

## Lag 2: Guidet gennemlæsning af Draft v0.4.6 (uddybende)

---

## Indhold

Sådan bruger jeg dokumentet:.....	3
1. Hvad handler paperet om (én side, uden formler) .....	3
2. Hilbert-rum, subspaces og hvad 'logisk 2D-manifold' betyder .....	3
2.1 Den logiske Bloch-sfære .....	4
3. Probe-tilstande: ZX-screening vs rand64 manifold-probing .....	4
4. Åbne kvantesystemer og Lindblad-ligningen .....	4
4.1 Hvad betyder $\gamma_1$ og $\gamma\phi$ ? .....	5
5. Matched-control: REAL vs spectrum-matched NULL .....	5
6. Metrikker: fidelity, conditional vs unconditional, leakage og AUC .....	5
6.1 Fortegn-konventioner for $\Delta AUC$ .....	6
7. Evidence criteria, batches og provenance (hvorfor Table 0 er central) .....	6
8. Guided reading af Results (hvad jeg skal kigge efter) .....	6
3.1 Amplitude damping: 'coherent-but-leaky' tradeoff .....	6
3.2 Dephasing-only ( $\gamma\phi=0.10$ ): net unconditional advantage .....	6
3.3 Dephasing strength sweep: crossover behavior .....	6
3.4 Mixed noise ('both'): bridge regime .....	7
9. Hvornår er det professionelt at afgrænse arbejdet? .....	7
10. Konkrete tjekpunkter når jeg reviderer Draft v0.4.6.....	7

Formål: Give en mere grundig, 3.g-venlig forklaring af manuskriptet (Draft v0.4.6) – både idé, fysik, matematik og hvordan jeg læser tabeller/metrics.

Version: Lag 2 – v1 (genereret 15. January 2026).

## Sådan bruger jeg dokumentet:

- Læs først afsnit 1–3 for at få begreberne på plads.
- Brug afsnit 4–6 som ‘oversættelse’ af Methods til intuition.
- Gå derefter til afsnit 7–8 og læs Results sammen med dine Table 0/1/2 og logs.
- Når jeg reviderer manuskriptet: brug tjekpunkterne (‘Reviewer-check’) til at gøre argumentet mere auditsikkert.

## 1. Hvad handler paperet om (én side, uden formler)

Jeg undersøger, om en konkret 2D “logisk” subspace-encoding (REAL) giver bedre robusthed mod støj end en kontrol (NULL), når begge er matchet på et centralt fysisk ‘baseline’-kriterium (spectrum matching).

Det kritiske greb er, at jeg ikke sammenligner mod en vilkårlig baseline, men mod en ‘snydefri’ kontrol, der ligner REAL på det, man ellers nemt kan få falsk fordel af (fx egenværdier/spektrum).

Jeg måler ikke kun ‘hvor tæt er vi på den ønskede tilstand’, men også hvor meget tilstanden lækker ud af den logiske subspace (leakage). Det er afgørende, fordi en metode kan se god ud på én fidelity-metrik og samtidig være dårlig i praksis, hvis den lækker.

Hovedfundet i Draft v0.4.6 er et regimeskift (crossover): under amplitude damping dominerer en robust tradeoff (‘coherent-but-leaky’), mens stærk dephasing kan give en mere ‘ren’ unconditional fordel for REAL.

## 2. Hilbert-rum, subspaces og hvad ‘logisk 2D-manifold’ betyder

En 4-qubit tilstand lever i et Hilbert-rum  $\mathcal{H} = (\mathbb{C}^2)^{\otimes 4}$ . Det er i praksis ‘rummet af alle mulige amplituder’ for de 16 basis-tilstande  $|0000\rangle \dots |1111\rangle$ .

Når jeg siger en ‘logisk 2D-subspace’  $\mathcal{L} \subset \mathcal{H}$ , betyder det: jeg udpeger et 2-dimensionelt plan inde i det store 16D-rum. Inde i det plan vælger jeg en ortonormal basis  $|0_L\rangle$  og  $|1_L\rangle$ .

