



核函数低维随机特征逼近的广义构建方法 及应用研究

汇报人：罗钦

专 业：控制工程

导 师：黄晓霖 副教授

申请学位：硕士

2022年02月15日



上海交通大学

SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY



1 研究背景与意义

2 不定核随机特征构建方法研究

3 低比特量化随机特征的构建研究

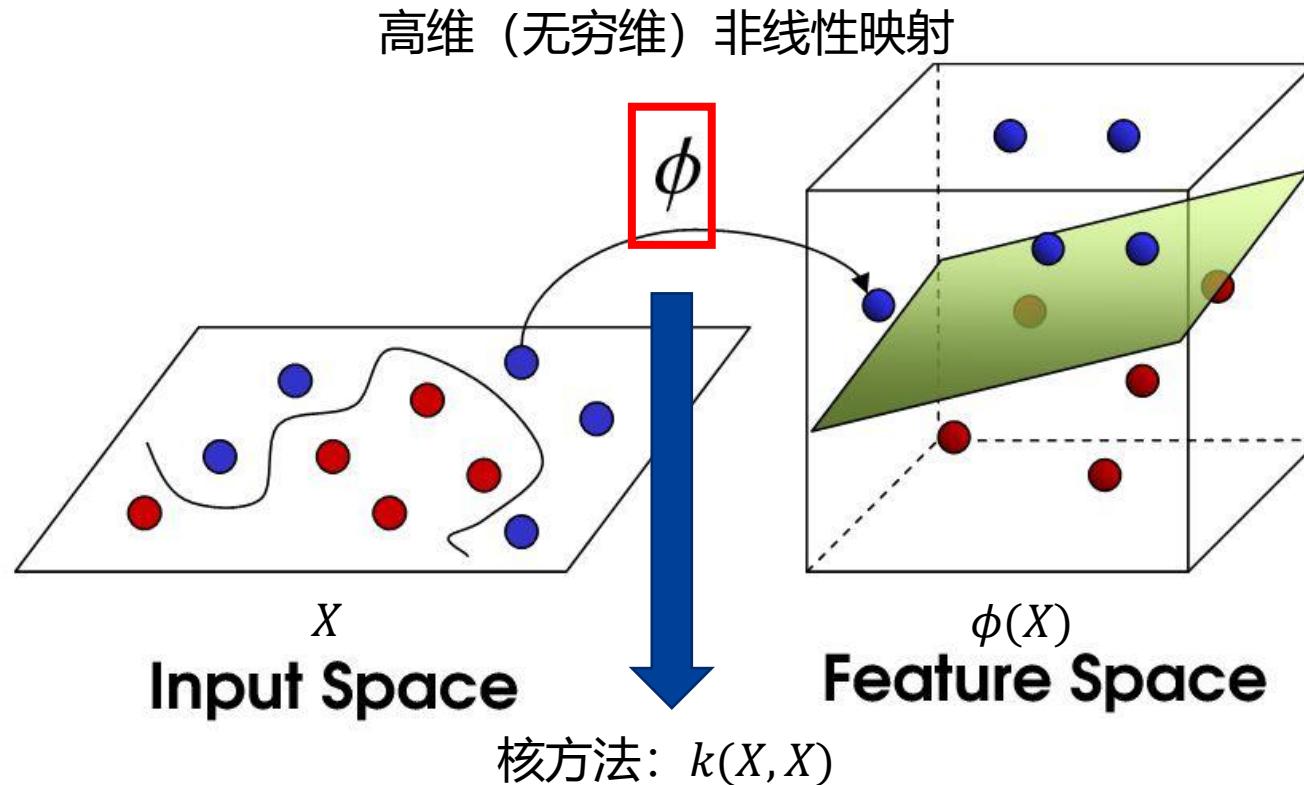
4 基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

5 结论与展望

研究背景与意义



核方法：利用样本之间的相似度关系来代替高维（无穷维）的非线性映射



特点：表示能力强、易于训练、坚实的理论保证

应用：分类（SVM, KLR）、回归（SVR, GPR）、降维（kPCA）、聚类（KSC）

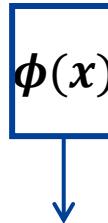


随机特征逼近的背景

传统核方法存在的问题

- 大规模核学习问题中运算和存储复杂度较高
 - 运算复杂度 $\mathcal{O}(N^2 d)$, 存储复杂度 $\mathcal{O}(N^2)$, 与 N 成平方关系
- 核函数选择范围有限
 - 受限于经验定义核函数的形式, 依赖于先验知识

$$k(x, y) \approx \langle \phi(x), \phi(y) \rangle$$



$\phi(x)$ 称为随机特征, 通过较低的维度对于无穷维算子进行无偏逼近

- 大规模核学习问题
 - 运算复杂度 $\mathcal{O}(Ns^2)$, 存储复杂度 $\mathcal{O}(Ns)$, 与 N 成线性关系
- 灵活的核学习问题
 - 覆盖整个正定核函数空间, 经验驱动 → 数据驱动

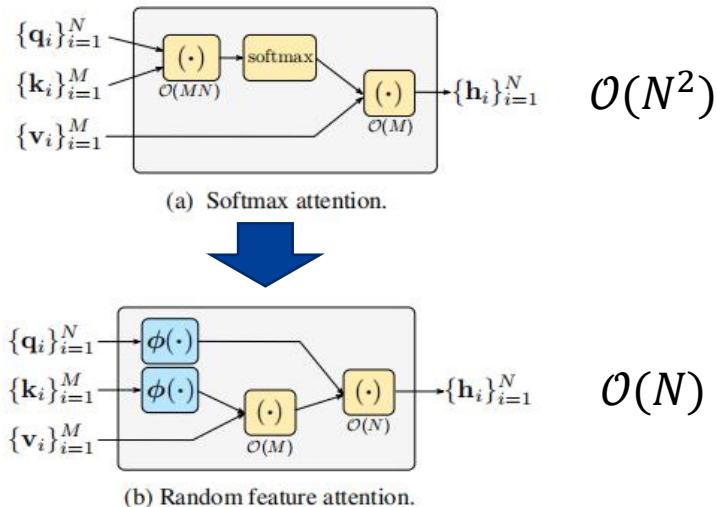
研究背景与意义



随机特征逼近的应用背景

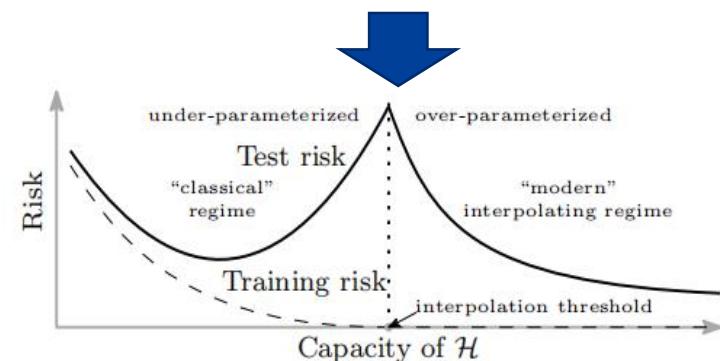
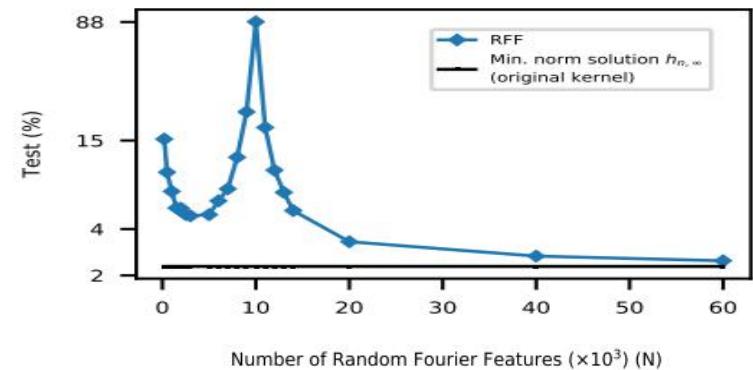
机器学习算法压缩加速

1. 大规模核学习算法加速
 2. 基于相似度（不相似度）的机器学习算法的加速
- e.g. Transformer加速



解释神经网络动态和泛化性能

Double Descent现象



[1] Choromanski K M, Likhoshesterov V, Dohan D, et al. Rethinking Attention with Performers[C]//ICLR 2020.

[2] Belkin M, Hsu D, Xu J. Two models of double descent for weak features[J]. SIAM Journal on Mathematics of Data Science, 2020, 2(4): 1167-1180.



随机特征逼近构建方法的国内外研究现状

与本论文相关的随机特征构建方法研究综述

Data Independent Random Features

RFF(2007, test-of-time award on NeurIPS2017)
Structral Matrix: **Fastfood**(2013), SCRF(2015),
p-model(2015)
Orthogonality: **ORF**, SORF(2016)
Quasi Monte Carlo: **QMC**(2014), MM, SSF(2017)

Data Dependent Random Features

leverage score: LS-RFF(2019), SLS-RFF(2020)
kernel alignment: EE-RFF(2018)
end-to-end learning: DKR(2019), Generative
Method(2020)

存在的问题:

- 1) 现有随机特征逼近框架局限于**正定性和平移不变核函数**
- 2) **低计算存储资源下基于随机特征的核方法的泛化能力下降**
(计算存储资源有限→过少的随机特征数目→核方法泛化能力下降)

[1] Rahimi A, Recht B. Random features for large-scale kernel machines. NIPS 2007.

