PARTIE 1 : E L E C T R O S T A T I Q U E

Chapitre 1 CHARGES, CHAMPS ET POTENTIELS ELECTROSTATIQUES

1/Notions fondamentales:

1.1/ Electrisation :

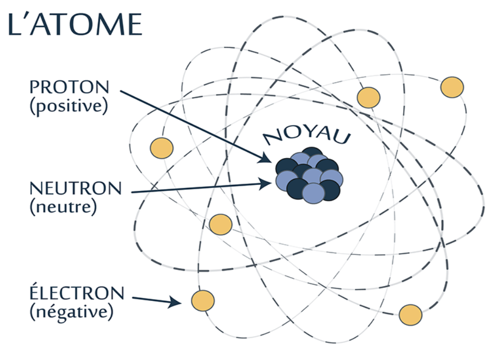
- *Si on frotte une baguette de verre avec un morceau de soie, et on l'approche à des petits morceaux de papiers, on remarque que les morceaux de papiers seront attirés par la baguette → on dit que ces corps sont électrisés par frottements.*
- *Les corps s'électrisent :*
  - *soit par frottement ;*
  - *soit par contact (avec un corps déjà électrisé) ;*
  - *soit par influence : lorsqu'on approche un corps A (électrisé) à un corps B (neutre) → on remarque que des charges apparaissent sur le corps B (le corps B sera électrisé).*

1.2/ La charge électrique :

- *Les matières sont constituées d'un ensemble de molécules ;*
- *Chaque molécule est constituée d'un ensemble d'atomes ;*
- *Chaque atome est constitué :*

- d'un noyau portant : $\begin{cases} Z \ protons \\ N \ neutrons \end{cases}$

- et d'un nuage d'électrons (e^-) : Z *électrons*



$$\begin{cases} La\ charge\ \ du\ \ proton\ \ est\ \ > 0: \quad q_p = \ +1{,}6.10^{-19}C \\ La\ charge\ de\ l'électron\ est < 0:\ q_{e^-} = \ -1{,}6.10^{-19}C \\ La\ charge\ du\ neutron\ \ est\ nulle:q_n = \ 0 \end{cases}$$

La masse de l'électron est : $m_{e^-} = 9{,}1.10^{-31}\ kg$

La masse du proton est : $m_p \approx 1837 \times \ m_{e^-} = 1{,}67.10^{-27}\ kg$

Lorsqu'on frotte deux corps entre eux, on aura un transfert d'électrons (de la dernière couche) d'un corps vers l'autre. Un corps va perdre des électrons (ses atomes seront chargés positivement : ions positifs), l'autre corps va gagner des électrons (ses atomes seront chargés négativement : ions négatifs).

Remarques :

- *La charge d'un corps est toujours un multiple de la charge élémentaire* e^- *:*

$$\boxed{q = \ \pm n.e^- = \ \pm n.(1{,}6.10^{-19})\ C \quad avec\ \ n\ \in N}$$

- *Un corps chargé positivement → il a un défaut (manque) d'électrons ;*
- *Un corps chargé négativement → il a un excès (surplus) d'électrons.*

1.3/ Conducteurs et isolants :

1.3.1/ Les conducteurs : *(fer, métaux, eaux ,corps humains...)*

Un conducteur est un corps dans lequel les électrons peuvent facilement se déplacer d'un atome à l'autre.
Un bon conducteur est un élément qui contient un grand nombre d'e⁻ libres.
Dans un conducteur l'électrisation se répand en tout point du conducteur.

1.3.2/ Les isolants : *(le bois, l'ébonite, l'air, plastique…)*

Dans un isolant les e^- *ne peuvent pas se déplacer d'un atome à l'autre.*

L'électrisation reste localiser (à l'endroit où elle est créée).

