Chapitre 2 *C I N E M A T I Q U E*

1/INTRODUCTION:

La cinématique est l'étude des mouvements dans leurs rapports avec le temps, on ne s'intéresse pas aux causes du mouvement.

Pour décrire un mouvement l'observateur doit définir un système de référence (repère=معلم) par rapport auquel on analyse le mouvement.

1.1/ Notion d'un point matériel :

Pour définir les grandeurs cinématiques (vitesses, accélération etc..,) on s'intéresse au mouvement du corps comme étant un point matériel : un point matériel est un corps dont les dimensions (الابعاد) sont négligeables.

1.2/ La trajectoire :

La trajectoire est le lieu géométrique des positions successives du mobile au cours du temps.

L'équation de la trajectoire doit être indépendante du temps.

- Le mouvement est dit rectiligne : si la trajectoire est une droite.

- Le mouvement est dit curviligne : si la trajectoire est une courbe.

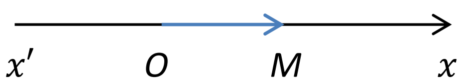
1.3/ Vecteur position en coordonnées cartésiennes :

Le vecteur position détermine la position du mobile à un temps précis.

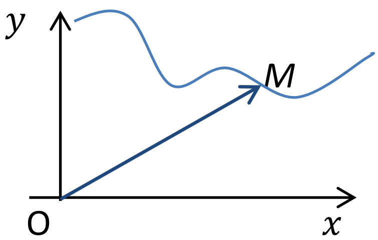
- *Si le mouvement est axial (suivant un axe) le vecteur position s'écrit :*

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath}$$

Ex : si $x = 2t + 5$ *alors* $\overrightarrow{OM} = (2t + 5)\vec{\imath}$



- *Dans un m.v.t plan, le vecteur position s'écrit :*
  $\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath}$



- *Dans l'espace , le vecteur position s'écrit :*

$$\overrightarrow{OM} = x\vec{\imath} + y\vec{\jmath} + z\vec{k}$$

1.4/ La vitesse :

1.4.1/ Vitesse moyenne :

Soit un corps qui passe par le point A d'abscissex_1, à l'instantt_1, et puis passe par le point B d'abscissex_2, à l'instantt_2, alors la vitesse moyenne entre A et B sera :

$$\boxed{V_{moy} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}}$$

OA = x_1 *et* *OB =* x_2

1.4.2/ Vitesse instantanée :

Pour déterminer la vitesse instantanée, on doit rendre Δt aussi petit que possible :

$$\boxed{V_{inst} = V = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}}$$

1.5/ L'accélération :

De même que pour la vitesse, on aura :

- *acc. moy :* $\vec{a}_{moy} = \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = \frac{\vec{V}(t_2) - \vec{V}(t_1)}{\Delta t}$

- *acc. inst :* $\vec{a}_{inst} = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\overrightarrow{\Delta V}}{\Delta t} = \frac{d\vec{V}}{\Delta t}$

2/ LES EQUATIONS DU MOUVEMENT RECTILIGNE:

***2.1/ Le mouvement rectiligne uniforme :** (M.R.U)*

Le m.v.t rectiligne uniforme est m.v.t en ligne droite avec une vitesse constante.

***2.1.1/ Analytiquement :** (V et x_0 connues)*

En connaissant la vitesse V et la position initiale x_0 à l'instant t_0, on peut déterminer la position x à n'importe quel instant t.

Détermination de la position $x(t)$:

$$V = \frac{dx}{dt} \rightarrow \quad dx = V.dt \quad \rightarrow \quad \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} V dt$$

$$x]_{x_0}^{x} = V[t]_{t_0}^{t} \rightarrow \quad x - x_0 = V(t - t_0)$$

$$\boxed{x = V(t - t_0) + x_0}$$

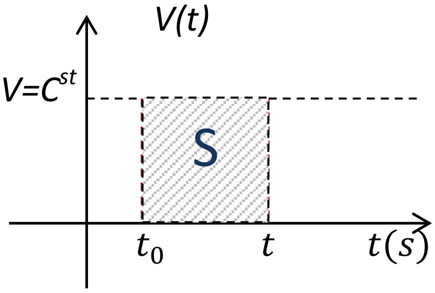
Si $t_0 = 0$ *alors :*

$$\boxed{x = Vt + x_0}$$

2.1.2/ Graphiquement :