[2] Liu F, Huang X, et al. Random Features for Kernel Approximation: A Survey on Algorithms, Theory, and Beyond. TPAMI 2021.

[3] Yu F X X, Suresh A T, et al. Orthogonal random features. NIPS 2016.

[4] Rudi A, Calandriello D, et al. On fast leverage score sampling and optimal learning. NIPS 2018.

[5] Fang K, Huang X, et al. End-to-end Kernel Learning via Generative Random Fourier Features. arXiv preprint 2020.



本论文主要研究的内容及意义

随机特征方法的
适用范围?

随机特征如何更
好地构建? (方差
减小、泛化性能
提升等)

随机特征的应用?

不定核低维随机特征构建方法
研究

(突破现有随机特征框架
正定性和平移不变性的约束)

低比特量化随机特征的构建
研究

(在计算存储资源有限情况下
构建更好的随机特征逼近方式)

基于NTK低维假设的小样
本学习研究

(从核函数低维逼近出发
构造深度神经网络在小样
本学习问题中的低维优化
空间)

构建方法的理论研究

应用研究



1 研究背景与意义

2 不定核随机特征构建方法研究

3 低比特量化随机特征的构建研究

4 基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

5 结论与展望

不定核随机特征构建方法研究



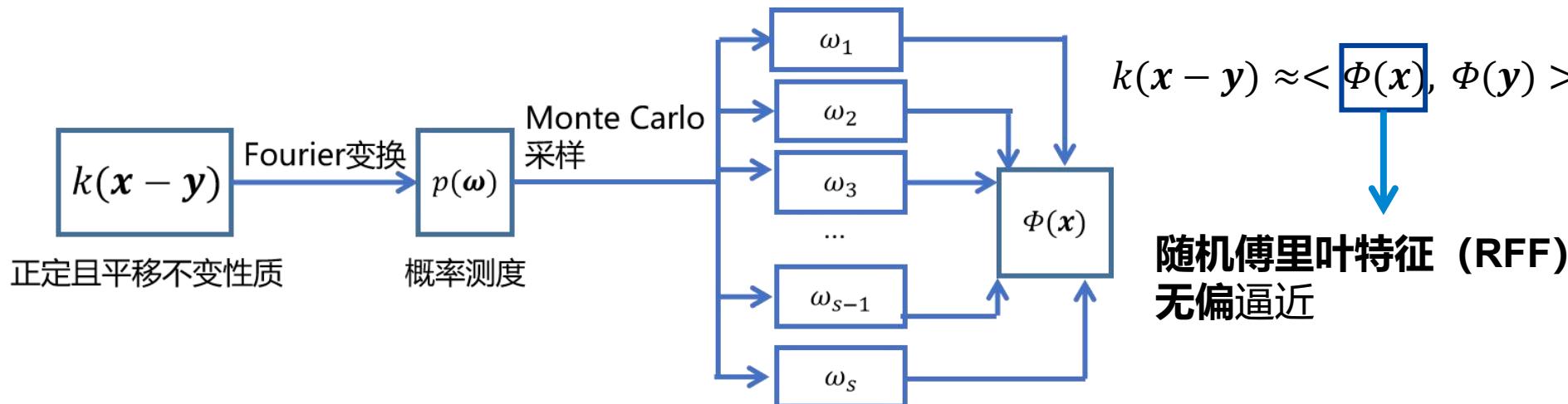
随机傅里叶特征基本理论

Bochner定理

定理 2.1. (Bochner 定理^[99]) 定义连续且平移不变核函数 $k(\cdot, \cdot) : \mathbb{R}^d \times \mathbb{R}^d \rightarrow \mathbb{R}$, 核函数 $k(\cdot, \cdot)$ 是正定核函数的充要条件是其可以表示成如下形式:

$$k(x - y) = \int_{\mathbb{R}^d} \exp(i\omega^\top (x - y)) p(d\omega) \quad (2.2)$$

其中 $p(\omega)$ 是定义在频率 ω 上的非负且有限的 Borel 测度。



$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} [\cos(\omega_1^T x), \dots, \cos(\omega_s^T x), \sin(\omega_1^T x), \dots, \sin(\omega_s^T x)]^T$$

不定核随机特征构建方法研究



不定核随机特征的研究意义

1) 不定核函数的广泛应用和良好的效果

- 实际应用中的采用部分核函数为不定核，如Epanechnikov核函数（多项式核、线性核采用随机特征），衡量蛋白质序列相似度的核函数。
- 一些不定核函数在某些任务上具有比正定核函数更好的性能，如Huang等人提出的TL 1核函数在C-SVM分类任务上具有比RBF核函数更好的性能。

2) 根据正定核函数定义判断核函数正定操作困难

3) 现有不定核逼近方法的逼近误差大

方法	无偏性	逼近方差
Random Maclaurin	√	$\mathcal{O}\left(\left(\frac{32RL}{\epsilon}\right)^{2d} \exp\left(-\frac{D\epsilon^2}{8C_\Omega^2}\right)\right)$
Tensor Sketch	√	$\mathcal{O}\left(\exp\left(-\frac{t\epsilon^2}{2R^{4p}}\right)\right)$
Spherical Random Features	✗	_____
Double Variation Random Features	✗	_____

[1] Kar P, Karnick H. Random feature maps for dot product kernels AISTATS 2012.

[2] Pham N, Pagh R. Fast and scalable polynomial kernels via explicit feature maps SIGKDD 2013.

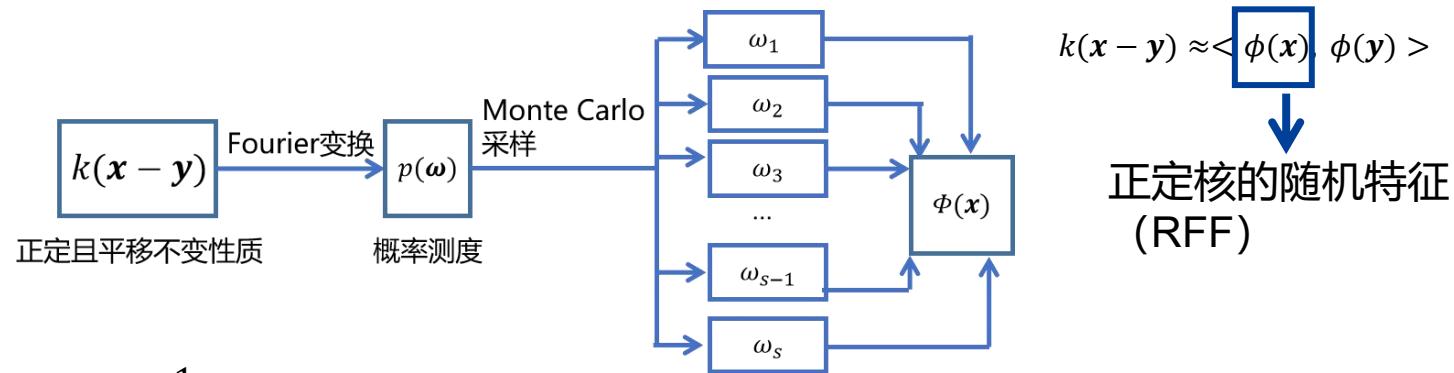
[3] Pennington J, Yu F X X, et al. Spherical random features for polynomial kernels. NIPS 2015.

[4] Liu F, Huang X, Shi L, et al. A double-variational bayesian framework in random fourier features for indefinite kernels. TNNLS 2019.

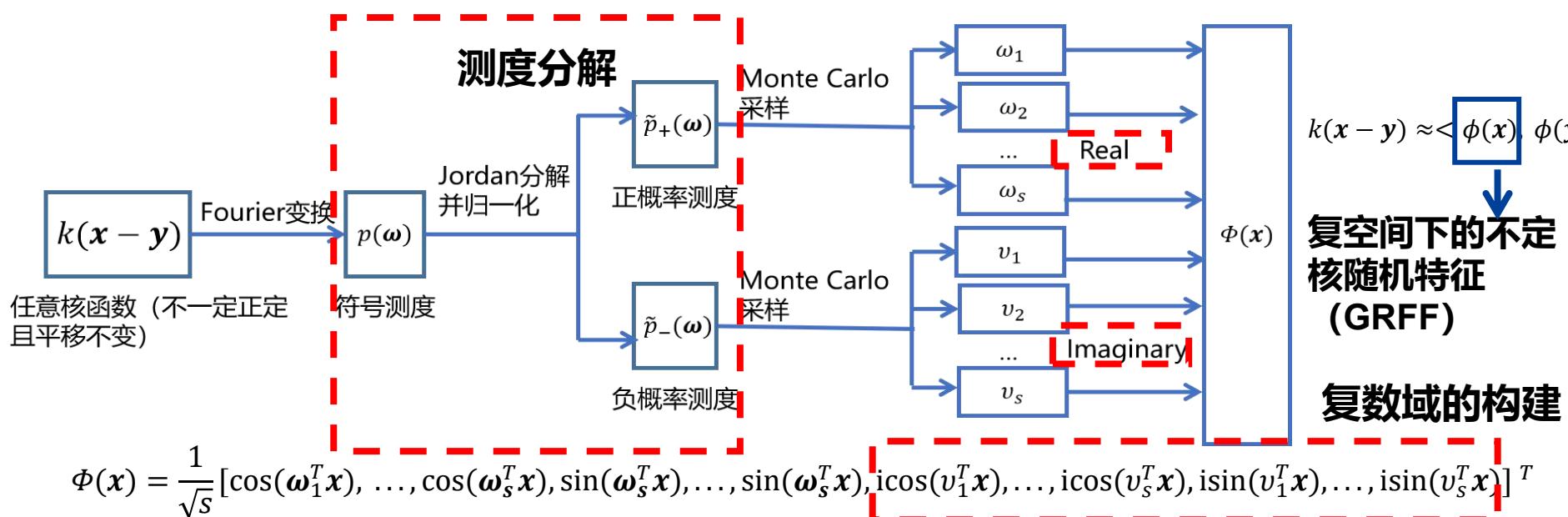
不定核随机特征构建方法研究



复空间下的不定核随机特征构建方法



$$\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{s}} [\cos(\omega_1^T x), \dots, \cos(\omega_s^T x), \sin(\omega_1^T x), \dots, \sin(\omega_s^T x)]^T$$