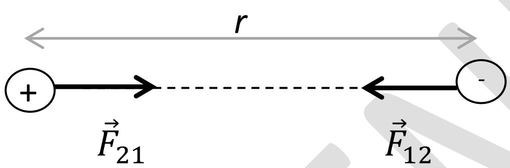
2/ La loi de Coulomb :

2.1/ définition :

Par analogie à la loi de gravitation universelle, Coulomb a proposé la loi suivante :

"$entre\ deux\ charges\ électriques\ q_1 et\ q_2\ placées\ à\ une\ distance\ r, s'execent\ deux\ forces\ électriques\ égales\ et\ opposées\ \left(\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}\right), données\ en\ module\ par:$

$$\boxed{\left|\vec{F}_{12}\right| = \left|\vec{F}_{21}\right| = \frac{K.|q_1.q_2|}{r^2}}$$



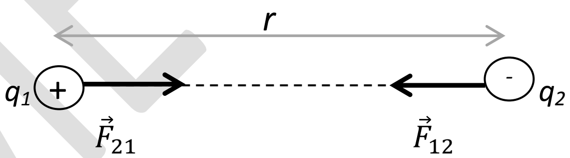
avec :

$$K: constante\ de\ Coulomb\ en\ MKSA \quad K = 9.10^9 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$$

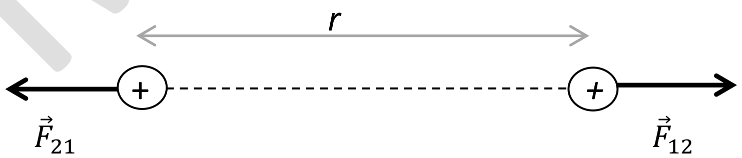
$q_1, q_2: charges\ prises\ en\ valeurs\ absolues\ et\ exprimées\ en\ C\ (Coulomb)$
$r:\ \ distance\ entre\ les\ charges\ exprimé\ en\ mètre\ (m)$
F : force électrique ou force de Coulomb exprimée en Newton (N).

Remarques :

- *Deux charges de signes opposés s'attirent* (*attraction :* $q_1.q_2 < 0$).



- *Deux charges de même signe se repoussent* (*répulsion :* $q_1.q_2 > 0$).



- *On peut utiliser des sous multiples du Coulomb.*

$$1\ micro\ C = 1\ \mu C = 10^{-6}C$$
$$1\ nano\ C = 1\ nC = 10^{-9}C$$
$$1\ pico\ C = 1\ pC = 10^{-12}C$$

- *La permittivité d'un milieu :*

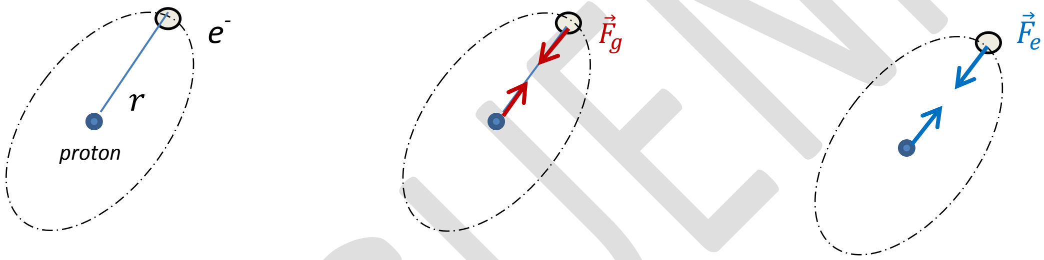
$$\varepsilon = \varepsilon_r . \varepsilon_0 \; avec \; \begin{cases} \varepsilon : \; permittivit\acute{e} \; du \; milieu \\ \varepsilon_r : \; permittivit\acute{e} \; relative \\ \varepsilon_0 : \; permittivit\acute{e} \; du \; vide \end{cases}$$

Dans le vide $\varepsilon_r = 1 \;\; \rightarrow \; \varepsilon = \varepsilon_0 = 8{,}85.10^{-12} \; MKSA \quad (\mu_0 \varepsilon_0 c^2 = 1)$

2.2/Comparaison entre la force gravitationnelle et la force de Coulomb :

Nous allons déterminer et faire une comparaison entre la force de gravitation universelle $\vec{F}_g$ *et la force électrique de Coulomb* $\vec{F}_e$ *existantes entre le proton et l'électron d'un atome d'hydrogène.*

L'électron et le proton sont séparés par une distance $r = 0{,}53 \; \text{Å} = 0{,}53 \; m$



Atome d'H_2 — *Force gravitationnelle* $\vec{F}_g$ — *Force électrique* $\vec{F}_e$

On sait que : $|q_{e^-}| = |q_p| = |e^-| = 1{,}6.10^{-19} \; C$

La force électrique (de Coulomb) sera :

$$F_e = \frac{K.|q_e.q_p|}{r^2} = \frac{K.e^2}{r^2} = \frac{9.10^9.(1{,}6.10^{-19})^2}{(0{,}53.10^{-10})^2} = 8{,}2.10^{-8} \; N$$

