (ill-posed), das bedeutet, dass kleine Messfehler große Fehler bei den rekonstruierten Strömen hervorrufen können. Im Extremfall bedeutet dies, dass es zu einer gemessenen Potential- oder Magnetfeldverteilung unendlich viele Lösungen des inversen Problems gibt.

Ein „schlecht gestelltes Problem“ tritt in diesem Zusammenhang immer dann auf, wenn es „stille Quellen“ gibt. Das sind Stromdipolverteilungen, die außerhalb des Körpers keine oder nur sehr kleine Potentiale oder Magnetfelder erzeugen.

„Stille Quellen“ können zu jeder gefundenen Lösung des inversen Problems addiert werden, und es entsteht wieder eine Stromdipolverteilung, die die Messwerte vollständig erklärt. Die mathematische Formulierung dieses Satzes lautet:

Sei  $(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N)$  eine Liste von Stromdipolen an den Orten 1 – N, die die gemessenen Potentiale  $(V_1 \dots V_K)$  und die gemessenen Magnetfelder  $(B_1 \dots B_L)$  erklärt

$$(\vec{p}_1, \dots, \vec{p}_N) \rightarrow (V_1 \dots V_K, B_1 \dots B_L). \quad (14.16)$$

Sei  $(\vec{p}_1^s, \dots, \vec{p}_N^s)$  eine Liste von Stromdipolen, an den Orten 1 – N, die zu keinen Potentialen bzw. Magnetfeldern führt („stille Quelle“)

$$(\vec{p}_1^s, \dots, \vec{p}_N^s) \rightarrow (0, \dots, 0, 0, \dots, 0). \quad (14.17)$$

So gilt:

$$(\vec{p}_1 + \vec{p}_1^s, \dots, \vec{p}_N + \vec{p}_N^s) \rightarrow (V_1 \dots V_K, B_1 \dots B_L), \quad (14.18)$$

d. h. auch  $\vec{p} + \vec{p}^s$  ist eine Lösung des inversen Problems.

### 14.5.2 Volumenleitermodelle

Die messbaren Potentiale bzw. Magnetfelder werden stark durch die individuelle Verteilung von Gebieten unterschiedlicher Leitfähigkeit im Körper beeinflusst. Genau genommen misst man beim EEG/EKG den Spannungsabfall der Volumenströme an der Haut. Beim MEG/MKG tragen die eingravierten Ströme *und* die Volumenströme zum

gemessenen Magnetfeld bei. Den Mediziner interessieren nur die eingeprägten Ströme ( $J_i$  aus Abschn. 14.3.1). Ein guter Rekonstruktionsalgorithmus berücksichtigt die eingeprägten Ströme und die Volumenströme beim Vergleich mit den Messdaten und stellt dann nur noch die eingeprägten Ströme dar.

Die genaue Berechnung der Volumenströme, die zu einem eingeprägten Stromdipol gehören, ist nur mit Methoden der numerischen Feldberechnung möglich (z. B.: FEM = Finite Elemente Methode, FDM = Finite Differenzen Methode, FIT = Finite Integrations Technik, BEM: Boundary Element Methode). Die Anwendung der Methoden setzt die genaue Kenntnis über die äußere Form des Körpers, die genaue Lage der Organe und die Impedanzen der verschiedenen Gewebearten voraus. Diese Informationen können z. B. aus 3D-Datensätzen der MR-Tomographie und aus Ergebnissen der Impedanztomographie gewonnen werden. Das Verfahren ist sehr aufwändig und kann in dieser Form heute nur an wenigen ausgewählten Patienten durchgeführt werden.

Oft werden vereinfachte Volumenleitermodelle eingesetzt. Beispielsweise kann der Kopf grob durch eine Kugel approximiert werden. Beim Oberkörper werden Kugeln und Zylinder eingesetzt.

### 14.5.3 Stromdipol-Lokalisierung

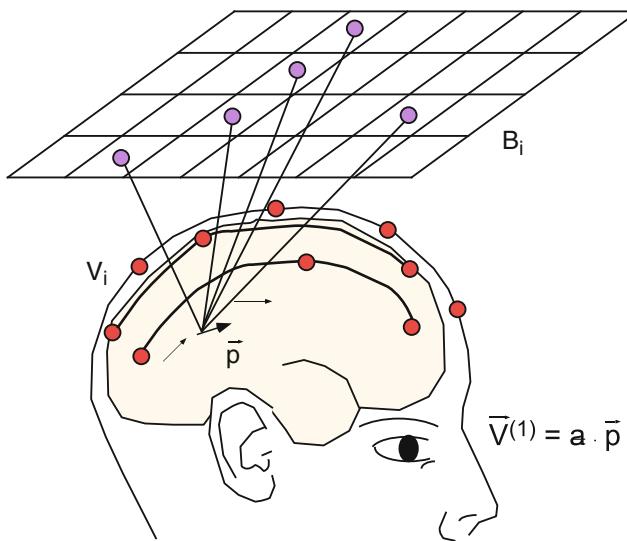
Viele bioelektrische Ströme im Körper lassen sich durch einen einzigen Stromdipol modellieren. Die Aufgabe bei der Rekonstruktion besteht darin, den Ort und die Richtung dieses Dipols zu finden (Abb. 14.12). Das Problem ist überbestimmt und es wird derjenige Stromdipol gesucht, bei dem die Summe der quadratischen Abweichungen zwischen der Vorwärtsrechnung und den Messdaten minimal wird. Die vorwärts gerechneten Potentiale bzw. Felder hängen linear von den Dipolkomponenten  $p_x$ ,  $p_y$  und  $p_z$  ab, aber nichtlinear vom Ort  $x$ ,  $y$ ,  $z$ .

Da die Gleichungen nicht analytisch nach den Ortskoordinaten aufgelöst werden können, muss eine Fit-Prozedur eingesetzt werden. Hierbei wird mit einem Schätzwert für den Ort des Dipols gestartet. Dann werden die am besten passenden Dipolkomponenten  $p_x$ ,  $p_y$ ,  $p_z$  bestimmt und die Summe der quadratischen Abweichungen  $F$  berechnet. Danach wird der Dipol verschoben, wieder vorwärts gerechnet und ermittelt, ob  $F$  kleiner geworden ist. Wenn ja, wird der neue Ort  $x$ ,  $y$ ,  $z$  übernommen und der nächste Iterationsschritt gestartet.

Die Suche nach dem Ort mit dem kleinsten Fehler  $F$  sollte möglichst zielführend erfolgen. Die am häufigsten eingesetzten Verfahren sind der Simplex- und der Levenberg-Marquardt-Algorithmus.

Die bioelektrischen Ströme im Körper sind immer zeitabhängig. Man kann mit der gleichen Abtastrate, mit der die EEG/EKG-Daten (bzw. MEG/MKG-Daten) gemessen wurden, die „Wanderung“ des Dipols durch den Körper verfolgen. Typische Abtastraten liegen bei 1 kHz, d. h. man erhält für jede msec einen neuen Stromdipol („moving dipole“).

Weiter ist es möglich, auch 2 oder 3 gleichzeitig aktive Stromdipole an die Messdaten anzupassen. Dem sollte aber eine physiologisch tragfähige Hypothese zugrunde liegen, die die Annahme von 2 oder 3 Dipolen rechtfertigt.



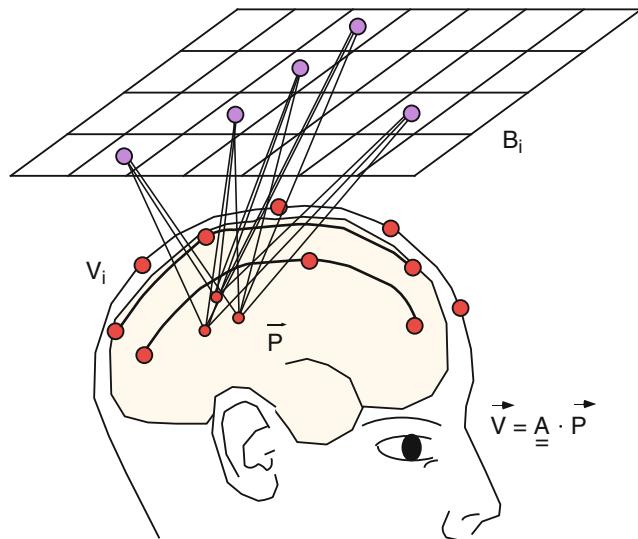
**Abb. 14.12** Stromdipol-Lokalisierung ( $\vec{p}$  = Stromdipol,  $V_i$  = gemessene Potentiale,  $B_i$  = gemessene Magnetfelder)

Bei der Auswertung von Messdaten von epileptischen Patienten hat es sich als sinnvoll erwiesen, einen mehrere Minuten langen Datensatz so auszuwerten, dass bei jedem „Spike“ ein Dipol ermittelt und schließlich die Häufigkeit, mit der in einem Volumenelement des Gehirns ein Dipol gefunden wurde, dargestellt wird (Dipole Density Plot).

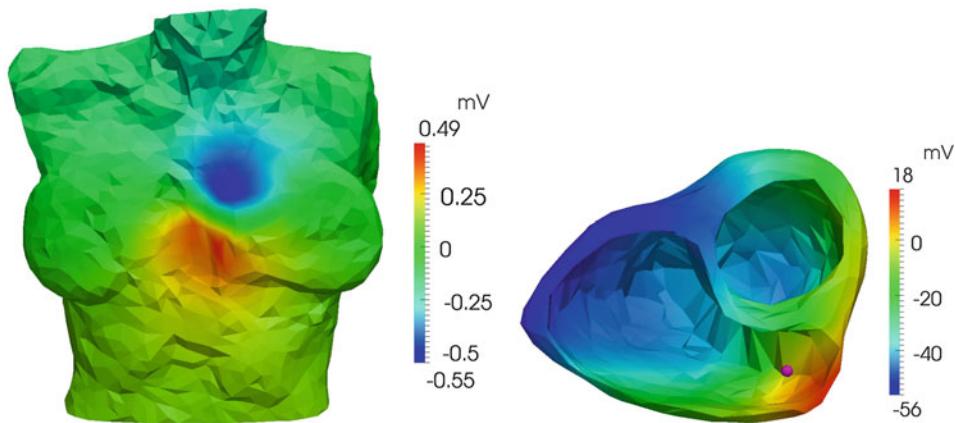
#### 14.5.4 Stromdipol-Verteilungen

Eine andere Möglichkeit zur Auswertung bioelektrischer und biomagnetischer Daten besteht darin, nur auf vielen vorher festgelegten Punkten Ströme zuzulassen, und dann danach zu fragen, wie groß die Ströme an diesen Punkten waren und in welche Richtung sie gezeigt haben (Abb. 14.13).

Der Nachteil des Verfahrens ist, dass die „Bildpunkte“ vorher festgelegt werden müssen. Ist keine physiologisch begründete Einschränkung der erlaubten Stromdipol-Punkte möglich, muss man z. B. ein kubisches Gitter in den Körper legen. Dies führt schnell auf eine sehr große Zahl von unbekannten Bildpunkten und damit auf ein stark unterbestimmtes Problem. Will man physiologisch sinnvolle Punkte z. B. auf der Hirnrinde oder dem Myokard auswählen, so muss man die Lage von Hirn bzw. Herz im individuellen Patienten z. B. aus 3D-MR-Daten ermitteln („Segmentieren“) und das Koordinatensystem des MR-Tomographen an das Koordinatensystem der Potential- bzw. Magnetfeldmessung anpassen („Matching“).



**Abb. 14.13** Stromdipol-Verteilungen: ( $\vec{P}$ : alle Stromdipole hintereinander geschrieben,  $V_i$ : gemessene Potentiale,  $B_i$ : gemessene Magnetfelder)



**Abb. 14.14** Lokalisierung einer ventrikulären Extrasystole. Links: gemessenes Body Surface Potential Map (BSPM) zu Beginn der Extrasystole. Rechts: rekonstruierte Transmembranspannung zusammen mit dem später invasiv gemessenen Fokus der Extrasystole (lila Kugel). (Quelle: Walther Schulze und Danila Potyagaylo, IBT Karlsruhe)

Der Vorteil bei der Rekonstruktion von Stromdipol-Verteilungen liegt in der vergleichsweise leichteren Rekonstruktion der Ströme. Der mathematische Ansatz soll im Folgenden beschrieben werden: Die „lead fields“ wurden im Abschn. 14.4 definiert

$$V^{(1)} = (a_x(\vec{r}) \ a_y(\vec{r}) \ a_z(\vec{r})) \cdot \begin{pmatrix} p_x(\vec{r}) \\ p_y(\vec{r}) \\ p_z(\vec{r}) \end{pmatrix}, \quad (14.19)$$

mit:  $V^{(1)}$  = gemessene Spannung an einem ausgewählten Elektrodenpaar. (Die hochgestellte (1) soll anzeigen, dass hier nur ein einziger Dipol „aktiv“ ist),  
 $\vec{a}(\vec{r})$  = „lead field“ am Ort  $\vec{r}$ ,  
 $\vec{p}(\vec{r})$  = Stromdipol am Ort  $\vec{r}$ .

Wie erwähnt gilt der gleiche Formalismus für Magnetfelder  $B$ , so dass im Folgenden „ $V$ “ auch für gemessene Magnetfelder stehen kann. Werden alle Messwerte  $V^{(1)}$  hintereinander in eine Reihe geschrieben, ergibt sich ein Array  $\vec{V}^{(1)}$ . Jedes Elektrodenpaar bzw. jedes Magnetometer hat ein anderes „lead field“. So ergibt sich eine Matrix  $\underline{\underline{A}}$ , die die Abbildung eines einzigen Stromdipols auf alle Messwerte ermöglicht.

$$\vec{V}^{(1)} = \begin{pmatrix} V_1^{(1)} \\ \vdots \\ V_M^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{x1}(\vec{r}) & a_{y1}(\vec{r}) & a_{z1}(\vec{r}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{xM}(\vec{r}) & a_{yM}(\vec{r}) & a_{zM}(\vec{r}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_x(\vec{r}) \\ p_y(\vec{r}) \\ p_z(\vec{r}) \end{pmatrix}. \quad (14.20)$$

mit:  $M$  = Zahl der Messwerte.

Werden nun mehrere Dipole an den Orten  $\vec{r}_1$  bis  $\vec{r}_N$  gleichzeitig „angeschaltet“, so gilt nach dem Überlagerungssatz, dass die Beiträge aller Dipole zur Elektrodenspannung einfach zur Gesamtspannung addiert werden können.

In Matrix-Schreibweise heisst das

$$\vec{V} = \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_M \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{x1}(\vec{r}_1) & a_{y1}(\vec{r}_1) & a_{z1}(\vec{r}_1) & \dots & a_{x1}(\vec{r}_N) & a_{y1}(\vec{r}_N) & a_{z1}(\vec{r}_N) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots \\ a_{xM}(\vec{r}_1) & a_{yM}(\vec{r}_1) & a_{zM}(\vec{r}_1) & \dots & a_{xM}(\vec{r}_N) & a_{yM}(\vec{r}_N) & a_{zM}(\vec{r}_N) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} p_x(\vec{r}_1) \\ p_y(\vec{r}_1) \\ p_z(\vec{r}_1) \\ \vdots \\ p_x(\vec{r}_N) \\ p_y(\vec{r}_N) \\ p_z(\vec{r}_N) \end{pmatrix}. \quad (14.21)$$

Damit ergibt sich eine „große“ Matrixgleichung

$$\vec{V} = \underline{\underline{A}} \cdot \vec{P}, \quad (14.22)$$

wobei  $\underline{\underline{A}}$  die gesamte zusammengestellte „lead field“ Matrix ist. Ist die Matrix  $\underline{\underline{A}}$  für eine Kombination aus bestimmten Elektrodenpaaren und möglichen Stromdipolorten berechnet worden, so kann man für jede mögliche Auswahl von Stromdipolen (nach Stärke und Richtung) sofort die Spannungen bzw. Magnetfelder berechnen, die man dann messen müsste. Das „Vorwärtsproblem“ reduziert sich damit auf eine einfache Matrix-Multiplikation.

Die Berechnung der „lead field“ Matrix  $\underline{\underline{A}}$  ist sicherlich aufwändig, insbesondere, wenn nicht mit einfachen (z. B. kugelförmigen) Volumenleitermodellen, sondern mit realistischen Modellen (FEM, FDM oder BEM) gerechnet wird. Die Matrix ist aber zeitunabhängig und kann zur Auswertung eines Datensatzes, der die Messung vieler Zeitpunkte beinhaltet, immer wieder angewendet werden (vorausgesetzt, die geometrische Lage der Elektroden und der erlaubten Stromdipolorte ändert sich nicht).

Das „inverse Problem“ könnte einfach durch Matrix-Inversion gelöst werden, wenn es nicht die im Abschn. 14.5.1 beschriebenen Probleme gäbe

$$\vec{P} = \underline{\underline{A}}^{-1} \cdot \vec{V}. \quad (14.23)$$

Das Problem ist oft unterbestimmt, d. h. es gibt mehr Unbekannte als Bestimmungs-gleichungen. Aber selbst wenn man so viele Messwerte wie Unbekannte hätte, wäre das Problem noch nicht gelöst.

Die Determinante der Matrix  $\underline{\underline{A}}$  ist nämlich fast null, d. h. viele Spalten- bzw. Zeilenvektoren sind nicht linear unabhängig.

Die mathematisch richtige Analyse von Problemen dieser Art ist die „Singuläre Wertezersetzung“ (Singular Value Decomposition SVD). Hierbei wird die Abbildungsmatrix  $\underline{\underline{A}}$  in ein Produkt aus 3 Matrizen zerlegt.

$$\underline{\underline{A}} = \underline{\underline{U}} \cdot \begin{pmatrix} w_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & w_N \end{pmatrix} \cdot \underline{\underline{V}}^T, \quad (14.24)$$

wobei  $\underline{\underline{U}}$  und  $\underline{\underline{V}}$  orthonormale Matrizen sind, d. h.

$$\sum_{i=1}^M U_{ik} U_{in} = \delta_{kn} \quad . \quad (14.25)$$

$$\begin{aligned} \delta_{kn} &= 1 \text{ wenn } k = n, \\ \delta_{kn} &= 0 \text{ wenn } k \neq n \end{aligned}$$

$$\sum_{j=1}^N V_{jk} V_{jn} = \delta_{kn}. \quad (14.26)$$

Die Werte  $w_i$  sind die Singulärwerte der Matrix  $\underline{\underline{A}}$ . Je mehr Singulärwerte  $w_i$  sehr klein sind (d. h. kleiner als z. B. 1 % vom größten Singulärwert), desto schlechter ist das Problem gestellt, d. h. desto mehr werden kleine Messfehler bei den  $V_i$  zu sehr großen Fehlern bei den  $p_i$  führen. Das inverse Problem bei der Abbildung bioelektrischer Ströme ist leider in diesem Sinne „schlecht gestellt“. Von der Mathematik werden Ansätze angeboten, um trotzdem zu stabilen Lösungen zu kommen. So kann man zeigen, dass die sog. „Pseudoinverse“  $\underline{\underline{A}}^+$  diejenige Lösung des inversen Problems wählt, bei der die Länge des Lösungsvektors:

$$\|\vec{P}\| = \sqrt{\sum p_i^2} \text{ minimal ist.}$$

Daher spricht man auch von der „Minimum-Norm-Schätzung“:

$$\underline{\underline{A}}^+ = (\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}})^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^T. \quad (14.27)$$

$$\vec{P} = \underline{\underline{A}}^+ \cdot \vec{V}. \quad (14.28)$$

Hat man es nun außerdem noch mit verrauschten Messdaten zu tun, so muss man abwägen, wie gut die Lösung an die Messdaten angepasst sein soll, oder wie gut die Forderung nach dem kürzesten Lösungsvektor erfüllt sein soll. Man spricht von der „Regularisierung des Problems“ und sucht eine Lösung, bei der die gewichtete Summe aus der Summe der quadratischen Abweichungen und der Länge des Lösungsvektors minimiert wird.

$$F = \left\| \vec{V} - \underline{\underline{A}} \cdot \vec{P} \right\|^2 + \lambda \cdot \left\| \vec{P} \right\|^2. \quad (14.29)$$

Hierbei ist  $\lambda$  ein Lagrangemultiplikator, mit dem das Gewicht der beiden Forderungen eingestellt werden kann. Auch für dieses Problem bietet die Mathematik eine Lösung an.

$$\vec{P} = (\underline{\underline{A}}^T \cdot \underline{\underline{A}} + \lambda \cdot \underline{\underline{I}})^{-1} \cdot \underline{\underline{A}}^T \cdot \vec{V}. \quad (14.30)$$

Mit dieser Gleichung erhält man unmittelbar aus den Messwerten  $\vec{V}$  eine Stromdipolverteilung  $\vec{\tilde{P}}$ . Der geeignete Wert des Lagrangemultiplikators kann z. B. aus dem Signal-Rausch-Verhältnis der Messdaten abgeschätzt werden.

Die bei diesem Verfahren eingeführte Forderung nach der kürzesten Länge des Lösungsvektors bedeutet, dass diejenige Stromdipolverteilung als Lösung angegeben wird, die mit den kleinsten Strömen auskommt, um die Messdaten zu erklären. Diese Annahme ist willkürlich und nur bedingt durch die Physiologie der elektrischen Ströme im Körper zu rechtfertigen. Das Verfahren muss sich hauptsächlich daran messen, ob es gelingt, damit diagnostisch relevante Bilder zu rekonstruieren. In der aktuellen Forschung werden auch andere Regularisierungen des Problems untersucht. Beispielsweise kann man auch die „glatteste“ Lösung  $\vec{\tilde{P}}$  suchen.

## 14.6 Anwendungen der Abbildung bioelektrischer Quellen

Tabelle 14.1 zeigt die wichtigsten Anwendungen der Abbildung bioelektrischer Quellen in der medizinischen Diagnostik. Im Vordergrund steht die Abbildung funktioneller Abläufe im Körper. Konkurrierende Verfahren sind daher nicht die Computer-Tomographie oder die Magnetresonanz-Tomographie, die ja nur die Morphologie des Körpers abbilden können.

Eine vergleichbare Zielsetzung haben die nuklearmedizinischen Verfahren wie SPECT und PET oder die MR-Spektroskopie. Bei diesen Verfahren werden Stoffwechsel-Prozesse abgebildet. Elektrophysiologische Abläufe können nur über die elektrischen Potentiale und die Magnetfelder gemessen und abgebildet werden.

**Tab. 14.1** Potentielle Anwendungen der Abbildung bioelektrischer Quellen

Neurologie	Kardiologie
Epilepsie	Wolff-Parkinson-White Syndrom – Lokalisieren des „accessory path“
Morbus Alzheimer	ventrikuläre Tachykardie – Lokalisieren des „exit points“
Parkinson Syndrom, Schizophrenie	Vorhofflimmern und Vorhofflimmern -geführte RF-Ablation mit dem Herzkatheter
Manie, Depression, Phobie	Infarkt Klassifikation
neurologisch bedingte Seh- und Hörstörungen	Quantifizierung der Abstoßungsreaktion an transplantierten Herzen
Tinnitus	
Ischämie und Stenosen	
funktionelle Störungen nach Hirnverletzungen oder Schlaganfall,	
Schmerz, Neuralgie, Migräne	
Abbildung der sensorischen Areale vor Operationen	
Multiple Sklerose	

Heute können epileptische Foci mit den hier beschriebenen Verfahren auf wenige Millimeter genau lokalisiert werden [10]. Es gibt Kliniken, in denen vor jedem neurochirurgischen Eingriff die Lage der sensorischen Areale des Patienten abgebildet werden.

Beim Herzen gelingt es, zusätzliche Leitungsbahnen und ektopie Zentren, die zu Herzrhythmusstörungen führen, zu lokalisieren [11]. Mit einer RF-Ablation können diese Bahnen dann unterbrochen und die Patienten vollständig geheilt werden. Neuerdings können auch die elektrophysiologischen Auswirkungen eines Herzinfarktes abgebildet werden.

Ob die Messung der Magnetfelder, die mit Kosten von ca. 1 Mio. Euro für ein Vielkanal-SQUID-Magnetometer verbunden ist, wirklich für die Abbildung bioelektrischer Quellen nötig ist, oder ob nicht auch die elektrischen Potentiale alleine genügen, ist heute noch eine offene Frage.

---

## Literatur

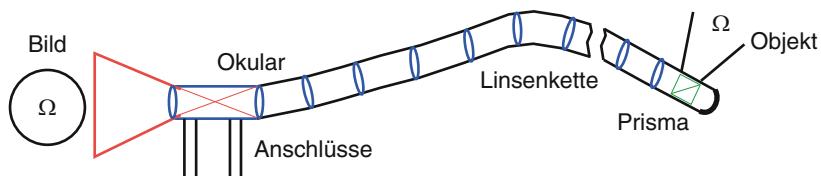
1. Geselowitz D.: On the theory of the electrocardiogram. Proceedings of the IEEE, 77, 857–876, 1989.
2. Webster J.G.: Medical instrumentation, application and design. 2nd ed. Boston, Toronto: Houghton Mifflin Comp., 1992.
3. Hämäläinen M.: Functional localization basesd on measurements with a whole-head magnetometer system. Brain Topography, 7, 283–289, 1995.
4. Brooks D.H., MacLeod R.S.: Electrical imaging of the heart. IEEE Signal Processing Magazine, vol. 14, pp. 24–42, 1997.
5. Malmivuo J., Plonsey R.: Bioelectromagnetism. Principles and applications of bioelectric and biomagnetic fields. New York Oxford: Oxford University Press, 1995.
6. Dössel O., David B., Fuchs M., and Wischman H.: SQUID sensors, medical applications. in: Handbook of Applied Superconductivity, vol. 2 Part G 2.3, Applications, B. Seeber, Ed.: Institute of Physics Publishing, 1998.
7. Dössel O.: Inverse problem of electro- and magnetocardiography: Review and recent progress. Int. J. Bioelectromagnetism, 2, number 2, 2000.
8. Babiloni F., Babiloni C., Carducci F., Romani G. L., Rossini P. M., Angelone L.M., Cincotti F.: Multimodal integration of EEG and MEG data: a simulation study with variable signal-to-noise ratio and number of sensors. Human Brain Mapping, 22, 52–62, 2004.
9. Koch H.: Recent Advances in Magnetocardiography. Journal of Electrocardiology, 37, 117–122, 2004.
10. Michel C.M., Murray M. M., Lantz G., Gonzalez S., Spinelli L., Grave de Peralte R: EEG source imaging. Clinical Neurophysiology, 115, 2195–2222, 2004.
11. Wang Y., Cuculich P. S., Zhang J., Desouza K. A., Vijayakumar R., Chen J., et al.: Noninvasive electroanatomical mapping of the human ventricular arrhythmias with electrocardiographic imaging (ECGI). Sci. Transl. Med., 3: 98ra84, 2011.
12. He B.: Modeling and Imaging of Bioelectrical Activity, Springer, 2005.
13. Pullan A. et al.: The inverse Problem of Electrocardiography. in: Comprehensive Electrocardiology, Macfarlane P.W. et al., Springer, 2010.