逼近方差进一步减小的方法

复空间下的不定核随机特征 (GRFF) 是无偏逼近，逼近方差决定随机特征的逼近误差。
正交化 (Orthogonality)

算法 1 GORF 构建方法

输入：平移不变核函数 $k(x, y) = k(z)$, $z = \|x - y\|$, 训练样本的维度 d , GORF 的数目 s

输出：满足 $k(x - y) \approx \phi(x)^T \phi(y)$ 的 GORF 映射 $\phi(x)$

- 1: 通过核函数的随机傅里叶变换获取符号测度 $p(\omega)$, 并且通过 Jordan 分解与归一化计算 $p_+(\omega)$, $p_-(v)$, $\|p_+\|$, $\|p_-\|$, $\tilde{p}_+(\omega)$, $\tilde{p}_-(v)$ 。
- 2: 分别从 $\tilde{p}_+(\omega)$ 和 $\tilde{p}_-(v)$ 中采样 s 个 ℓ_2 范数的权值的模, 即 $\|\omega_i\|_2$ 和 $\|v_i\|_2$ 。
- 3: 从标准正态分布 $N(0, I_{2m})$ 采样 $2m$ 方向向量 a_j 和 b_j , 并组合成矩阵 M 。利用 QR 分解获得正交矩阵 M^{orth} 和正交单位矩阵 M^{orthn} 。
- 4: 根据公式(2.34) 得到 ω_i 和 v_i 。
- 5: 根据公式(2.24)和(2.25)产生 $\psi_i(x)$ 和 $\phi(x)$ 。

→ GRFF 构建

→ 正交化

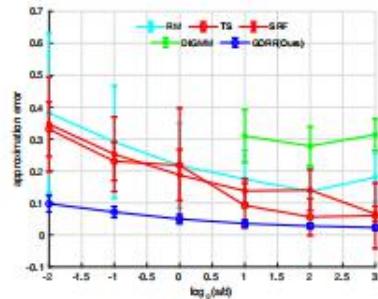
不定核随机特征构建方法研究



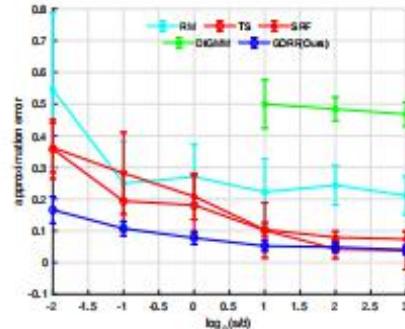
实验-不同不定核逼近方法的逼近误差的对比

$$\text{逼近误差} = \frac{\|K - \hat{K}\|_F}{\|K\|_F}$$

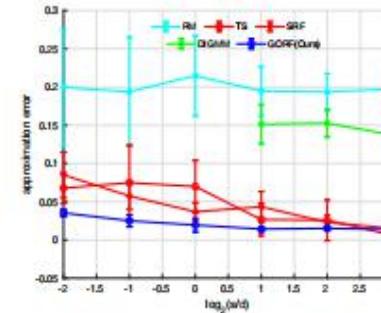
不同不定核逼近方法在不同核函数及数据集上的逼近误差对比



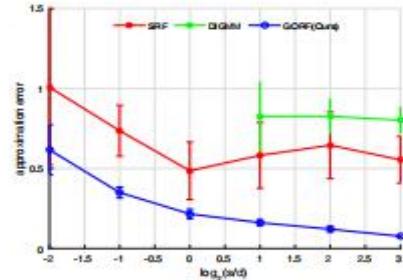
(a) letter 数据集, Epanechnikov 核函数
($a = 3, m = 1$)



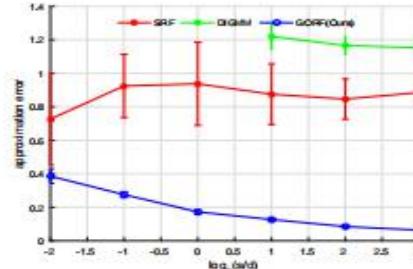
(c) ijcnn1 数据集, Epanechnikov 核函数
($a = 3, m = 1$)



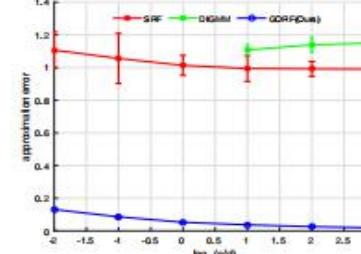
(e) usps 数据集, Epanechnikov 核函数 ($a = 3, m = 1$)



(b) letter 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)



(d) ijcnn1 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)



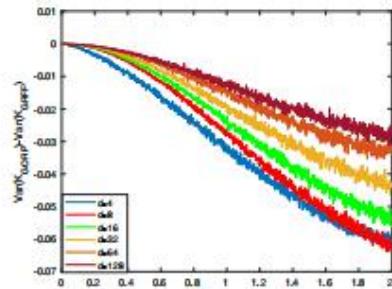
(f) usps 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)

深蓝线——
GORF方法
1) 无偏性
2) 更小的方差 (RFF和正交化)

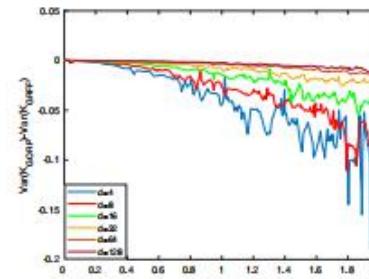
不定核随机特征构建方法研究



实验-正交化对不定核随机特征的逼近误差的影响



(a) Epanechnikov 核函数 ($a = 3, m = 1$)



(b) Delta-Gaussian 核函数 ($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)

理论计算
 $\mathbb{V}[GORF] - \mathbb{V}[GRFF] < 0$

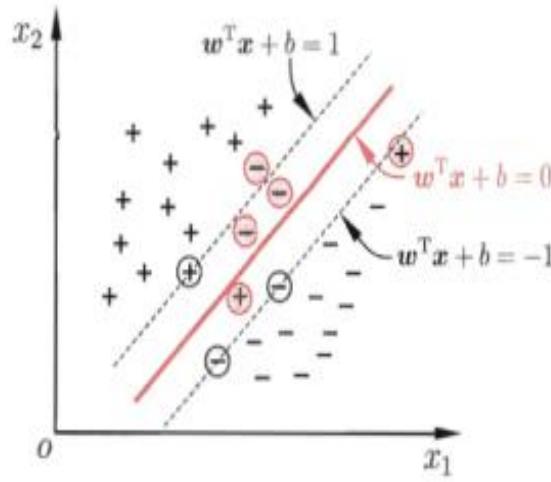
正交化前后不定核随机特征逼近的逼近误差实验对比

核函数	数据集	方法	$s = 1/2d$	$s = d$	$s = 2d$
Epanechnikov	letter	GRFF	0.0859 ± 0.0309	0.0547 ± 0.0078	0.0469 ± 0.0109
		GORF	0.0716 ± 0.0175	0.0495 ± 0.0139	0.0360 ± 0.0110
	ijcnn1	GRFF	0.1159 ± 0.0158	0.0907 ± 0.0194	0.0794 ± 0.0142
		GORF	0.1072 ± 0.0228	0.0775 ± 0.0204	0.0487 ± 0.0155
	usps	GRFF	0.0270 ± 0.0056	0.0213 ± 0.0063	0.0160 ± 0.0029
		GORF	0.0251 ± 0.0078	0.0194 ± 0.0087	0.0143 ± 0.0030
Delta-Gaussian	letter	GRFF	0.3918 ± 0.0428	0.2736 ± 0.0345	0.1887 ± 0.0201
		GORF	0.3154 ± 0.0424	0.1133 ± 0.0181	0.0760 ± 0.0090
	ijcnn1	GRFF	0.2924 ± 0.0188	0.2171 ± 0.0222	0.1504 ± 0.0134
		GORF	0.2415 ± 0.0190	0.1026 ± 0.0129	0.0739 ± 0.0065
	usps	GRFF	0.1005 ± 0.0061	0.0690 ± 0.0050	0.0500 ± 0.0024
		GORF	0.0724 ± 0.0049	0.0235 ± 0.0009	0.0166 ± 0.0008