La force gravitationnelle sera :

$$F_g = \frac{G.|m_e.m_p|}{r^2} = \frac{6{,}67.10^{-11}.(9{,}1.10^{-31}).(1{,}67.10^{-27})}{(0{,}53.10^{-10})^2} = 3{,}6.10^{-47} N$$

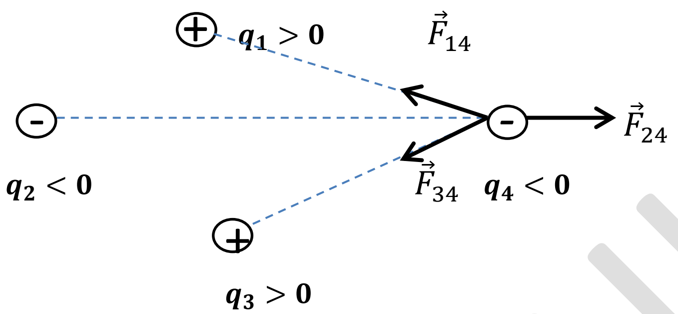
→ *le rapport :*

$$\frac{F_g}{F_e} = 4{,}4.10^{-40}$$

On remarque que la force $\vec{F}_g$ *est négligeable devant la force* $\vec{F}_e$ *.*

2.3/ Principe de superposition :

Si on a "n" charges poctuelles $q_1, q_2, \dots \dots \dots . q_n$, pour déterminer la force résultante appliquée à l'une des charges, on doit faire la somme vectorielle de toutes les forces appliquées à cette charge.

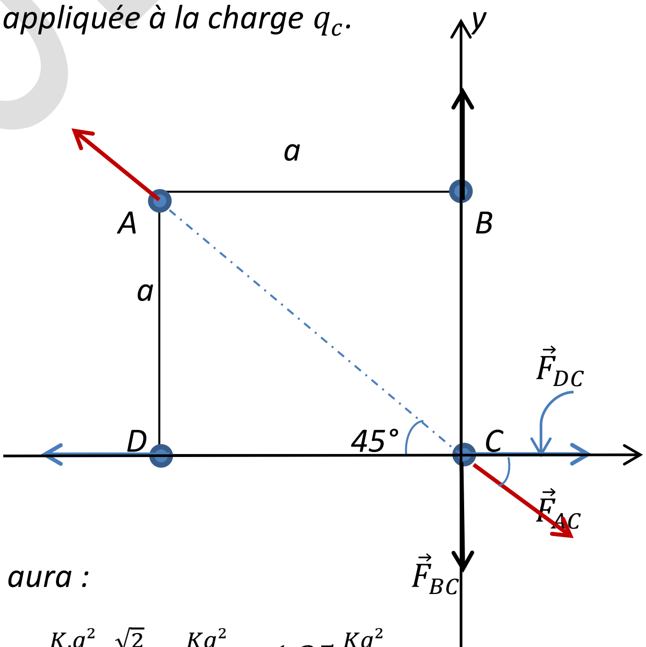


La résultante des forces appliquées à la charge q_4 est :

$$\boxed{\vec{F}_4 = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \vec{F}_{14} + \vec{F}_{24} + \vec{F}_{34}}$$

Exercice :

Sur chacun des sommets d'un carré de côté "a", on place une charge $q > 0$. Déterminer la force électrique (de Coulomb) appliquée à la charge q_c.



$q_A = q_B = q_C = q_D = q$

La résultante des forces au point C sera :

$$\vec{F}_C = \vec{F}_{AC} + \vec{F}_{BC} + \vec{F}_{DC} \quad ①$$

Les modules de ses forces sont :

$$F_{AC} = \frac{K|q_A.q_C|}{AC^2} = \frac{K.q^2}{(a\sqrt{2})^2} = \frac{K.q^2}{2a^2}$$

$$F_{BC} = \frac{K|q_B.q_C|}{BC^2} = \frac{K.q^2}{(a)^2} = \frac{K.q^2}{a^2}$$

$$F_{DC} = \frac{K|q_D.q_C|}{DC^2} = \frac{K.q^2}{(a)^2} = \frac{K.q^2}{a^2}$$

En faisant la projection de l'équation ①, on aura :

