

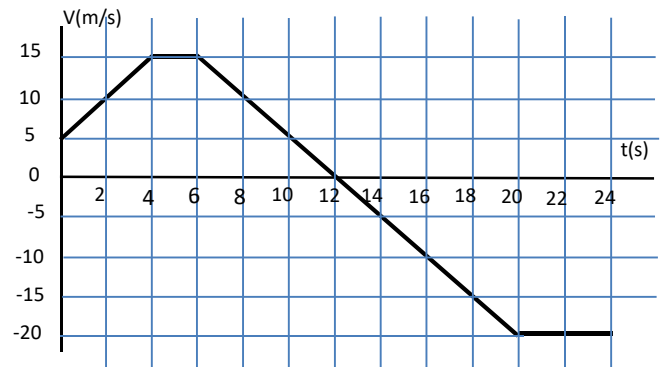
SERIE N° 2

CINEMATIQUE DU POINT MATERIEL

Exercice N°1:

Le diagramme des vitesses d'un mobile « M » animé d'un mouvement rectiligne sur un axe (Ox) est donné par la figure.

1. Tracer le diagramme de l'accélération en fonction du temps.
2. Quelles sont les différentes phases du mouvement et leur nature. Justifier.
3. Donner les équations de la vitesse en fonction du temps de chaque phase, déduire les équations horaires $x(t)$ de chaque phase sachant qu'à $t = 0s$, $x_0 = 10m$.
4. Déterminer la position du mobile aux instants $t = 6s$, $t = 10s$ et $t = 20s$, sachant qu'à $t = 0s$, $x_{A0} = 10m$.
5. A quel instant le mobile change-t-il de sens ?
6. Représenter, sur la trajectoire, les vecteurs : position, vitesse et accélération à l'instant $t = 10s$.

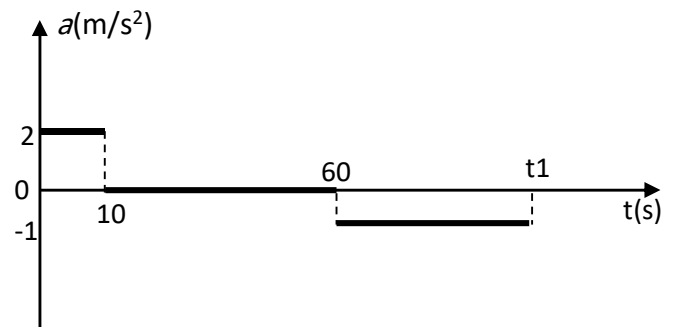


Echelle : position : $1cm \rightarrow 20m$, vitesse : $1cm \rightarrow 2m/s$, accélération : $1cm \rightarrow 1m/s^2$

Exercice N°2 :

Une rame de tramway démarre d'une station A à $t = 0s$ et arrive à une station B au bout d'un temps t_1 que l'on déterminera. Le graphe de son accélération en fonction du temps est donné sur la figure ci-contre.

1. Donner l'équation de la vitesse en fonction du temps, ainsi que la nature du mouvement dans chaque phase.
2. Tracer le graphe de $v(t)$.
3. Déduire le temps t_1 .
4. A quelle distance de la gare A est située la gare B.
5. Déterminer les équations horaires $x(t)$ de chaque phase.
6. Tracer qualitativement le diagramme des espaces $x(t)$.



Exercice N°3 :

Les équations paramétriques du point (M) sont données par la relation :

$$x(t) = 2t^3 + 4t + 2 \quad ; \quad y(t) = t^2 - 2t + 1 \quad ; \quad z(t) = 2t$$

1. Trouver les composantes des vecteurs vitesse et accélération et déduire leurs modules respectifs. A quel instant t_0 , et en quelle position M_0 le point matériel se trouve dans le plan xOz ?
2. Quelle est sa vitesse.

Exercice N° 4:

Le mouvement d'un point matériel est caractérisé dans un trièdre directe $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ par les relations :

$$x(t) = a t^2 + b ; \quad y(t) = c t^2 ; \quad z(t) = d t + e$$

1. Indiquer les unités de a, b, c, d et e
2. On pose $a=2, b=1, c=2, d=4$ et $e=-3$ (unité S.I). Calculer les composantes des vecteurs, vitesse et accélération et déduire leurs modules respectifs.
3. Trouver la composante du vecteur vitesse sur la direction du vecteur accélération.
4. Ecrire les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération
5. Déduire le rayon de courbure ρ de la trajectoire

Exercice N° 5 :

Les coordonnées d'un point matériel sont données en fonction du temps par les relations suivantes:

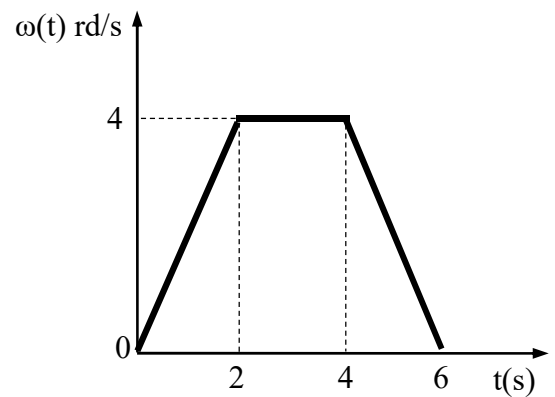
$$x(t) = 5t; \quad y(t) = 20t - 2,5t^2 ;$$

1. Trouver l'équation de la trajectoire
2. Calculer les composantes des vecteurs, vitesse et accélération et déduire leurs modules respectifs à $t=3s$
3. Déterminer les composantes intrinsèques du vecteur accélération.