不定核随机特征构建方法研究

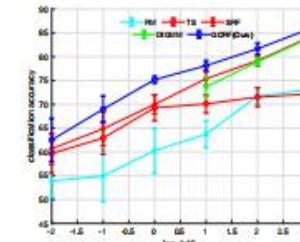


实验-分类问题上不同不定核逼近方法对比

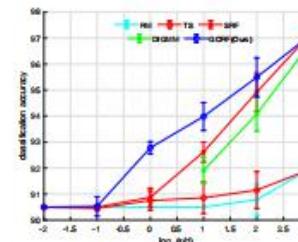


c-SVM问题

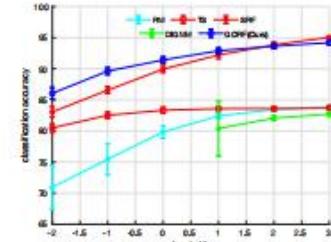
SVM分类问题上的实验结果 (分类准确率)



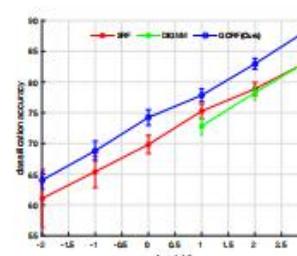
(a) letter 数据集, Epanechnikov 核函数
($a = 3, m = 1$)



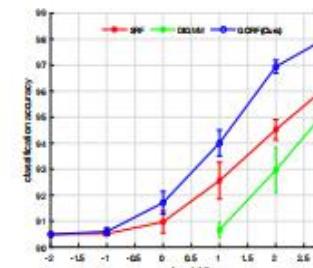
(c) ijcnn1 数据集, Epanechnikov 核函数
($a = 3, m = 1$)



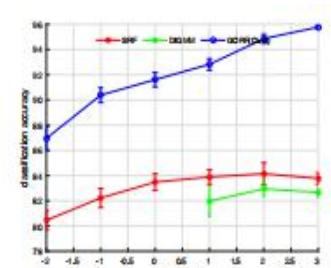
(e) usps 数据集, Epanechnikov 核函数 ($a = 3, m = 1$)



(b) letter 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)



(d) ijcnn1 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)



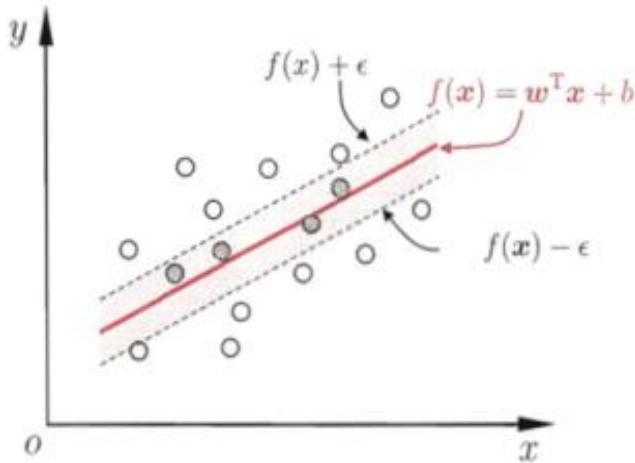
(f) usps 数据集, Delta-Gaussian 核函数
($a_1 = 1, a_2 = -1, \sigma_1 = 1, \sigma_2 = 10$)

深蓝线——GORF方法 逼近误差 \downarrow \rightarrow 分类准确率 \uparrow

不定核随机特征构建方法研究



实验-回归问题上不同不定核逼近方法对比



ε -SVR问题

SVR回归问题上的实验结果 (RMSE)

核函数	数据集	方法	s = 2d	s = 4d	s = 8d
Epanechnikov	mpg	RM	7.137 ± 1.828	5.623 ± 0.862	4.707 ± 0.107
		TS	5.050 ± 0.759	4.952 ± 0.423	4.674 ± 0.117
		SRF	4.461 ± 0.136	4.269 ± 0.129	4.137 ± 0.081
		DIGMM	4.686 ± 0.287	4.339 ± 0.128	4.133 ± 0.119
	housing	GORF(OURS)	4.342 ± 0.102	4.162 ± 0.157	3.872 ± 0.117
		RM	7.153 ± 1.772	5.436 ± 0.917	4.491 ± 0.008
Delta-Gaussian	mpg	TS	5.414 ± 0.879	4.772 ± 0.377	4.657 ± 0.316
		SRF	4.391 ± 0.368	3.906 ± 0.219	3.555 ± 0.130
		DIGMM	4.897 ± 0.368	4.130 ± 0.324	4.000 ± 0.280
		GORF(OURS)	4.079 ± 0.233	3.817 ± 0.204	3.472 ± 0.137
	housing	SRF	5.243 ± 0.110	5.189 ± 0.095	4.958 ± 0.090
		DIGMM	5.203 ± 0.212	4.925 ± 0.215	4.613 ± 0.111
	GORF(OURS)	GORF(OURS)	4.831 ± 0.173	4.622 ± 0.189	4.488 ± 0.128
		SRF	5.432 ± 0.729	3.845 ± 0.379	3.321 ± 0.274
		DIGMM	4.647 ± 0.411	3.898 ± 0.598	3.688 ± 0.192
		GORF(OURS)	3.739 ± 0.360	3.474 ± 0.330	3.164 ± 0.252

GORF方法 逼近误差 $\downarrow \rightarrow$ RMSE \downarrow



1 研究背景与意义

2 不定核随机特征构建方法研究

3 低比特量化随机特征的构建研究

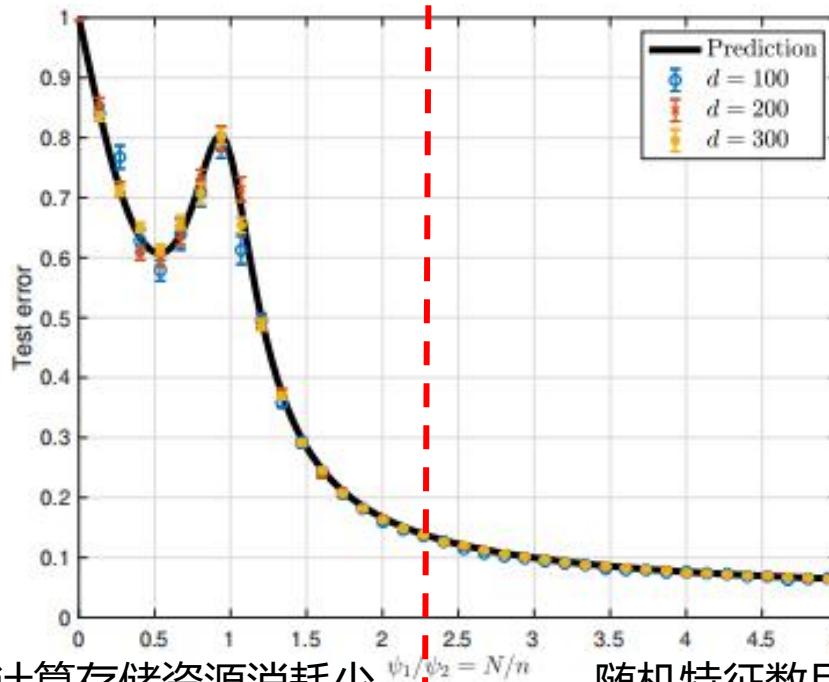
4 基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

5 结论与展望

低比特量化随机特征的构建研究



计算存储限制下的矛盾——为什么要研究低比特量化随机特征？



随机特征数目少，计算存储资源消耗少
泛化性能变差

随机特征数目多，计算存储资源消耗多
泛化性能变好



计算存储资源有限

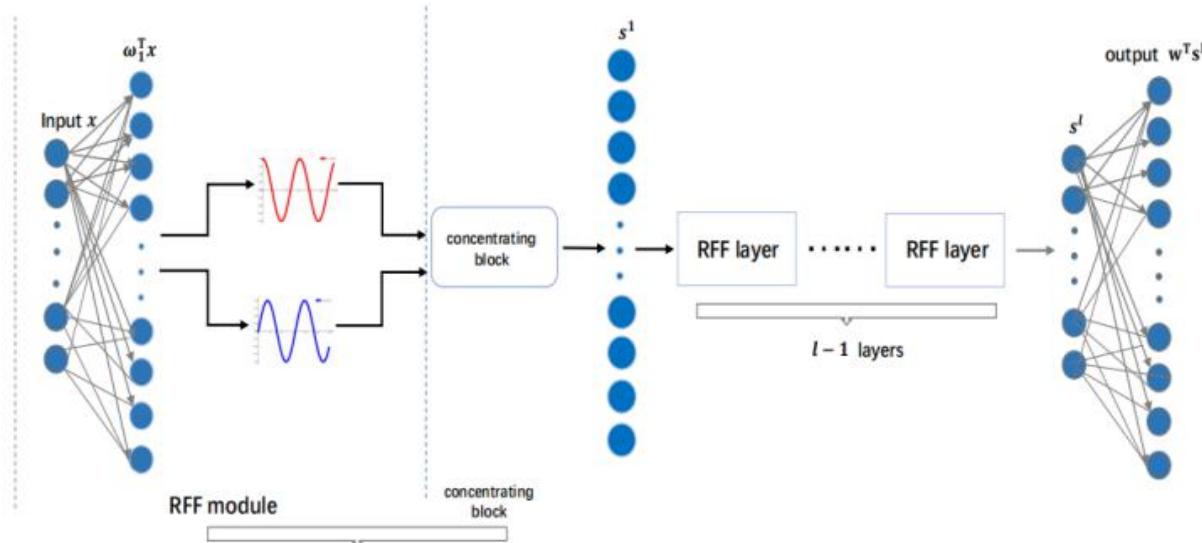
- [1] Mei S, Montanari A. The generalization error of random features regression: Precise asymptotics and the double descent curve. CPAM 2019.
[2] Avron H, Kapralov M, et al. Random Fourier features for kernel ridge regression: Approximation bounds and statistical guarantees[C]//ICML 2017

低比特量化随机特征的构建研究



计算存储限制下的矛盾——为什么要研究低比特量化随机特征？

DKR



$$\text{Memory Consumption} = \boxed{32} \times (2D_l^2 \times (\boxed{l-1}) + D_l \times D_S)$$

数据比特数目
如果采用4比特、8比特?
保证随机特征的数目

[1] Xie J, Liu F, Wang K, et al. Deep kernel learning via random Fourier features[J]. arXiv preprint arXiv:1910.02660, 2019.