Det gør det muligt at behandle subspace’en som én effektiv qubit (‘logisk qubit’): enhver superposition  $a|0_L\rangle + b|1_L\rangle$  (med  $|a|^2 + |b|^2 = 1$ ) er en gyldig logisk ren tilstand.

## 2.1 Den logiske Bloch-sfære

Parameteriseringen  $|\psi_L(\theta, \phi)\rangle = \cos(\theta/2)|0_L\rangle + e^{i\phi} \sin(\theta/2)|1_L\rangle$  er standardformen for en vilkårlig ren qubit-tilstand.

Når  $\theta$  og  $\phi$  varieres, 'scanner' jeg alle retninger på Bloch-sfæren – men her inde i  $\mathcal{L}$ , altså en Bloch-sfære der ligger inde i det store 4-qubit-rum.

Det er netop derfor probe-states er vigtige: jeg tester retention ikke kun på én tilstand, men på mange retninger i samme logiske manifold.

## 3. Probe-tilstande: ZX-screening vs rand64 manifold-probing

ZX-screening: Et lille sæt 'standard'-tilstande (typisk Z-basis plus et par X/Y-lignende superpositioner). Fordelen er hastighed: jeg får et hurtigt fingerpeg om, hvad der sker.

Ulempen er, at effekter kan være retningsafhængige på Bloch-sfæren. Hvis fordelen ligger i en retning, ZX ikke prøver, kan jeg fejlagtigt konkludere 'ingen effekt'.

rand64: jeg samler mange flere retninger ( $\approx 64$ – $66$  probe-states i alt). Det gør testen langt mere 'fintmasket' og reducerer risikoen for at overse en effekt, der kun lever i 'smalle' områder af manifolden.

### Reviewer-check (probe-regime):

- Er det krystalklart i paperet hvilke hovedresultater der bruger rand64, og hvilke der kun er ZX-diagnostik?
- Er samplingmetoden for rand64 beskrevet (fx uniform på Bloch-sfæren), og er seed/reproducerbarhed angivet?

## 4. Åbne kvantesystemer og Lindblad-ligningen

I et lukket system udvikler tilstanden sig unitært:  $|\psi(t)\rangle = U(t)|\psi(0)\rangle$ , og ingen information 'forsvinder'. Det er en god idealisering, men ikke realistisk i hardware.

I et åbent system interagerer systemet med et 'miljø' (varmebad, tab, støj). Så bruger man ofte densitetsmatrix  $\rho(t)$ , som kan beskrive både rene tilstande og blandede tilstande.

Lindblad-formen er standardmodellen for Markovsk, komplett-positiv dynamik:  $d\rho/dt = -i[H, \rho] + \sum_k (L_k \rho L_k^\dagger - \frac{1}{2}\{L_k^\dagger L_k, \rho\})$ .

Intuition: første led (kommutatoren) er 'almindelig' Hamilton-rotation; de øvrige led er irreversibel støj, fx dephasing eller energi-relaxation (amplitude damping).

#### 4.1 Hvad betyder $\gamma_1$ og $\gamma\phi$ ?

$\gamma_1$  (gamma\_1) er typisk en relaxationsrate (T1-proces): excitationer  $|1\rangle$  falder mod  $|0\rangle$ . I amplitude damping er det netop den proces.

$\gamma\phi$  (gamma\_phi) er en dephasingrate (T $\phi$ -proces): relative faser mellem  $|0\rangle$  og  $|1\rangle$  bliver 'smeared out', uden nødvendigvis at ændre populations.

Når jeg sætter fx  $\gamma_1=0.10$  og  $\gamma\phi=0.01$ , siger jeg i praksis: relaxation er stærkere end dephasing i dette regime (i dine enheder).

