

תרגיל למוסמכים: פיתוח מערכת LSTM לחילוץ תדרים מסיגנל מעורב

**M.Sc. Assignment: Developing an LSTM System for
Frequency Extraction from a Mixed Signal**

ד"ר סגל יורם

© Dr. Segal Yoram - כל הזכויות שמורות

November 2025

תוכן העניינים

3	1 רקע ומטרת התרגיל: Background and Goal
3	1.1 הבעיה: Problem Statement
3	1.2 העקרון: The Principle
3	1.3 דוגמת שימוש: Usage Example
3	2 יצירת מערך הנתונים: Dataset Creation
3	2.1 פרמטרים כלליים: General Parameters
4	2.2 יצירת סיגנל S (מעורב ורועש): Noisy Signal Creation
4	2.3 יצירת תוויות האמת (Targets) - ללא רעש: Ground Truth Targets
4	2.4 הבדלים בין סטי נתונים: Train vs. Test Sets
4	3 מבנה מערך הנתונים לאימון: Training Dataset Structure
4	4 דגשים פדגוגיים: ניהול מצב פנימי ו-Sequence Length (Internal State)
5	4.1 המצב הפנימי (Internal State) של LSTM: The Internal State of LSTM
5	4.2 דרישות קריטיות ליישום ($L = 1$): Critical Implementation Requirements
5	4.3 המלצה לשיפור ודרישת נימוק: Alternative and Justification
6	5 הערכת ביצועים: Performance Evaluation
6	5.1 מדדי הצלחה: Success Metrics
6	5.2 גרפים מומלצים: Recommended Graphs
6	6 סיכום המשימה: Assignment Summary
7	7 מקורות בעברית

1 רקע ומטרת התרגיל: Background and Goal

1.1 הבעיה: Problem Statement

נתון סיגנל מעורב ורועש S המורכב מ-4 תדרים סינוסואידליים שונים. הרעש משתנה באופן אקראי בכל דגימה. המטרה היא לפתח רשת Long Short-Term Memory (LSTM) שמסוגלת לחלץ כל תדר טהור בנפרד מתוך הסיגנל המעורב, תוך התעלמות מוחלטת מהרעש.

1.2 העקרון: The Principle

המערכת נדרשת לבצע Conditional Regression (רגרסיה מותנית):

טבלה 1: מבנה קלט/פלט של המערכת: System Input/Output Structure

קלט / Input	תיאור / Description	פלט נדרש / Target Output
$S[t]$	דגימה מהסיגנל הרועש	$\text{Target}_i[t]$ (טהור)
C	וקטור בחירה C (One-Hot) לבחירת תדר	—

1.3 דוגמת שימוש: Usage Example

אם וקטור הבחירה הוא $C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$, אנו רוצים לחלץ את התדר f_2 הטהור:

$$\text{Input: } \begin{pmatrix} S[t] \\ C \end{pmatrix} \xrightarrow{\text{LSTM}} \text{Output: } \text{Sinus}_2^{\text{pure}}[t]$$

1. (רועש) $S[0] + C \rightarrow \text{LSTM} \rightarrow \text{Sinus}_2^{\text{pure}}[0]$ (טהור)

2. (רועש) $S[1] + C \rightarrow \text{LSTM} \rightarrow \text{Sinus}_2^{\text{pure}}[1]$ (טהור)

2 יצירת מערך הנתונים: Dataset Creation

2.1 פרמטרים כלליים: General Parameters

- תדרים: $f_1 = 1 \text{ Hz}$, $f_2 = 3 \text{ Hz}$, $f_3 = 5 \text{ Hz}$, $f_4 = 7 \text{ Hz}$

- תחום זמן: 0 – 10 שניות

- קצב דגימה (Fs): 1000 Hz

- סה"כ דגימות: 10,000

2.2 יצירת סיגנל S (מעורב ורועש): Noisy Signal Creation

▲ נקודה קריטית: הרעש (אמפליטודה $A_i(t)$ ופאזה $\phi_i(t)$) חייב להשתנות בכל דגימה t .

1. הסינוס הרועש בדגימה t :

- אמפליטודה: $A_i(t) \sim \text{Uniform}(0.8, 1.2)$

- פאזה: $\phi_i(t) \sim \text{Uniform}(0, 2\pi)$

$$\text{Sinus}_i^{\text{noisy}}(t) = A_i(t) \cdot \sin(2\pi \cdot f_i \cdot t + \phi_i(t))$$

2. סכימה ונירמול (קלט המערכת):

$$S(t) = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 \text{Sinus}_i^{\text{noisy}}(t)$$

2.3 יצירת תוויות האמת (Targets) - ללא רעש: Ground Truth Targets

היעד הטהור לכל תדר i הוא:

$$\text{Target}_i(t) = \sin(2\pi \cdot f_i \cdot t)$$

2.4 הבדלים בין סטי נתונים: Train vs. Test Sets

- סט אימון: משתמש בסט אקראי **1#** (Seed #1).

- סט בחינה: משתמש בסט אקראי **2#** (Seed #2). (אותם תדרים, רעש שונה לחלוטין!)