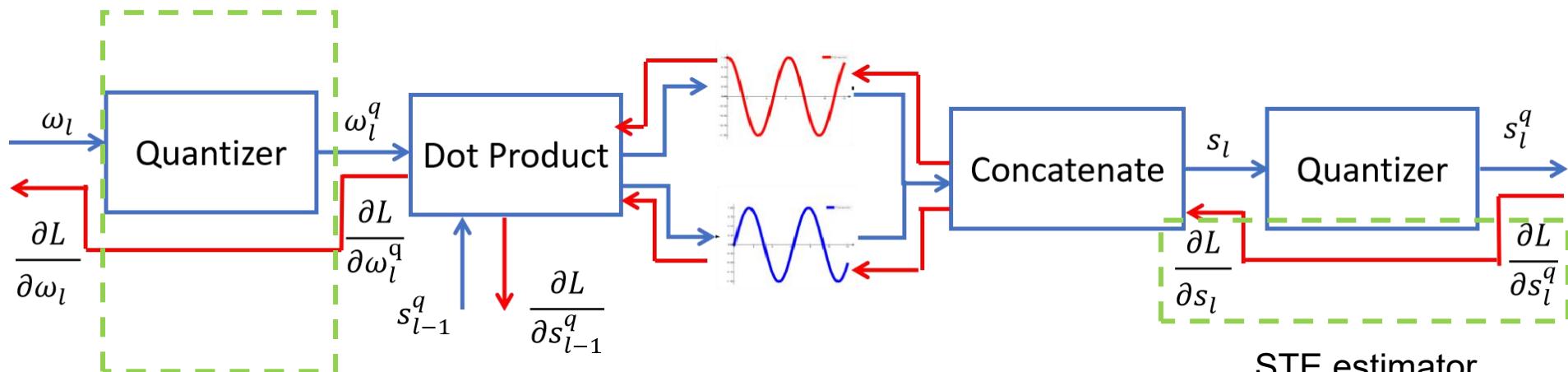
低比特量化随机特征的构建研究



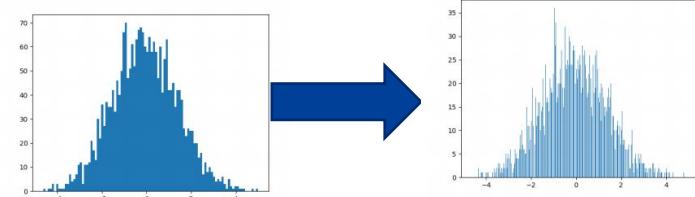
低比特量化随机特征的构建过程

每层采样值矩阵 $\{\omega_i\}_{i=1}^l$ 和随机特征 $\{s_i\}_{i=1}^l$ 进行轻量化

Quantized RFF layer模块计算图



量化函数



→ 前向计算 (Feed Forward)

→ 反向传播 (Back Propagation)

STE estimator

$$\frac{\partial L}{\partial s_l} = \frac{\partial L}{\partial s_l^q}$$

解决量化函数求导过程中梯度弥散或者爆炸的现象

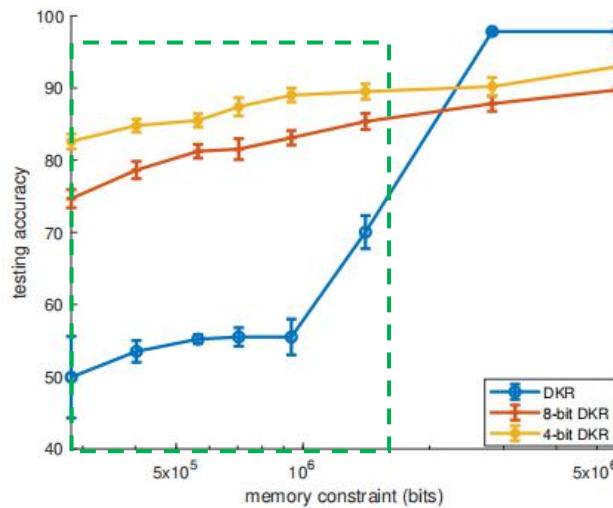
低比特量化随机特征的构建研究



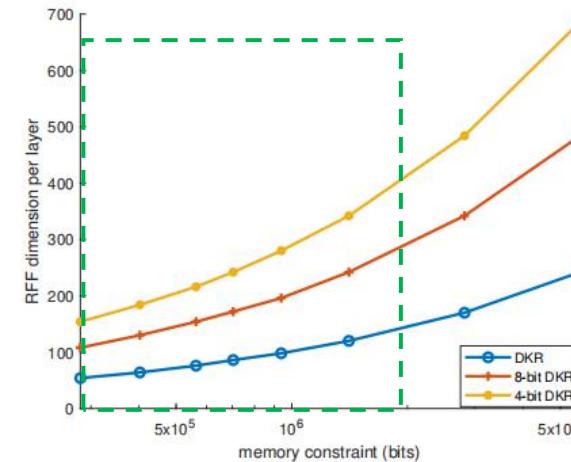
实验——解析低比特量化随机特征

$$2D_l = 2 \sqrt{\frac{Memory\ Constraint}{b \times 2 \times (l - 1)}}$$

不同存储限制下采用32、4和8-bit DKR方法在EEG数据集上的性能



(a) EEG测试集分类准确率



(b) 每层允许最大的RFF维度

存储资源有限的情况下，量化比特数目↓，允许的RFF数目↑，核方法泛化性能↑

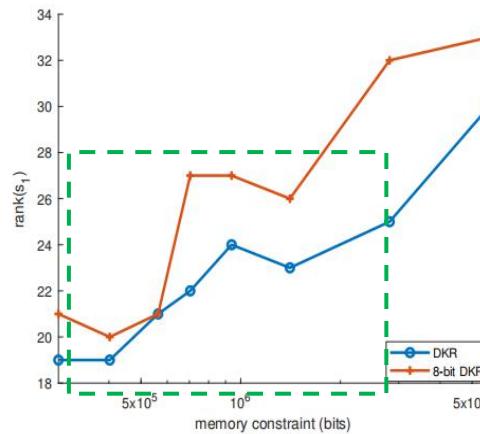
低比特量化随机特征的构建研究



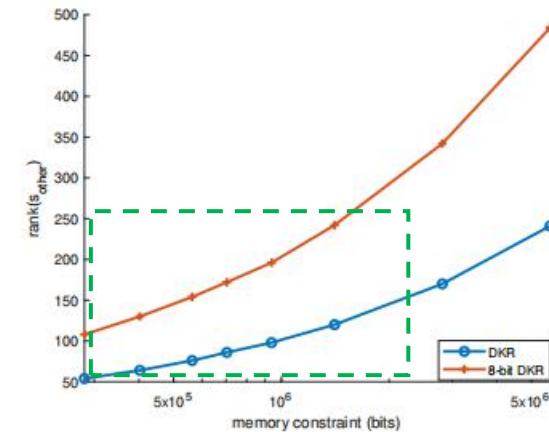
实验——解析低比特量化随机特征

随机特征的逼近
矩阵的秩

第一层



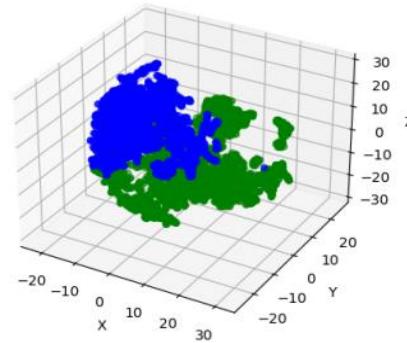
其余层



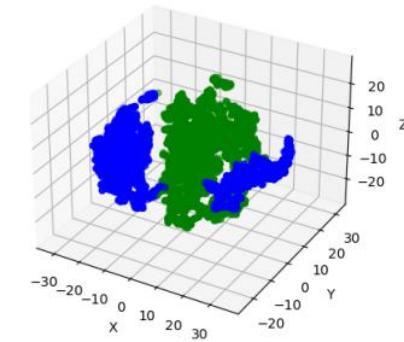
量化比特数目 $\downarrow \rightarrow s \uparrow \rightarrow \text{rank}(Z) \uparrow \rightarrow$ 核方法的泛化能力 \uparrow

随机特征的可分性

32比特



8比特



量化比特数目 $\downarrow \rightarrow s \uparrow \rightarrow$ 随机特征可分性 $\uparrow \rightarrow$ 核方法的分类准确率 \uparrow