### 5. Matched-control: REAL vs spectrum-matched NULL

Den største metodiske styrke i dit arbejde er matched-control designet: jeg konstruerer en NULL-kontrol, der matches til REAL på et basalt fysisk kendetegn (spektrummet af den relevante generator/Hamiltonian-ensemble).

Hvorfor er det vigtigt? Fordi mange naive baselines er 'for lette at slå'. Så kan man få en kunstig fordel, der i virkeligheden bare skyldes, at REAL tilfældigvis har gunstige egenværdier eller energiskala.

Når NULL er spectrum-matchet, bliver testen hårdere: en fordel for REAL er mere plausibelt knyttet til struktur (encoding/subspace-geometri) frem for trivielle spektrumforskelle.

#### Reviewer-check (matched-control):

- Er det klart præcis hvad der matches (hvilket spektrum, hvilket ensemble, hvilken tolerance)?
- Forklarer jeg hvorfor det er en fair og 'streng' kontrol (og ikke cherry-picking)?

### 6. Metrikker: fidelity, conditional vs unconditional, leakage og AUC

Conditional fidelity (fid\_cond): 'Hvor godt klarer vi os, givet at vi stadig er inde i den logiske subspace?' Det svarer til at måle kvaliteten af den 'overlevende' del.

Unconditional fidelity (fid\_uncond): 'Hvor godt klarer vi os uden at ignorere tab/leakage?' Denne metrisk straffer implicit leakage, fordi lækket amplitude typisk bidrager dårligt til overlap med målet.

Leakage: En separat måling af hvor meget sandsynlighedsmassen der er uden for  $\mathcal{L}$ . Det er et direkte signal om 'subspace retention'.

AUC over tid: Når jeg rapporterer AUC(fid) over  $t \in [0, t_{\max}]$ , får jeg et samlet mål for performance over hele tidsforløbet – ikke kun endepunktet.

## 6.1 Fortegn-konventioner for $\Delta$ AUC

I dine tabeller rapporterer jeg ofte  $\Delta = \text{REAL} - \text{NULL}$ . For fidelity-AUC betyder positiv  $\Delta$  typisk 'REAL bedre'.

For leakage-AUC er 'bedre' det modsatte (mindre leakage er bedre). Derfor skal jeg være eksplicit: enten (A) definér  $\Delta_{\text{leak}} = \text{AUC\_NULL}(\text{leak}) - \text{AUC\_REAL}(\text{leak})$ , så positiv er godt, eller (B) behold REAL-NULL og skriv tydeligt at negativ  $\Delta\text{AUC}(\text{leak})$  er favorable.

Det er et klassisk sted, hvor reviewers hurtigt kan misforstå – så lock det fast én gang og gentag det i captions.

## 7. Evidence criteria, batches og provenance (hvorfor Table 0 er central)

Din decision rule ( $\geq 2/3$  batches med samme fortegn + praktisk effektgulv  $|\Delta| \geq 0.01$ ) er et stærkt 'anti-overfitting' greb: jeg kræver stabilitet på tværs af uafhængige replikationer.

Table 0 + Run registry (2.3a) fungerer som audit trail: en læser kan slå op hvilken fil/kommando der genererede et bestemt tal, og se batch-for-batch variation.

Når jeg deler repo på GitHub, er Table 0 din bro mellem manuskript og filer. Det er robust mod versionsforvirring (ZX vs rand64, eigen vs noise\_diag, subset 0–3).

## 8. Guided reading af Results (hvad jeg skal kigge efter)

### 3.1 Amplitude damping: 'coherent-but-leaky' tradeoff

- Forventning: amplitude damping introducerer energitab. jeg kan få høj conditional fidelity (det der bliver i subspace er 'pænt'), men samtidig øge leakage.
- Hvad jeg skal se i tabellerne: REAL kan slå NULL på fid\_cond og nogle gange fid\_uncond, men ofte kun hvis jeg accepterer øget leakage/threshold tradeoff.
- Hvad det betyder: encoding kan bevare 'koherens' i den del der overlever, men kan ikke samtidig holde massen inde i  $\mathcal{L}$  i dette regime.