Proj ①/$\overrightarrow{Ox}$: $F_{Cx} = F_{AC}.cos45° + 0 + F_{DC} = \frac{K.q^2}{2a^2}.\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{Kq^2}{a^2} = 1{,}35\frac{Kq^2}{a^2}$

Proj ①/$\overrightarrow{Oy}$: $F_{Cy} = -F_{AC}.sin45° - F_{BC} + 0 = -\frac{K.q^2}{2a^2}.\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{Kq^2}{a^2} = -1{,}35\frac{Kq^2}{a^2}$

Finalement : $\boxed{\vec{F}_C = 1{,}35\frac{Kq^2}{a^2}\vec{\imath} - 1{,}35\frac{Kq^2}{a^2}\vec{\jmath}}$

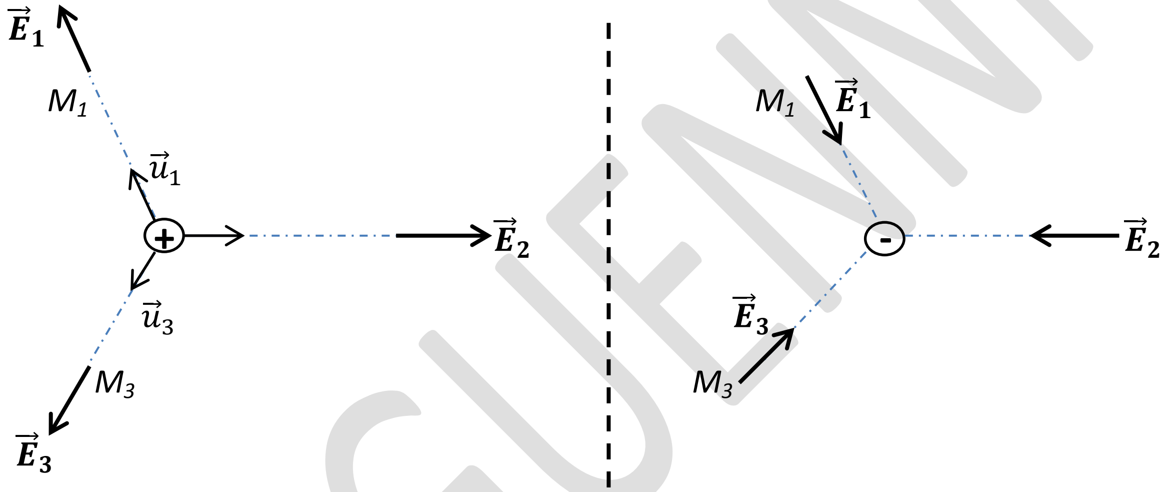
3°/ Champ et potentiel électrostatique d'une distribution discontinue de charges (charges ponctuelles) :

3.1°/ Le champ électrostatique $\vec{E}$:

3.1.1°/ Définition :

Une charge ponctuelle "q" crée en tout point de l'espace un vecteur champ électrostatique donné par :

$$\boxed{\vec{E}_i = \frac{Kq}{r^2}\vec{u}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\,\vec{u}_i}$$

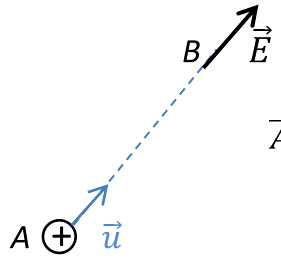


$Si\ \ q > 0 \ \rightarrow\ \vec{E}\ est\ sortant$ $\qquad$ $Si\ \ q < 0\ \rightarrow\ \vec{E}\ est\ rentrant$

Remarque :

On peut remplacer le vecteur unitaire $\vec{u}$ par $\vec{u} = \frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|}$ *alors le champ peut s'écrire de la forme suivante :*

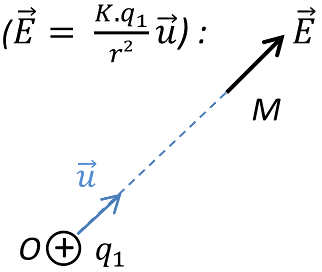
$$\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\vec{u} = \frac{Kq}{|\overrightarrow{AB}|^2}\frac{\overrightarrow{AB}}{|\overrightarrow{AB}|} = \frac{Kq}{|\overrightarrow{AB}|^3}\overrightarrow{AB}$$