Endoskopie bedeutet: den Körper von innen betrachten. Der Zugang zum Betrachtungsort erfolgt durch die natürlichen Körperöffnungen (Speiseröhre, Luftröhre, Enddarm) oder durch kleine Schnitte (z. B. am Knie für die Arthroskopie oder am Bauch für die Laparoskopie). Die Betrachtung erfolgt mit Licht, welches zur Beleuchtung in den Körper hinein und als Bild aus dem Körper wieder herausgeführt wird.

Die Geschichte der Endoskopie begann mit Kussmaul, der 1868 in Freiburg erstmals eine Gastroskopie an einem Schwertschlucker durchführte. In der Folge wurden starre Gastroskope mit drehbaren und kippbaren Spiegeln ausgestattet („Magenspiegelung“). Um 1930 entstanden die ersten semiflexiblen Linsen-Endoskope. Parallel wurden auch schon Glasfaserbündel eingesetzt. Das erste vollflexible Endoskop mit geordneten Lichtleiter-Bündeln wurde 1958 vorgestellt. Heute werden zunehmend Video-Endoskope mit einem CCD-Kamera-Chip an der Spitze des Endoskops eingesetzt (ab ca. 1983).

Das Thema Endoskopie, was im eigentlichen Sinne nur „Betrachten“ meint, ist eng verflochten mit dem therapeutischen Eingriff vor Ort: im Magen wird eine Gewebeprobe entnommen (Biopsie), im Enddarm werden Polypen mit einer Schlinge entfernt, Stenosen (Verengungen) werden aufgeweitet (Bougierung), Gallensteine werden abgesaugt. Diese Entwicklung geht heute noch weiter bis hin zur minimal invasiven Chirurgie oder endoskopischen Mikrochirurgie. Bei der transanalen endoskopischen Rektumchirurgie werden z. B. Teile des Enddarms entfernt oder bei der operativen Arthroskopie werden abgerissene Meniskusteile abgetragen.

Diese therapeutischen Techniken mit wichtigen Themenbereichen wie Mikrowerkzeuge, Blutstillung, Sekretabsaugung oder Laserbehandlung [1] sind nicht Gegenstand dieses Buches. Hier geht es nur darum, wie die Bilder aufgenommen und außerhalb des Körpers dargestellt werden.



**Abb. 15.1** Linsenendoskop

## 15.1 Linsenendoskope

Linsenendoskope bestehen aus einer Kette von Linsen, mit denen das Objekt jeweils 1:1 abgebildet wird. Systeme mit Stablinsen haben eine höhere Lichtausbeute, sind aber ganz starr. Mit einem Prisma kann das Objekt „seitlich“ betrachtet werden. Das Okular ermöglicht die vergrößerte Betrachtung. Im Schaft am Okular befinden sich die Anschlüsse für die Kanäle für Spülflüssigkeit, Luft ( $\text{CO}_2$ ) zum Aufblasen der Körperhöhle und die Faserbündel zur Einkopplung des Lichtes zum Beleuchten des Objektes (Abb. 15.1).

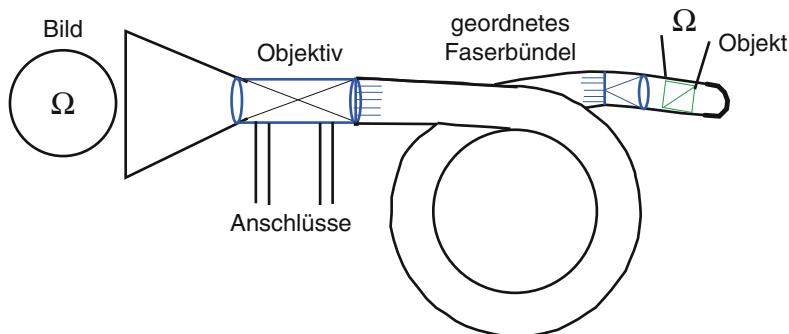
## 15.2 Faserendoskope

Lichtleitfasern führen das eingekoppelte Licht fast verlustlos von einem Ende zum anderen Ende, auch wenn die Faser relativ stark gekrümmkt wird (Krümmungsradius bis herunter zu 10 mm möglich). Der Grund ist, dass es aufgrund einer genau eingestellten radialen Funktion des Brechungsindex zu einer Totalreflexion an der Innenseite des Fasermantels kommt. Typische Glasfasern für den Beleuchtungskanal haben einen Durchmesser von 30 µm. Ca. 5000–7000 solcher Fasern bilden ein komplettes Bündel für den Lichtleiter.

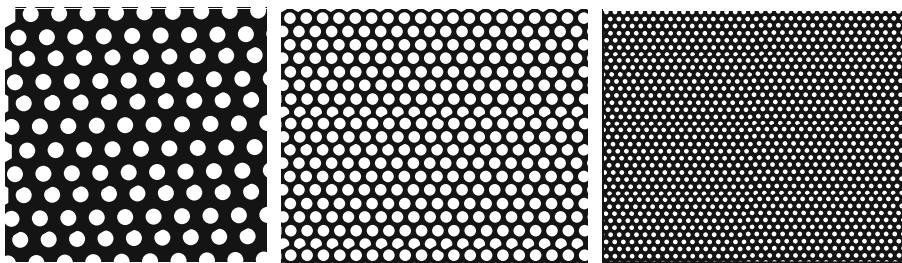
Die Glasfasern zur Übertragung des eigentlichen Bildes haben einen Durchmesser von typisch 7–10 µm. Bis zu 40000 Fasern sind zu einem „Bildleiter“ zusammengefasst. Für die Bildübertragung ist wichtig, dass es sich um ein geordnetes (kohärentes) Faserbündel handelt, d. h. alle Fasern haben auf der Objektseite die gleichen Nachbarn wie auf der Okularseite. Man erkennt sofort, welche schwierige technische Aufgabe es ist, 40000 Lichtfasern geordnet zu einem Bündel zusammenzusetzen (Abb. 15.2).

Der Aufbau mit Okular, Anschlüssen und Beleuchtung ähnelt dem des Linsenendoskops. Mit Bowden-Zügen kann die Spitze in mehrere Richtungen geneigt werden. Die Auflösung hängt entscheidend von der Faserzahl im Bündel ab. Tabelle 15.1 zeigt eine Übersicht.

Abbildung 15.3 zeigt, wie die Abbildung mit unterschiedlichen Faserbündeln eine unterschiedliche Rasterung aufweist.



**Abb. 15.2** Faserendoskop



**Abb. 15.3** Rasterung von Faserbündeln mit unterschiedlichen Faserdurchmessern bei vergleichbarem Abbildungsverhältnis

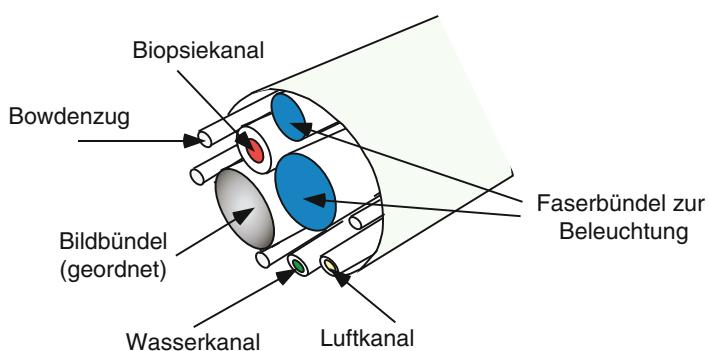
**Tab. 15.1** Auflösungsvermögen in Abhängigkeit von der Faserzahl (Objekt in 15 mm Abstand)

Fasern	Auflösung in Linien/mm
11 000	3,3
16 000	4,0
23 000	6,2
30 000	7,5

Der Hauptschärfenbereich wird üblicherweise auf eine Entfernung von 5–35 mm eingestellt (Fixfokuscharakteristik). Inzwischen gibt es auch schon Zoom-Objektive in Sub-Miniatur-Mechanik.

Abbildung 15.4 zeigt schematisch den Aufbau eines kompletten Endoskopie-Kanals. Die 4 Bowdenzüge ermöglichen ein Abknicken der Spitze in zwei Ebenen um bis zu 180°. Der Gesamtdurchmesser liegt bei Instrumenten für den Einsatz im oberen Verdauungstrakt bei 9–11 mm. Endoskope für den Einsatz im unteren Verdauungstrakt haben einen Schaftdurchmesser von 11–13 mm.

Insbesondere in Hinblick auf die endoskopische Mikrochirurgie wurden auch stereoskopische Endoskope entwickelt. Mit zwei parallel laufenden Bildfaserbündeln bzw.



**Abb. 15.4** Schematischer Querschnitt eines Endoskops

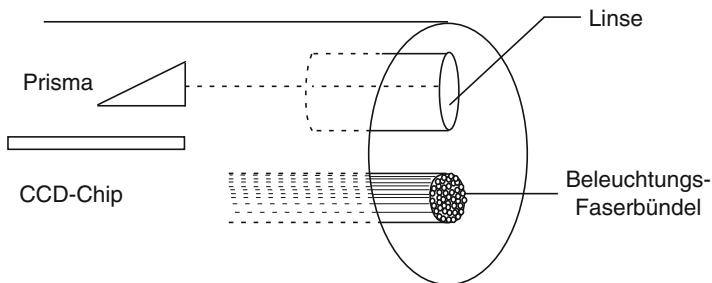
Linsenketten werden zwei Bilder aus unterschiedlichen Blickwinkeln aufgenommen und in zwei Okulare bzw. auf einen speziellen 3D-Monitor übertragen. So erhält der Arzt während des Eingriffs auch einen Tiefeneindruck vom Ort des Geschehens.

### 15.3 Videoendoskope

Grundsätzlich kann bei Linsen- und Faserendoskopen das Bild am Ausgang auch mit einer Videokamera aufgenommen und dann am Monitor betrachtet werden. Die Vorteile sind: Der Kopf des Untersuchers ist frei beweglich und kann in angenehmer Haltung und etwas entfernt vom Endoskop gehalten werden, und es können mehrere Beobachter gleichzeitig das Bild betrachten. Auch ist eine Dokumentation mit Hilfe eines Videorekorders leicht möglich.

In diesem Kapitel soll aber insbesondere diejenige „Videoendoskopie“ beschrieben werden, bei der sich eine Videokamera am distalen Ende, d. h. im Inneren des Patienten befindet. Durch die rasante Entwicklung von CCD-Chips für Videokameras für den Konsumerbereich entstanden Bauelemente, die sich hervorragend für die Endoskopie eignen.

Im CCD-Chip („Charge Coupled Device“) führt das einfallende Licht in einer Matrix von Fotosensoren zu einem Fotostrom und damit zu einer Ansammlung von Ladung in vielen kleinen Kondensatoren. Es ist nun weder technisch realisierbar noch sinnvoll jeden Fotosensor einzeln zu kontaktieren und abzufragen. Im CCD-Chip werden beim Auslesen die einzelnen Ladungspakete zeilenweise an den Videoausgang verschoben. So entsteht ein analoges Zeilensignal, welches von einem Monitor dargestellt werden kann. Farb-CCD-Chips enthalten kleine Farbfilter vor den Fotosensoren und liefern damit auch eine Farbinformation.



**Abb. 15.5** Schema zur Anordnung eines CCD-Chips am distalen Ende eines Endoskops

Abbildung 15.5 zeigt, wie ein CCD-Chip am distalen Ende des Endoskops angeordnet sein kann.

In der europäischen Fernsehnorm werden Bilder von 587 Zeilen mit jeweils 520 Bildpunkten wiedergegeben. Das entspricht 305240 farbigen Bildpunkten. Alle diese Fotosensoren werden auf einer Fläche von ca.  $5 \text{ mm} \times 6 \text{ mm}$  untergebracht, das heisst die Pixel haben eine Fläche von ca.  $7 \mu\text{m} \times 7 \mu\text{m}$ . Chips mit dieser Pixelzahl werden im „high end“ Bereich der Endoskopie eingesetzt. Ein sog. „Broadcasttype-Chip“, der auch oft verwendet wird, hat  $420 * 240 = 100800$  Pixel, was für viele Anwendungen ausreichend ist, zumal die Bildqualität auch wesentlich durch den Fokusbereich und die Ausleuchtung bestimmt wird.

## 15.4 Qualitätsmerkmale von Endoskopen

Tabelle 15.2 zeigt die wichtigsten Qualitätskriterien eines Endoskopiesystems.

Zu den bereits erläuterten optischen Eigenschaften (Auflösung, Fokusbereich) kommt bei der Videoendoskopie die Farbwiedergabe hinzu. Die objektiv richtige Wiedergabe der Farbe ist bei CCD-Chips problematisch. Die Farbe kann aber für die richtige Diagnose ein wichtiges Merkmal sein.

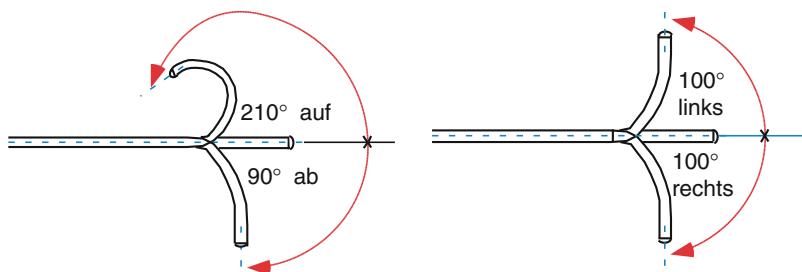
Zur Bewegungsmöglichkeit der Spitze zeigt Abb. 15.6 zwei Beispiele. Besonders vorteilhaft sind Endoskope, bei denen die Spitze in zwei Ebenen geneigt werden kann.

Auch die Desinfizierbarkeit ist ein sehr wichtiges Kriterium. Die Dauer der vorgeschriebenen Desinfektion und die damit verbundenen Kosten spielen im laufenden Betrieb eine große Rolle. Auch ist es wichtig zu wissen, wie oft ein Endoskop desinfiziert werden kann, bevor es zur Wartung eingeschickt werden muss.

Zu allen Endoskopie-Systemen werden Softwarepakete angeboten, mit denen die Befundung und die Dokumentation unterstützt wird.

**Tab. 15.2** Qualitätskriterien eines Endoskopiesystems

Optische Eigenschaften:	Zahl der auflösbaren Bildpunkte, Fokusbereich, Farbwiedergabe, Ausleuchtung
Mechanische Eigenschaften:	Schaftdurchmesser, Flexibilität des Schafes, Bewegungsmöglichkeit der Spitze
Desinfizierbarkeit	Dauer, Kosten

**Abb. 15.6** Bewegungsmöglichkeiten der Endoskop-Spitze

## 15.5 Anwendungen der Endoskopie

Entsprechend den unterschiedlichen Zugangswegen und diagnostischen Fragestellungen unterscheidet man verschiedene Endoskope. Tabelle 15.3 zeigt die Übersicht (Abb. 15.7).

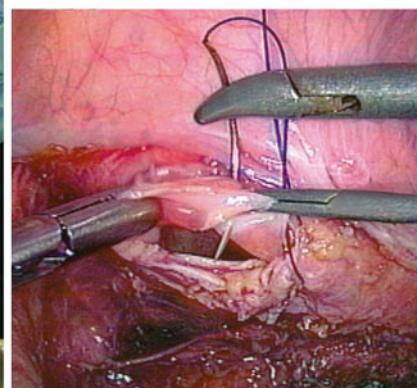
Zur Zeit werden Systeme erprobt, bei denen das Endoskop gleichzeitig einen Ultraschall-Messkopf enthält, um neben dem optischen Bild der Oberfläche auch ein Ultraschall-Bild der tieferliegenden Gewebeschichten zu bekommen.

Auch die photosensibilisierte Endoskopie wird erforscht. Hierbei werden Stoffe in den Körper gebracht, die sich in erkrankten Organen anreichern und die bei Beleuchtung mit UV-Licht fluoreszieren. Die Fluoreszenz kann endoskopisch beobachtet werden.

Inzwischen ist es gelungen, ein Endoskopie-System so klein zu konstruieren, dass es in eine Pille (noch ist das leider eine recht große Pille...) hinein passt [3]. Die aufgenommenen Bilder werden über eine kurzreichweite Funkstrecke nach außen übertragen. Mit diesem System kann der Dünndarm besser erreicht werden, als mit einem konventionellen Endoskop.

**Tab. 15.3** Einige Endoskope

Bronchoskopie	Luftröhre und Bronchien
Oesophagoskopie	Speiseröhre
Gastroskopie	Magen
Duodenoskopie	Zwölffingerdarm
Cholangioskopie	Gallenwege
Enteroskopie	Illeum (Teil des Dünndarms)
Koloskopie	Enddarm
Sigmoidoskopie	Colon sigmoideum (Teil des Enddarms)
Arthroskopie	Gelenkhöhlen
Ohr-Endoskopie	Ohr
Rhino-Endoskopie	Nase und Rachen
Antroskopie	Nasen-Nebenhöhlen
Thorakoskopie	Lunge und Brusthöhle
Laparoskopie	Bauchhöhle
Pelviskopie	Bauchraum oft mit gynäkologischer Fragestellung
Vaginoskopie	Vagina
Angioskopie	Gefäße

**Abb. 15.7** Szenario einer laparoskopischen Intervention und endoskopisches Bild aus dem Bauchraum [4]

## Literatur

1. Bues G.: Endoskopie. Köln: Deutscher Ärzte-Verlag, 1990.
2. Reling J., Flögel H. H., Werschy M.: Technische Endoskopie: Grundlagen und Praxis endoskopischer Untersuchungen. Renningen: Expert-Verlag, 2001.
3. Chen Y., Lee J.: A Review of Machine-Vision-Based Analysis of Wireless Capsule Endoscopy Video. Hindawi Publishing Corporation Diagnostic and Therapeutic Endoscopy, Volume 2012, Article ID 418037, 2012.
4. Wittenberg Th.: Endoskopie. in: Dössel, O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung. Berlin: deGruyter, 2015.

Die optische Tomografie als bildgebendes Verfahren der Medizin kann in zwei unterschiedliche Methoden unterteilt werden: die diffuse und die kohärente optische Bildgebung. Beide Methoden haben das Ziel, Gewebestrukturen im Körper mithilfe von Licht im sichtbaren oder nahen Infrarotbereich abzubilden. Während die diffuse optische Bildgebung die Abbildung von Körpergewebe durch dickere Schichten von z. B. 20 mm hindurch im Blick hat, kann die kohärente optische Bildgebung – die Optische Kohärenztomografie OCT – sehr dünne und oberflächennahe Schichten mit sehr hoher Auflösung im Mikrometer-Bereich darstellen. In diesem Kapitel soll die diffuse optische Bildgebung beschrieben werden. Im Kap. 17 wird dann die optische Kohärenztomographie vorgestellt.

Zu diesem Kapitel hinzugenommen wird die Fluoreszenz-Bildgebung, bei der fluoreszierende Kontrastmittel in den Körper gegeben werden und dann mit der optischen Bildgebung abgebildet werden. Neue Entwicklungen auf diesem Gebiet sind die akusto-optische und die opto-akustische Bildgebung. Auch diese Methoden sollen in diesem Kapitel kurz betrachtet werden.

---

## 16.1 Optische Eigenschaften von Körpergewebe

Menschliches Körpergewebe ist im Sichtbaren weitgehend undurchsichtig. Trotzdem kann man natürlich, wie bei den Röntgenstrahlen, einen Schwächungskoeffizienten  $\mu$  definieren, der sich auch wieder aus einem Absorptionsanteil  $\mu_a$  und einem Streuanteil  $\mu_s$  zusammensetzt:

$$J = J_0 \cdot e^{-\mu x} \quad (16.1)$$

mit:  $J$ = transmittierte Lichtintensität,

$J_0$ = einfallende Lichtintensität.

$$\mu = \mu_a + \mu_s \quad (16.2)$$

mit:  $\mu$  = Schwächungskoeffizient,

$\mu_a$  = Absorptionskoeffizient,

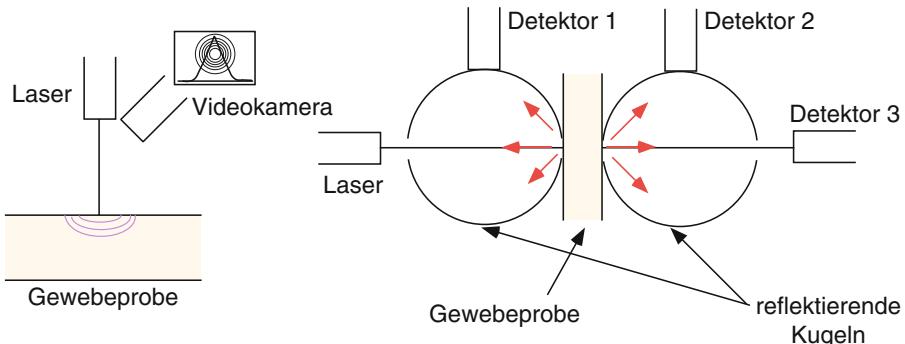
$\mu_s$  = Streukoeffizient.

Ziel der optischen Tomografie ist es, Schnittbilder dieser Koeffizienten  $\mu_a(x, y)$  bzw.  $\mu_s(x, y)$  oder anderer aus diesen Koeffizienten abgeleiteter Größen zu rekonstruieren, indem Licht an verschiedenen Stellen in den Körper eingestrahlt und die Verteilung des wieder herauskommenden Lichtes gemessen wird.

Um zu erfahren, mit welchen Werten für  $\mu_a$  und  $\mu_s$  man bei menschlichem KörpERGEWEBE rechnen muss, wurden Messungen an dünnen homogenen Gewebeproben ex-vivo durchgeführt. Wie zu erwarten, ist der Schwächungskoeffizient sehr groß: er liegt im infraroten Spektralbereich in der Größenordnung  $5$  bis  $10 \text{ mm}^{-1}$ , d.h.  $1 \text{ mm}$  Gewebe schwächt das Licht um den Faktor  $7 \cdot 10^{-3}$ ,  $10 \text{ mm}$  Gewebe schwächen das Licht schon um den Faktor  $2 \cdot 10^{-22}$ .

Nun ist der Streukoeffizient  $\mu_s$  meist  $50$  bis  $100$  mal größer als der Absorptionskoeffizient, so dass der oben angegebene Schwächungskoeffizient im Wesentlichen auf Streuung zurückzuführen ist. Nach ca.  $1 \text{ mm}$  Eindringtiefe wird aus einem gerichteten Lichtstrahl eine überwiegend diffuse Lichtausbreitung. Das bedeutet auch, dass sogar durch eine  $50 \text{ mm}$  dicke Schicht aus (weichem) KörpERGEWEBE noch Licht hindurchdringt. Dieses Licht ist aber vielfach gestreut worden und daher im Allgemeinen nicht auf einem geraden Weg von der Quelle zum Detektor gelangt. Aus diesem Grunde ist die Tomografie mit Licht sehr viel schwieriger als mit Röntgenstrahlen. Sogar die einfache Messung der optischen Gewebeeigenschaften von isolierten homogenen Gewebeproben ist relativ aufwändig.

Abbildung 16.1. zeigt zwei Anordnungen, mit denen die optischen Gewebeeigenschaften bestimmt werden können. Allerdings sind erst Modellrechnungen und Parameteranpassungen nötig, um aus den Messsignalen auf die gewünschten Parameter schließen zu können.



**Abb. 16.1** Zwei Anordnungen, um  $\mu_a$ ,  $\mu_s$  und  $g$  von KörpERGEWEBE zu messen

Abbildung 16.2 zeigt ein Ergebnis für weiße Hirnsubstanz. Zusätzlich zu den Werten von  $\mu_a$  und  $\mu_s$  ist noch der sogenannte g-Faktor angegeben. Er ist ein Maß für den mittleren Streuwinkel ( $g = 1$  bedeutet Vorwärtsstreuung,  $g = 0$  bedeutet isotrope Streuung,  $g = -1$  bedeutet Rückwärtsstreuung).

Bei ca. 700 nm absorbiert reduziertes Hämoglobin deutlich stärker als oxygeniertes und bei ca. 850 nm bis 950 nm absorbiert umgekehrt oxygeniertes Hämoglobin stärker als reduziertes. Darauf beruht das Messprinzip der Pulsoxymetrie zur Bestimmung der Sauerstoffsättigung im Blut.

Abbildung 16.3 zeigt ein schematisches Bild zur Ausbreitung von Photonen in Weichgewebe.

## 16.2 Modelle zur Ausbreitung von Licht im Körpergewebe

Die Ausbreitung von Licht im Körpergewebe wird mit zwei Modellen mathematisch beschrieben: Das Monte-Carlo Modell und das Diffusionsmodell. Beim Monte-Carlo Modell werden in einer Computersimulation Millionen von Photonen auf das Gewebe eingestrahlt und der Weg jedes einzelnen Photons mit statistischen Methoden verfolgt. Schließlich werden die Photonen, die in einem simulierten Detektor ankommen, gezählt. Das Verfahren erfordert für jeden möglichen Einstrahlort der Lichtquelle und für jede Verteilung  $\mu_a(x, y, z)$  und  $\mu_s(x, y, z)$  eine neue zeitaufwändige Simulation. Allgemeine Aussagen über die Ausbreitungs-Charakteristik können nicht abgeleitet werden.