La distance parcourue (Δx) est représentée par

La surface (S) sous la courbe de V(t).



distance parcourue : $\Delta x = x - x_0$

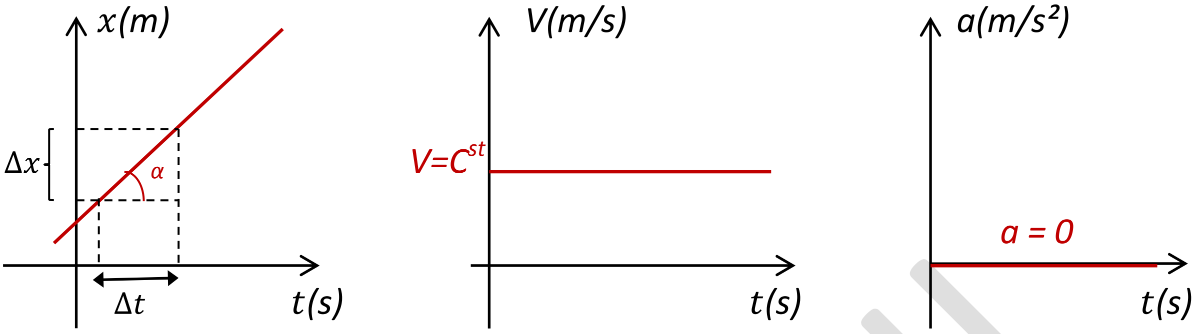
La surface sous V(t) : $S = V(t - t_0)$

alors on aura : $x - x_0 = V(t - t_0)$

c'est-à-dire : $\boxed{x = V(t - t_0) + x_0}$

si $t_0 = 0 \rightarrow \boxed{x = Vt + x_0}$

2.1.3/ Les tracés des variations de x(t), V(t) et a(t) en fonction du temps :



Puisque $x = Vt + x_0$ alors la pente de la droite sera : $tg\alpha = \frac{\Delta x}{\Delta t} = V$

On dit que la vitesse est donnée par la pente de la trajectoire (la droite).

2.1.4/ Généralisations : $t \in [t_1,\ t_2]$ *avec* $t_1 \neq 0$

Si l'instant initial est différent de zéro : pour déterminer la position du mobile $x(t)$, on doit procéder de la manière suivante :

$$V = \frac{dx}{dt} \quad \rightarrow \quad \int_{x_1}^{x} dx = \int_{t_1}^{t} V\, dt$$

$$\rightarrow \quad x]_{x_1}^{x} = V.[\,t\,]_{t_1}^{t} \qquad \rightarrow \quad x - x_1 = V(t - t_1)$$

Finalement : $\boxed{x(t) = V(t - t_1) + x_1}$

2.2/ Le mouvement rectiligne uniformément varié : (M.R.U.V)

C'est un mouvement en ligne droite avec une accélération constante $(a = C^{st})$.

2.2.1/ Analytiquement : *(a, V et x_0 connues)*

- *Détermination de la vitesse V(t) :*

$$a = \frac{dV}{dt} \rightarrow \quad dV = a.dt \quad \rightarrow \quad \int_{V_0}^{V} dV = \int_{t_0}^{t} a.dt$$

$$V]_{V_0}^{V} = a.[t]_{t_0}^{t} \rightarrow \quad V - V_0 = a(t - t_0)$$

$$V = a(t - t_0) + V_0$$

Si $t_0 = 0$ $\boxed{V = at + V_0}$

- Détermination de la position du mobile $x(t)$:

$$V = \frac{dx}{dt} \rightarrow \quad dx = V.dt \quad \rightarrow \quad \int_{x_0}^{x} dx = \int_{t_0}^{t} (at + V_0)dt$$

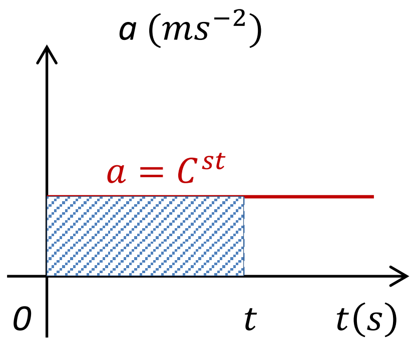
$$x]_{x_0}^{x} = \left[\frac{1}{2}at^2 + V_0 t\right]_{t_0}^{t}$$

Si on prend $t_0 = 0$ *on aura :*

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0}$$

cette équation n'est valable que si $t_0 = 0$.