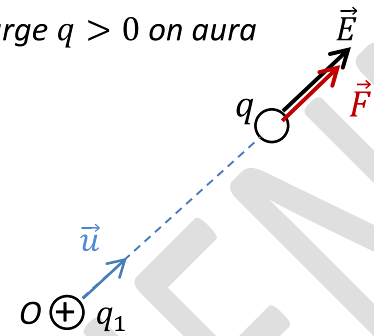
$$\overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AB}|\vec{u}$$

3.1.2/ Relation entre la force de Coulomb et le champ $\vec{E}$:

Soit une charge $q_1 > 0$ placée au point O, cette charge crée au point M un vecteur champ électrostatique sortant ($\vec{E} = \frac{K.q_1}{r^2}\vec{u}$) :



Si on place au point M une charge $q > 0$ on aura au point M :



$$\left.\begin{array}{l} -\ un\ vecteur\ champ\ électrique: \vec{E} = \frac{Kq_1}{r^2}\vec{u} \\ -\ et\ une\ force\ électrique:\ \vec{F} = \frac{Kq_1q}{r^2}\vec{u} \end{array}\right\} \rightarrow \boxed{\vec{F} = q.\vec{E}}$$

Remarque:

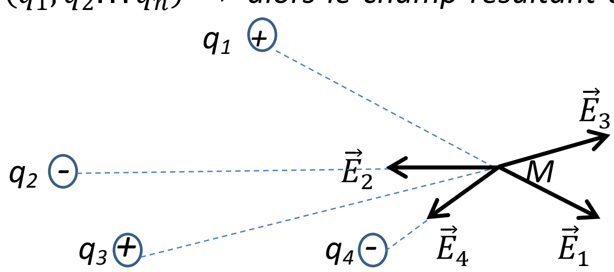
Si la charge $q > 0 \implies \vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de même sens.

Si la charge $q < 0 \implies \vec{F}$ et $\vec{E}$ sont de sens opposé.

1.3.3/ Champ électrique de plusieurs charges ponctuelles :

Si on a "n" charges ponctuelles $(q_1, q_2 \ldots q_n) \Rightarrow$ alors le champ résultant créé au point M sera :

$$\vec{E}_M = \sum_{i=1}^{n} \frac{K\, q_i}{r_i^2}\, \vec{u}_i$$



La détermination de $\vec{E}_M$ pourra se faire géométriquement sinon on peut passer par la détermination des composantes (E_{Mx} et E_{My}) en faisant les projections sur les axes :

$$\vec{E}_M = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3 + \vec{E}_4$$

$$\left.\begin{array}{ll} proj/_{\overrightarrow{Ox}}: & E_{Mx} = \cdots \\ proj/_{\overrightarrow{Oy}}: & E_{My} = \cdots \end{array}\right\} \Rightarrow \quad \vec{E}_M = E_{Mx}\vec{\imath} + E_{My}\vec{\jmath}$$

et finalement : $E_M = \sqrt{E_{Mx}^2 + E_{My}^2}$

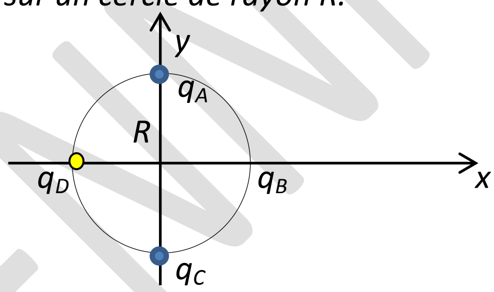
Exercice :

Soit un système formé de trois charges réparties sur un cercle de rayon R.

$q_A = q_c = q \quad$ et $q_D = -q$

1°) déterminer le champ électrostatique résultant au point B.