Beim Diffusionsmodell wird eine Analogie zwischen der Ausbreitung von Photonen und der Diffusion von Teilchen in einem Gas hergestellt. Der Ort, an dem Licht in den Körper einfällt, ist eine lokalisierte Quelle von Photonen  $q_o(\vec{r}, t)$ , die Absorption wird als eine verteilte Senke mit örtlich variierender Stärke  $\mu_a(\vec{r})$  berücksichtigt und die Streuung geht über den Diffusionskoeffizienten  $D'(\vec{r})$  ein, der ebenfalls örtlich variieren kann.

$$\nabla \cdot D'(\vec{r}) \nabla \Phi(\vec{r}, t) - \mu_a(\vec{r}) \Phi(\vec{r}, t) - \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \Phi(\vec{r}, t) = -q_o(\vec{r}, t) \quad (16.3)$$

mit

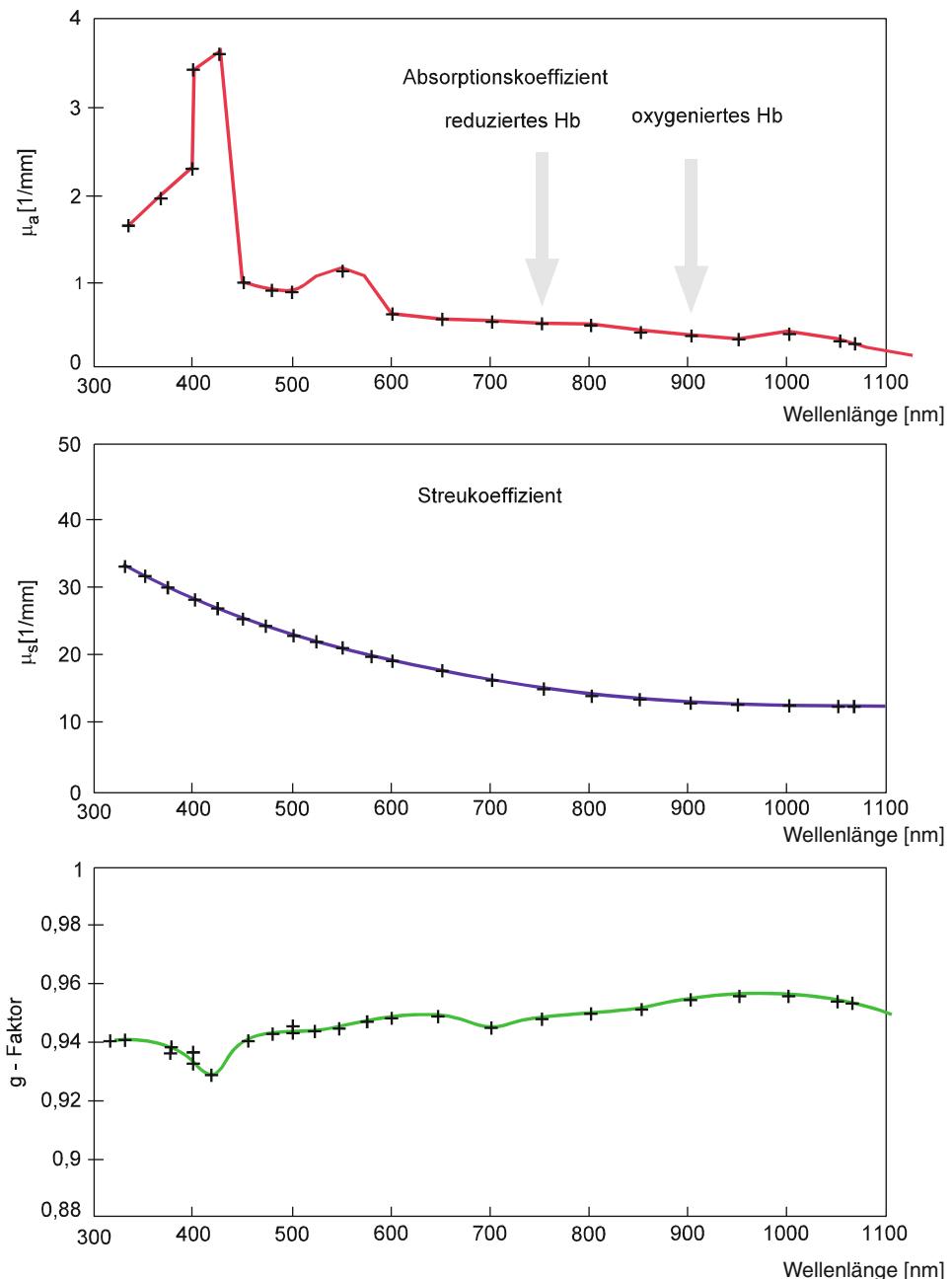
$$D'(\vec{r}) = \frac{1}{3(\mu_a(\vec{r}) + (1 - g(\vec{r})) \cdot \mu_s(\vec{r}))} \quad \text{Diffusionskoeffizient} \quad (16.4)$$

mit:  $c = c_{Vak}/n$  Lichtgeschwindigkeit im Körper,

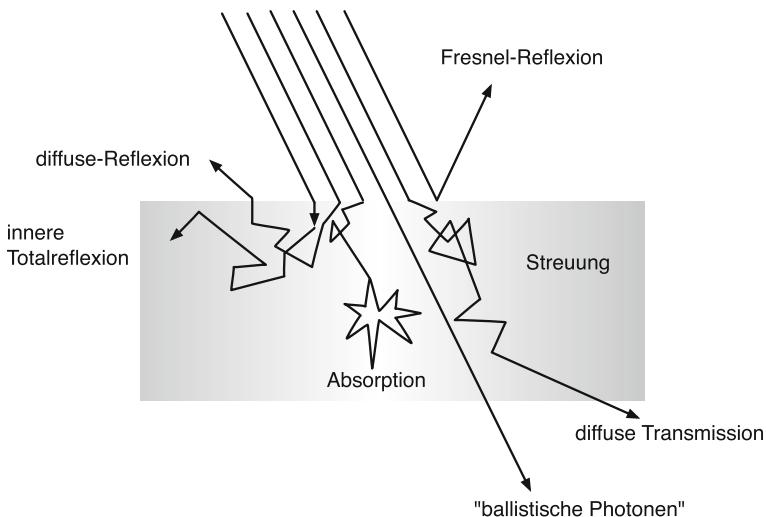
$\mu_a(\vec{r})$  = Absorptionskoeffizient,

$\mu_s(\vec{r})$  = Streukoeffizient,

$g(\vec{r})$  = Maß für den Streuwinkel (average cosine of the scattering angle)



**Abb. 16.2** Optische Eigenschaften von weißem Hirngewebe [2]. Der Schwächungskoeffizient  $\mu$  ist die Summe aus dem Absorptions- und dem Streukoeffizienten. Der Streukoeffizient  $\mu_s$  ist viel größer als der Absorptionskoeffizient  $\mu_a$ . Die Größe  $g$  gibt an, in welche Richtung die Streuung bevorzugt verläuft



**Abb. 16.3** schematisches Bild zur Ausbreitung von Photonen in Weichgewebe [12]

$$q_o(\vec{r}, t) = \text{Quellenterm für Photonen,}$$

$$\Phi(\vec{r}, t) = \text{Photonendichte} = \frac{\text{Zahl der Photonen}}{\text{Volumen}}.$$

Man erkennt, dass der Streukoeffizient  $\mu_s$  und das Streuwinkelmaß  $g$  nur gekoppelt in die Gleichung eingehen. Man definiert daher einen reduzierten Streukoeffizienten

$$\mu'_s(\vec{r}) = (1 - g(\vec{r})) \cdot \mu_s(\vec{r}) \quad (16.5)$$

Damit ist die Ausbreitung von Licht in Körpergewebe vollständig durch die Angabe von  $\mu_a(x, y, z)$  und  $\mu'_s(x, y, z)$  beschrieben, und es können theoretisch bei der diffusen optischen Tomografie Bilder dieser beiden Größen rekonstruiert werden. Äquivalent wäre auch eine Rekonstruktion von  $\mu_a(x, y, z)$  und  $D'(x, y, z)$  möglich, da die Größen ineinander umgerechnet werden können.

Für beliebige Verläufe von  $\mu_a(\vec{r})$  und  $\mu'_s(\vec{r})$  lässt sich das sogenannte „Vorwärts-Problem“, das heißt die Berechnung der Photonendichte bei vorgegebenem  $\mu_a(\vec{r}), \mu'_s(\vec{r})$  und  $q_o(\vec{r}, t)$  nur mit numerischen Methoden, also z. B. mit der Finite-Elemente-Methode oder der Finite-Differenzen-Methode, durchführen.

### 16.3 Messungen im Zeit- und Frequenzbereich

Wird ein kurzer Lichtblitz auf das Körpergewebe eingestrahlt, so wird das Signal am Detektor zeitlich „verschmiert“ (Abb. 16.4). Durch die Vielfachstreuung gelangen Photonen auf sehr unterschiedlichen Wegen von der Quelle zum Detektor. Der mittlere Weg, den die Photonen zurückgelegt haben, ist um so kürzer, je früher die Photonen am Detektor ankommen

$$\langle L \rangle = \frac{c \cdot \int_0^{T_1} I(t) \cdot t \, dt}{\int_0^{T_1} I(t) \, dt} \quad (16.6)$$

mit:  $\langle L \rangle$  = mittlerer Photonenweg,

$T_1$  = Ende des Zeitfensters, über das gemittelt wird,

$I(t)$  = Photonenintensität =  $\frac{\text{Zahl der Photonen}}{\text{Zeiteinheit}}$ .

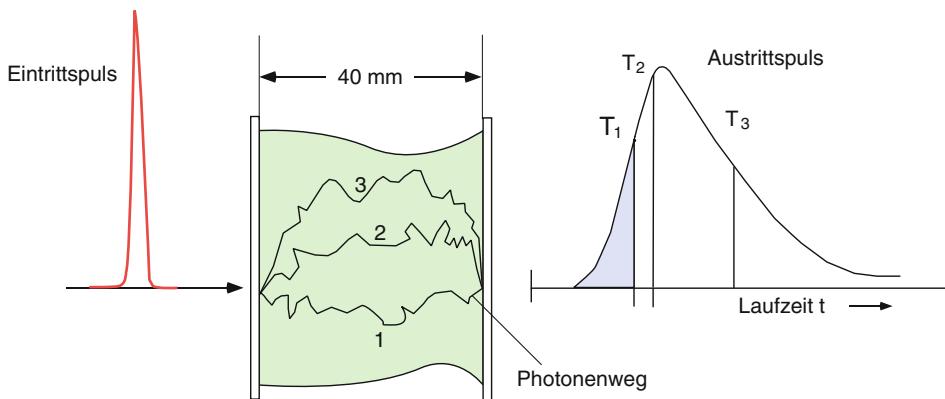
Im Abschn. 16.4. wird beschrieben, wie die Abbildung mit der optischen Tomografie schärfer gemacht werden kann, wenn mit einem Zeitfenster nur die ersten ankommenden Photonen detektiert werden. Ihr Weg durch den Körper ist „etwas geradliniger“ als der mittlere Weg aller ankommenden Photonen. Für einfache Anordnungen gibt es analytische Lösungen der zeitabhängigen Diffusionsgleichung oder zumindest Formeln, welche die Lösung gut approximieren. Für eine homogene dünne Scheibe, bei der Quelle und Detektor gegenüber liegen, gilt [8]:

$$I(t) = \frac{1}{2} (4\pi D' c)^{-3/2} \cdot t^{-5/2} \cdot \exp(-\mu_a \cdot ct) \cdot \left\{ (d - z_o) \exp\left[-\frac{(d - z_o)^2}{4D' ct}\right] - (d + z_o) \exp\left[-\frac{(d + z_o)^2}{4D' ct}\right] + (3d + z_o) \exp\left[-\frac{(3d + z_o)^2}{4D' ct}\right] - (3d + z_o) \exp\left[-\frac{(3d + z_o)^2}{4D' ct}\right] \right\}. \quad (16.7)$$

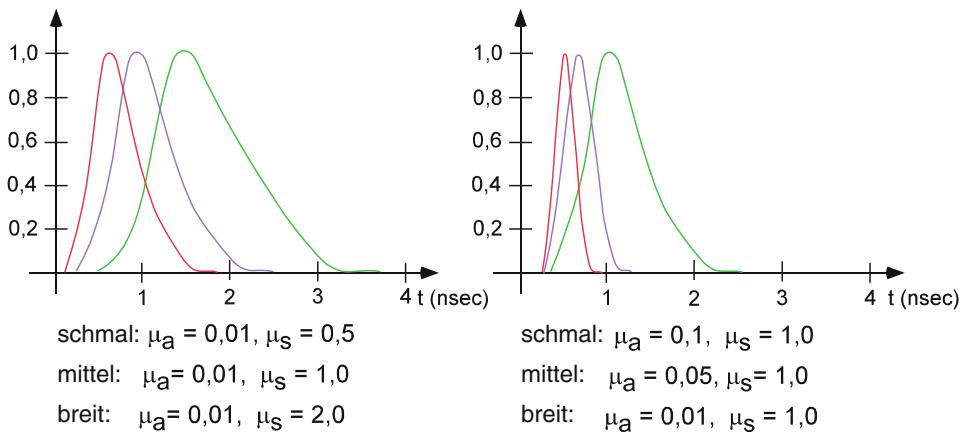
mit:  $z_o = \frac{1}{\mu_s'}$ ,

$d$  = Dicke der Scheibe.

Abbildung 16.5 zeigt einige Beispiele. Man erkennt, dass die Kurven mit zunehmendem  $\mu_s'$  und mit abnehmendem  $\mu_a$  immer mehr verschmiert werden. Typische Pulsbreiten am Detektor nach einem  $\delta$ -förmigen Eingangssignal liegen im nsec-Bereich.

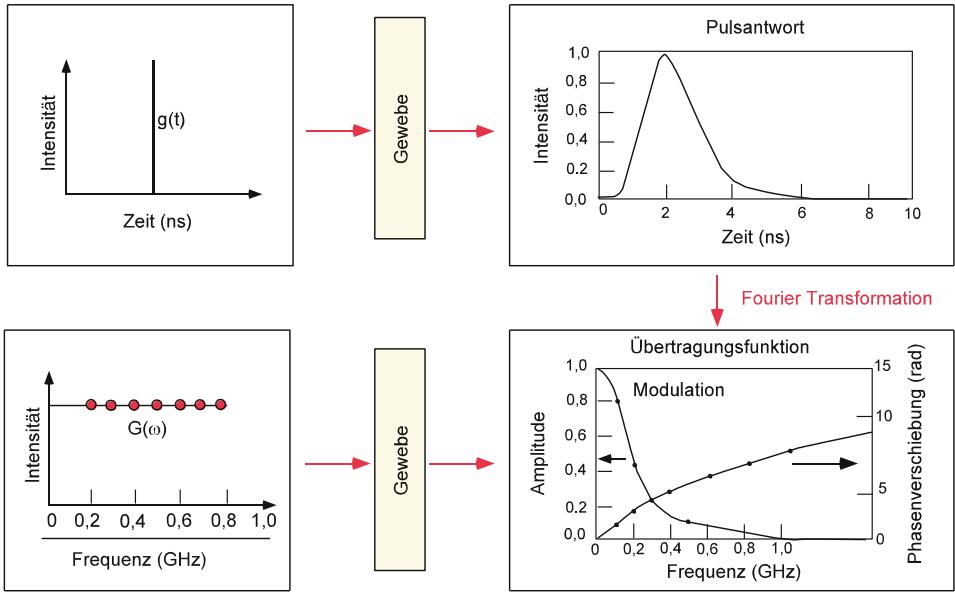


**Abb. 16.4** Zeitabhängigkeit des eingestrahlten und des am anderen Ende der Probe austretenden Lichtes. Man erkennt die zeitliche „Verschmierung“ durch unterschiedlich lange Wege im Gewebe



**Abb. 16.5** Berechnete Zeitverläufe für typische Werte von  $\mu_a$  und  $\mu_s$ . Probendicke = 30 mm, Intensitäten immer auf 1 normiert, alle Koeffizienten in  $\text{mm}^{-1}$

Um den zeitlichen Verlauf genau ausmessen zu können, sind sehr kurze Lichtblitze (kürzer als 100 psec) nötig. Solche Lichtblitze können mit „Mode-Locked“-Lasern erzeugt werden. Die gleiche Information kann aber auch durch Messungen mit einer intensitätsmodulierten Lichtquelle erhalten. Betrachtet man das Gewebe als ein lineares System mit einer Systemübertragungsfunktion  $H(\omega)$ , so erkennt man, dass der Intensitätsverlauf nach einem Lichtblitz gerade die Impulsantwort  $h(t)$  ist (Abb. 16.6). Die Fouriertransformierte der Impulsantwort  $h(t)$  ist bekanntlich die Übertragungsfunktion  $H(\omega)$ .



**Abb. 16.6** Pulsantwort und Übertragungsfunktion für Gewebe; oben: Anregung mit einem Lichtblitz ( $\delta$ -Funktion); unten: Anregung mit intensitätsmoduliertem Licht [3]

$$h(t) \Leftrightarrow H(\omega) \quad (16.8)$$

Wird nun ein sinusförmig moduliertes Lichtsignal auf das Gewebe eingestrahlt, so wird das System die Modulationstiefe verkleinern, und zwischen Eingang und Ausgang wird eine Phasenverschiebung auftreten. Beide Größen lassen sich bei mehreren Frequenzen messen. Durch eine inverse Fouriertransformation kann die Impulsantwort rekonstruiert werden. Abbildung 16.6 zeigt, dass die Frequenzen, mit denen man das Lichtsignal modulieren muss, um die Übertragungsfunktion zu bestimmen, im Bereich 100 MHz–1 GHz liegen. Zwischen der mittleren Laufzeit  $\langle T \rangle$  aller am Detektor ankommenden Photonen und der Phasenverschiebung  $\varphi$  bei einem mit der Frequenz  $f$  intensitätsmodulierten Lichtsignal gibt es einen einfachen Zusammenhang

$$\langle T \rangle = \frac{\varphi}{2\pi f} \quad (16.9)$$

Mit der mittleren Laufzeit aller Photonen  $\langle T \rangle$  ergibt sich der mittlere Weg aller Photonen zu

$$\langle L \rangle = c \cdot \langle T \rangle \quad (16.10)$$

In der Literatur werden Verfahren beschrieben, mit denen sogenannte „ballistische“ Photonen, die ohne Streuung auf direktem Wege von der Quelle zum Detektor gelangt sind, vor dem starken Hintergrund der vielfach gestreuten Photonen nachgewiesen werden können. Mit Phantomen, in denen Schwächungskoeffizienten im Bereich  $1 \text{ mm}^{-1}$  eingestellt werden, lassen sich auf diese Art tatsächlich tomographische Bilder rekonstruieren. Mit Schwächungskoeffizienten, die dem menschlichen Gewebe entsprechen, kommen praktisch keine ballistischen Photonen mehr am Detektor an. Daher können diese technisch außerordentlich interessanten Messverfahren in der medizinischen Bildgebung nicht eingesetzt werden.

## 16.4 Lösung der Diffusionsgleichungen für homogene Medien

Für zeitlich konstante punktförmige Lichtquellen in unendlich ausgedehnten Medien gibt es eine einfache Lösung der Diffusionsgleichung:

$$\Phi_0(\vec{r}, \vec{r}_S) = \frac{q_0}{4\pi D'} \cdot \frac{\exp(-\kappa |\vec{r} - \vec{r}_S|)}{|\vec{r} - \vec{r}_S|} \quad (16.11)$$

Mit:  $q_0(\vec{r}_S) = q_0 \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}_S)$

$$\kappa = \sqrt{\mu_a \cdot c/D'}$$

$\vec{r}_S$  = Ort der Quelle

Um die Punktbildfunktion des Verfahrens abschätzen zu können, wird ein punktförmiger Absorber an der Stelle  $\vec{r}_A$  eingefügt. Die Lösung der Diffusionsgleichung lautet dann:

$$\Phi(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A) = \Phi_0(\vec{r}, \vec{r}_S) + (-A) \cdot \Phi_A(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A) \quad (16.12)$$

$$\text{mit: } \Phi_A(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A) = \frac{q_0}{4\pi D'} \cdot \frac{\exp(-\kappa |\vec{r}_A - \vec{r}_S|)}{|\vec{r}_A - \vec{r}_S|}$$

$A$  = Absorptionsstärke des Absorbers.

Wir definieren nun eine Störfunktion  $(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A)$ , die angibt, in welchem Maße die Lösung  $\Phi_0$  ohne Absorber durch einen Absorber am Ort  $\vec{r}_A$  verändert wird.

$$\begin{aligned}\Phi(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A) &= \Phi_0(\vec{r}, \vec{r}_S) \cdot \left[ 1 - A \cdot \frac{\Phi_A(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A)}{\Phi_0(\vec{r}, \vec{r}_S)} \right] \\ &= \Phi_0(\vec{r}, \vec{r}_S) \cdot \left[ 1 - A \cdot P(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A) \right].\end{aligned}\quad (16.13)$$

Nun legen wir  $\vec{r} = \vec{r}_D$  am Ort des Detektors fest und lassen  $\vec{r}_A$  durch das Gebiet zwischen „Sender“ und „Empfänger“ laufen. Diese Funktion  $P(\vec{r}_D, \vec{r}_S, \vec{r}_A)$  ist für den Fall  $\vec{r}_S = (-10\text{ mm}, 0, 0)$ ,  $\vec{r}_{D1} = (+10\text{ mm}, 0, 0)$  bzw.  $\vec{r}_{D2} = (+10\text{ mm}, +5\text{ mm}, 0)$  und  $A = 0,175/\text{mm}$  in Abb. 16.7 dargestellt.

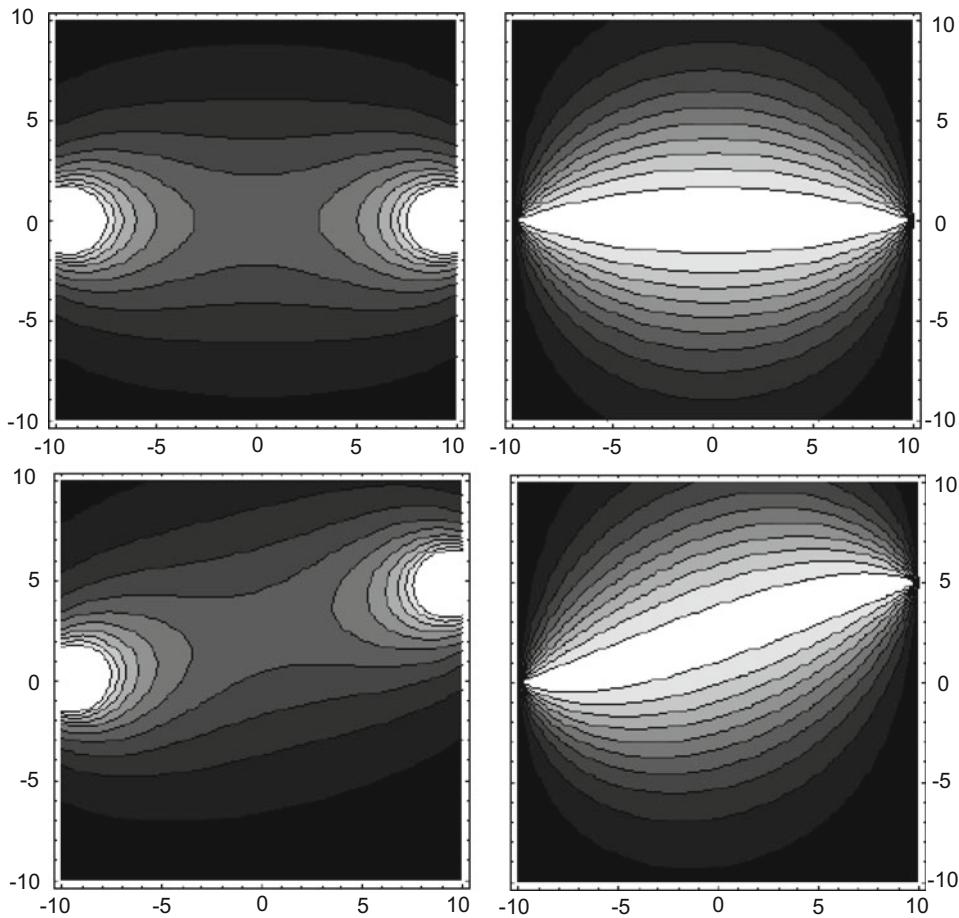
Man erkennt, dass ein punktförmiger Absorber in der Nähe der Lichtquelle und in der Nähe des Detektors den weitaus größten Einfluss auf das Signal am Detektor hat. Absorber in der Mitte verändern das Signal nur wenig. Außerdem führt eine Verschiebung des Absorbers um ca. 5 mm in der Mitte zu fast keiner Veränderung am Detektorsignal.

Durch Verschieben von Quelle und Detektor um das Objekt herum, kann der ganze oberflächennahe Bereich sukzessive abgetastet werden, die Gebiete im Zentrum werden dadurch aber nicht besser erfasst. Die Punktbildfunktion der optischen Tomografie hat also in oberflächennahen Bereichen eine Breite im Bereich 1 mm. Bei 20 mm dicken Objekten liegt sie im Zentrum bei 10 mm. Je dichter das durchstrahlte Objekt wird, desto breiter wird die Punktbildfunktion in der Mitte. Gleichzeitig muss ein Absorber in größerer Tiefe eine sehr starke Absorption aufweisen (großes A), um überhaupt zu einer Signaländerung zu führen, d. h. dass auch der Kontrast dort sehr schlecht wird. All dies wurde hier nur für Absorber nachgewiesen. Für einen punktförmigen Streukörper gilt aber Entsprechendes.

Die Funktion  $P(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A)$  tastet bei feststehendem Detektorort  $\vec{r} = \vec{r}_D$  und „laufendem“ Absorber auch die Zahl der Photonen am Ort  $\vec{r}_A$  ab, die sich dort auf dem Weg vom Sender zum Empfänger befinden. Die Funktion P muss nur in jeder Ebene zwischen Sender und Empfänger auf den gesamten Photonenfluss, der zum Detektor gelangt, normiert werden:

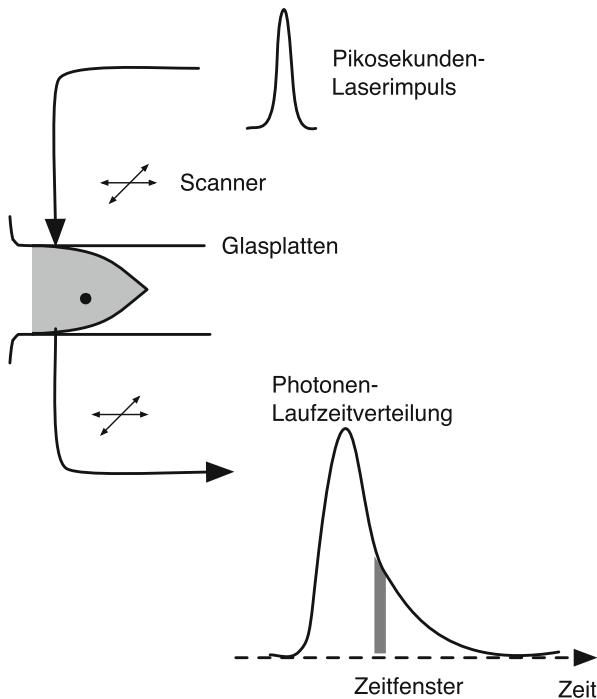
$$B(\vec{r}_A) = \frac{P(\vec{r}_D, \vec{r}_S, \vec{r}_A)}{F \cdot \int P_{\text{da}}} \quad (16.14)$$

$B(\vec{r})$  ist in Abb. 16.7 rechts dargestellt und heißt wegen ihres typischen Aussehens „Bananenfunktion“. Sie zeigt also, mit welcher Wahrscheinlichkeit wir an einem Ort ein Photon finden, welches auf dem Weg vom Sender zum Empfänger ist. Die Lichtausbreitung ist offensichtlich nicht geradlinig. In der Mitte ergibt sich ein relativ breiter Bereich. So wird auch verständlich, warum ein kleiner Absorber in der Mitte nur wenig am Detektorsignal ändert, während ein Absorber am Rand den ganzen Photonenfluss



**Abb. 16.7** Links: Störfunktion  $P(\vec{r}, \vec{r}_S, \vec{r}_A)$ , die angibt, wie sich die Intensität am Detektor ändert, wenn ein punktförmiger Absorber durch das Gebiet wandert, rechts: Bananenfunktion  $B(\vec{r}_A)$ , die angibt, mit welcher Wahrscheinlichkeit die Photonen auf dem Weg von der Quelle zum Detektor an diesem Punkt vorbeigekommen sind, oben: Detektor bei  $x = +10$  mm,  $y = 0$  mm, unten: Detektor bei  $x = +10$  mm,  $y = +5$  mm

abschatten kann. Werden nur die Photonen gemessen, die in einem kurzen Zeitfenster unmittelbar nach Aussenden eines Lichtblitzes ankommen (vergl. Abb. 16.3), kann der mittlere Photonенweg  $\langle L \rangle$  der nachgewiesenen Photonen kürzer und damit die Breite der Bananenfunktion schmäler gemacht werden.