Exercice N°6 :

Un point matériel se déplace sur un cercle de centre O et de rayon $R=2m$, le graphe ci-contre donne sa vitesse angulaire $\omega(t)$.

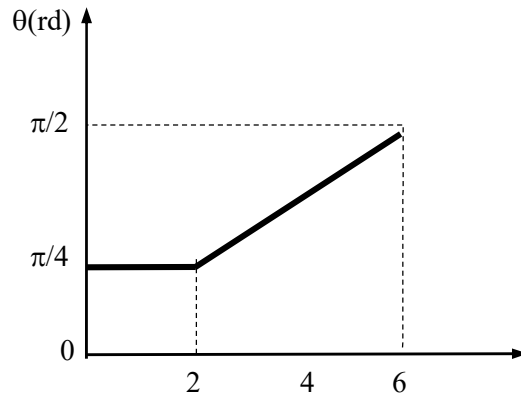
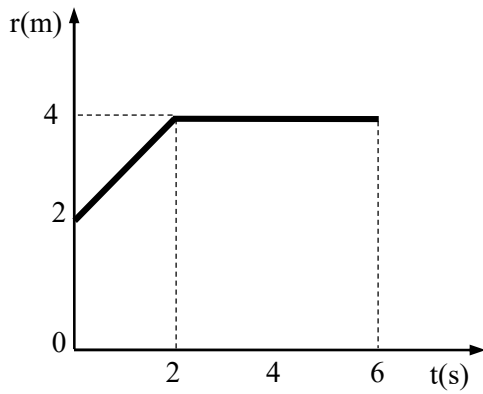
1. Donner $\theta(t)$ de chaque phase.
2. Donner $\alpha(t)$, l'accélération angulaire de chaque phase.
3. Calculer pour la 2^{ème} phase :
 - a. Les composantes cartésiennes du vecteur position.
 - b. Les composantes cartésiennes du vecteur accélération.
 - c. Les composantes intrinsèques du vecteur accélération.



Exercice N°7 :

Le mouvement d'une particule (M) est défini par ses coordonnées polaires $r(t)$ et $\theta(t)$ données par les graphes de la figure ci-dessous.

1. Déterminer les équations $r(t)$ et $\theta(t)$ pour chaque phase du mouvement.
2. Ecrire le vecteur position pour chaque phase du mouvement dans le repère des coordonnées polaires et calculer les composantes de la vitesse et l'accélération dans ce repère et en déduire leurs modules respectifs.
3. Ecrire dans le repère des coordonnées cartésiennes, le vecteur position, pour chaque phase du mouvement. Calculer les composantes de la vitesse et de l'accélération dans ce repère et déduire leurs modules respectifs. Comparer avec 2.
4. Calculer les composantes intrinsèques de l'accélération.
5. Donner la nature du mouvement pour chaque phase.



Exercice N° 8 :

Un point matériel décrit une trajectoire spirale dans l'espace caractérisée par les relations suivantes :

$$x(t) = R \cos \theta(t) ; \quad y(t) = R \sin \theta(t) ; \quad z(t) = h \theta(t) , \text{ où : } h, R \text{ sont des constantes.}$$

1. Trouver les composantes des vecteurs vitesse et accélération en coordonnées cartésiennes et en coordonnées cylindriques et en déduire leurs modules respectifs.
2. Dans le cas où : $\omega = \frac{d\theta}{dt} = C^{\text{ste}}$, donner le vecteur vitesse et montrer qu'il fait un angle α avec l'axe Oz calculer $\tan \alpha$.
3. Calculer dans ce cas ($\omega = \text{constante}$), les composantes du vecteur accélération, en déduire le rayon de courbure ρ en fonction de R et h.

Exercice N° 9: (Devoir de maison)

Considérons un point matériel M qui décrit dans le plan (O, \vec{i}, \vec{j}) une trajectoire dont l'équation est donnée en coordonnées polaires par :

$$r = \frac{1}{2} r_0 (1 + \cos \theta)$$

où r_0 est une longueur donnée, $0 \leq \theta \leq \pi$ et $\theta > 0$.

1. Démontrer que la vitesse de M peut s'écrire dans la base $(\vec{u}_r, \vec{u}_\theta)$ sous la forme :

$$\vec{v}(M) = r_0 \dot{\theta} \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \left[-\sin \left(\frac{\theta}{2} \right) \vec{u}_r + \cos \left(\frac{\theta}{2} \right) \vec{u}_\theta \right]$$

2. Déterminer le module du vecteur vitesse $\vec{v}(M)$.
3. En déduire \vec{u}_t le vecteur unitaire tangent à la trajectoire.
4. Montrer que l'angle $(\vec{u}_\theta, \vec{u}_t) = \theta/2$.
5. Déterminer les composantes tangentielle et normale du vecteur accélération.
6. En déduire ρ le rayon de courbure de la trajectoire.
7. a) Déterminer l'expression de l'abscisse curviligne S de M comptée à partir du point correspondant à $\theta = 0$. On donne $S(\theta = 0) = 0$.
b) En déduire la longueur totale de la trajectoire considérée.