2°) On place au point B une charge $q_B = -q$ *; déterminer la force appliquée à cette charge.*



Réponse : 1°) $\vec{E}_B = 0{,}46\frac{Kq}{R^2}\,\vec{\imath}$

2°) $\vec{F}_B = -0{,}46\frac{Kq^2}{R^2}\,\vec{\imath}$

3.2/ Le potentiel électrique V :

Une charge ponctuelle "q" crée en tout point de l'espace une grandeur scalaire appelée « le potentiel électrique » donné par :

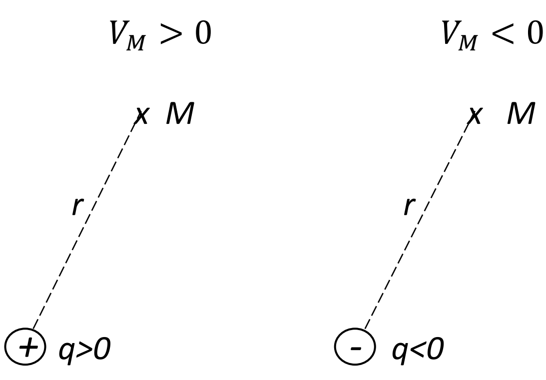
$$\boxed{V_M = \frac{K.q}{r}}$$

avec : K = 9.10 ^{9}*MKSA*

r : en mètre (m)

q : en Coulomb (C), la charge est prise en valeur algébrique

V_M *: en volts (V)*



Remarque :

- *Si la charge q est positive alors* $V_M>0$ *, et si* $q<0$ *alors* $V_M<0$*.*

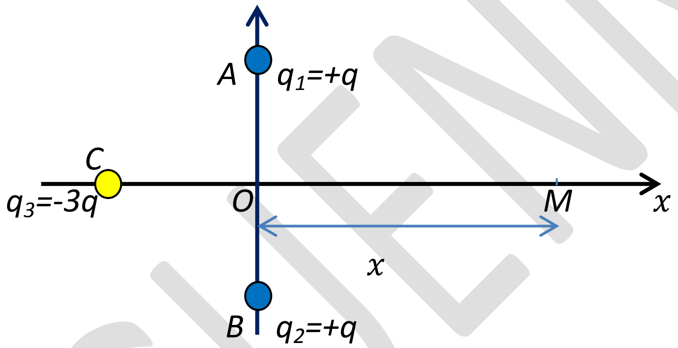
- *Dans le cas où on aura plusieurs charges ponctuelles$(q_1, q_2 \ldots\ldots q_n)$, le potentiel crée en un point M par ces charges sera égale à la somme algébrique des potentiels de toutes les charges.*

$$\boxed{V_M = \sum_{i=1}^{n} V_i = \sum_{i=1}^{n} \frac{K.q_i}{r_i} = \frac{K.q_1}{r_1} + \frac{K.q_2}{r_2} + \ldots + \frac{K.q_n}{r_n}}$$

(Les charges doivent être prises en valeurs algébriques).

Exemple :

Déterminer le potentiel électrique au point M (x,o) créé par les charges q_1,q_2, et q_3 : (on donne OA=OB=OC=a)



$$V_M = V_A + V_B + V_C = \frac{Kq_1}{AM} + \frac{Kq_2}{BM} + \frac{Kq_3}{CM}$$

avec : $AM = BM = \sqrt{x^2 + a^2}$

et $CM = x + a$

On aura :

$$V_M = \frac{Kq}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{Kq}{\sqrt{x^2+a^2}} + \frac{K(-3q)}{(x+a)} = Kq\left[\frac{2}{\sqrt{x^2+a^2}} - \frac{3}{(x+a)}\right]$$

3.3/ Relation entre le champ $\vec{E}$ et le potentiel électrique V :

- *Une charge électrique "q" crée en un point M un vecteur champ électrique donné par : $\vec{E} = \frac{Kq}{r^2}\vec{u}$, et elle crée au même point M un potentiel donné par : $V = \frac{Kq}{r}$, la relation liant le champ $\vec{E}$ et le potentiel électrique V est donnée par :*

$$\boxed{\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V}$$

« démonstration voir remarque 3 »

En décomposant cette relation en coordonnées cartésiennes on aura :

$$E_x\vec{\imath} + E_y\vec{\jmath} + E_z\vec{k} = -\frac{\partial V}{\partial x}\vec{\imath} - \frac{\partial V}{\partial y}\vec{\jmath} - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

Par identification :

$$\boxed{\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}}$$

On peut écrire la relation en fonction de la différentielle de V :

$$\boxed{dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl}}$$

C'est à dire :

$$\frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = -(E_x.dx + E_y.dy + E_z.dz)$$

<u>Remarque 1 :</u>

A partir de la relation $dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl}$, *on peut déduire la différence de potentiel entre deux points A et B :*

