## 2.1 Untervektorräume

$U \subseteq V$ ist genau dann ein Untervektorraum falls folgende Bedingungen gelten:

- $U \neq \emptyset$
- $u, w \in U$, dann auch $u + w \in U$
- $u \in U, \alpha \in K$ dann $\alpha \cdot u \in U$
- Alle Bedingungen eines Vektorraums müssen ebenfalls erfüllt sein!

### 2.1.1 Weitere Aussagen und Operation von Unterräumen

$U_1, U_2 \subseteq V$ sind beides Untervektorräume

- $U_1 \cap U_2$ ist ein Unterraum
- $U_1 \cup U_2$ ist nur dann ein Unterraum falls $U_1 \cup U_2 = U_1$ oder $U_1 \cup U_2 = U_2$.
- $\dim(U_1 + U_2) = \dim U_1 + \dim U_2 - \dim(U_1 \cap U_2)$

# 3 Basis und Linearkombinationen

Ein Vektor $v \in V$ heißt Linearkombinationen falls es $v_1, ...., v_n \in V$ und $a_1, ...., a_n$ gibt so das: $v = \sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot v_i$.
Für einen Menge von Vektoren $S \subseteq V$ ist:

- $\langle S \rangle = \{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot s_i | a_1, ..., a_n \in K, s_1, ..., s_i n \in S\}$
- $\langle S \rangle$ spannt einen Unterraum von $V$ auf, wobei $\langle S \rangle \subseteq V$

Zusätlich gibt es eine Menge $v_1, ..., v_n \in V$ so das:

- Insbesondere gibt es eine Menge: $v_1, ..., v_n \in V$ so das:
  $V = \langle v_1, ..., v_n \rangle = \{\sum\limits_{i=1}^{n} a_i \cdot s_i | a_1, ..., a_n \in K\}$
- $v_1, ..., v_n \in V$ erzeugt somit jeden Vektor $v \in V$ auch genannt: Lineare Hülle, Span, Erzeugnis
- Jeder Vektor $v \in V$ kann als Linearkombinationen mithilfe der Vektoren $v_1, ..., v_n$ dargestellt werden.
- Falls $v_1, ..., v_n$ linear Unabhängig ist, handelt es sich um eine Basis bzw. ein minimales Erzeugendensystem.