**Abb. 16.8** Transilluminationsbildgebung mit kurzen Zeitfenstern

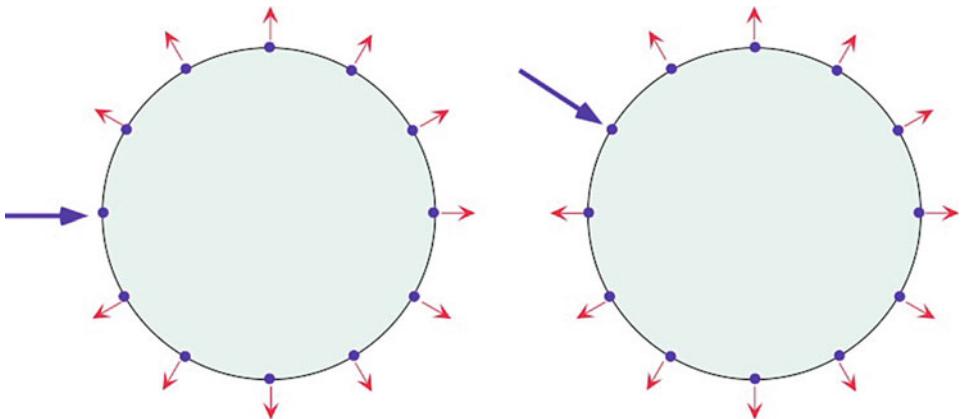
## 16.5 Transilluminationsbildgebung (Diaphanographie)

Das optische Analogon zum Projektions-Röntgen ist die Transilluminationsbildgebung (Diaphanographie). Hier wird z. B. die weibliche Brust im Hinblick auf eine Mammographie mit Licht durchstrahlt und ein Schattenbild aufgezeichnet (Abb. 16.8) [12]. Mit kurzen Lichtblitzen und Zeitfenstern von ca. 100 psec am Detektor kann die Aufnahme etwas schärfer gemacht werden. Auch kann anstelle der Transmission ein Bild der Modulationstiefe oder der Phasenverschiebung bei Anregung mit intensitätsmodelliertem Licht dargestellt werden (s. Abschn. 16.3).

## 16.6 Tomographie mit Licht

Bei der diffusen optischen Tomografie wird aus vielen Richtungen Licht eingestrahlt und an vielen anderen Stellen das ankommende Licht gemessen (Abb. 16.9).

Das Problem, aus gemessenen Lichtintensitäten Schichtbilder von  $\mu_a(x, y)$  und  $\mu'_s(x, y)$  zu rekonstruieren, ist nichtlinear, d. h. es gibt *keine* Matrix A, so dass gilt



**Abb. 16.9** Prinzip der diffusen optischen Tomographie. An der Stelle des großen Pfeiles wird Licht in den Körper eingestrahlt. An den Stellen mit den kleinen Pfeilen befinden sich Photodioden, die das herauskommende Licht detektieren. Lichtquelle und Photodioden werden sukzessive weitergeschaltet

$$\begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ I_M \end{pmatrix} = \underline{A} \cdot \begin{pmatrix} \mu_a(x_1, y_1) \\ \mu_s(x_1, y_1) \\ \vdots \\ \mu_a(x_N, y_N) \\ \mu_s(x_N, y_N) \end{pmatrix} \text{ ist nicht möglich!} \quad (16.15)$$

mit:  $I_M$  = Lichtintensität am Detektor M.

Damit ist das Problem, Bilder zu rekonstruieren, schwerer als bei CT, SPECT, PET oder auch bei der Abbildung bioelektrischer Ströme. Ein anderes nichtlineares bildgebendes Verfahren ist die Impedanztomographie, und daher ähneln sich die mathematischen Methoden zur Lösung des Rekonstruktionsproblems ein wenig. Auch bei der optischen Tomografie versucht man mit modifizierten Methoden der Rückprojektion oder durch numerische iterative Verfahren Bilder zu rekonstruieren.

Bei der Rückprojektion kommt es – wie zu erwarten – zu starken Verschmierungen, da es sich bei der optischen Tomografie eben nicht um ein lineares Problem handelt und daher beispielsweise der mathematische Ansatz der gefilterten Rückprojektion nicht in sich konsistent ist.

Bei den numerischen Rekonstruktionsverfahren kann man beispielsweise das Newton-Raphson Verfahren wählen. Dabei beginnt man mit einer Taylor-Entwicklung der gesuchten Parameter ( $\mu_a(x, y)$  und  $\mu'_s(x, y)$ ) um die „normalen Werte“ herum, und linearisiert so das Problem in einer kleinen Umgebung. Dann kann man mit Hilfe eines

Modells der Lichtausbreitung im Gewebe, also z. B. der Diffusionsgleichung 16.3, die Jacobi-Matrix J bestimmen:

$$J = \begin{bmatrix} \frac{\partial I_1}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial I_1}{\partial p_N} \\ \dots & \dots & \dots \\ \frac{\partial I_M}{\partial p_1} & \dots & \frac{\partial I_M}{\partial p_N} \end{bmatrix} \quad (16.16)$$

mit:  $I_1 \dots I_M$ : gemessene Lichtintensitäten

$p_1 \dots p_N$ : zu bestimmende Parameter, also z. B. die Absorptions- und Streukoeffizienten in jedem Volumenelement.

Als nächstes wird eine Schätzung der Inversen der Jacobi-Matrix bestimmt, z. B. die Moore-Penrose Pseudoinverse:

$$J_{Moore-Penrose}^{-1} = J^T (J \cdot J^T)^{-1} \quad (16.17)$$

Für schlecht gestellte Probleme ist die Tikhonov-Schätzung besser geeignet:

$$J_{Tikh}^{-1} = J^T (J \cdot J^T + \lambda I)^{-1} \quad (16.18)$$

mit:  $J^T$ : transponierte Jacobi-Matrix,

$I$ : Einheitsmatrix

$\lambda$ : Regularisierungsparameter.

Schließlich werden mit Hilfe dieser Inversen die Korrektur-Terme berechnet, mit denen besser geeignete Parameter bestimmt werden können. Die zu bestimmenden Parameter werden entsprechend korrigiert. Die dadurch erhaltenen neuen Werte werden als Ausgangspunkt für eine neue Iteration genommen (neue Bestimmung der Jacobi-Matrix, neue Bestimmung der Korrekturwerte, etc.). Am Ende erhält man diejenigen Parameter (also hier  $\mu_a(x, y)$  und  $\mu'_s(x, y)$ ) die am Besten zu allen Messwerten passen.

## 16.7 Optische Tomosynthese

Die Idee der optischen Tomosynthese ist der Tomosynthese bei der Bildgebung mit Röntgenstrahlen entlehnt (siehe Kap. 6). Die Methode ist bei einem zu untersuchenden Objekt anwendbar, welches „platt“ gedrückt werden kann (Abb. 16.10). Es wird an vielen Stellen auf einer Seite Licht eingespeist und es werden die Transilluminationsbilder auf der anderen Seite gemessen. Werden alle Transilluminationsbilder, die zu einer Serie

von verschobenen Lichtquellen gehören, in genau definierter Weise ebenfalls in entgegengesetzter Richtung verschoben und addiert, so werden sich die Schatten von absorbierenden oder streuenden Objekten in einer bestimmten Tiefe summieren, während Objekte aus anderen Tiefen im Summen-Bild verschmieren. Wird eine Bildtiefe nach der anderen auf diese Weise „scharf gestellt“ erhält man ein dreidimensionales Bild. Es stellt eine gute Schätzung der Absorptionskoeffizienten dar, ohne dass ein aufwändiger Rekonstruktionsalgorithmus wie er in 16.6 beschrieben wurde, eingesetzt werden muss.

---

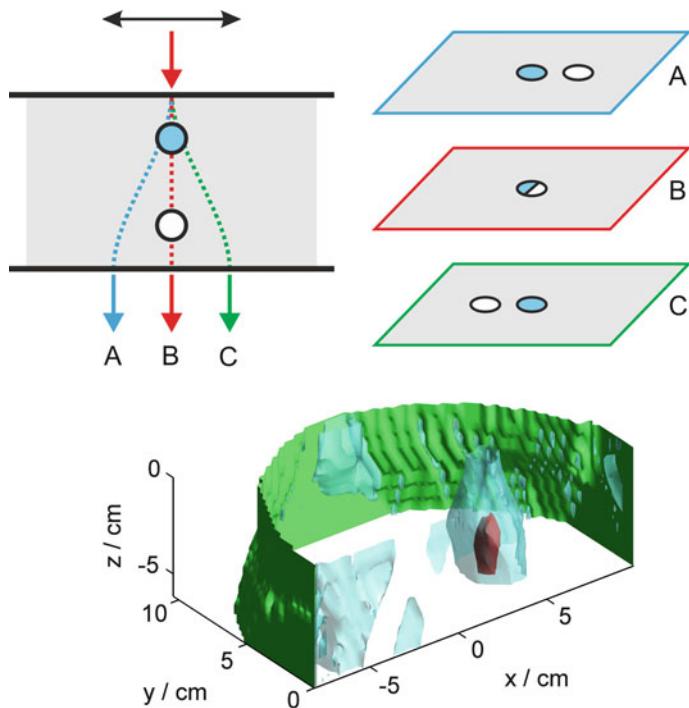
## 16.8 Fluoreszenz-Bildgebung

Werden Fluorochrome (Fluoreszenzfarbstoffe) als optische Kontrastmittel eingesetzt, so ergeben sich viele neuartige Möglichkeiten [5]. Fluoreszenzfarbstoffe absorbieren einen für jeden Farbstoff charakteristischen Wellenlängenbereich und emittieren dann ein ebenfalls für jeden Farbstoff typisches Spektrum. Das Fluoreszenzspektrum ist gegenüber dem Absorptionsspektrum etwas ins rote verschoben (d. h. zu kleineren Photonenenergien hin, Stokes shift). Fluoreszierende Gruppen lassen sich heute gut an biochemisch interessante Moleküle anheften, ohne dass sich dadurch ihre Funktion im Körper wesentlich verändert. Es gelingt heute, viele Moleküle herzustellen, die im Körper an interessante „Zielmoleküle“, Zellbestandteile oder Zellen andocken. Werden diese Moleküle mit Fluorochromen markiert, so zeigt deren Fluoreszenz an, ob in einem Organ im Körper das Zielmolekül vorhanden ist.

Das Spektrum des Lichtes, welches in den Körper gesendet wird, kann so gewählt werden, dass die Photonen von genau diesem Fluorochrom besonders stark absorbiert werden. Auch bei den nachgewiesenen Photonen kann durch einen einfachen Farbfilter erreicht werden, dass nur die hier interessierende Fluoreszenz nachgewiesen wird. Insgesamt erreicht die optische Bildgebung mit Fluorochromen also eine hervorragende Spezifität beim Nachweis von interessanten Biomolekülen im Körper. Die räumliche Auflösung ist aber leider weiterhin schlecht. Die Methode kann beim Menschen in oberflächennahen Strukturen eingesetzt werden. Sie ist insbesondere für die molekulare Bildgebung an Kleintieren hervorragend geeignet.

Einige wichtige Fluorochrome sind Derivate des Fluoresceins und des Rhodamins. Auch DAPI (4',6-Diamidino-2-phenylindol) wird oft verwendet. Besonders interessant ist das GFP (Green Fluorescent Protein), welches nach einer Genmanipulation vom Körper (in diesem Falle von Versuchstieren) selbst gebildet wird. Für Menschen zugelassen sind ICG (Indocyanine Green) und Methylenblau (Methylthioniniumchlorid).

Wollte man quantitativ die Menge des in einem Organ deponierten Fluorochroms bestimmen, müsste zunächst ermittelt werden, wieviele Photonen von dem anregenden Licht in jedem Volumenelement ankommen. Das könnte grob mit einer „klassischen“ optischen Bildgebung bei der Anregungs-Wellenlänge geschehen. Dann müsste man versuchen, aus den aus der Oberfläche austretenden Fluoreszenz-Photonen auf den Ort der Quelle im Körper zu schließen. Beide Probleme können aus den oben genannten



**Abb. 16.10** Prinzip der optischen Tomosynthese [11, 12]. Von oben wird an einer Stelle Licht eingestrahlt und unten das Bild der austretenden Photonen gemessen. Dann wird die Lichtquelle ein kleines Stück verschoben und wieder werden unten die austretenden Photonen abgebildet. So entstehen viele Bilder. Durch geschicktes Verschieben und Addieren dieser Bilder kann eine Ebene im Objekt besonders scharf abgebildet werden (vergl. Tomosynthese, Abb. 6.1)

Gründen nur mit sehr grober Ortsauflösung gelöst werden. Man erhält aber am Ende eine Information, die mit keinem anderen bildgebenden Verfahren der Medizin ermittelt werden kann: es sind erste Schritte auf dem Weg zur molekularen Bildgebung.

## 16.9 Optoakustische Bildgebung – photoakustische Bildgebung

Die diffuse optische Bildgebung wird vermutlich aus grundlegenden physikalischen Gründen keine hohe räumliche Auflösung erreichen – es sei denn, sie kann kombiniert werden mit einem anderen bildgebenden Verfahren, welches eine gute Auflösung liefert. Die optoakustische oder auch photoakustische Bildgebung nutzt die Auflösung, die mit der Ultraschall-Bildgebung erreicht werden kann, um mit fluoreszenzmarkierten Sustanzen biomolekulare Bildgebung zu realisieren [13].

Zunächst wird ein Molekül in den Körper gegeben, welches mit einem Fluorochrom markiert wurde. Heute ist das fast immer noch ein Versuchstier, da gut sichtbare Fluorochrome oft toxisch sind, und daher eine Anwendung am Menschen nicht erlaubt ist. Dann wird ein kurzer und sehr intensiver Lichtblitz auf den Körper gesendet. Das Licht breitet sich diffus im Körper aus und wird dort absorbiert, wo das markierte Molekül an sein Zielmolekül angedockt hat. Die Absorption des Lichtes führt zu einer kleinen, plötzlichen, lokalen Erwärmung. (Auch wenn ein Teil der absorbierten Energie wieder als Photon ausgesendet wird, so verbleibt doch etwas Energie am Ort des Absorbers – „Stokes shift“). Dies wiederum führt dazu, dass von dieser Stelle ein Schallwelle ausgeht. Diese Schallwelle kann mit einer Ultraschall-Detektor-Zeile (oder mit einer Ultraschall-Detektor-Matrix) nachgewiesen werden. Mit den Methoden aus der Ultraschall-Bildgebung (siehe Kap. 10) wird der Ort der Schallquelle lokalisiert.

Die mathematische Modellierung beginnt mit der Wellengleichung für Schall (vergl. Gl. 10.5):

$$\Delta p(\vec{r}, t) - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2 p(\vec{r}, t)}{\partial^2 t} = -\frac{\beta}{\kappa c_0^2} \frac{\partial^2 T(\vec{r}, t)}{\partial^2 t} \quad (16.19)$$

Dabei wurde auf der rechten Seite ein Quellterm hinzugefügt, mit dem thermischen Ausdehnungskoeffizienten  $\beta$ , der isothermen Kompressibilität  $\kappa$  und der Temperatur  $T$ . Der Temperaturanstieg folgt unmittelbar aus dem optischen Absorptionskoeffizienten und dem Photonenfluss am Ort  $\vec{r}$  [7]. Man erkennt, dass eine quantitative Auswertung nur schwer möglich ist. Aber ob in einem Gebiet überhaupt nennenswert viele Zielmoleküle vorhanden sind, kann mit diesem Verfahren sichtbar gemacht werden.

In ersten Experimenten gelang es sehr gut, natürliche, licht-absorbierende Moleküle im Körper photoakustisch abzubilden. Das oxygenierte und das deoxygenierte Blut haben bekanntlich unterschiedliche Absorptions-Banden im Bereich 750 nm bis 850 nm Wellenlänge. Lichtblitze bei zwei Anregungs-Wellenlängen können damit oxygeniertes und deoxygeniertes Blut im Körper sichtbar machen.

Mit dem Begriff „multispektrale optoakustische Bildgebung“ ist gemeint, dass man gleichzeitig verschiedene Biomarker mit unterschiedlichen Absorptions-Wellenlängen in den Körper bringt. Dann können mit zwei verschiedenen Anregungs-Wellenlängen beide Biomarker getrennt abgebildet werden [13].

---

## 16.10 Akustooptische Bildgebung

Ausgangspunkt für die akustooptische Bildgebung ist die Möglichkeit, das Licht im Körper mit fokussiertem Schall lokal zu modulieren. Eine Schallwelle, wie sie ein konventionelles Ultraschallsystem aussendet, erzeugt im Körper eine lokale Dichtemodulation, die mit der Frequenz des verwendeten Ultraschalls oszilliert. Wenn diese

Dichtemodulation nun die Licht-Streueigenschaften des Gewebes verändert, so wird im Signal des Lichtdetektors die Ultraschallfrequenz zu sehen sein. Wird der Ultraschall-Fokus durch den Körper geschwenkt, kann die lokale Photonendichte (multipliziert mit dem Sensitivitätsfaktor der Übersetzung von Schall in Lichtstreuung) abgebildet werden. Dabei kann im Prinzip auch hier die räumliche Auflösung des Ultraschallsystems auf die optische Bildgebung übertragen werden. Ob der hierbei erreichbare Kontrast in den Bildern eine diagnostisch wichtige Information liefert, ist noch unbekannt.

---

## 16.11 Anwendungen der optischen Tomographie

Da Knochen nicht transparent sind, liegen die Anwendungen in der Abbildung von Weichgewebe des Körpers. Am interessantesten wäre die Mammographie mit Licht. Könnten mit der optischen Tomographie Mamma-Karzinome im Frühstadium erkannt werden, wäre dies ein gut geeignetes Verfahren für die Krebs-Vorsorge. Der Vorteil im Vergleich zur Röntgentechnik ist offensichtlich: es wird keine ionisierende Strahlung verwendet. Die starke Vaskularisierung (Neubildung kleiner Blutgefäße) im Tumor sorgt für eine stärkere Lichtabsorption durch Hämoglobin. Leider sind die Ergebnisse der optischen Mammografie bis heute noch nicht aussagekräftig genug. Es muss noch besser gelingen, kleine Tumore zu erkennen („Erdnuss-groß“) und benigne von malignen Tumoren zu unterscheiden.

Ein zweiter Schwerpunkt der Forschung ist die Abbildung aktiver Areale im Gehirn, insbesondere bei Neugeborenen, bei denen der Schädelknochen noch relativ gut licht-durchlässig ist. Hier wird der Unterschied der Absorptionspektren von reduziertem und oxygeniertem Hämoglobin für die Bildgebung genutzt. Es gelingt heute beispielsweise die Aktivität von motorischen oder sensorischen Arealen mit einer Auflösung im Bereich von 10 mm nachzuweisen.

Als weitere Anwendung wird die optische Durchleuchtung des Hodens diskutiert. Größe und Konsistenz passen relativ gut zu den Möglichkeiten der optischen Tomografie. Hier ist aber die diagnostische Relevanz nicht ganz klar.

Auch wurde ein Verfahren vorgestellt, mit dem die Gelenkknorpel der Finger optisch durchleuchtet werden [10]. Ziel ist es hier, rheumatische Erkrankungen besser zu diagnostizieren und den Erfolg einer Therapie präziser verfolgen zu können. Dieses Verfahren ist noch in einem sehr frühen Stadium der Erforschung.

Schließlich ist die Hoffnung groß, dass mit der fluoreszenzoptischen Bildgebung und insbesondere mit der photoakustischen Bildgebung neuartige Möglichkeiten zur biomolekularen Bildgebung eröffnet werden.

## Literatur

1. Berg R.: Time-resolved transillumintion imaging. Presented at: Medical Optical Tomography: functional imaging and monitoring, Bellingham, WA, USA, 397–424, 1993.
2. Roggan A., Minet O., Schröder C., Müller G.: Measurements of optical properties using integrating sphere technique. Presented at: Medical optical tomography: functional imaging and monitoring, Bellingham, WA, USA, 149–165, 1993.
3. Klingenbeck K., Schütz O.A., Oppelt A.: Mammography with light – possibilities and limits. *Akt. Radiol.*, 5, 115–119, 1995.
4. Grosenick D., Wabnitz H., Rinneberg H., Moesta K. T., Schlag P.M.: Development of a time-domain optical mammograph and first in vivo applications. *Appl. Opt.*, 38, 2927–2943, 1999.
5. Weissleder R.: Molecular imaging: Exploring the next frontier. *Radiology* 212, 609–614, 1999.
6. Gibson A.P., Hebden J.C., Arridge S.R.: Recent advances in diffuse optical imaging. *Phys. Med. Biol.*, 50, R1-R43, 2005.
7. Wang L.V., Wu H.I.: Biomedical Optics – Principles and Imaging. Hoboken, New Jersey: John Wiley & Sons, 2007.
8. Tuchin V.: Tissue Optics: Light scattering methods and instruments for medical diagnosis. 2nd ed. Bellingham: SPIE Press, 158, 2007.
9. Hagen A., Grosenick D., Macdonald R., Rinneberg H., Burock S., Warnick P., et al.: Late-fluorescence mammography assesses tumor capillary permeability and differentiates malignant from benign lesions. *Opt. Express*, 17, 17016–17033, 2009.
10. Fischer T., Ebert B., Voigt J., Macdonald R., Schneider U., Thomas A., Hamm B., Hermann K. G.: Detection of rheumatoid arthritis using non-specific contrast enhanced fluorescence imaging. *Acad. Radiol.*, 17, 375–381, 2010.
11. Grosenick D., et al.: A multichannel time domain scanning fluorescence mammograph: performance assessment and first in vivo results. *Rev. Sci. Instr.* 82, 024302, 2011.
12. Grosenick D., Macdonald R.: Diffuse optische Bildgebung. in: Dössel O., Buzug Th.: *Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung*, Berlin: deGruyter, 2015.
13. Taruttis, A., Ntziachristos, V.: Advances in real-time multispectral optoacoustic imaging and its applications. *nature photonics* 9, 219–227, 2015.

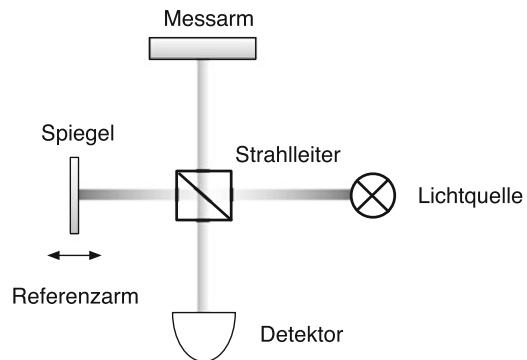
Die optische Kohärenztomographie (Optical Coherence Tomography OCT) ist neben der diffusen optischen Tomographie die zweite Säule der optischen Tomographie – eigentlich sollte man sagen: die erste Säule. Denn die optische Kohärenztomographie ist in vielen Bereichen der medizinischen Diagnostik schon zum bildgebenden Verfahren der „ersten Wahl“ geworden. In der Ophthalmologie zur Untersuchung der Netzhaut, aber auch in der Diagnostik der Haut und zunehmend auch bei der intravaskulären Bildgebung ist die OCT von sehr großer Bedeutung. Die OCT ist vergleichsweise jung; sie wurde um 1990 erstmals technisch möglich, die ersten kommerziellen Systeme waren ca. 1996 im Markt. Mit der OCT gelingt es, die optischen Eigenschaften von oberflächennahem Gewebe in 3D mit einer räumlichen Auflösung im Bereich von  $10\text{ }\mu\text{m}$  darzustellen.

## 17.1 Methode der Time-Domain-OCT

Das erste realisierte Konzept der OCT war die Time-Domain-OCT (TD-OCT). Später kamen Fourier-Domain OCT (FD-OCT), Spektral Domain OCT (SD-OCT) und Swept-Source OCT (SS-OCT, auch time encoded frequency domain OCT) hinzu. Das Time-Domain-OCT soll hier auch zuerst vorgestellt werden. Abbildung 17.1 zeigt, dass das Messsystem einem Michelson-Interferometer ähnelt. Man erkennt die vier Arme, die durch einen Strahlteiler miteinander verknüpft sind. In den einen Arm wird das Licht eingekoppelt, im zweiten ist der Lichtdetektor angebracht, der dritte Arm enthält die Probe und der vierte, der Referenzarm, ist mit einem beweglichen Spiegel abgeschlossen.