3 מבנה מערך הנתונים לאימון: Training Dataset Structure

סה"כ שורות בסט אימון: 40,000 (10,000 דגימות $\times 4$ תדרים). **פורמט הנתונים**: כל שורה מייצגת דגימה בודדת. קלט הרשת הוא וקטור בגודל 5: $(S[t] \ C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4)$.

4 דגשים פדגוגיים: ניהול מצב פנימי (Internal State)

Sequence Length-ו

במסגרת תרגיל זה, אנו מגדירים את אורך הרצף (Sequence Length) כ- $L = 1$ כברירת מחדל מתודית.

טבלה 2: פורמט נתונים לדוגמה (סט אימון)

שורה	t (sec)	S[t] (קלט רועש)	C (בחירה)	Target (פלט טהור)
1	0.000	0.8124	1, 0, 0, 0	0.0000
...	1, 0, 0, 0	...
10001	0.000	0.8124	0, 1, 0, 0	0.0000
10002	0.001	0.7932	0, 1, 0, 0	0.0188
40000	9.999	0.6543	0, 0, 0, 1	0.0440

4.1 המצב הפנימי של LSTM (Internal State): The Internal State of LSTM

המצב הפנימי של LSTM מורכב מה-Hidden State (h_t) ומה-Cell State (c_t). מצב זה מאפשר לרשת ללמוד תלות סדרתית (Temporal Dependency) בין דגימות.

4.2 דרישות קריטיות ליישום ($L = 1$): Critical Implementation Requirements

כאשר עובדים עם $L = 1$, עלינו לנהל את המצב הפנימי ידנית בלולאת האימון כדי שהרשת תוכל לנצל את הזיכרון שלה:

✓ יש לוודא שהמצב הפנימי (h_t ו- c_t) אינו מאופס (Reset) בין דגימה לדגימה עוקבת.

טבלה 3: השוואה: ניהול מצב (State Management) במודל LSTM

תרחיש	פעולה נדרשת	הסבר מהותי
LSTM רגיל ($L > 1$)	מאפסים מצב בכל הזנת רצף.	הרשת מניחה שאין קשר סדרתי בין רצפים.
תרגיל זה ($L = 1$)	שומרים מצב ומעבירים אותו כקלט לצעד הבא.	הרשת כן יכולה ללמוד דפוסים סדרתיים על ידי ניהול המצב.

4.3 המלצה לשיפור ודרישת נימוק: Alternative and Justification

הסתייגות: אימון עם רצפים ארוכים ($L > 1$) יעיל יותר חישובית ופדגוגית להמחשת היתרון המלא של LSTM.

- סטודנטים מוזמנים לעבוד עם $L \neq 1$ (Sliding Window בגודל $L = 10$ או $L = 50$) במקום $L = 1$.

- **דרישת נימוק:** אם נבחר $L \neq 1$, יש לכלול נימוק מפורט בעבודה המציג את הבחירה, כיצד היא תורמת ליתרון ה-Temporal של ה-LSTM ואת אופן הטיפול בפלט.

5 הערכת ביצועים: Performance Evaluation

5.1 מדדי הצלחה: Success Metrics

1. MSE על סט האימון (רעש #1):

$$\text{MSE}_{\text{train}} = \frac{1}{40000} \sum_{j=1}^{40000} (\text{LSTM}(S_{\text{train}}[t], C) - \text{Target}[t])^2$$

2. MSE על סט הבחינה (רעש #2):

$$\text{MSE}_{\text{test}} = \frac{1}{40000} \sum_{j=1}^{40000} (\text{LSTM}(S_{\text{test}}[t], C) - \text{Target}[t])^2$$

3. בדיקת הכללה (Generalization): אם $\text{MSE}_{\text{test}} \approx \text{MSE}_{\text{train}}$, אזי המערכת מכילה טוב!

5.2 גרפים מומלצים: Recommended Graphs

יש להציג השוואה ויזואלית על סט הבחינה (רעש #2), כגון:

- גרף 1: השוואה לתדר בודד (f_2): הצגת שלושה רכיבים על אותו גרף: 1. Target_2 טהור (קו), 2. LSTM Output (נקודות), 3. S מעורב ורועש (רקע כאוטי).
- גרף 2: כל 4 התדרים המחולצים: 4 תתי-גרפים, כל אחד מציג את החילוץ של תדר f_i בנפרד.

6 סיכום המשימה: Assignment Summary

הסטודנטים נדרשים:

- ✓ ייצור נתונים: לייצר 2 מערכי נתונים (אימון ובחינה) עם רעש המשתנה בכל דגימה.
- ✓ בניית מודל: לבנות רשת LSTM שמקבלת $(S[t], C)$ ומחזירה דגימה טהורה $\text{Target}_i[t]$.
- ✓ ניהול מצב: לוודא שהמצב הפנימי נשמר בין דגימות עוקבות (Sequence Length $L = 1$) לצורך למידה סדרתית.
- ✓ הערכה: להעריך ביצועים באמצעות MSE וגרפים ולנתח את הכללת המערכת לרעש חדש.

המפתח להצלחה הוא ניהול מצב פנימי נכון ולימוד המבנה התדירותי העקבי של Target_i והתעלמות מהרעש האקראי!