1 研究背景与意义

2 不定核随机特征构建方法研究

3 低比特量化随机特征的构建研究

4 基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

5 结论与展望

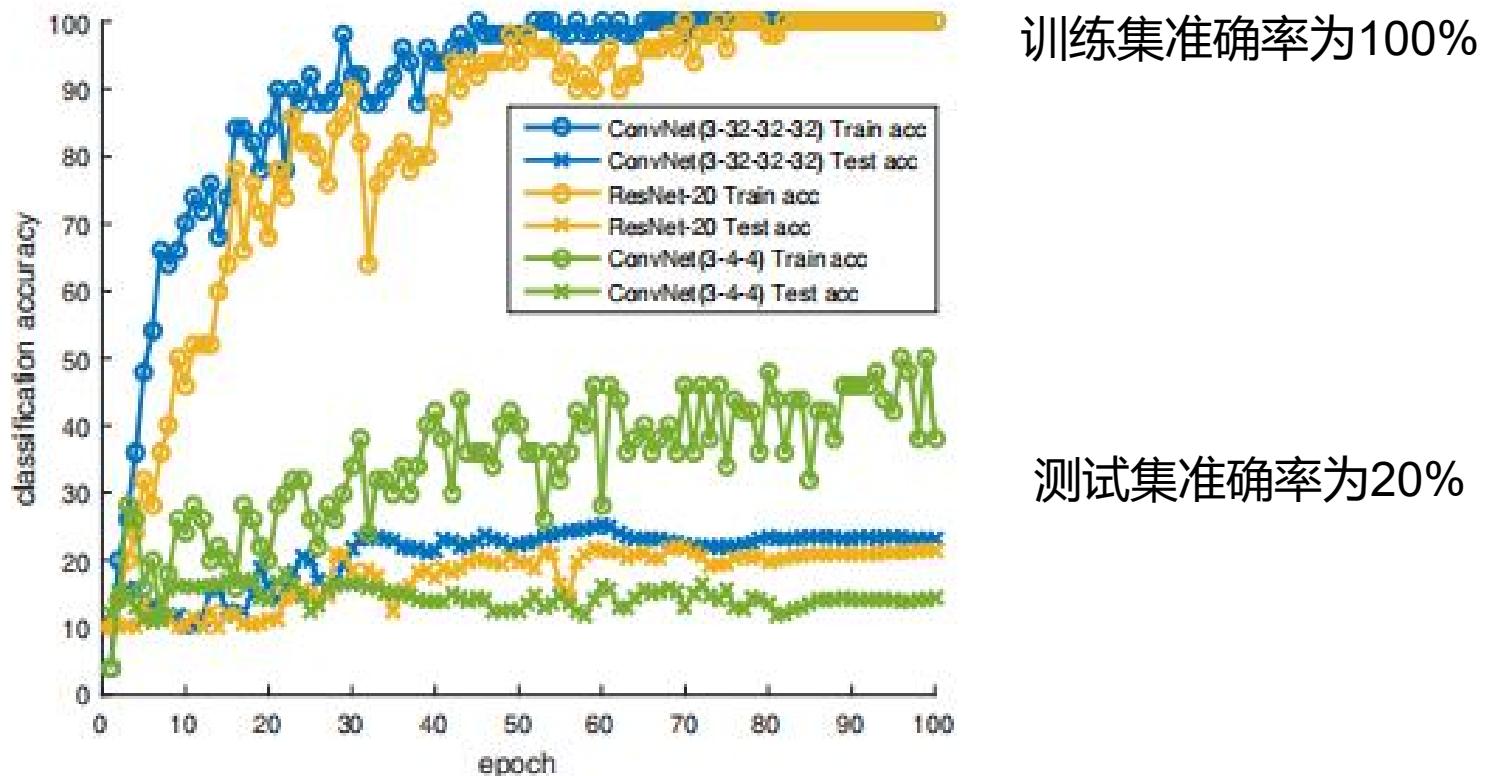
基于神经正切核低维假设的小样本学习研究



小样本学习问题建模

定义：训练样本数量极少（通常少于50）

带来的问题：严重的过拟合问题

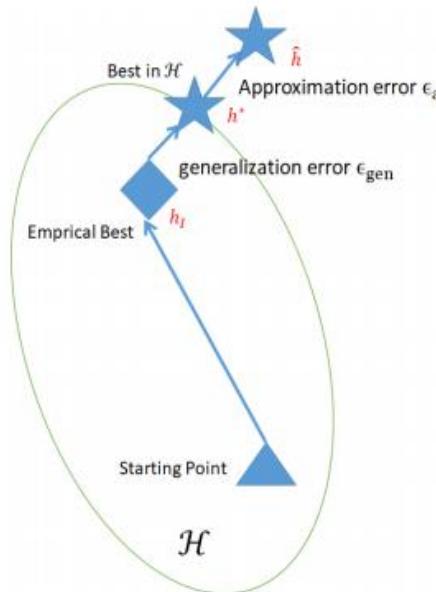


基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

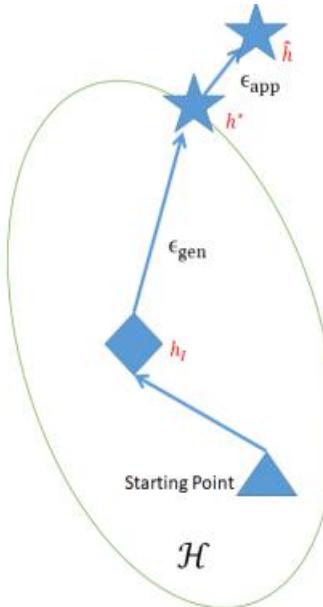
低维优化空间的构建——小样本学习问题的关键

$$\mathbb{E}[\mathcal{R}(h_I) - \mathcal{R}(\hat{h})] = \boxed{\mathcal{E}_{app}(\mathcal{H})} + \boxed{\mathcal{E}_{gen}(\mathcal{H}, \mathcal{X})}$$

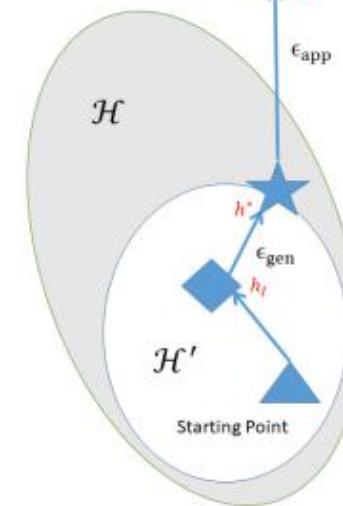
逼近误差 泛化误差



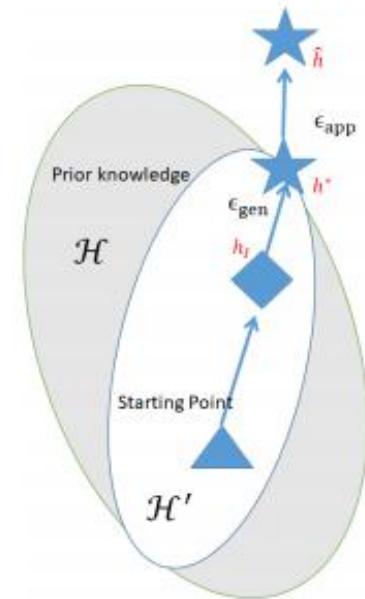
充足训练样本学习
 \mathcal{E}_{app} 和 \mathcal{E}_{gen} 都小



小样本学习
 \mathcal{E}_{gen} 增大，过拟合



小样本学习中直接使用小模型或者模型剪枝
 \mathcal{E}_{app} 增大



合适的低维优化空间?
基于NTK低维假设的低维优化空间
 \mathcal{E}_{app} 和 \mathcal{E}_{gen} 都小

根据先验知识构造合适的低维优化空间是解决小样本学习问题的关键。



基于NTK低维假设的优化空间构建——NTK相关理论

神经正切核 (NTK) —— 描述深度神经网络的梯度下降动态训练过程

$$\Theta = \Theta(\mathcal{X}, \mathcal{X}) = \nabla_{\theta} f(\theta, \mathcal{X}) \nabla_{\theta} f(\theta, \mathcal{X})^T$$

神经网络与核方法之间的桥梁

神经正切核与深度神经网络的联系

深度神经网络无限宽时

$$\nabla_t f(\theta, \mathcal{X}) = -\Theta(\mathcal{X}, \mathcal{X})(f(\theta, \mathcal{X}) - y)$$

达到稳态时，深度神经网络等价于核岭回归

$$f(\theta, x) \rightarrow \Theta(x, \mathcal{X})^T (\Theta(\mathcal{X}, \mathcal{X}))^{-1} y$$

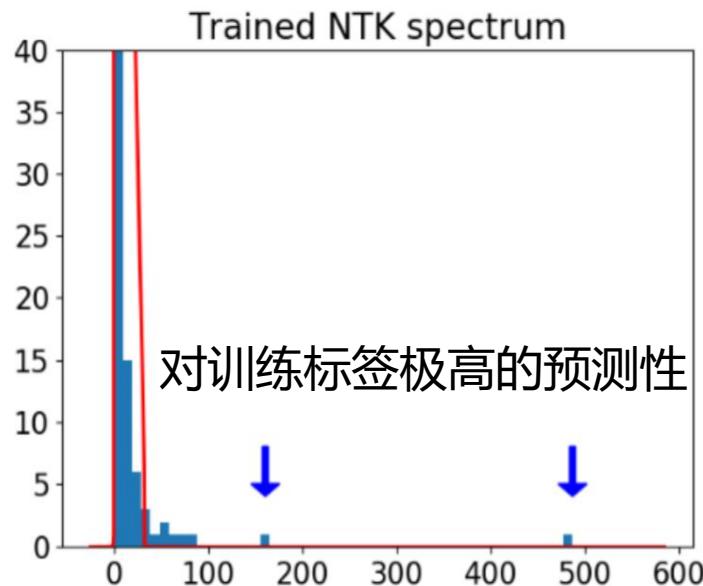
[1] Jacot, Arthur, et al. "Neural tangent kernel: convergence and generalization in neural networks." NIPS (2018)
[2] Neal, Radford M. "Priors for infinite networks." Bayesian Learning for Neural Networks. 1996.