Bei einem klassischen Interferometer hängt die detektierte Lichtintensität von der Phasendifferenz der beiden kohärenten Lichtstrahlen ab [7]:

**Abb. 17.1** schematisches Bild der Time-Domain-OCT



$$I_{\text{Detektor}} = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 I_2} \cos(\Delta\xi) \quad (17.1)$$

mit:  $I_1$  = Lichtintensität im Probenarm

$I_2$  = Lichtintensität im Referenzarm

$\Delta\xi$  = relative Phasendifferenz der beiden kohärenten Strahlen

Die Phasendifferenz kann in eine Längendifferenz von Proben- und Referenzarm umgerechnet werden:

$$\Delta\xi(\Delta z) = 2\pi \left( \frac{2n\Delta z}{\lambda_0} \right) \quad (17.2)$$

mit:  $n$  = Brechungsindex des Mediums

$\lambda_0$  = zentrale Wellenlänge der Lichtquelle

Der wesentliche Unterschied der OCT zu einem klassischen Interferometer liegt darin, dass hier Lichtquellen eingesetzt werden, die eine genau definierte und relativ kurze Kohärenzlänge aufweisen. Damit erscheint das „Kosinus-Muster“ von Gl. 17.1 nur über eine kurze Phasendifferenz.

Die Kohärenzlänge  $l_c$  ist die maximale Wegdifferenz (bzw. der maximale Laufwegunterschied), den zwei Lichtstrahlen aus der gleichen Quelle haben dürfen, damit bei ihnen noch Interferenzphänomene beobachtet werden. Stellen wir uns dazu anstelle der Probe in Abb. 17.1 einen Spiegel vor. Haben Probenarm und Referenzarm ziemlich genau die gleiche optische Weglänge, so kommt es zu Interferenzerscheinungen. Bewegt man den Spiegel im Referenzarm um eine Wellenlänge vor oder zurück, so durchläuft der Detektor genau ein Interferenz-Maximum und ein Interferenz-Minimum (Gl. 17.1). Wird der Referenzarm dann immer weiter geschoben, so wird diese Abfolge aus Interferenz-Maxima und Minima irgendwann versiegen und in einem gleichmäßig hellen Signal ( $I_1 + I_2$ ) untergehen. Diese maximale Wegdifferenz, über die Interferenz beobachtet

wird, ist die Kohärenzlänge. Während man sich für klassische Interferometer meistens eine sehr lange Kohärenzlänge wünscht, nimmt man bei der OCT eine Lichtquelle mit einer Kohärenzlänge im Bereich von nur  $10 \mu\text{m}$ .

Kohärenzlänge  $l_c$  und Bandbreite  $\Delta\lambda$  stehen in einem engen Zusammenhang. Je schmäler das Spektrum, desto größer ist die Kohärenzlänge. Gleichung 17.3 gibt den quantitativen Zusammenhang an [7]:

$$l_c = \frac{4\ln 2}{\pi} \cdot \frac{\lambda_0^2}{\Delta\lambda} \quad (17.3)$$

mit:  $\lambda_0$  Zentralwellenlänge

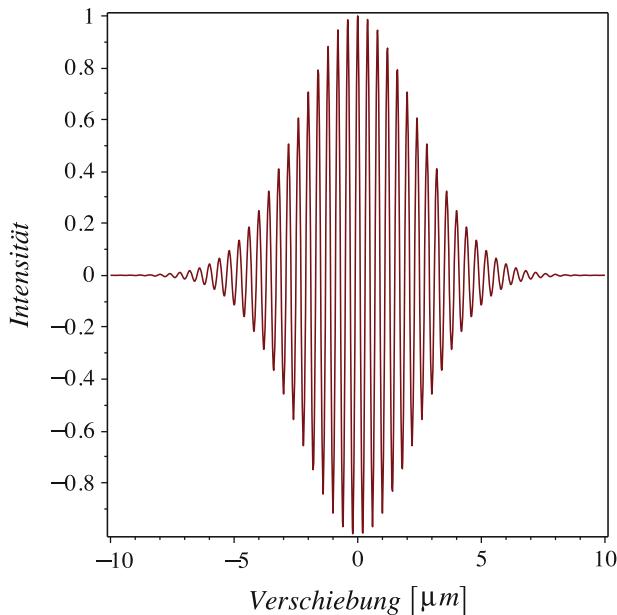
$\Delta\lambda$  Breite des Spektrums (FWHM)

Man kann sich die Kohärenzlänge auch als die gesamte Länge eines einzigen Wellenzuges des Lichtes vorstellen. Das Licht besteht aus vielen, unabhängigen Wellenzügen. Ein Wellenzug kann nur mit sich selber Interferenzphänomene zeigen, der nachfolgende Wellenzug hat keine feste Phasenbeziehung zum Vorläufer.

Warum ist diese Kohärenzlänge für die OCT so wichtig? Stellen wir uns in der Probe jetzt mehrere hintereinander liegende Flächen vor, die das Licht teilweise reflektieren. Ihr Abstand sei z. B.  $50 \mu\text{m}$ . Nehmen wir weiter an, die Kohärenzlänge unserer Lichtquelle beträgt  $10 \mu\text{m}$ . Verschieben wir dann den Spiegel im Referenzarm so wird irgendwann die erste reflektierende Grenzfläche auftauchen und zu einer Folge von Interferenz-Maxima und Minima führen. Haben wir den Spiegel dann um die Kohärenzlänge, in diesem Falle also um  $10 \mu\text{m}$ , verschoben, so hören die Interferenzmuster wieder auf, der Detektor zeigt ein gleichmäßig helles Signal (Abb. 17.2). Nach  $50 \mu\text{m}$  weiterer Verschiebung kommen wir in die Nähe der zweiten Grenzfläche und wieder beginnt eine schnelle Abfolge von Interferenz-Maxima und Minima. Nach weiteren  $10 \mu\text{m}$  ist auch dieses Spiel beendet, bis die nächste Grenzfläche sichtbar wird.

Wir müssen also, ähnlich wie beim Ultraschall (vergl. 10.5.1) nur die Einhüllende der Interferenzmuster im Detektorsignal über der Verschiebung des Spiegels im Referenzarm auftragen und erhalten ein Bild der Reflexionen in der Probe mit einer axialen Auflösung von der Hälfte der Kohärenzlänge. Die Kohärenzlänge entspricht der „Full Width at Half Maximum“ (FWHM), aber eine zweite reflektierende Fläche kann von der ersten schon zuverlässig getrennt werden, wenn sie nur die Hälfte der FWHM von der ersten entfernt ist.

Hier sind ein paar Zahlenbeispiele (Gl. 17.3): ein Laser mit einer Wellenlänge von  $800 \text{ nm}$  und einer spektralen Bandbreite von  $50 \text{ nm}$  hat eine Kohärenzlänge von  $11,3 \mu\text{m}$ . Ein anderer Laser von  $1300 \text{ nm}$  mit einer Bandbreite von  $150 \text{ nm}$  erreicht eine Kohärenzlänge von  $9,9 \mu\text{m}$  und damit eine axiale Auflösung von ca.  $5 \mu\text{m}$ .



**Abb. 17.2** Interferenzmuster bei einer Verschiebung einer reflektierenden Fläche, Wellenlänge = 800 nm, Bandbreite = 50 nm, Kohärenzlänge = 11,3 μm

Die axiale Auflösung  $\Delta z$  kann für ein gaussförmiges Spektrum berechnet werden:

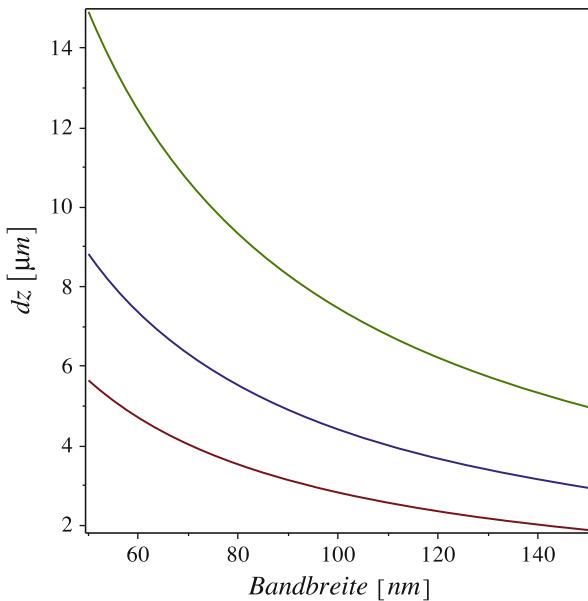
$$\Delta z = \frac{2 \cdot \ln 2}{\pi} \cdot \frac{\lambda_0}{\Delta \lambda} \quad (17.4)$$

Die axiale Auflösung wird also besser, wenn die zentrale Wellenlänge  $\lambda_0$  kleiner wird und wenn die Bandbreite  $\Delta \lambda$  größer wird. Abbildung 17.3 zeigt die erreichbare Auflösung in Abhängigkeit von der Bandbreite für drei Wellenlängen.

Wie groß kann die Auflösung in lateraler Richtung sein? Mit einer Mikroskop-Optik kann in der Probe ein kleiner Lichtfleck erzeugt werden, dessen Größe von der numerischen Apertur der Optik abhängt. Aus der elementaren Optik folgt daher die laterale Auflösung  $d_{min}$  zu:

$$d_{min} \approx \frac{\lambda_0}{A_N} \quad (17.5)$$

**Abb. 17.3** axiale Auflösung  $dz$  als Funktion der Bandbreite  $\Delta\lambda$  für zentrale Wellenlängen von 800 nm (unten), 1000 nm (Mitte) und 1300 nm (oben)



wobei  $A_N$  die numerische Apertur ist:

$$A_N = n \cdot \sin \alpha$$

mit:  $n$  = Brechungsindex

$\alpha$  = halber objektseitiger Öffnungswinkel (Akzeptanzwinkel)

Typische OCT Systeme haben eine numerische Apertur von 0,1, so dass z. B. bei 800 nm Wellenlänge eine laterale Auflösung von 8 μm erreicht werden kann.

Mit dem oben beschriebenen TD-OCT Prinzip kann dann die Rückstreuung auf einer Achse in die Probe hinein (z-Achse) mit einer axialen Spiegelbewegung ausgemessen werden. Wird dann die Probe (oder die Lichtquelle) sukzessive auf einer Linie (x-Achse) über die Probe geschoben, so erhält man ein 2D-Bild (x-z-Ebene). Wird die Probe zusätzlich noch in einer zur x-Achse orthogonalen Richtung (y-Achse) verschoben, so entsteht ein 3D-Bild der Probe.

Die Ähnlichkeit zur Ultraschall-Bildgebung ist auffällig. Auch bei der Ultraschall-Bildgebung geht man von einem fokussierten Wellenbündel aus, welches auf einer Achse in den Körper eindringt. Die Echos/Reflexionen längs dieser Achse werden bestimmt (A-Mode). Im B-Mode wird ein Fächer im Körper abgetastet und die Echos zu einem 2D-Bild zusammengesetzt. Das Verkippen der Ultraschall-Pulse in elevationaler Richtung führt zu 3D-Bildern (Abschn. 10.7).

Je tiefer die reflektierende Schicht in der Probe liegt, desto kleiner wird das Lichtsignal im Detektor, da das Licht im Körper stark abgeschwächt wird. Dies wurde im Abschn. 16.1 ausführlich erläutert. Für die OCT ist der gesamte Schwächungskoeffizient maßgeblich, da sowohl die Absorption als auch die Streuung zu einem Verlust des Interferenzmusters führen. Genau wie in Abschn. 16.1 beschrieben, wird die maximale axiale Tiefe, die mit OCT abgebildet werden kann, daher bei wenigen mm liegen.

Die wichtigsten Aussagen dieses Kapitels sollen hier zusammengefasst werden: die axiale Auflösung ergibt sich aus der Kohärenzlänge der Lichtquelle. Bei einer typischen Kohärenzlänge von 10 µm erhalten wir eine axiale Auflösung von 5 µm. Die laterale Auflösung wird durch die numerische Apertur der Optik bestimmt. Auch hier erreicht man Werte von typisch 5 µm. Man kann aber nur wenige Millimeter tief in den Körper hineinblicken, wobei mit steigender Wellenlänge die Eindringtiefe zunimmt.

---

## 17.2 Technik der Time-Domain-OCT-Systeme

Als Lichtquelle wurden zunächst Femtosekunden-Laser eingesetzt. Mit ihrem speziellen Verfahren der Modenkopplung können Lichtblitze von nur ca. 10 fs bis 100 fs Länge erzeugt werden. Damit ergeben sich Kohärenzlängen im Bereich von einigen Mikrometern. Diese Laser sind nach wie vor hervorragend geeignet, sie sind aber sehr kostspielig und aufwändig.

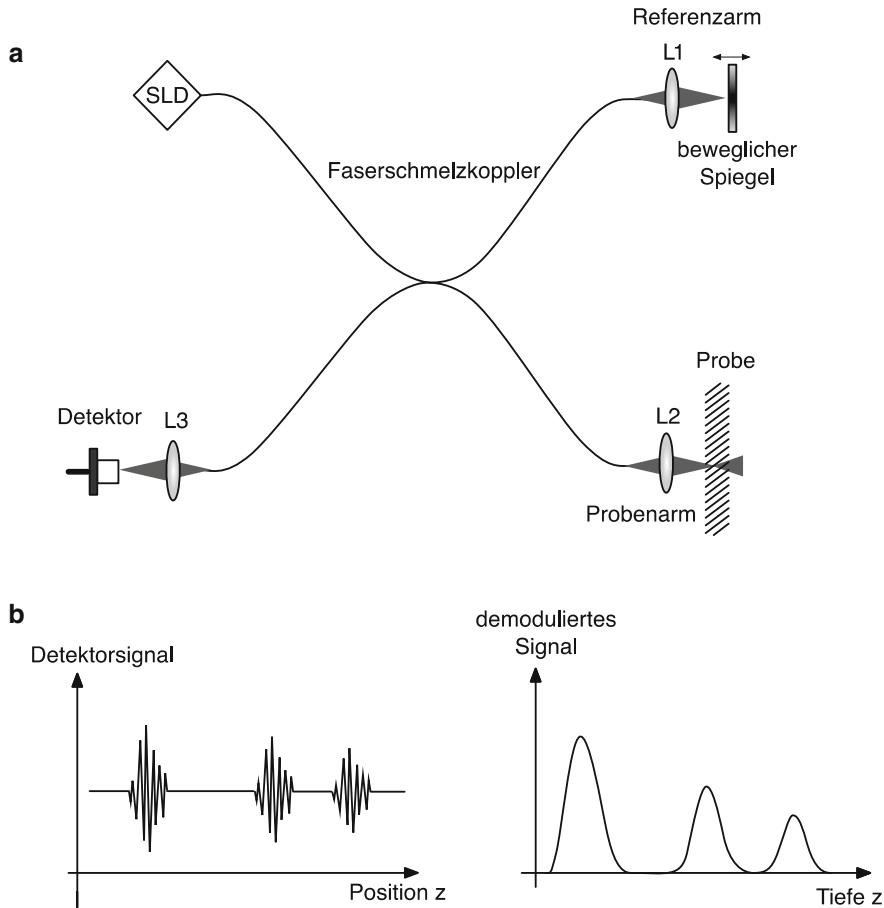
Inzwischen werden bevorzugt Super-Lumineszenz-Dioden (SLD) eingesetzt. Dabei handelt es sich vereinfacht ausgedrückt um Laser-Dioden, bei denen der Resonator weggelassen wird. Durch spontane Emission wird zufällig ein Photon erzeugt, welches dann auf seinem Weg zum Ausgang durch vielfache stimulierte Emission kohärent verstärkt wird.

Für das optische System (Abb. 17.4) werden heute Glasfasern eingesetzt. Unerwünschte Reflexionen müssen vermieden werden, da sie zu einem Resonator und damit automatisch zu einer kleineren Bandbreite führen.

Der Faserkoppler leitet das Licht, welches durch eine Faser eingespeist wird, zu gleichen Teilen auf die beiden Fasern an der anderen Seite. So wird das Licht der SLD auf Probe und Referenzarm aufgeteilt. Das reflektierte Licht wird auf die SLD und den Detektor übertragen. Der Teil im SLD-Arm ist unerwünscht, weil er verloren geht. Der Teil im Detektor liefert das erwünschte Interferenzmuster.

Die Frequenz  $f_{\text{Interferenz}}$ , mit der die Interferenzmaxima und -minima im Detektor ankommen, ergibt sich aus der doppelten Spiegelgeschwindigkeit  $v_{\text{Spiegel}}$  und der zentralen Wellenlänge:

$$f_{\text{Interferenz}} = \frac{2 \cdot v_{\text{Spiegel}}}{\lambda_0} \quad (17.6)$$

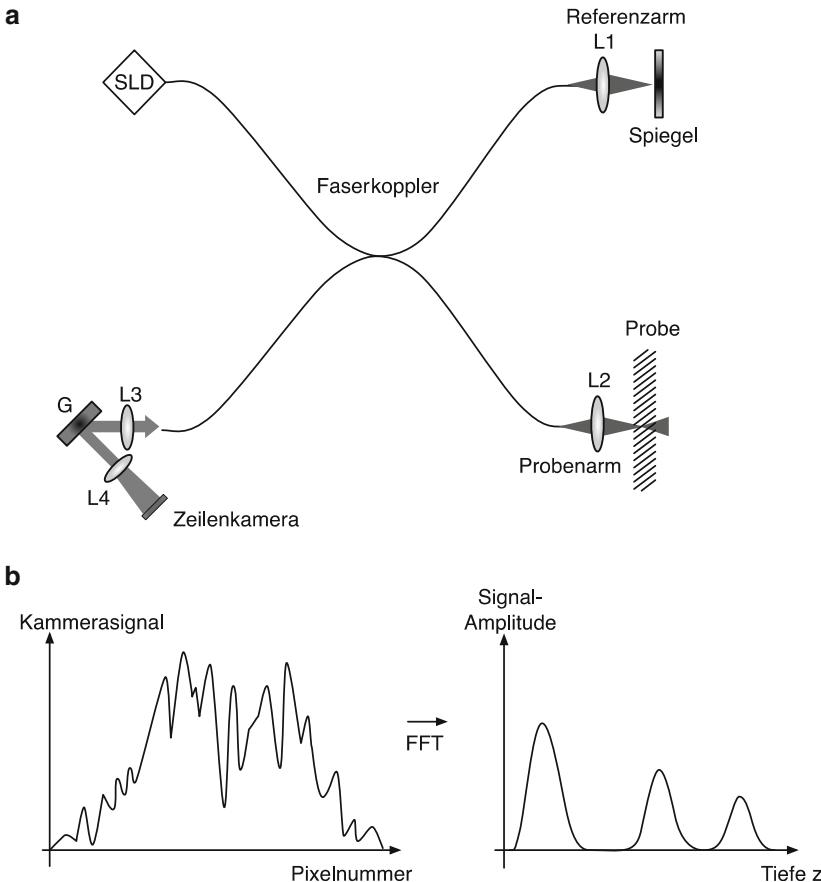


**Abb. 17.4** OCT System mit Super-Lumineszenz-Diode (SLD) und Faserkoppler [8]

Aus dem hochfrequenten Signal wird die Einhüllende extrahiert (Demodulation). Die Bewegung des Spiegels im Referenzarm ist bekannt, die Umrechnung in eine Tiefe im Gewebe erfolgt mit Gl. 17.2, wobei oft von einem mittleren Brechungsindex in Gewebe von  $n = 1,35$  ausgegangen wird. Der Scan vom Lichtstrahl über die Probe wird mit rotierenden Spiegeln realisiert.

### 17.3 Frequency Domain OCT und Spectral Domain OCT

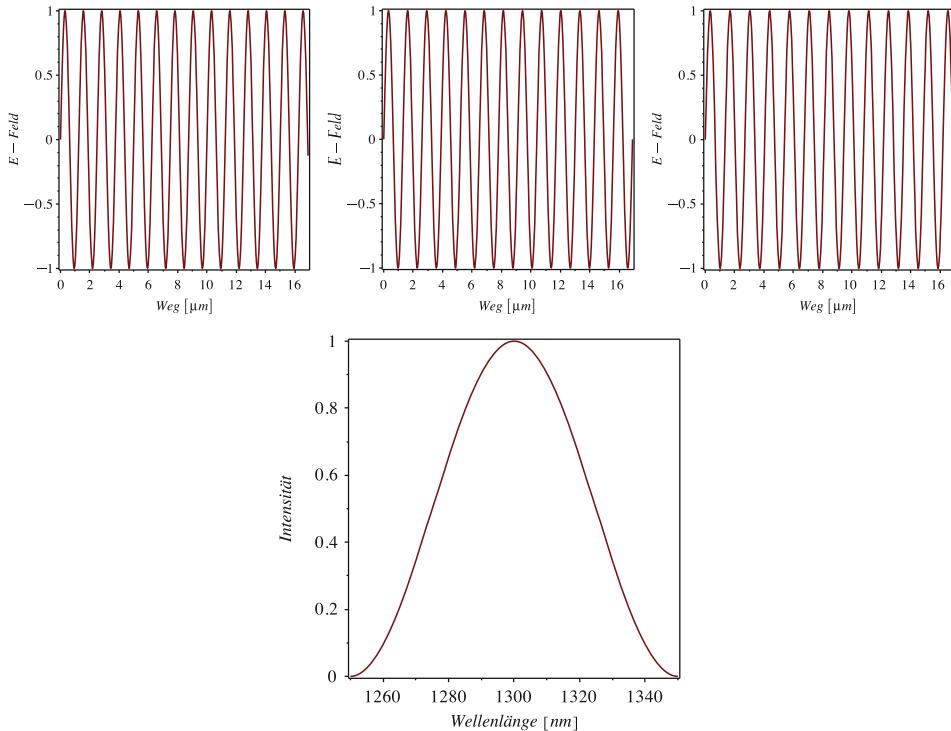
Bei diesen Systemen wird der einfache Detektor des TD-OCT Systems durch ein Spektrometer ersetzt. Der Spiegel im Referenzarm muss nicht mehr bewegt werden (Abb. 17.5). Welche Signale zeigt nun ein Detektor-Array (Zeilen Kamera) am Ausgang



**Abb. 17.5** Frequency Domain OCT oder Spectral Domain OCT [8]. (a) Am Ausgang befindet sich nun ein Spektrometer. Der Spiegel im Referenzarm wird nicht mehr bewegt. (b) Das Spektrum erscheint als Intensität in den einzelnen Teilen der Zeilenkamera. Wird dieses Muster fouriertransformiert (FFT) erhält man den Verlauf der Streuintensität über der Tiefe  $z$

des Spektrometers? Das Licht der SLD enthält über die gesamte Bandbreite viele Wellenlängen. Gehen wir zunächst von einer sehr großen Koheränzlänge aus und von einer einzigen reflektierenden Fläche im Abstand  $z$ . Dann wird das Spektrum aus einem Linienmuster bestehen, wobei die hellen Streifen durch positive Interferenz entstehen und die dunklen durch negative Interferenz.

Das lässt sich wie folgt erklären: Alle Wellenlängen „erleben“ im Interferometer genau den gleichen Längenunterschied zwischen Probenarm und Referenzarm (Abb. 17.6). Bei einer bestimmten Wellenlänge passen in diesen Längenunterschied  $\Delta z$  beispielsweise genau 13 Wellenzüge, bei einer etwas kürzeren Wellenlänge sind es  $13 \frac{1}{2}$  Wellenzüge und bei einer etwas längeren sind es nur  $12 \frac{1}{2}$  Wellenzüge. Alle Wellenlängen mit einem



**Abb. 17.6** In ein  $\Delta z$  von 16,9  $\mu\text{m}$  passen genau 13 Wellenzüge einer Welle von 1300 nm (oben mitte), 13 ½ Wellenzüge von 1250 nm (oben links) und 12 ½ Wellenzüge von 1350 nm (oben rechts). Damit kommt es bei 1300 nm zu positiver Interferenz, aber bei 1250 nm und 1350 nm ergibt sich eine negative Interferenz. Das Spektrometer wird die unten gezeigte Intensität über der Wellenlänge zeigen

ganzzahligen Wert werden am Detektor des Interferometers positiv interferieren, alle mit  $n + 1/2$  Werten werden negativ interferieren.

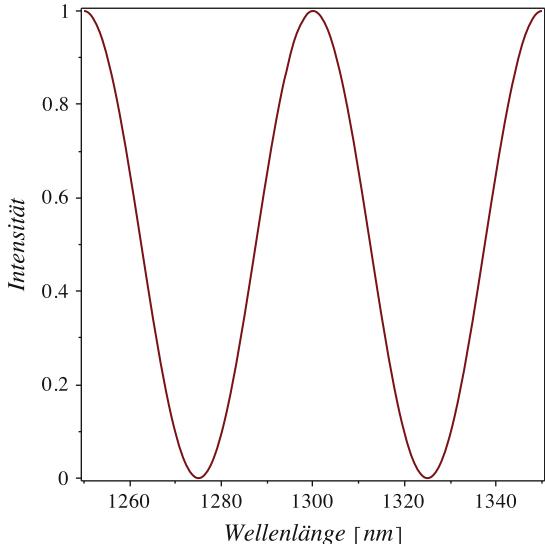
Damit wird im o.g. Beispiel die Wellenlänge 1300 nm im Spektrometer hell sein, die Wellenlängen 1250 nm und 1350 nm werden aber dunkel erscheinen.

Nehmen wir als zweites Beispiel einen Längenunterschied von 33,8  $\mu\text{m}$ , das ist genau das Doppelte verglichen mit dem oben genannten Beispiel. Nun passen 26 ganze Wellenzüge von 1300 nm in den Zwischenraum, aber auch 25 ganze Wellenzüge von 1250 nm und 27 Wellenzüge von 1350 nm. Damit ergeben sich mehrere Interferenz-Maxima und Minima im Spektrum (Abb. 17.7).

Man erkennt: je größer der Längenunterschied, desto schneller lösen sich die Maxima und Minima im Spektrum ab.

Stellen wir uns nun als Objekt wieder Gewebe vor an Stelle eines einzelnen Spiegels. Es wird zu jedem Längenunterschied, in dem sich reflektierendes Material befindet, ein Helligkeitsmuster im Spektrum geben.

**Abb. 17.7** Spektrum bei einem Längenunterschied von  $33,8 \mu\text{m}$ . Zentrale Wellenlänge und Bandbreite wie in Abb. 17.6



Wir müssen nur von den Helligkeitsschwankungen über der Wellenlänge im Spektrometer eine Fouriertransformation berechnen, und erhalten die Stärke der Lichtstreuer in Abhängigkeit von der Tiefe.

Daraus folgen zwei wichtige Aussagen:

- (a) Der kleinste Abstand, den man noch erkennen kann, ergibt sich aus der Breite des Spektrums  $\Delta\lambda$ . Je breiter desto besser. Im oben genannten Beispiel konnte bei einer spektralen Breite von 100 nm ein Wegunterschied von  $16,9 \mu\text{m}$  noch gerade erkannt werden, da das Spektrum einmal von dunkel auf hell und wieder auf dunkel wechselt.
- (b) Der Tiefenbereich, den man mit dieser Methode vermessen kann (also die größtmögliche Tiefe) ergibt sich aus der Zahl der Zeilen im Spektrometer, mit der man das Spektrum aufzeichnet. Je mehr Zeilen in dem 100 nm breiten Spektralbereich untergebracht werden, desto größer der Dynamikbereich bezüglich der Tiefe.