### 3.2 Dephasing-only ( $\gamma\phi=0.10$ ): net unconditional advantage

- Dephasing er fase-støj uden direkte energitab. Her kan en encoding/struktur give bedre 'alignment' og dermed en mere ren unconditional fordel.
- Kig efter: positiv  $\Delta\text{AUC}(\text{fid\_uncond})$  uden at  $\Delta\text{AUC}(\text{leak})$  bliver 'dårlig' (afhængig af fortegn-konvention).
- Det er her regimeskiftet begynder at blive 'evidens-lignende' i din decision rule.

### 3.3 Dephasing strength sweep: crossover behavior

- Jeg varierer  $\gamma\phi$  og ser at fordel kan tænde/slukke afhængigt af støjstyrke.

- Kig efter: et tydeligt skift i tegn eller størrelse på  $\Delta\text{AUC}(\text{fid\_uncond})$  og/eller threshold-metrikker over sweepet.
- Det gør resultaterne mere generelle: ikke kun 'et enkelt punkt', men et mønster.

### 3.4 Mixed noise ('both'): bridge regime

- Når både  $\gamma_1$  og  $\gamma\phi$  er til stede, forventer jeg ofte at amplitude-damping tradeoff reintroduceres, men at nogle unconditional gevinster kan overleve.
- Kig efter: om den positive unconditional effekt stadig ses i  $\geq 2/3$  batches, og hvordan leakage-aware cost proxy reagerer.
- Hvis fordelene overlever, er det en stærk bro til realistiske hardware-regimer.

## 9. Hvornår er det professionelt at afgrænse arbejdet?

Jeg er tæt på et naturligt 'stop-kriterium' når: (i) run registry + provenance er fuldt udfyldt, (ii) rand64-resultaterne er reproduceret med mindst én uafhængig variation (fx holdout seeds eller stable\_pool off), og (iii) regimeskiftet kan vises som et konsistent mønster (sweep/bridge) snarere end et enkelt datapunkt.

Hvis disse tre er opfyldt, har jeg lukket de vigtigste loopholes: direction-dependence (rand64), cherry-picking (matched NULL + batches), og leakage-ignorering (leakage-aware metrics).

Derefter giver ekstra arbejde typisk aftagende marginal-nytte, medmindre jeg skifter platform/assumption (fx fotonisk hardware-model) eller udvider til større  $n_{\text{qubits}}$ .

## 10. Konkrete tjekpunkter når jeg reviderer Draft v0.4.6

1. Run registry: hver tabel/figur peger på konkrete filnavne (ikke kun interne ID'er).
2. Probe-regime: headline-resultater er tydeligt rand64; ZX kun diagnostic baselines (med label).
3. Leakage-fortegn: én global konvention; nævnes i Methods + gentages i captions.
4. Selection bias: beskriv stable\_pool og giv mindst én kontrol (stable\_pool off eller holdout-seeds).
5. Uncertainty: rapportér enten batch-spredning eller simple bootstrapped CI for  $\Delta\text{AUC}$  (hvor jeg allerede har pipeline).
6. AUC-definition: skriv eksPLICIT interval  $t \in [0, t_{\text{max}}]$  og  $dt/t_{\text{steps}}$ .
7. Noise localization: gør det klart om 'subset' betyder en qubit eller flere (og at jeg sweeper 0–3).
8. Reproducerbarhed: saml én 'Commands used' liste i Appendix (PowerShell one-liners).
9. Begreber: sørg for at de vigtigste termer (Lindblad, leakage, conditional/unconditional) er defineret første gang de bruges.
10. Limitations: afgræns gyldighed:  $n=4$ , Markov/Lindblad, og at photonic relevance kræver platform-specifik mapping.