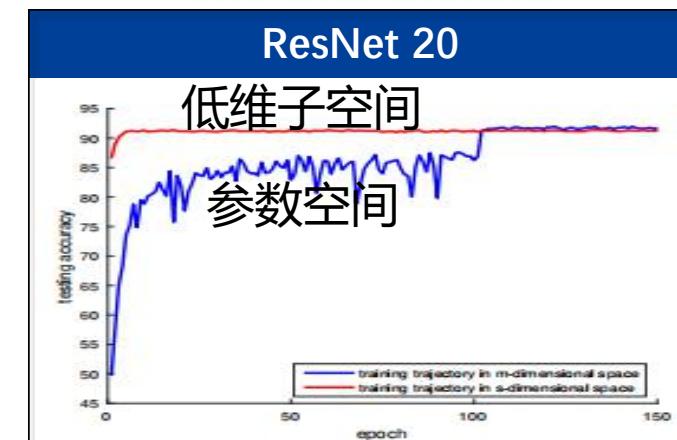
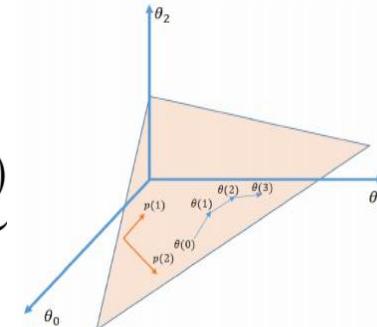
基于NTK低维假设的优化空间构建——NTK低维假设到优化子空间

NTK的低维逼近

神经网络低维逼近特性



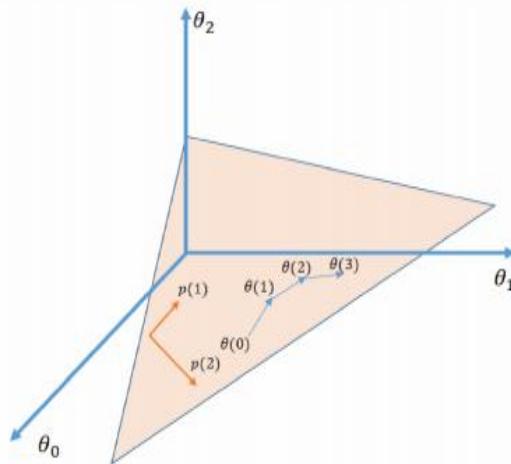
$$\dot{\theta}_t \approx - \underbrace{V_0 \tilde{V}_0}_{\text{未知变量}} \underbrace{(\tilde{\Sigma}_0 \tilde{U}_0^\top U_0^\top \nabla_{f^{\text{lin}}}(\chi, \theta_t) \mathcal{L})}_{\text{投影梯度}}$$



[1] Li T, Tan L, et al. Low Dimensional Landscape Hypothesis is True: DNNs can be Trained in Tiny Subspaces[J]. arXiv preprint (**submitted to TPAMI**)
[2] Fan, Zhou, and Zhichao Wang. "Spectra of the Conjugate Kernel and Neural Tangent Kernel for linear-width neural networks." NIPS 2020.