Die Aussage (a) deckt sich genau mit der Abschätzung der bestmöglichen Auflösung, die man beim Zeitbereichs-OCT (Abschn. 17.2) erreichen konnte. Das war eigentlich auch nicht anders zu erwarten.

Bei der Spectral Domain OCT wird immer ein ganzer Tiefenscan auf einmal gemessen. Es ist keine Bewegung des Spiegels im Referenzarm in axialer Richtung nötig. Das ist ein großer Vorteil. Auch das Signal-Rausch-Verhältnis wird bei gleicher Messzeit besser.

---

## 17.4 Swept Source OCT und Time-Encoded Frequency Domain OCT

An Stelle eines Spektrometers und einer Detektorzeile kann man auch eine Lichtquelle verwenden, die durchgestimmt werden kann („swept source“) (Abb. 17.8). Das bedeutet, dass die zentrale Wellenlänge der Lichtquelle über einen weiten Bereich gesteuert werden kann. Als Detektor kann nun wieder eine einzige hochempfindliche Diode oder ein Photomultiplier verwendet werden. Die einzelnen Wellenlängen des Spektrums werden zeitlich kodiert nacheinander gemessen („time-encoded“).

---

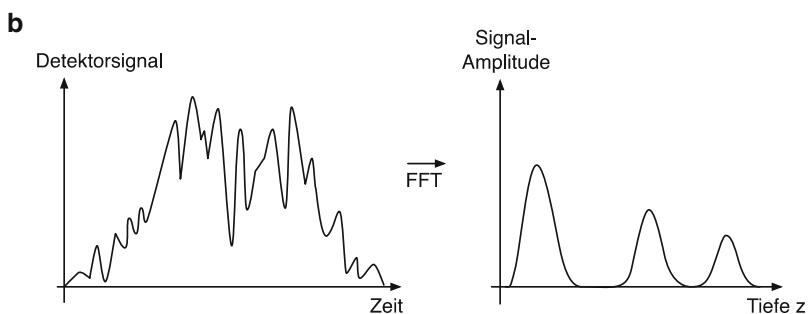
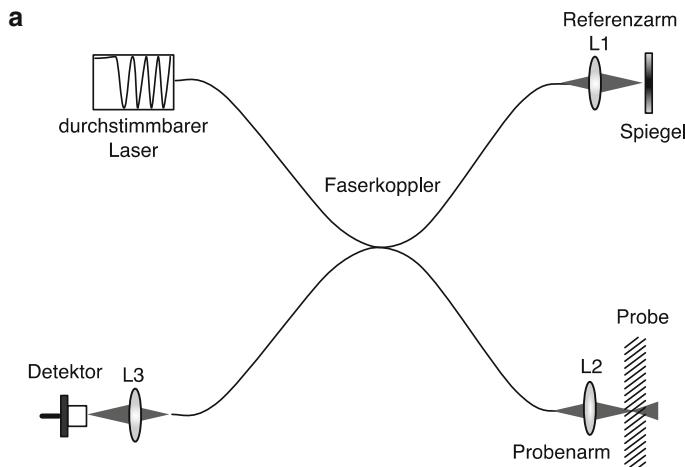
## 17.5 Anwendungen der OCT in der Medizin

In der Augenheilkunde (Ophthalmologie) ist die OCT inzwischen eine sehr wichtige Methode geworden, mit der die Netzhaut detailliert untersucht werden kann. Die altersbedingte Makuladegeneration, das Glaukom (grüner Star) und entzündliche Erkrankungen der Retina (Retinopathien) sind schwerwiegende Erkrankungen, die – wenn sie unerkannt bleiben – zur Erblindung führen. Mit der OCT können sie frühzeitig entdeckt werden und dann oft auch erfolgreich behandelt werden (Abb. 17.9, 17.10 und 17.11).

In der Dermatologie kann OCT oberflächennahe Strukturen der Haut hochaufgelöst abbilden. So können verschiedene Erkrankungen der Haut detailliert charakterisiert werden. Dem Patienten bleibt dann eine Biopsie erspart.

Der eigentliche Messkopf von OCT Systeme konnte in den letzten Jahren immer weiter verkleinert werden. So kann inzwischen ein OCT Messkopf am Ende eines Endoskopes eingesetzt werden, um das Gewebe vor dem Endoskop sehr genau zu charakterisieren (histologische Schnitte *in-vivo*).

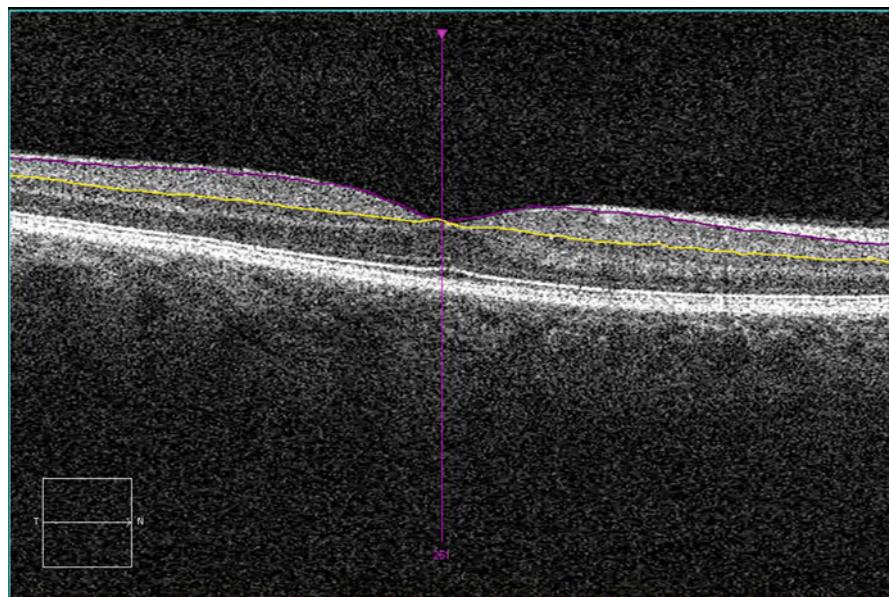
Sogar in ein Katheter lässt sich heute ein OCT System integrieren. Mit intravaskulären OCT Systemen kann man heute mit hoher Auflösung ( $\mu\text{m}!$ ) die Wand von Blutgefäßen von innen betrachten und Stenosen charakterisieren oder den Zustand eines Stents (Gefäßstütze) kontrollieren.



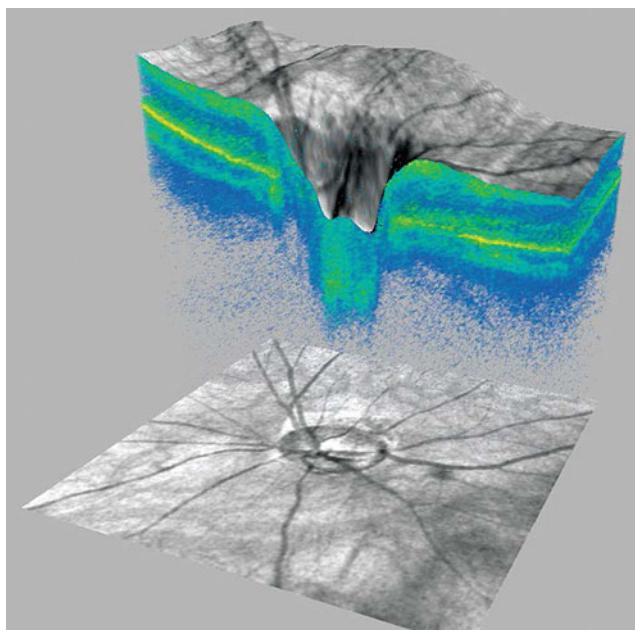
**Abb. 17.8** Swept Source OCT [8]. Im Vergleich zum Spectral Domain OCT (Abb. 17.5) wird das Spektrometer weggelassen und statt dessen eine durchstimmmbare Quelle eingesetzt. Die einzelnen Wellenlängen werden der Reihe nach durchlaufen. Daher erhalten wir nun an Stelle der Intensität über der Wellenlänge eine Intensität über der Zeit. Wieder erhält man durch Fouriertransformation das gewünschte Tiefenprofil



**Abb. 17.9** OCT-System. (Quelle: Carl Zeiss Meditec AG)



**Abb. 17.10** OCT-Aufnahme von der Retina. (Quelle: Carl Zeiss Meditec AG)



**Abb. 17.11** OCT-Aufnahme von der Retina. (Quelle: Carl Zeiss Meditec AG)

---

## Literatur

1. Welzel J.: Optical coherence tomography in dermatology: a review. *Skin Research and Technology*, 7, 1–9, 2001.
2. Liu B., Brezinski M. E.: Theoretical and practical considerations on detection performance of time domain, Fourier domain, swept source optical coherence tomography. *J. Biomed. Opt.*, 12, 044007, 2007.
3. Drexler W., Fujimoto J.G.: State-of-the-art retinal optical coherence tomography. *Prog. Retin. Eye Res.* 27, 45–88, 2008.
4. Bezzera H. G., Costa M. A., Guagliumi G., Rollins A.M., Simon D. I.: Intracoronary optical coherence tomography: a comprehensive review: clinical and research applications. *J. Am. Coll. Cardiol. Intv.* 2, 1035–1046, 2009.
5. Wieser W., Biedermann B. R., Klein T., Eigenwillig C.M., Huber R.: Multi-Megahertz OCT.: High quality 3D imaging at 20 million A-scans and 4.5 G Voxels per second. *Opt Express*, 18, 14685–14704, 2010.
6. Yuan S., Roney C. A., Wierwille J., Chen C.W., Xu B., Griffiths G., et al.: Co-registered optical coherence tomography and fluorescence molecular imaging for simultaneous morphological and molecular imaging. *Phys. Med. Biol.* 55, 191–206, 2010.
7. Kaschke M., Donnerhacke K.-H., Rill M. S.: *Optical Devices in Ophthalmology and Optometry*, Weinheim: Wiley-VCH, 2014.
8. Walther J., Koch E.: Optische Kohärenztomographie, in: Dössel O., Buzug Th.: *Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung*, Berlin: deGruyter, 2015.

Dass die Körpertemperatur bei vielen Krankheiten ansteigt, ist schon in der Antike bekannt gewesen. Die quantitative Temperaturmessung des Körpers geht auf Daniel Gabriel Fahrenheit zurück (um 1720). 1867 führte Thomas Clifford Allbutt das Fieberthermometer ein. In diesem Kapitel sollen nun Optionen betrachtet werden, über die Temperaturverteilung an der Körperoberfläche zu einer besseren Diagnostik zu gelangen. Insbesondere soll es darum gehen, den Ort einer krankhaften Wärmequelle im Körper etwas besser einzuschränken.

---

## 18.1 Strahlungsgesetze

### 18.1.1 Definitionen

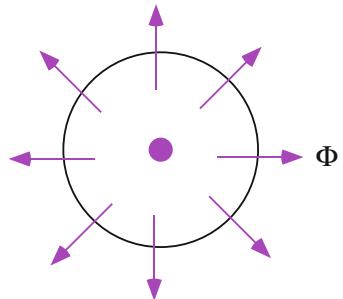
Zum besseren Verständnis der Thermographie sollen erst die wichtigsten Größen der Physik der Strahlungsfelder definiert werden:

1. der Strahlungsfluss bzw. die Strahlungsleistung  $\Phi$

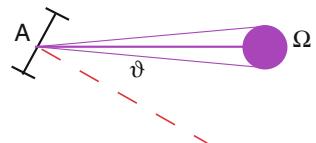
$$\Phi = \int \vec{S} d\vec{a} \quad \text{mit } \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad \text{Einheit } (\Phi) = \text{Watt}. \quad (18.1)$$

Die gesamte durch eine geschlossenen Fläche oder die durch eine vorgegebene offene Fläche hindurchlaufende Leistung in Form von elektromagnetischen Wellen heißt Strahlungsfluss bzw. Strahlungsleistung (Abb. 18.1). Es handelt sich um das Flächenintegral des Poynting-Vektors  $S$  einer elektromagnetischen Welle. Bei einem

**Abb. 18.1** Definition vom Strahlungsfluss: Die gesamte durch eine geschlossenen Fläche oder die durch eine vorgegebene offene Fläche hindurchlaufende Leistung in Form von elektromagnetischen Wellen



**Abb. 18.2** Definition der Strahlungsdichte. A: strahlende Fläche,  $\Omega$ : Raumwinkel,  $\vartheta$ : Winkel zu Normalenrichtung



Gemisch aus vielen elektromagnetischen Wellen mit unterschiedlicher Frequenz ist die Strahlungsleistung die Summe aus den Beiträgen aller Frequenzen.

Interessiert man sich für das Spektrum einer Strahlungsleistung, so definiert man die spektrale Strahlungsleistung:

$$\frac{d\Phi}{d\lambda} = \Phi_\lambda \quad \Phi = \int \Phi_\lambda d\lambda \quad \text{spektrale Strahlungsleistung} \quad (18.2)$$

mit:  $\lambda$  Wellenlänge der Strahlung. Die Darstellung von  $\Phi_\lambda$  als Funktion von  $\lambda$  wird auch abgekürzt „das Spektrum“ genannt.

## 2. die Strahlungsdichte L

$$\text{Strahlungsdichte } L = \frac{d^2\Phi}{dA \cdot d\Omega \cdot \cos \vartheta} \quad \text{Einheit } (L) = \frac{\text{Watt}}{\text{m}^2 \cdot \text{Sr}} \quad (18.3)$$

mit:  $Sr = \text{Steradian} = \text{Einheit des Raumwinkels}$ .

Die Strahlungsdichte L charakterisiert eine strahlende Fläche. Es ist die von einem Flächenelement  $dA$  in einen Raumwinkel  $d\Omega$  unter dem Winkel  $\vartheta$  abgestrahlte Strahlungsleistung  $\Phi$  (Abb. 18.2).

Das bedeutet: der vor einer strahlenden Fläche gemessene Strahlungsfluss ist proportional zur Größe der strahlenden Fläche, zur Größe des Raumwinkels, unter dem der Strahlungsfluss gemessen wird, und sie fällt mit  $\cos \vartheta$ , wenn man schräg auf die strahlende Fläche schaut (Lambert-Gesetz). Der Proportionalitätsfaktor ist dann die Strahlungsdichte der Fläche.

Wiederum ist die spektrale Strahlungsdichte folgendermaßen definiert:

$$L_\lambda = \frac{dL}{d\lambda} \quad L = \int L_\lambda d\lambda \quad (18.4)$$

### 3. der Reflexionsgrad (= Reflexionsvermögen) einer Fläche

Der Reflexionsgrad einer Fläche gibt an, welcher Anteil der auftreffenden Strahlungsleistung reflektiert wird.

$$\rho = \frac{\Phi_R}{\Phi_0} = \frac{\text{reflektierte Strahlungsleistung}}{\text{auftreffende Strahlungsleistung}}, \quad (18.5)$$

### 4. der Absorptionsgrad (= Absorptionsvermögen) einer Fläche

Der Absorptionsgrad einer Fläche gibt an, welcher Anteil der auftreffenden Strahlungsleistung absorbiert wird.

$$\alpha = \frac{\Phi_A}{\Phi_0} = \frac{\text{absorbierte Strahlungsleistung}}{\text{auftreffende Strahlungsleistung}}, \quad (18.6)$$

### 5. ein „schwarzer Strahler“

Ein Körper mit  $\alpha = 1$ , wird „schwarzer Strahler“ genannt. Er absorbiert alle auftreffende Strahlungsleistung. Das heißt nicht, dass er nicht selber Strahlungsleistung abgibt. Jeder Körper, der nicht auf den absoluten Nullpunkt der Temperaturskala abgekühlt wurde, wird Strahlungsleistung abgeben. In der Physik wird ein schwarzer Strahler angenähert durch einen Hohlraum, der sich auf einer bekannten Temperatur  $T$  befindet, und der ein kleines Loch hat. Dieses kleine Loch nimmt alle auftreffende Strahlung auf ( $\alpha = 1$ ) und gibt selber ein Spektrum ab, welches von der Temperatur des Hohlraumes abhängt. Die von einem schwarzen Strahler abgegebene spektrale Strahlungsdichte wird mit  $L_{AS}(\lambda, T)$  abgekürzt. Sie hat in der Physik der Strahlungsfelder eine herausragende Bedeutung:

$$L_{\lambda S}(\lambda, T) = \text{ Spektrum des schwarzen Strahlers} \quad (18.7)$$

mit:  $T$  = absolute Temperatur in Kelvin K

## 6. der Emissionsgrad (= Emissionsvermögen) eines Körpers

Das Verhältnis aus der Strahlungsdichte eines gegebenen Körpers zur Strahlungsdichte des schwarzen Strahlers wird Emissionsgrad genannt:

$$\epsilon(\lambda, T) = \frac{L_\lambda(\lambda, T)}{L_{\lambda S}(\lambda, T)}. \quad (18.8)$$

Er zeigt, um wieviel Prozent die Strahlungsdichte eines Körpers von der Strahlungsdichte des schwarzen Strahlers abweicht. Das Kirchhoffsche Strahlungsgesetz sagt, dass der spektrale Emissiongrad immer gleich dem spektralen Absorptionsgrad sein muss.

### 18.1.2 Das Plancksche Strahlungsgesetz und Folgerungen

Das Plancksche Strahlungsgesetz beschreibt die Abhängigkeit der spektralen Strahlungsdichte des schwarzen Körpers von der Temperatur und der Wellenlänge

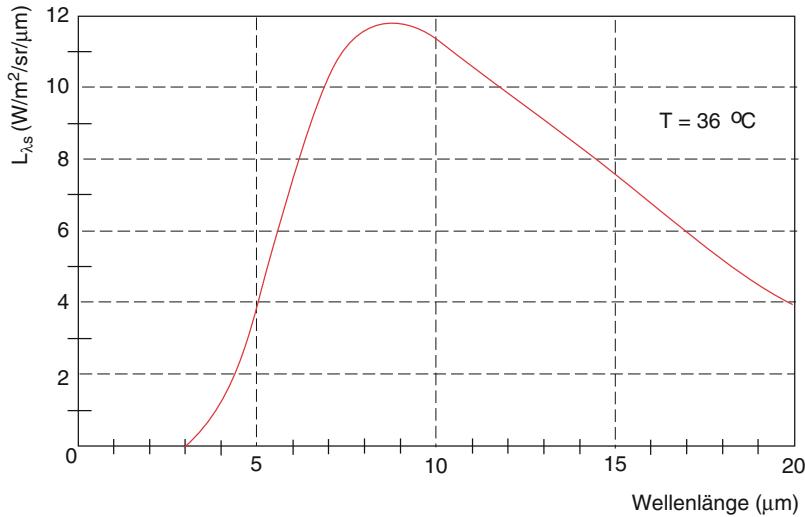
$$L_{\lambda S}(\lambda, T) = \frac{2hc^2}{\lambda^5} \cdot \frac{1}{\exp\left(\frac{ch}{\lambda kT}\right) - 1}. \quad (18.9)$$

Das Stefan-Boltzmannsche Strahlungsgesetz lässt sich daraus ableiten. Es besagt, dass die Strahlungsdichte des schwarzen Strahlers, also die über alle Wellenlängen integrierte spektrale Strahlungsdichte, proportional zur 4. Potenz der absoluten Temperatur ist.

$$\int_0^\infty L_\lambda(\lambda, T) d\lambda = \text{const} \cdot T^4. \quad (18.10)$$

Aus den Strahlungsgesetzen können einige Zusammenhänge unmittelbar abgeleitet werden:

Da  $\epsilon$  maximal 1 sein kann, kann auch  $\epsilon$  nur maximal 1 sein, d. h. die Strahlungsdichte eines Körpers kann maximal die Strahlungsdichte des schwarzen Körpers sein. Das bedeutet: ein Körper strahlt am meisten ab, wenn er alle auftreffende Strahlung absorbiert. In diesem Fall ist das abgestrahlte Spektrum durch  $L_{\lambda S}(\lambda, T)$  beschrieben. Nun beobachtet man (erstaunlicherweise) für den Menschen:



**Abb. 18.3** Spektrale Strahlungsdichte des schwarzen Körpers bei  $36^\circ$  Celsius

Die Haut verhält sich im infraroten Spektralbereich (IR) näherungsweise wie ein schwarzer Strahler, d. h.

$$\varepsilon(\lambda, T) = \alpha(\lambda, T) \approx 0,98 \text{ im IR, unabhängig von } \lambda. \quad (18.11)$$

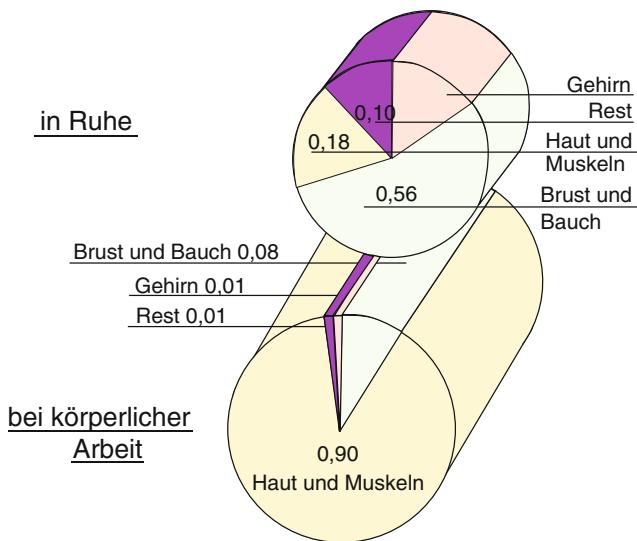
(Vorausgesetzt es wurden keine Salben, Puder etc. verwendet !)

Das Spektrum der Strahlungsdichte der Haut ist damit näherungsweise durch  $L_{\lambda s}(\lambda, T)$  gegeben. Das Spektrum ändert sich mit der Temperatur des Körpers genau so wie es das Plancksche Strahlungsgesetz verlangt. Durch die Messung der abgestrahlten IR-Leistung insgesamt oder in einem ausgewählten Spektralbereich im IR kann die Temperatur der Haut bestimmt werden (Abb. 18.3).

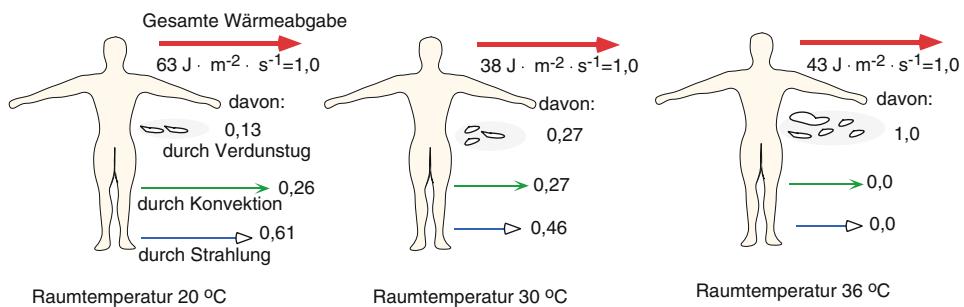
## 18.2 Wärmehaushalt des Menschen

Die Organe des Körpers produzieren Wärme (Abb. 18.4). Diese lokal produzierte Wärme wird über das Blut und die Wärmeleitung abtransportiert. Der Körper gibt die Wärme ab in Form von Wärmestrahlung, Wärmeleitung, Konvektion und Verdunstung. Konvektion wird der Vorgang genannt, bei dem eine dünne Luftsicht über der Haut vom Körper erwärmt und dann mit der Luftbewegung ständig wegtransportiert wird.

Der relative Anteil dieser Komponenten richtet sich nach der Umgebungstemperatur (Abb. 18.5). Bei  $20 \text{ } ^\circ\text{C}$  wird der überwiegende Teil durch Wärmestrahlung abgegeben.



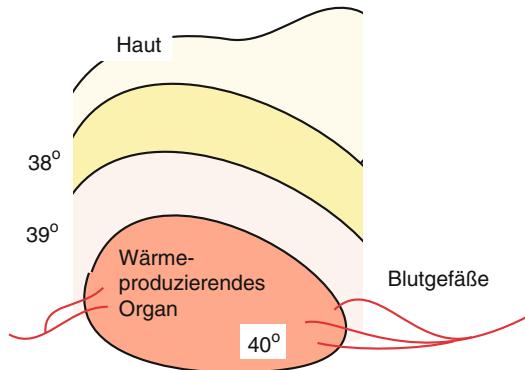
**Abb. 18.4** Anteil der Organe an der Wärmebildung des Menschen



**Abb. 18.5** Wärmeabgabe (unbekleidet, Ruhe) bei verschiedenen Umgebungstemperaturen

Bei  $1,8 \text{ m}^2$  Körperoberfläche ergibt sich eine abgestrahlte Leistung von ca. 60–100 W (in Ruhe). Auch bei ca.  $36^\circ$  Raumtemperatur sendet der Körper Strahlung entsprechend der Planckschen Strahlungsformel aus, aber er nimmt gleichzeitig auch Strahlungsleistung aus der Umgebung auf, so dass die Wärmebilanz ausgeglichen ist, und andere Wege gefunden werden müssen, um die metabolische Wärme loszuwerden (z. B. Schwitzen). Soll die Wärmestrahlung des Körpers gemessen werden, sind Schwitzen und Luftbewegungen d. h. Konvektion zu vermeiden, da sie die Temperatur der Haut stark beeinflussen.

**Abb. 18.6** Lokale Temperaturerhöhung im Körper und Temperaturprofil nach außen



### 18.3 Fragestellungen der Thermographie

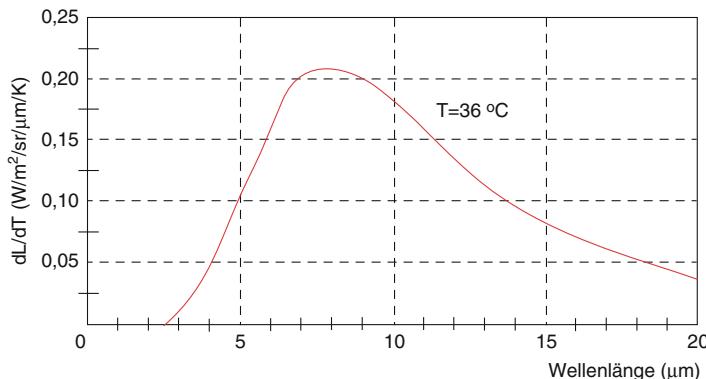
Die Thermographie als medizinisches Diagnoseverfahren stellt die Temperaturverteilung an der Körperoberfläche dar. Dabei sollen folgende zwei Fragen beantwortet werden: Welches Organ produziert wieviel Wärme, d. h. gibt es Organe, die mehr Wärme produzieren als im gesunden Fall, so dass Rückschlüsse auf Erkrankungen möglich werden? Und wie reagiert der Körper auf schnelle Temperaturänderungen, d. h. kann der Körper seine Temperatur so gut und so schnell wie bei einem gesunden Menschen auf den Sollwert regeln (Thermoregulationsdiagnostik)?