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl} \Rightarrow \int_A^B dV = -\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl} \quad \Leftrightarrow \quad \boxed{V_B - V_A = -\int_A^B \vec{E}.\overrightarrow{dl}}$$

<u>Remarque 2 :</u>

Décomposition de la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V$ *en coordonnées cylindriques :*

$$E_r\vec{u}_r + E_\theta\vec{u}_\theta + E_z\vec{k} = -\frac{\partial V}{\partial r}\vec{u}_r - \frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta}\vec{u}_\theta - \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}$$

C'est-à-dire :
$$\begin{cases} E_r = -\frac{\partial V}{\partial r} \\ E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{\partial V}{\partial \theta} \\ E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \end{cases}$$

Remarque 3 : *« démonstration de la relation $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$ » :*

On sait que $V = \frac{Kq}{r} \quad \rightarrow \frac{dV}{dr} = -\frac{Kq}{r^2} = -E \quad \rightarrow \; dV = -Edr$

comme : $\vec{u}.\overrightarrow{dl} = dr$ *alors* $dV = -E\vec{u}.\overrightarrow{dl} = -\vec{E}.\overrightarrow{dl}$

$$dV = -\vec{E}.\overrightarrow{dl} \quad \Rightarrow \quad \frac{\partial V}{\partial x}dx + \frac{\partial V}{\partial y}dy + \frac{\partial V}{\partial z}dz = -\left(E_x.dx + E_y.dy + E_z.dz\right)$$

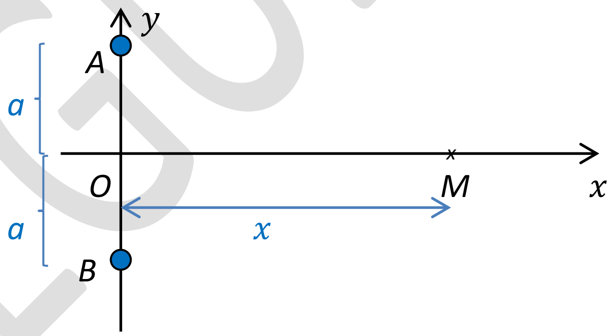
$$\left.\begin{aligned} E_x &= -\frac{\partial V}{\partial x} \\ E_y &= -\frac{\partial V}{\partial y} \\ E_z &= -\frac{\partial V}{\partial z} \end{aligned}\right\} \Leftrightarrow \quad \vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V$$

Exercice :

Deux charges ponctuelles de même valeur ($q_A = q_B = +q$) placées aux points A et B séparées d'une distance ($2a$) :

1°) Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ au point M / OM=x, déduire le potentiel V.

2°) Redéterminer directement le potentiel V au point M ensuite déduire $\overrightarrow{E}$.Comparer avec 1°).



Réponse :

$$1°)\ \vec{E}\left|\begin{aligned} E_x &= \frac{2Kqx}{(a^2+x^2)^{3/2}} \\ E_y &= 0 \end{aligned}\right. \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{\vec{E}} = \frac{\boldsymbol{2Kqx}}{\boldsymbol{(a^2+x^2)^{3/2}}}\,\vec{\boldsymbol{\imath}}$$ *$\vec{E}$ est porté par l'axe des x.*

et on déduit le potentiel : $\boldsymbol{V_M} = \int dV = -\int Edx = -\int \frac{2Kqx}{(a^2+x^2)^{3/2}}dx = \frac{\boldsymbol{2Kq}}{\boldsymbol{\sqrt{a^2+x^2}}}$

2°) Calcul du potentiel V directement :

$$\boldsymbol{V_M} = V_A + V_B = \frac{Kq}{\sqrt{a^2+x^2}} + \frac{Kq}{\sqrt{a^2+x^2}} = \frac{\boldsymbol{2Kq}}{\boldsymbol{\sqrt{a^2+x^2}}}$$

Et on déduit le champ $\vec{E}$:

$$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}V \quad \Rightarrow \boldsymbol{\vec{E}} = E_x\vec{\imath} = -\frac{dV}{dx}\vec{\imath} = -\frac{d}{dx}\left[\frac{2Kq}{\sqrt{a^2+x^2}}\right]\vec{\imath} = \frac{\boldsymbol{2Kqx}}{\boldsymbol{(a^2+x^2)^{3/2}}}\,\vec{\boldsymbol{\imath}}$$