基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

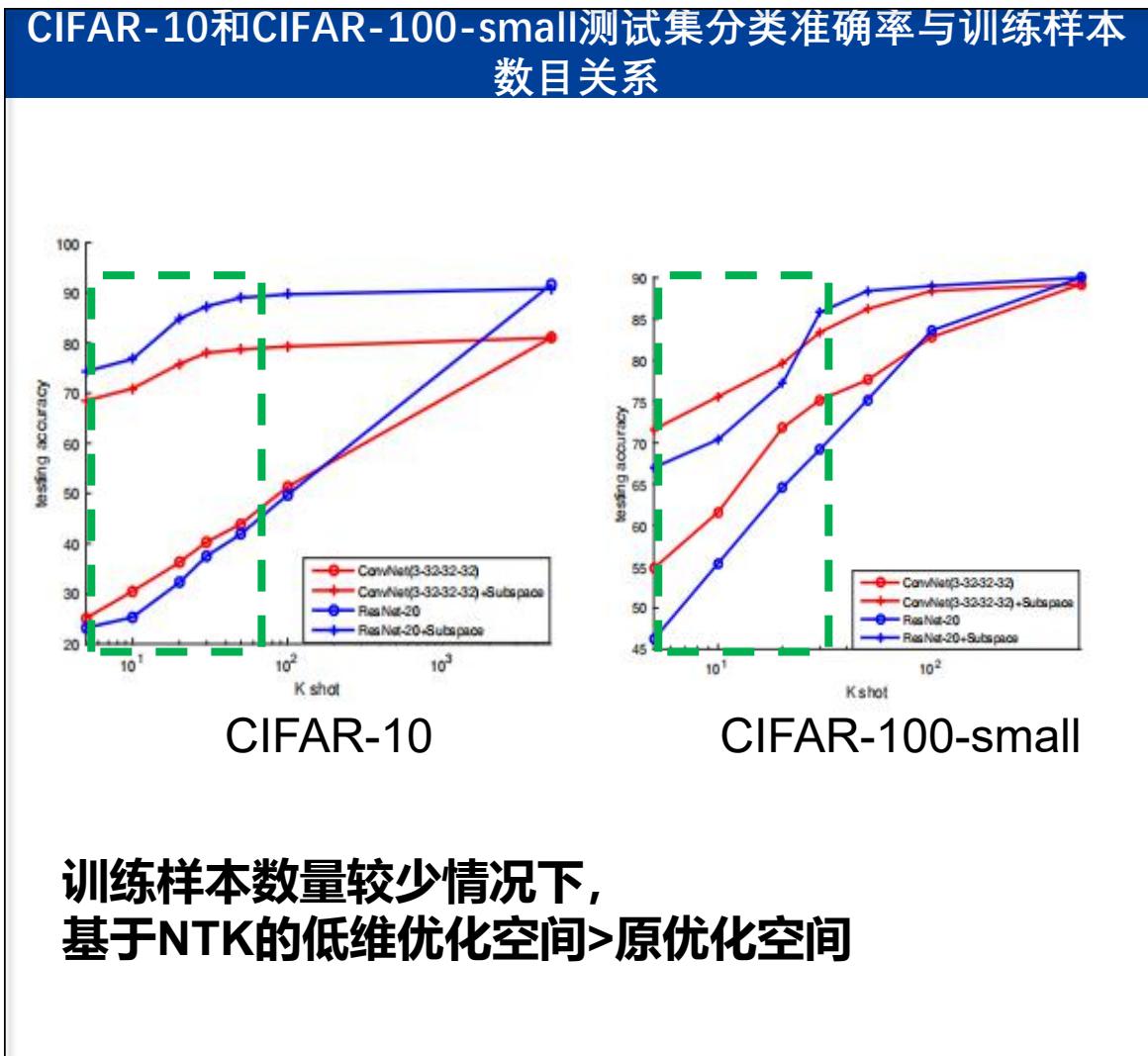
基于NTK低维假设的优化空间构建——不同训练样本容量下的性能



P-SGD

$$\theta(k+1) = \theta(k) - \eta P P^T \nabla_{\theta} \mathcal{L}$$

P 根据原空间的优化轨迹进行
PCA降维求取

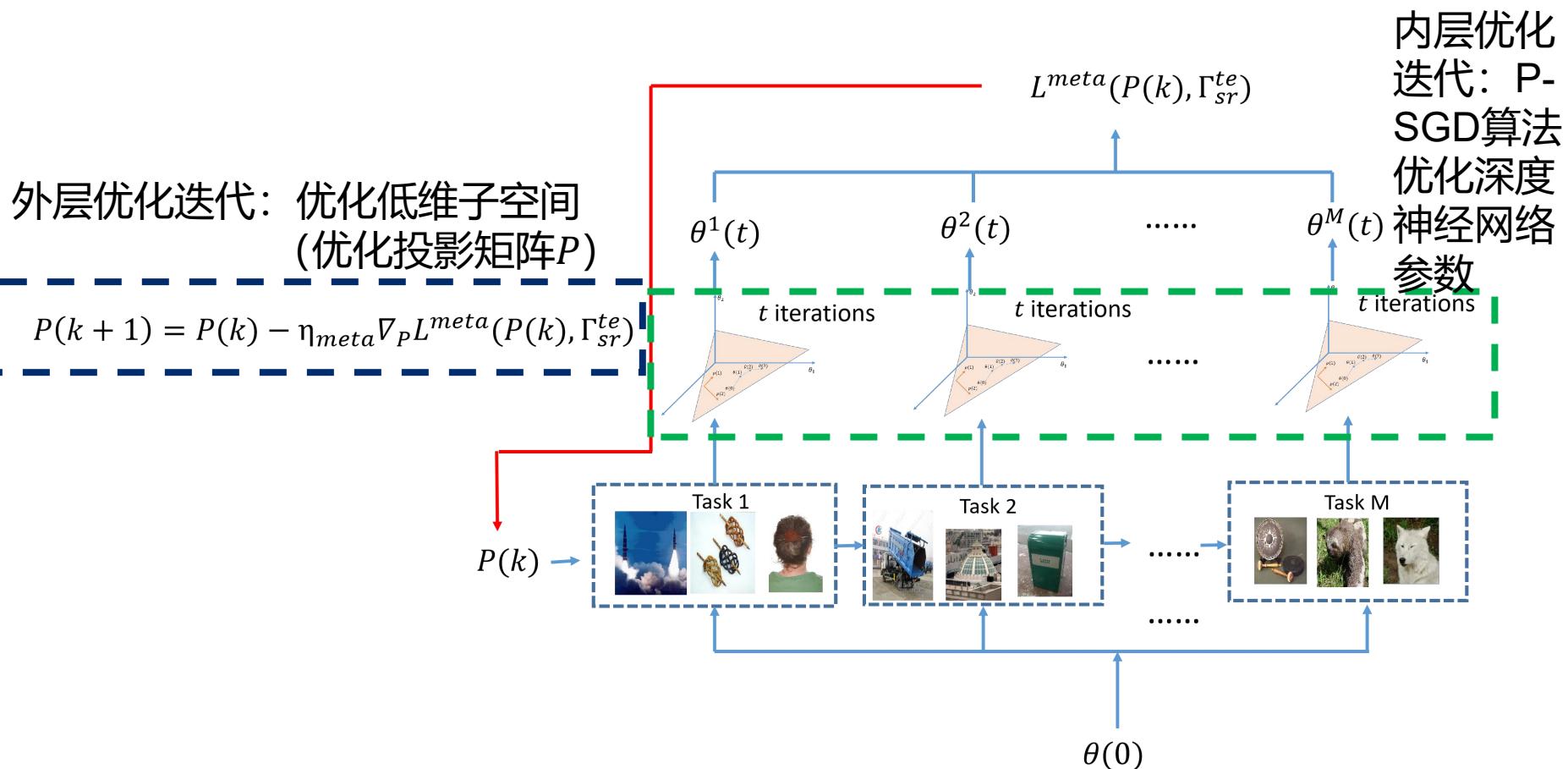


基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

基于NTK低维假设的优化空间构建——子空间的学习策略

问题：求取低维优化空间的先验知识过强（训练变化轨迹求取）

思路：学习低维优化空间，两层优化过程



基于神经正切核低维假设的小样本学习研究



实验——不同优化空间下在小样本分类问题上对比

数据集	优化空间	5-way 1-shot	5-way 5-shot	10-way 1-shot	10-way 5-shot
CIFAR-FS	Original Space	37.95 ± 7.79	53.40 ± 7.29	25.75 ± 3.67	39.52 ± 6.76
	Pretrained Subspace	40.66 ± 6.00	56.25 ± 4.90	21.12 ± 3.17	26.96 ± 4.09
	Meta Subspace	47.05 ± 8.32	64.55 ± 9.21	36.66 ± 6.30	45.92 ± 5.55
MinilmageNet	Original Space	34.12 ± 8.79	45.55 ± 3.15	20.68 ± 4.46	31.15 ± 5.80
	Pretrained Subspace	36.31 ± 6.22	48.25 ± 5.38	18.31 ± 2.43	24.02 ± 3.18
	Meta Subspace	44.07 ± 7.65	56.84 ± 8.73	30.06 ± 5.42	37.92 ± 4.75

Original Space——原参数空间
Pretrained Subspace——基于NTK低维假设和预训练得到的空间
Meta Subspace——基于NTK低维假设和多任务学习调整得到的空间
(训练集上的分类准确率达到100%)

结论：

Meta Subspace能够有效地缓解深度神经网络在小样本学习问题上出现的“过拟合”的情况，更加符合小样本场景设置。



1 研究背景与意义

2 不定核随机特征构建方法研究

3 低比特量化随机特征的构建研究

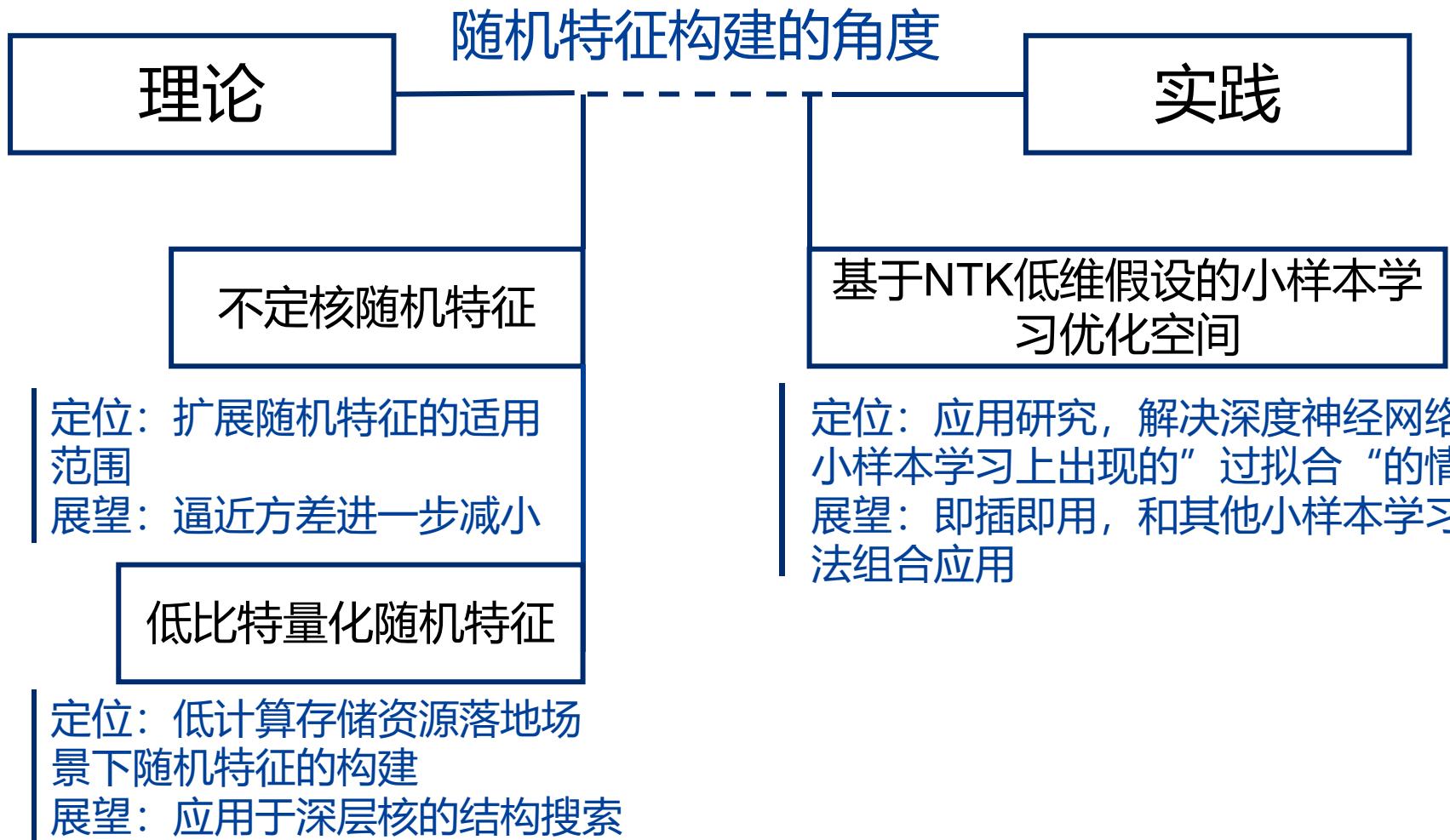
4 基于神经正切核低维假设的小样本学习研究

5 结论与展望

总结与展望



研究目标：解决随机特征构建存在的问题，拓宽随机特征的应用面



攻读学位期间的学术成果及参与项目



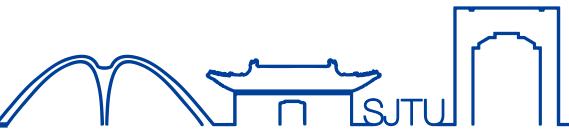
学术论文：

Luo Q, Fang K, Yang J, Huang X. Towards Unbiased Random Features with Lower Variance For Stationary Indefinite Kernels[C]//2021 International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN). IEEE, 2021: 1-8. (EI, CCF-C 类, 交大 A 类会议, 已发表)

Chu T, Luo Q, Yang J, Huang X. Mixed-precision quantized neural networks with progressively decreasing bitwidth[J]. Pattern Recognition, 2021, 111: 107647.
(SCI 一区, CCF-B 类期刊, IF:7.74, 已发表)

参与项目：

- [1] 多层非正定核学习理论、算法及应用研究, 国家自然科学基金 (No. 61977046)
- [2] 企业项目“电院-美敦力智慧医疗联合实验室”单目内窥镜图像深度重建
- [3] 国防项目“面向人机协同的智能博弈方法研究”



欢迎评审老师批评指正！



上海交通大学
SHANGHAI JIAO TONG UNIVERSITY