Zur Modellierung der Temperaturverteilung im Körper wurde die sogenannte Bio-Heat-Equation vorgeschlagen:

$$\rho_0 C_v \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \lambda \nabla T + C_{vb} W_b (T_b - T) + q_M \quad (18.12)$$

mit  $\rho_0$  Dichte,  $C_v$  Wärmekapazität des Gewebes,  $\lambda$  Wärmeleitfähigkeit des Gewebes,  $C_{vb}$  Wärmekapazität des Blutes,  $W_b$  Blutfluss,  $T_b$  Bluttemperatur,  $q_M$  Quellterm für den Metabolismus des Gewebes.

Einfache Modellrechnungen zeigen, dass eine Temperaturerhöhung eines Organs im Inneren des Körpers nach außen hin, also Richtung Haut, zu immer kleineren und immer breiter verteilten Temperaturerhöhungen führt (Abb. 18.6). Das erschwert die Detektion von Bereichen im Körper, die zu viel Wärme produzieren.



**Abb. 18.7** Differentielle spektrale Strahlungsdichte eines schwarzen Körpers

## 18.4 Optimaler Wellenlängenbereich für die Temperaturmessung

Wie können kleine Temperaturunterschiede auf der Haut über die Wärmestrahlung optimal erfasst werden? Differenziert man die Plancksche Strahlungsformel nach der Temperatur, so erhält man:

$$\frac{dL_{\lambda S}(\lambda, T)}{dT} = \frac{2h^2c^3}{\lambda^6 k T^2} \cdot \frac{\exp\left(\frac{ch}{\lambda k T}\right)}{\left(\exp\left(\frac{ch}{\lambda k T}\right) - 1\right)^2}. \quad (18.13)$$

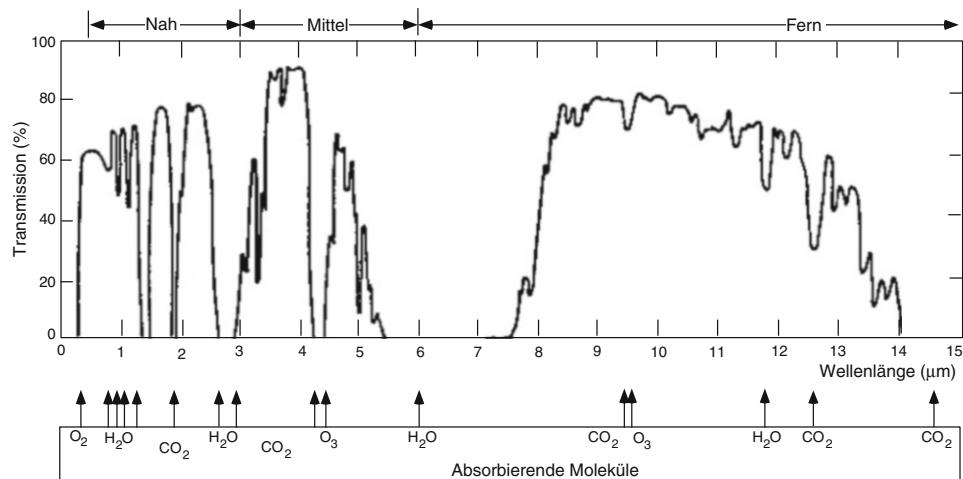
Die spektralen Änderungen der Strahlungsdichte bei Temperaturänderungen zeigt Abb. 18.7.

Im Wellenlängenbereich zwischen 5 und 15 μm sind bei einem Körper von 37° die größten spektralen Unterschiede zu erwarten. Das sind Wellenlängen im Bereich des Infraroten (IR).

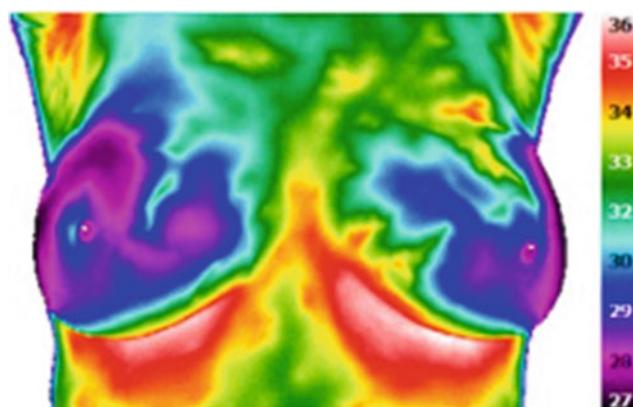
## 18.5 Das „IR-Fenster“ von der Atmosphäre und von optischen Bauelementen

Die Atmosphäre absorbiert in vielen Bereichen im IR (Abb. 18.8). Der Bereich 8–12 μm ist weitgehend transparent und damit für die Thermographie geeignet.

Herkömmliche Gläser sind im IR nicht transparent. Weitgehend transparent sind aber z. B. Germanium, Zink-Selenid, Zink-Sulfid, Gallium-Arsenid, Cadmium-Tellurid, Natrium-Chlorid, Kalium-Chlorid, Diamant. Der Brechungsindex dieser Stoffe ist oft sehr groß (Ge:  $n = 4$ ) d. h. Linsen und Fenster müssen aufwändig entspiegelt werden. Bevorzugt wird daher eine „reflektierende Optik“ mit Parabolspiegeln.



**Abb. 18.8** Transmission der Atmosphäre in Abhängigkeit von der Wellenlänge der Strahlung [1]



**Abb. 18.9** Thermographie der Brust. Diagnose: Mamma-Karzinom in der linken Brust

## 18.6 IR-Detektoren und bildgebende Systeme

Ein Typ von Detektoren für Licht im IR nutzt den Effekt, dass durch Photoabsorption in Halbleitern mit kleiner Bandlücke und einem erlaubten direkten optischen Übergang freie Ladungsträger im Leitungsband erzeugt werden. So erhöht sich z. B. in photoempfindlichen Widerständen die Leitfähigkeit. Diese Widerstandsänderung kann gemessen werden, allerdings führt der notwendige Messstrom auch zu einer unerwünschten Erwärmung des Detektors. Alternativ kann in einer Photodiode der Photostrom gemessen

werden. Das Problem beim Nachweis von Photonen im fernen IR ist die kleine Energie der Photonen. Nach der Gleichung

$$\lambda = \frac{c \cdot h}{e \cdot U} \quad e \cdot U = \frac{c \cdot h}{\lambda} \quad (18.12)$$

lässt sich für Photonen bei der Wellenlänge um  $10 \mu\text{m}$  eine Quantenenergie von  $0,12 \text{ eV}$  berechnen. Die Halbleiter zum Nachweis solcher Photonen müssen eine Bandlücke in diesem Energierbereich aufweisen. In Frage kommen InSb Indium Antimonid,  $\text{Cd}_x\text{Hg}_{1-x}\text{Te}$  Kadmium Quecksilber Tellurid (Cadmium Mercury Tellurid CMT), Blei Tellurid PbTe oder Blei Sulfid PbS.

Eine andere Variante sind die Bolometer, bei denen durch die Wärmestrahlung eine Erwärmung eines Probekörpers eintritt, die dann mit einem temperaturabhängigen Widerstand gemessen wird. Um gleichzeitig eine schnelle Ansprechzeit und eine hohe Empfindlichkeit zu erreichen, werden aus einkristallinem Silizium kleine Messflächen mit dünnen Brücken frei aufgehängt. Darauf werden in Dünnschichttechnologie temperaturabhängige Widestände z. B. aus Vanadiumoxid  $\text{VO}_2$  aufgebracht.

Bis vor einigen Jahren waren IR-Detektoren sehr aufwändig in der Herstellung und im Betrieb. Sie mussten mit flüssigem Stickstoff gekühlt werden. Man verwendete nur einen einzigen IR-Sensor, und das Bild musste mit rotierenden Spiegeln Zeile für Zeile abgetastet werden.

Mit der Technologie der Mikro-Bolometer lassen sich inzwischen Detektor-Matrizen aufbauen, die aus  $320 \times 240$  oder sogar aus  $640 \times 480$  Elementen bestehen. Die einzelnen Elemente haben typisch Abmessungen von  $50 \mu\text{m} \times 50 \mu\text{m}$ . Sie liefern auch in ungekühltem Betrieb Bilder, die für die medizinische Diagnostik im Prinzip geeignet sind.

Eine wichtige Größe, welche die Empfindlichkeit eines IR-Detektors beschreibt, ist die rauschäquivalente Differenztemperatur (Noise Equivalent Differential Temperature NEDT). Sie gibt an, welche Temperaturunterschiede gerade eben aus dem Rauschen hervortreten. Gekühlte Detektoren erreichen NEDT-Werte von  $10\text{mK}$ , ungekühlte Sensoren können noch Temperaturunterschiede bis  $100\text{mK}$  nachweisen. Eine weitere wichtige Größe ist die Zeitkonstante, mit der die Kamera auf eine schnelle Temperaturänderung reagiert. Die Mikro-Bolometer erreichen eine Bildwiederholrate von  $10\text{Hz}$ .

Die Visualisierung der IR-Bilder erfolgt mit Falschfarben, bei denen üblicherweise warme Regionen rot und kalte blau dargestellt werden.

## 18.7 Anwendungen der Thermographie in der Medizin

Bei folgenden Erkrankungen beobachtet man eine lokale Temperaturerhöhung im Bereich des erkrankten Organs:

Mamma-Karzinom und bakterielle Entzündung der Brustdrüse (Mastitis),  
Gefäßerkrankungen (z. B. Thrombose, Durchblutungsstörungen),  
Entzündungen der Gelenke (Arthritis).

Die Thermographie hat sich noch nicht als Standardmethode in der Klinik durchgesetzt. Die Spezifität ist oft nicht ausreichend. Früher war es das Hauptproblem die Hauttemperatur auf 0,1 °C genau zu bestimmen. Inzwischen gibt es praktikable IR-Kameras mit der notwendigen Genauigkeit. Jetzt erkennt man, dass äußere Bedingungen wie z.B. die unvermeidbare Luftströmung um die Körperoberfläche herum die lokale Hauttemperatur sehr viel stärker beeinflussen als die erkrankten Organe im Inneren des Körpers.

---

## Literatur

1. Anbar M.: Clinical thermal imaging today. IEEE Engineering in Medicine & Biology, vol. 17, pp. 25–33, 1998 und folgende Artikel.
2. Buzug Th. und Herman, C.: Medizinische Infrarot-Bildgebung. in: Dössel O., Buzug Th.: Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung, Berlin: deGruyter, 2015.

Mikrowellen bis ca. 2GHz können einige Zentimeter in den Körper eindringen. Die hohe Frequenz und damit die kurze Wellenlänge wecken die Hoffnung, dass sich mit Mikrowellen Strukturen im Körper abbilden lassen. Die Organe des Körpers haben unterschiedliche dielektrische Eigenschaften. Es wird beobachtet, dass sich krankhaft verändertes Gewebe in seinen dielektrischen Eigenschaften von gesundem Gewebe unterscheidet. Damit könnte die Darstellung der Absorptions- und Rückstreuparameter von hochfrequenten elektromagnetischen Wellen wertvolle diagnostische Informationen enthalten.

---

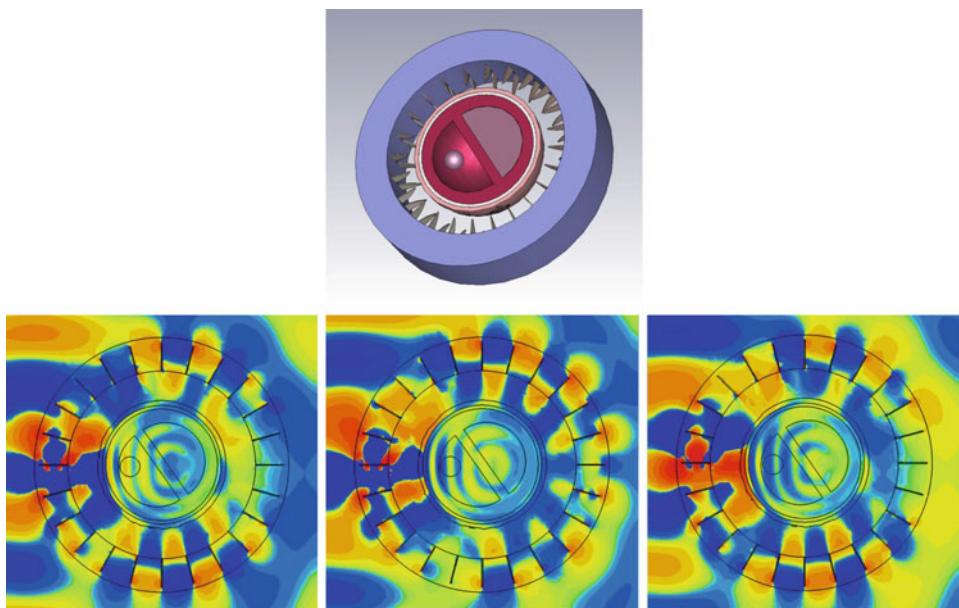
## 19.1 Dielektrische Eigenschaften von Körpergewebe bei Frequenzen oberhalb von 1GHz

Die dielektrischen Eigenschaften von einer großen Auswahl von Gewebeklassen wurden von Gabriel und Gabriel bis 20GHz gemessen und 1996 zusammengefasst [1] (siehe auch Abb. 13.3 im Kap. 13 – Impedanztomografie). Die meisten Materialien haben im Frequenzbereich um 1GHz eine relative Permittivität von 50 bis 80 und eine Leitfähigkeit im Bereich von 0,5 bis 1,0S/m. Alle Gewebearten zeigen eine leichte Dispersion: die Permittivität fällt und die Leitfähigkeit steigt mit steigender Frequenz. Wichtig für die medizinische Bildgebung ist der Unterschied zwischen gesundem und krankhaft verändertem Gewebe, wobei Tumor-Gewebe von besonderem Interesse ist. In einer Arbeit von Joines von 1994 wurden starke Veränderungen der Leitfähigkeit und der Permittivität von typisch  $+/-20\%$  beobachtet, wobei es bei einigen Organen auch noch deutlich größere Veränderungen gab [2].

## 19.2 System-Konzept und Messgrößen

Abbildung 19.1 zeigt ein Systemkonzept zur Bildgebung am menschlichen Kopf

Um den Kopf herum werden viele Antennen angeordnet. Die Abstrahlcharakteristik richtet sich nach den Anforderungen der Algorithmen, die zur Rekonstruktion verwendet werden. Zum Beispiel sind Antennen mit einer Konzentration der Mikrowellenleistung in einer Ebene vorteilhaft für 2D Tomografierekonstruktionen. Zu einem bestimmten Zeitpunkt sendet eine der Antennen und alle anderen messen die empfangenen Signale. Dann wird mit einem Multiplexer weitergeschaltet, so dass nun die nächste Antenne sendet und alle anderen empfangen. Zwischen den Antennen und dem Kopf sollte sich eine Substanz zur Anpassung der Impedanzen befinden („matching liquid“), auf welches die verwendete Antenne angepasst wurde, da sonst die Reflexionen an der Kopfhaut zu groß sind und praktisch keine Mikrowellenleistung in den Körper hinein gelangt.



**Abb. 19.1** Systemkonzept zur Mikrowellen-Bildgebung am menschlichen Kopf. 24 Vivaldi-Antennen sind im Kreis um ein Kopfmodell herum angeordnet. Das Kopfmodell besteht aus konzentrischen Kugeln mit den dielektrischen Eigenschaften von Haut, Knochen und Liquor. Darin sind zwei symbolische Gehirnhälften angeordnet. Eine Kugel stellt einen Schlaganfall dar. Eine der Antennen (ganz links) sendet eine elektromagnetische Welle von 2GHz aus. Alle anderen Antennen sind auf Empfang geschaltet. Unten ist das berechnete elektrische Feld zu den Phasenlagen  $0^\circ$ ,  $90^\circ$  und  $180^\circ$  dargestellt. Man erkennt, wie ein Teil der Welle in den Kopf eindringt. (Quelle: Jochen Schmid und Axel Hahn, IBT Karlsruhe)

In einer einfachen Variante senden und empfangen alle Antennen bei genau einer Frequenz. Es werden die sogenannten S-Parameter bestimmt, wobei normalerweise nur die S-Parameter mit zwei verschiedenen Indizes ausgewertet werden, also die Kopplung von einer Antenne in eine andere ( $S_{ij}$ ).

In einer anderen Variante werden sehr kurze Mikrowellen-Impulse in den Körper gesendet. Da sehr kurze Impulse nur möglich sind, wenn das System eine große Bandbreite hat, spricht man von Ultra-Wideband Mikrowellen Bildgebung (UWB).

In einer dritten Variante werden im „continuous wave“ Betrieb (CW) Wellen in den Körper gesendet und die S-Parameter bestimmt. Dann wird aber die Frequenz auf einen anderen Wert umgeschaltet und alle S-Parameter werden noch einmal gemessen. So werden viele Frequenzen im Bereich von 500 MHz bis 2GHz der Reihe nach durchgemessen. Auch für diese Variante sind Ultra-Wideband-Systeme nötig.

Da es zu starken Reflexionen an den Grenzflächen zur Haut oder zum Knochen kommt, und die gesuchten Reflexionen vom krankhaften Gewebe dagegen klein sind, müssen Mikrowellen-Tomografie-Systeme einen sehr hohen Dynamikbereich aufweisen (möglichst 100 dB).

## 19.3 Algorithmen zur Bildrekonstruktion

Unter der Überschrift „quantitative imaging“ werden Algorithmen vorgeschlagen, die auf der sogenannten Bornschen Näherung beruhen. Das gestreute Feld, gemessen am Ort  $\vec{p}$ , wird als Faltung von dem einfallenden Feld  $E^{total}(\vec{r})$  mit einer Greenschen Funktion  $G(\vec{p}, \vec{r})$  beschrieben. Die Greensche Funktion wird mit einem ortsabhängigen Gewichtsfaktor  $\chi(\vec{r})$  multipliziert. Diesen gilt es zu finden und als Bild darzustellen.

$$E^{scatt}(\vec{p}) = k_b^2 \int_D G(\vec{p}, \vec{r}') \cdot \chi(\vec{r}') \cdot E^{total}(\vec{r}') d\vec{v}' \quad (19.1)$$

$$\chi(\vec{r}) = \frac{\epsilon(\vec{r}) - \epsilon_b}{\epsilon_b} \quad (19.2)$$

Dabei ist  $\epsilon_b$  eine mittlere Permittivität des Körpers.

Das Innere des Körpers wird nun in viele kleine Gebiete mit homogenen dielektrischen Eigenschaften aufgeteilt und es werden mit einer iterativen Methode (z. B. Newton-Raphson, siehe z. B. Abschn. 13.10) die Werte für  $\chi(\vec{r})$  bestimmt, die am besten zu allen Messdaten passen. Bei der hierauf aufbauenden „contrast source inversion“ Methode wird dieser Ansatz weiterentwickelt, darauf kann aber an dieser Stelle nicht eingegangen werden [8].

Die „qualitative imaging“ Methoden basieren hingegen auf einem vereinfachten Modell der Wellenausbreitung. Sie ähneln dem klassischen Radar und münden in einem „delay and sum“ Algorithmus. Es werden sehr kurze Mikrowellenimpulse in den Körper gesendet. Von den empfangenen Signalen wird zuerst die Einhüllende  $S_t$  gebildet, z. B. mit Hilfe des analytischen Signals, so wie es im Abschn. 10.5.1 beschrieben wird. Dieses Signal wird zeitlich um  $\tau$  verschoben, mit einem Gewichtsfaktor  $c_t$  multipliziert, quadriert und addiert. Die zeitliche Verschiebung ist die Zeit, die die Welle vom Sender über den Punkt  $\vec{r}$  zum Empfänger gebraucht hätte ( $c_m$  ist hier die mittlere Lichtgeschwindigkeit im Material).

$$I(\vec{r}) = \left[ \sum_t c_t \cdot S_t(\tau_t(\vec{r})) \right]^2 \quad \tau_t(\vec{r}) = \frac{2 \cdot |\vec{r} - \vec{r}_t|}{c_m \cdot \Delta\tau} \quad (19.2)$$

So wird die Intensität im Pixel  $\vec{r}$  zu einem Maß dafür, wie viel insgesamt von diesem Punkt in die Empfangsantennen zurückgestreut wurde.

## 19.4 Vorschläge zur Mammografie und zur Schlaganfall-Früherkennung mit Mikrowellen

Auch bei der Mikrowellen-Bildgebung steht die Mammografie im Vordergrund. Die Röntgen-basierte Mammografie ist heute der „golden standard“, aber es wird dabei ionisierende Strahlung eingesetzt, und die könnte einen Tumor auslösen. So sind bildgebende Systeme für die Mammografie, die ohne ionisierende Strahlung auskommen, natürlich von besonderem Interesse. Ein mikrowellenbasiertes System fügt der Patientin definitiv keinen Schaden zu, es kann darüber hinaus sogar preiswert und mobil sein. Susan Hagness berichtet in einem IEEE Special Issue über viele vielversprechende Ergebnisse [5]. Aber ein Durchbruch konnte noch nicht erzielt werden. Einerseits gibt es die Forderung, dass kein bösartiger Tumor übersehen werden darf. Wenn aber andererseits zu viele gutartige Gewebeveränderungen als suspekt eingestuft werden, so müssen zu viele Frauen zu unnötigen und belastenden weiteren Untersuchungen, was ebenfalls unerwünscht ist.

Ähnlich schwierig ist der Versuch, Schlaganfälle mit Hilfe von Mikrowellen zu diagnostizieren und darüber hinaus zwischen einem hämorrhagischen und einem ischämischen Schlaganfall zu unterscheiden. Mikael Persson kann hier spektakuläre Ergebnisse vorweisen, aber auch hier konnte noch nicht die nötige Sicherheit in der Klassifikation nachgewiesen werden [6].

## 19.5 Vorschläge zur Nutzung von THz-Wellen für die Medizin

Mit „THz-Wellen“ sind üblicherweise elektromagnetische Wellen zwischen 0,1 THz und 10THz gemeint ( $T = \text{Tera}$  steht für  $10^{12}\text{Hz}$ ). Dieser Teil des elektromagnetischen Spektrums liegt zwischen den Mikrowellen (GHz) und der Infrarotstrahlung (vergl. Kap. 18).

Praktikable Sender für THz-Wellen stehen erst seit kurzer Zeit zur Verfügung. Beispielsweise bestehen sie aus einer metallischen Antennenstruktur, die auf Gallium-arsenid aufgebracht wurde. Diese Struktur enthält einen sehr schmalen Spalt (gap) zwischen den beiden Metallflächen. Eine angelegte Spannung erzeugt im Spalt ein hohes elektrisches Feld. In den Spalt wird nun ein sehr kurzer Laserimpuls hoher Intensität fokussiert. Das führt dazu, dass der Spalt zu einem Sender einer THz Welle von wenigen 100 ns Länge wird. Als Detektor eignen sich bolometrische Anordnungen und elektrooptische Bauelemente.

Die Wechselwirkung von THz-Wellen mit biologischem Gewebe beruht überwiegend auf der Anregung von Molekül-Schwingungen und -Rotationen [3]. Wasser zeigt eine sehr starke Absorption im Bereich von 5,6 THz. Daraus folgt, dass THz-Wellen nur wenig in den Körper eindringen: bei 1THz ist die Eindringtiefe nur 0,4 mm. Das ist ein Nachteil, aber gleichzeitig ist auch eine hohe Ortsauflösung von bis zu 250  $\mu\text{m}$  möglich. Neben der Bildgebung ist auch Spektroskopie zur Erkennung von bestimmten Molekülen im Körper vorstellbar.

Es gibt eine Reihe von Forschungsprojekten zur Nutzung von THz-Wellen in der Medizin. Dazu gehören die Erkennung von Hautkrebs und die Diagnostik von Zähnen und Knochengewebe. Auch ist vorstellbar, dass ein Chirurg THz-Wellen zur Charakterisierung von Gewebe nutzen wird oder dass THz-Spektroskopie am Ende eines Endoskopes im Körper eingesetzt wird.

---

## Literatur

1. Gabriel D.S., Lau R.W., Gabriel C.: The dielectric properties of biological tissues: II. Measurements in the frequency range 10Hz to 20GHz. *Phys. Med. Biol.* 41, 2251–2269, 1996.
2. Joines W.T. et al.: The measured electrical properties of normal and malignant human tissues from 50 to 900 MHz. *Med. Phys.* 21, 547–550, 1994.
3. Pickwell E. and Wallace V.P.: Biomedical applications of terahertz technology. *Journal of Physics D: Applied Physics*, 39, R301-310, 2006.
4. Semenov, S.: Microwave tomography: review of the progress towards clinical applications. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 367, 3021–3042, 2009.
5. Hagness S.C.: Guest Editorial: Special Cluster on Microwave Medical Imaging. *IEEE Antennas and wireless propagation letters*, 11, 1592–1596, 2012.

6. Persson,M. et al.: Microwave-based stroke diagnosis making global prehospital thrombolytic treatment possible. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 61, 2806–2817, 2014.
7. Helbig M.: Mikrowellen-, Ultrabreitband- und THz-Bildgebung. in: Dössel O., Buzug Th.: *Biomedizinische Technik – Medizinische Bildgebung*, Berlin: deGruyter, 2015.
8. Chandra R. et al.: On the opportunities and challenges in microwave medical sensing and imaging. *IEEE Trans. Biomed. Eng.* 62, 1667–1682, 2015.

Ein Blick in die Zukunft ist immer sehr riskant. Trotzdem sollen an dieser Stelle einige Trends beschrieben werden, die der Autor beobachtet.