2.2.2/ Graphiquement : *(pour $t_0 = 0$)*



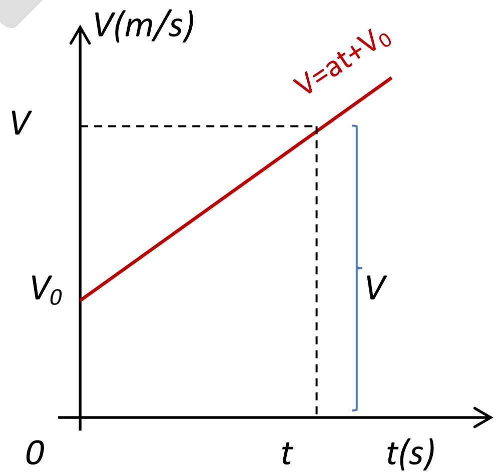
- *Détermination de la vitesse :*
  (L'accélération a est connue)
  L'aire (la surface) sous la courbe de a(t) représente la variation de la vitesse ΔV.

$$\left.\begin{array}{l} S = \Delta V \\ \\ S = a.t \end{array}\right\} \qquad \Delta V = V - V_0 = a.t$$

d'où : $\boxed{V = at + V_0}$

- *Détermination de position $x(t)$: (la vitesse V est connue)*

  L'aire (la surface) sous la courbe de $V(t)$ représente la distance parcourue (Δx) :
  S : surface du trapèze.



$$\Delta x = x - x_0 = S = \frac{1}{2}(V + V_0).t$$

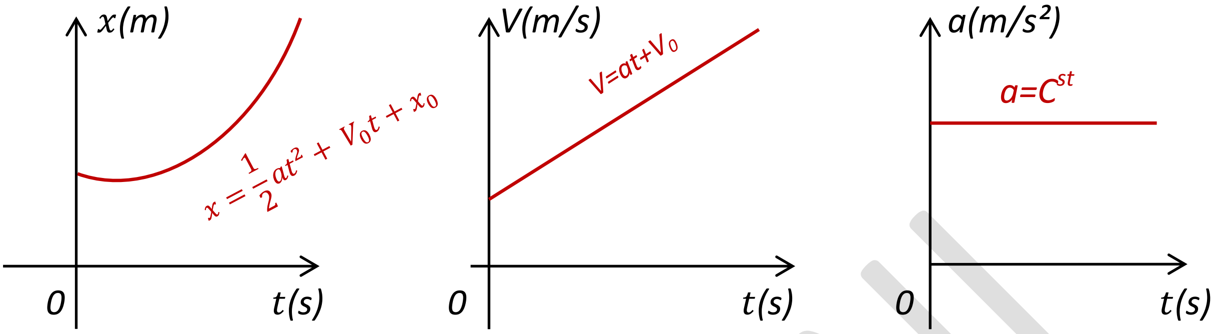
En remplaçant V par $at + V_0$ on aura :

$$\boxed{x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t + x_0}$$

d'où en peut aboutir à la relation connue :

$\boxed{V^2 - V_0^2 = 2a(x - x_0)}$ *avec* $x - x_0$ *: la distance parcourue.*

2.2.3/ Tracé des variations de $x(t), V(t)$, et $a(t)$ d'un M.R.U.V en fonction du temps :



2.2.4/ Généralisation: $t \in [t_1;\ t_2]$ avec $t_1 \neq 0$

On peut appliquer la méthode analytique comme on peut utiliser la méthode géométrique :

$$a = \frac{dV}{dt} \rightarrow dV = adt \rightarrow \int_{V_1}^{V} dV = \int_{t_1}^{t} adt \rightarrow \boxed{V = \int_{t_1}^{t} adt + V_1}$$

$$V = \frac{dx}{dt} \rightarrow dx = Vdt \rightarrow \int_{x_1}^{x} dx = \int_{t_1}^{t} Vdt \rightarrow \boxed{x = \int_{t_1}^{t} Vdt + x_1}$$

<u>Exercice :</u>

A t=0, une voiture passe par l'origine avec une vitesse initiale de 8m/s, et une accélération donnée par le graphe ci-contre :

1°) Déterminer la vitesse de chaque phase. Représenter-la.

2°) Déterminer les expressions de $x(t)$ avec le tracé du graphe correspondant.