---

## 20.1 Verbesserung von Auflösung, Kontrast und Aufnahmezeit

In Kap. 3 wurden die Begriffe „Punktbildfunktion“ und „System-Übertragungsfunktion“ eingeführt. Die Punktbildfunktion zeigt, wie klein Details sein können, damit sie noch getrennt wahrgenommen werden können. Natürlich ist es das Ziel, hier die Grenzen der bildgebenden Systeme systematisch zu erweitern, damit immer kleinere Strukturen noch aufgelöst werden können. Tomographische Methoden haben es hier schwer. Es muss immer der ganze Körper von links bis rechts aufgenommen werden, sonst kommt es zu Artefakten. Das bedeutet, dass ein Bild mit 1 mm Auflösung und einer Bildgröße von  $500 \text{ mm} \times 500 \text{ mm}$  aus 250.000 Pixeln besteht. Wird die Auflösung auf 0,5 mm halbiert, vervierfacht sich die Zahl der Pixel auf 1 Million. Eine „Zoom“-Funktion wäre hier wünschenswert. Transmit-SENSE (MR-Tomographie, Abschn. 11.16) könnte ein Weg in diese Richtung sein. Hierzu gibt es bei allen Modalitäten interessante Forschungsprojekte.

Die Aufnahmezeit ist eine andere wichtige Größe, die es zu verbessern gilt. Sie bestimmt (neben den Rüstzeiten) die Zahl der Patienten, die ein Arzt pro Tag untersuchen kann und ist damit auch ein wichtiger wirtschaftlicher Faktor. Eine kürzere Aufnahmezeit ist aber auch für den Patienten gut: es ist weniger anstrengend und es werden weniger Bilder verwackelt. Darüber hinaus können bewegte Organe wie z.B. das Herz besser dynamisch abgebildet werden. Auch hier sind substanzIELLE Verbesserungen zu erwarten.

Das Rauschen im Bild ist ein weiterer Aspekt, der systematisch optimiert wird. Bei der MRT wird das Rauschen überwiegend durch den Patienten verursacht – hier sind

zukünftigen Verbesserungen Grenzen gesetzt. Nur eine höhere Grundfeldstärke kann das Signal-Rausch-Verhältnis verbessern. Das Rauschen aller Röntgen-basierten Verfahren ist durch das Quantenrauschen begrenzt. Es kann natürlich immer durch eine höhere Dosis verkleinert werden, aber das ist sicherlich nicht der richtige Weg. Die einzige heute erkennbare Methode ist: die „Detective Quantum Efficiency“ DQE verbessern und die Streustrahlung reduzieren.

Der Kontrast eines Bildes gibt an, wie gut sich das kranke Gebiet von dem gesunden unterscheiden lässt. In der Radiologie werden immer bessere Aufnahme-Parameter gefunden, mit denen der Kontrast für eine bestimmte Fragestellung verbessert werden kann. Ob ganz kleine Grauwertunterschiede noch mit dem Auge (oder vom Computer) erkannt werden können, hängt natürlich auch vom Rauschen im Bild ab (siehe oben).

Bei fast allen bildgebenden Verfahren lassen sich die drei Größen „räumliche Auflösung“, „zeitliche Auflösung“ und „Rauschen“ gegeneinander ausspielen. Mit einer längeren Messzeit kann generell das Rauschen verkleinert werden. Genauso führt ein Verzicht auf die bestmögliche räumliche Auflösung auch zu einem besseren Signal-Rausch-Verhältnis. Für eine bahnbrechende Verbesserung der bildgebenden Systeme muss es gelingen, eine der Größen zu verbessern ohne eine andere dabei zu verschlechtern.

Eine wesentliche Verbesserung der bildgebenden Systeme kann auch darin bestehen, dass das Risiko, welches man dem Patienten bei der Aufnahme zumutet, weiter verringert wird. Beispielsweise wäre eine Dosisreduktion beim Röntgen ohne eine Steigerung des Quantenrauschens wünschenswert, d.h. auch hier: man müsste die DQE näher an den Idealwert 1 bringen. Bei der MRT wäre eine Reduktion der SAR anzustreben.

---

## 20.2 Neue Dimensionen der Bildgebung in der Medizin

Tabelle 20.1 zeigt eine Reihe von neuartigen Optionen, die in den letzten Jahren im Bereich der Bildgebung hinzugekommen sind:

Funktionelle Bildgebung bedeutet, dass der Körper in seiner Funktion abgebildet wird. Es wird beispielsweise ein Knie oder ein Herz in Bewegung dargestellt. Auch kann die Perfusion eines Organs abgebildet werden. Funktionelle Bildgebung kann es prinzipiell nur am lebenden Patienten geben.

**Tab. 20.1** neue Dimensionen der Bildgebung

funktionelle Bildgebung
metabolische Bildgebung
molekulare Bildgebung
quantitative Bildgebung
interventionelle Bildgebung

Auch metabolische Bildgebung kann es nur am lebenden Körper geben. Hier wird der Stoffwechsel dargestellt. PET mit Fluordesoxyglukose (FDG) ist ein gutes Beispiel dafür. Man erkennt viele Tumore an dem lokal erhöhten Stoffwechsel. Aber auch andere Störungen der chemischen Prozesse in den Organen können so dargestellt werden.

Der Übergang zur molekularen Bildgebung ist gleitend. Hier sollen Moleküle im Körper abgebildet werden, die wie Biomarker auf Krankheitsherde oder pathophysiologische Vorgänge hinweisen. Die Hoffnung besteht darin, dass krankhafte Vorgänge detektiert werden können, bevor es zu großen Gewebeveränderungen kommt, die dann oft nicht mehr mit einfachen Mitteln behandelt werden können.

Bei der quantitativen Bildgebung werden objektive physikalische oder chemische Größen quantitativ richtig dargestellt. Mit der Computer Tomographie können beispielsweise die Röntgen-Schwächungskoeffizienten in den Volumenelementen des Knochens sehr genau gemessen werden (Osteoporose-Diagnostik). Bei der MRT kann man heute die Abklingzeiten T1 und T2 sehr genau ortsaufgelöst bestimmen. Man spricht von T1 bzw. T2 Mapping. Wohlgemerkt: es handelt sich nicht um ein T1 oder T2 gewichtetes Bild, sondern um ein Bild der T1- oder T2-Werte. Die Falschfarbendarstellung lässt es bei der quantitativen Bildgebung zu, dass aus der Farbe der Wert der dargestellten Größe exakt abgelesen werden kann. Dies ermöglicht beispielsweise, dass die gemessenen Werte in Leitlinien der Medizin eingehen und bei der Therapieentscheidung noch besser helfen: wenn die Größe kleiner ist als X wähle man folgende Therapieoption; wenn sie größer als X ist, ist ein anderer Pfad besser.

Die interventionelle Bildgebung leitet den Arzt/die Ärztin zunächst zum Ziel im Inneren des Körpers und zeigt, ob er oder sie an der richtigen Stelle gelandet ist. Dann sind aber weitere interessante Optionen möglich: der Katheter oder das Endoskop können Sonden an der Spitze tragen, die das Gewebe vor Ort sehr detailliert charakterisieren, ähnlich wie ein histologischer Schnitt. Intravaskulärer Ultraschall IVUS oder endoskopisches OCT sind Beispiele aus dieser Klasse, die es schon heute gibt. Hier werden wesentliche Fortschritte erwartet, die es dem Arzt/der Ärztin ermöglichen, sofort zu erkennen, ob ein Gewebe abgetragen oder verödet werden muss.

---

## 20.3 Neue Modalitäten

In diesem Buch wurden eine ganze Reihe von neuartigen Methoden der Bildgebung genannt: Phasenkontrast-Röntgen, Magnetic Particle Imaging, Impedanztomographie, Abbildung bioelektrischer Ströme, fluoreszenzoptische Bildgebung, Mikrowellen-Bildgebung....

Welche Bedeutung sie in der Medizin haben werden, kann erst gesagt werden, wenn eine klinische Erprobung durchgeführt wurde. Das ist das Dilemma neuer bildgebender Modalitäten: ein Ingenieur oder Physiker muss das neuartige System erst entwickeln und bauen. Dabei muss es schon eine gute Qualität haben und es darf den Patienten und den Arzt/die Ärztin nicht gefährden. Das erfordert umfangreiche und kostspielige

Vorarbeiten. Erst danach kann der Einsatz am Patienten und die klinische Bewertung erfolgen. Welche der neuen Modalitäten es am Ende in die klinische Routine schafft, kann daher heute nur schwer abgeschätzt werden.

Vielleicht kommen in den nächsten Jahren ja noch ganz neue Ideen hinzu. Bevor Paul Lauterbur die MR-Tomographie erfand, war die Meinung weit verbreitet, dass nun alle Möglichkeiten der medizinischen Bildgebung ausgeschöpft sind. Und dann kam alles ganz anders. . .

---

# Sachverzeichnis

## A

Absorption, 247  
Absorptionsgrad, 487  
Absorptionskoeffizient, 452  
Absorptionskorrektur, 223, 233  
Abtasttheorem, 91, 106, 163, 274, 376  
Äquivalentdosisleistungskonstante, 193  
affine Transformation, 115  
aktiven Konturen, 126  
Aktivität, 204  
akustooptische Bildgebung, 467  
Algebraic Reconstruction Technique, 221, 232  
Aliasing-Artefakte, 106, 163  
 $\alpha$ , 292  
Alphastrahlung, 203  
Amplitudenspektrum, 86, 92  
Anger, 215  
Anger-Prinzip, 230  
Annihilation, 227  
Anode, 5, 24  
Anodenmaterials, 27  
Antenne, 292  
Apertur, 242, 474  
Apodisierung, 263  
Artefakte, 265  
Auflösung, 503  
Aufnahmezeit, 503  
Ausgangsleuchtschirm, 47  
Autokorrelation, 97  
Autokorrelationsfunktion, 108  
AV-Knoten, 421  
axiale Auflösung, 252  
Axonen, 420

## B

ballistische Photonen, 459  
Bananenfunktion, 461  
Becquerel, 204  
Befundung, 1  
Belichtungssteuerung, 35  
Betastrahlung, 203  
Bewegungsartefakte, 168  
bildgebende Dosis, 34  
Bildverarbeitung, 113  
Bioelektromagnetismus, 419  
Bio-Heat-Equation, 491  
Biot-Savart-Gesetz, 344  
Birdcage-Spule, 346  
Bleistrichraster, 62  
Blochsche Gleichungen, 306  
Bloch-Gleichungen, 312  
B-Mode, 261  
Body Surface Potential Mapping (BSPM), 422  
BOLD-Imaging, 368  
Boltzmannstatistik, 301  
Bolus, 72  
bolus chase, 74  
Bornschen Näherung, 499  
Boundary Element Methode (BEM), 434  
Brechungsindex, 176  
Bremsstrahlung, 6  
Bremsstrahlungsspektrum, 8

## C

Cäsium-Jodid, 47  
C-Bogen, 79

CCD-Kamera, 51  
charakteristische Strahlung, 6, 9  
Chemical Shift Imaging (CSI), 381  
Chemical-Shift-Selective-Imaging (CHESS), 381  
Chemische Verschiebung, 375  
Closing, 122  
Compton-Streuung, 16, 21  
Computertomographie, 131, 136  
Cone-Beam-CT, 171  
Cormack, 138  
Cortex, 420  
Coulombintegral, 425  
CT-Scanner, 137  
Curie, 204  
Curved-Array, 262  
CW-Doppler-Ultraschall, 268

**D**

Dephasierung, 306  
Depolarisierung, 421, 429  
Detective Quantum Efficiency (DQE), 69, 111, 504  
Diaphanographie, 462  
Blochsche Gleichungen, 306  
differentieller Wirkungsquerschnitt, 19  
Differenzverstärker, 403  
Diffusions-Bildgebung, 372  
Diffusionsgleichung, 459  
Diffusionskoeffizient, 453  
Diffusionsmodell, 453  
digitalen Subtraktionsangiographie, 73  
digitale Röntgen-Bildaufnehmer, 50  
Dipole Density Plot, 435  
Dispersion, 253  
Doppelfokus-Anoden, 29  
Dopplereffekt, 267  
Dosimetrie, 189  
*DQE Detective Quantum Efficiency (DQE)*, 69, 111, 504  
Drehanode, 24, 29  
Drehkolben-Röhre, 31  
Drehlager, 29  
Dreiknopf-Steuerung, 35  
Dual Source CT, 173  
Durchleuchtung, 47  
dynamic imaging, 411  
dynamische Fokussierung, 262

**E**

Echo Planar Imaging (EPI), 362  
Echo Time Encoded Spectroscopic Imaging, 381  
Einknopf-Automatik, 35  
elastische Transformation, 115  
Electronic Portal Imaging Device, 80  
Elektrode, 403  
Elektroenzephalographie (EEG), 422  
Elektrokardiographie (EKG), 422  
elektronenoptische Abbildung, 49  
Elektronenstrahl-CT, 172  
Emissionsgrad, 488  
Empfangsspule, 345  
Endoprothetik, 174  
Endoskopie, 443  
Energieübertragungskoeffizienten, 18  
Energiedosis, 66, 189  
Ernst-Winkel, 365  
Erosion, 122

**F**

Faltung, 95  
Faltungsfilter, 119–121  
Faltungs-Kern, 119  
fan beam, 138  
Farbdoppler, 278  
Faserendoskope, 444  
Fast-Fouriertransformation FFT, 94  
Fast-Spin Echo (FSE), 360  
„feinzeichnende“ Folien, 42  
Femtosekunden-Laser, 476  
Festanode, 26  
Feststrom-Generator, 35  
Filimplaketten, 191  
Finite Differenzen Methode (FDM), 434  
Finite Elemente Methode (FEM), 411, 434, 455  
First-Pass, 219  
Flipwinkel, 313, 345  
Fluoreszenz-Bildgebung, 465  
fokussierende Linienraster, 55  
Fourier-Scheiben-Theorem, 134, 183, 335  
Fouriertransformation, 85, 92, 333, 480  
Free Induction Decay, 315  
Frequency Domain OCT, 477  
Frequenzcodierung, 331  
Fulcrum, 179

Funktionelle Bildgebung, 504

Funktionelle MR-Tomographie, 368

## G

Gamma-Kamera, 215, 221

Gammastrahlung, 203

$\gamma$ -Wert, 38

Gaußfilter, 120

Gaußverteilung, 64

Gd-DTPA, 367

gefilterte Rückprojektion, 146, 221, 409

Geister-Bilder, 374

Generator, 205

Generator mit „fallender Last“, 35

Glasfaserbündel, 443

Gleitrollenlager, 29

Gradienten-Echos, 322

Gradientenfeld, 323, 324, 345

Gradienten-Filter, 120–121

Gradientenspule, 344

Gradient Moment Nulling, 372

Gradient und Spin Echo (GRASE), 363

Gradiometer, 424

Gray, 67, 189

gyromagnetische Verhältnis, 297

## H

Hahn-Echos, 320

Halbwertszeit, 203

Heel-Effekt, 7

Helmholtz-Spulenpaar, 345

Herzvektor, 427

HF-Generator, 348

Hilberttransformation, 257

Hochfrequenzgeneratoren, 33

Hochpass, 103

hochverstärkende Folien, 42

homogenen Koordinaten, 115

Hounsfield, 137

Hounsfield-Einheit, 168

## I

image warping, 115

Impedanz, 399

Impedanz-Plethysmographie, 417

Impulsantwort, 101, 457

Impulshöhenanalyseator, 213

Informationsindex, 198

Interferometer, 471

Interpolation, 118, 152, 170

interventionelle Bildgebung, 505

interventionelle Radiographie, 77

inverses Problem, 433

Inversion Recovery, 317, 321, 353

Ionendosis, 66

Ionisierende Strahlung, 202

ionisierender Strahlen, 187

Isotope, 202

Iterative CT-Rekonstruktion, 144

iterative Rekonstruktion, 185

iterative Rekonstruktionsverfahren, 221, 232

## J

Jacobi-Matrix, 413, 464

## K

$K_\alpha$ -Linie, 11

kalte Knoten, 220

Kammfunktion, 105

kartesische Abtastung, 332

Kathode, 5

Kavitation, 266

$K_\beta$ -Linie, 11

Kerma, 189

Kernreaktionen, 16, 205

Kernspin, 297

$K_\gamma$ -Linie, 11

Klassifizierung, 127–128

Kohärenzlänge, 472

Koinzidenzdetektion, 228

Kollimator, 15, 210

Kontrast, 196, 349, 504

Kontrastdehnung, 113

Kontrastmittel, 71, 366

Konversionsfaktor, 50

Koronarangiografie, 76, 368

Korrelation, 124

Korrelationsintegral, 95

k-Raum, 336

k-Raum-Spektroskopie, 383

## L

Längsrelaxationszeit, 303

Lagrangemultiplikator, 439

- Lakshminarayanan, 154  
 Lamellen-Raster, 54  
 Laplace-Filter, 121  
 Laplace-Gleichung, 342, 408  
 Larmorfrequenz, 298  
 Laserscanner, 43  
 Laterale Auflösung, 251  
 Lead fields, 430  
 Legendre-Polynome, 343  
 Leuchststoffe, 40  
 Leuchtzentren, 43  
 Levenberg-Marquardt-Algorithmus, 434  
 Linear-Array, 261  
 Linienbildfunktion, 58, 103  
 Linienpaare/mm, 60  
 Linsenendoskope, 444  
 Lithotripsie, 284  
 Logan, 155  
 Lokal-Oszillatator, 270  
 Look-up-table, 114  
 Lorentz-Linienform, 301  
 Lumineszenz, 39
- M**  
 Magenspiegelung, 443  
 Magnet, 340  
 Magnetic Particle Imaging (MPI), 391  
 magnetischer Kreisel, 287  
 magnetisches Dipolmoment, 285  
 Magnetisierung, 286  
 Magnetoenzephalographie, 422  
 Magnetokardiographie, 422  
 Magnetresonanz-Tomografie, 285  
 Mammographie, 186  
 Massenschwächungskoeffizient, 15, 40  
 Matching, 435  
 mechanische Scanner, 261  
 Median-Filter, 122  
 Mehrzeilen-CT, 170  
 Meißner-Ochsenfeld-Effektes, 340  
 metabolische Bildgebung, 505  
 Mikrochirurgie, 445  
 Mikrowellen-Bildgebung, 497  
 Minimum-Norm-Schätzung, 439  
 Mittelwertfilter, 120  
 M-Mode, 260  
 „Mode-Locked“ Lasern, 457  
 Modulationsübertragungsfunktion, 56, 101  
 Modulation Transfer Function, 56, 101,  
     156, 354  
 molekularen Bildgebung, 505  
 Molybdän, 27, 31  
 Monte Carlo Methoden, 19  
 Monte-Carlo Modell, 453  
 Moore-Penrose Pseudoinverse, 464  
 Mosleyschen Gesetzes, 11  
 MR-Angiographie, 367  
 MR-Diffusions-Bilder, 368  
 MR-Perfusions-Bildgebung, 367  
 MR-Spektroskopie, 380  
 MUGA-Technik, 218  
 Multigated Acquisition, 219  
 Multiplexer, 404  
 Multi-Slice-Technik, 359  
 Mutationen, 188  
 MV-Imaging, 78
- N**  
 Nachbarschaftsoperatoren, 119  
 Nanopartikel, 391  
 Newton-Raphson, 499  
 Newton-Raphson Verfahren, 412, 463, 499  
 Newton-Raphson-Methode, 412  
 nicht-stochastische Schäden, 188  
 Noise Power Spectrum, 108
- O**  
 Oberflächenpulse, 347  
 Okular, 444  
 Opening, 122  
 Optical Coherence Tomography (OCT), 471  
 optische Kohärenztomographie, 471  
 optischen Tomosynthese, 464  
 optoakustische Bildgebung, 466  
 Orthopantomographie, 179
- P**  
 Paarbildung, 16, 21  
 PACS, 129  
 Pantomographie, 179  
 Parallele Bildgebung, 378  
 Permittivität, 400, 497  
 PET-CT, 235  
 PET-MRI, 235

- Phased-Array, 262  
Phased-Array-Antennen, 348  
Phasencodierung, 328  
Phasenkontrast CT, 176  
Phasensensitive MR-Angiografie, 369  
Photoabsorption, 16, 21  
photoakustische Bildgebung, 466  
Photokathode, 47–48  
Photomultiplier, 209  
photosensibilisierte Endoskopie, 448  
Picture Archiving and Communication Systems (PACS), 129  
piezoelektrischer Effekt, 248  
Pixel, 89  
planaren Szintigraphie, 217  
Plancksches Strahlungsgesetz, 488  
Point Spread Function, 101  
Poisson-Gleichung, 425  
Poissonverteilung, 64  
Positronen-Emissions-Tomographie, 227  
Präzession, 288, 297  
Problem, 413, 433  
Projektionen, 334  
Projektionsröntgen, 5  
Pseudoinverse, 439  
Pulsed Wave US, 272  
Pulshöhenanalysator, 230  
Punktoperationen, 113  
PW-Doppler-Ultraschall, 272
- Ramachandran, 154  
RangordnungsfILTER, 121–123  
Rapid Acquisition with Relaxation Enhancement (RARE), 360  
Raster, 54, 144, 167  
Rauschen, 159, 503  
Rauschleistungsspektrum, 108  
Rayleigh-Streuung, 21  
Reflexionsgrad, 487  
Reflexionskoeffizienten, 244  
Regionen-Wachstum, 125  
region-growing, 125  
Regularisierung, 439  
relatives Risiko, 194  
rem, 190  
Restauration, 123–124  
Reziprozitäts-Prinzip, 347, 356  
Reziprozitätstheorem, 431  
RF-Ablation, 441  
Richardson-Formel, 33  
Röntgen, 66, 190  
Röntgenbildverstärker, 47  
Röntgenfilm, 36  
Röntgenröhre, 5, 24  
Röntgenschwächungskoeffizienten, 136  
Röntgenstrahlung, 5  
rotierendes Koordinatensystem, 291, 308, 311  
Rückprojektion, 149, 150
- Q**  
Quadratur-Detektor, 277, 293, 333  
Quadratur-Spule, 347  
Quantenrauschen, 65  
Quantisierung, 104  
quantitativen Bildgebung, 505  
Quench, 342  
Querrelaxation, 304
- R**  
Radioaktiver Zerfall, 202  
Radiologie, 1  
Radionuklid, 205  
Radionuklidgenerator, 205  
Radionuklidgenerator, 205  
Radon-Transformation, 131
- S**  
Saturation Recovery, 316, 350  
Scanogramm, 140  
Schallgeschwindigkeit, 240  
Schallimpedanz, 243  
schlecht gestelltes Problem, 145, 413, 433, 439  
Schnittbild-Verfahren, 131  
Schwächungskoeffizient, 15, 247, 451  
Schwärzungskurve, 38  
Schwarzer Körper, 487  
Schwellwert-Verfahren, 125  
Segmentieren, 435  
Segmentierung, 125–127, 435  
selektive Anregung, 323  
Selen-Film, 45  
SENSE-Methode, 378  
Septen, 230

- Shepp, 155  
 Shimming, 342  
 Sievert, 190  
 Signal-Rausch-Verhältnis, 356, 504  
 Simplex Algorithmus, 434  
 Single Photon Emission Computed Tomography, 201  
 Singuläre Wertezersetzung, 438  
 Singulärwert, 439  
 Singular Value Decomposition (SVD), 438  
 Sinusknoten, 421  
 snakes, 126  
 Sobel-Filter, 120–121  
 Spatially Resolved Spectroscopy, 383  
 Specific Absorption Rate (SAR), 386  
 Speckle-Rauschen, 247  
 SPECT, 201, 220  
 Spectral Domain OCT, 477  
 Speicherfolien, 43  
 Spin-Echos, 318  
 Spin-Ensembles, 313  
 Spin-Gitter Relaxation, 303  
 Spin-Spin Relaxation, 304  
 Spiral-CT, 169  
 springenden Fokus, 163  
 SQUID-Magnetometer, 422  
 Stabdosimeters, 191  
 Steady State, 363  
 Stenosen, 76  
 stereoskopische Endoskope, 445  
 stille Quellen, 433  
 stimulierte Echos, 322  
 stochastischen Schäden, 189  
 Strahlaufhärtung, 34, 167  
 Strahlenbelastung, 220  
 Strahlenfächer, 138  
 Strahlungsdichte, 486  
 Strahlungsleistung, 485  
 Streukoeffizient, 452  
 Streustrahlanteil, 52  
 Streustrahlung, 22, 167  
 Streuung, 246  
 Stromdichte-Muster, 406  
 Stromdipol, 420, 425  
 Stromdipol-Lokalisierung, 434  
 Stromdipol-Verteilungen, 435  
 Super-Lumineszenz-Dioden (SLD), 476  
 Superparamagnetic Iron Oxide, 392
- Suszeptibilitäts-Artefakte, 374  
 Swap Quadrants, 93  
 Swept Source OCT, 481  
 Synapsen, 420  
 Synchrotronstrahlung, 24  
 Synergie-Spulen, 348  
 Synthesizer, 348  
 Szintigraphie, 201  
 Szintillations-Detektor, 143  
 Szintillationszähler, 208  
 Szintillatoren, 229
- T**
- Teilvolumenartefakte, 164  
 thermoelektrischer Effekt, 33  
 Thermoregulationsdiagnostik, 491  
 THz-Wellen, 501  
 Tiefpass, 103  
 Tikhonov-Regularisierung, 395  
 Time Gain Compensation, 248, 256  
 Time-Domain-OCT (TD-OCT), 471  
 Time-Encoded Frequency Domain OCT, 481  
 Time-of-Flight-Angiographie, 368  
 Time-of-Flight TOF-PET, 231  
 Tomografie, 323  
 Tracer, 207, 231  
 Transferfunktion, 101  
 Transimpedanz, 406  
 Transmembranspannung, 428  
 Transmissionskoeffizienten, 245  
 Transmissionsmessung, 223  
 Transmit-SENSE, 380  
 transversales Wechselfeld, 290, 302,  
     312, 313  
 Turbo-Spinecho, 360  
 12-Puls-Generatoren, 33
- U**
- Übertragungsfunktion, 101, 457  
 Ultra-Wideband Mikrowellen Bildgebung  
     (UWB), 499  
 Uniform double layer, 428
- V**
- Ventrikulographie, 75  
 Verschiebungsinvarianz, 100

Verstärkerfolien, 39  
Verwischungstomografie, 180  
Video-Endoskope, 443, 446  
Vierelektroden-Messtechnik, 403  
Vitalitätsdiagnostik, 226

Wirkungsquerschnitts, 18  
Wolfram, 14, 27

**X**

Xenon-Hochdruckionisationskammern, 143  
Xeroradiographie, 45

**W**

Wärmehaushalt, 489  
Wasserscheiden-Algorithmus, 125  
watershed algorithm, 125  
Wellengleichung, 239  
Wiener-Filter, 123  
Wirkungsgrad, 12

**Z**

Zählrohr, 208  
Zelle, 187  
Zerfallsgesetz, 202  
Zweiknopf-Automatik, 35  
Zyklotron, 231