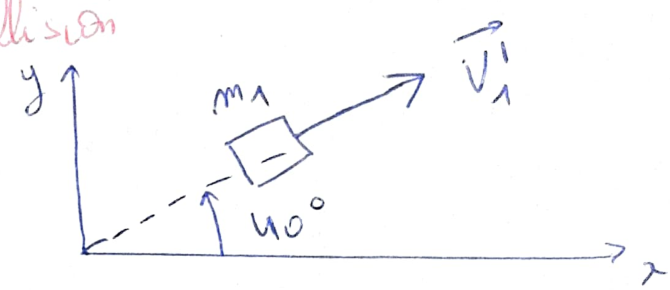
Serie N° 3 Dynamique

Exo 1

Avant la collision (الاصطدام)

$\vec{V}_2 = \vec{0}$ (au repos)

Après la collision



$m_1 = 0{,}2\,Kg$.

$V_1 = \|\vec{V}_1\| = 0{,}4\ m/s$

$V_2 = \|\vec{V}_2\| = 0\ m/s$

$m_2 = 0{,}3\ Kg$

$V_1' = \|\vec{V}_1'\| = 0{,}2\,m/s$, $\vec{V}_2' = ?$

1) On suppose que le système $(m_1 + m_2)$ est isolé (جملة معزولة)
donc la quantité de mouvement (M^{vt}) est conservée (constante ثابتة)
(principe de la quantité de M^{vt})

- Avant la collision : $\vec{P}_{syst} = \vec{P} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 = m_1\vec{V}_1 + \cancel{m_2\vec{V}_2}_{\,0}$

- Après la collision : $\vec{P}_{syst} = \vec{P}' = \vec{P}_1' + \vec{P}_2' = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2'$

$\vec{P} = \vec{P}' \Rightarrow m_1\vec{V}_1 = m_1\vec{V}_1' + m_2\vec{V}_2' \ldots (*)$

$\vec{V}_1 = V_1 \cdot \vec{i}$

$\vec{V}_1' = V_1' \cdot \cos 40° \vec{i} + V_1' \sin 40° \vec{j}$

$\vec{V}_2' = V_{2x}'\vec{i} + V_{2y}'\vec{j}$

Exo 1

Projection de (*) sur (Ox)

$$m_1 V_1 = m_1 V_1' \cos 40° + m_2 V_{2x}'$$

$$\Rightarrow V_{2x}' = \frac{m_1 (V_1 - V_1' \cos 40°)}{m_2} = \frac{0,2}{0,3}(0,4 - 0,2 \cos 40°)$$

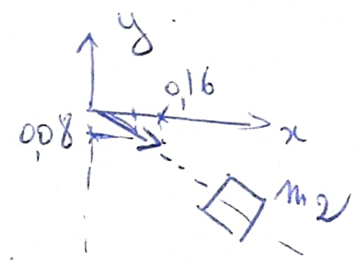
$$V_{2x}' = 0,16 \text{ m/s}$$

Projection de (*) sur (Oy) :

$$0 = m_1 V_1' \sin 40° + m_2 V_{2y}' \Rightarrow V_{2y}' = -\frac{m_1 V_1' \sin 40°}{m_2}$$

$$V_{2y}' = -\frac{0,2}{0,3} \cdot 0,2 \sin 40° = 0,086 \text{ m/s}$$

m_2 se déplace vers le Est-sud.



$$V_2' = \sqrt{V_{2x}'^2 + V_{2y}'^2} = \sqrt{(0,16)^2 + (0,086)^2} = 0,18 \text{ m/s}$$

2) Le corps 1 :

La variation de la vitesse : $\overrightarrow{\Delta V_1} = \vec{V_1'} - \vec{V_1} = (V_1' \cos 40° - V_1)\vec{i} + V_1' \sin$

$$= (0,2 \cos 40° - 0,4)\vec{i} + 0,2 \sin 40° \vec{j}$$

$\overrightarrow{\Delta V_1} = -0,25\vec{i} + 0,13\vec{j}$, $\quad \|\overrightarrow{\Delta V_1}\| = \Delta V_1 = \sqrt{(-0,25)^2 + (0,13)^2} = 0,28$ m/

. La variation de la quantité du M^vt : $\overrightarrow{\Delta P_1} = \vec{P_1'} - \vec{P_1}$

$$= m_1 \vec{V_1'} - m_1 \vec{V_1} = m_1(\vec{V_1'} - \vec{V_1})$$

$$= m_1 \overrightarrow{\Delta V_1}$$

$$\|\overrightarrow{\Delta P_1}\| = m_1 \|\overrightarrow{\Delta V_1}\| = 0,2 \times 0,28 = 0,056 \text{ Kg.m.s}^{-1}$$

. Le corps 2 : $\overrightarrow{\Delta V_2} = \overrightarrow{V_2'} - \cancel{\overrightarrow{V_2}} = \overrightarrow{V_2'}$

$\overrightarrow{V_2} = 0$

$\|\overrightarrow{\Delta V_2}\| = \|\overrightarrow{V_2'}\| = 0,18\ m/s$

$\overrightarrow{\Delta P_2} = m_2 \overrightarrow{\Delta V_2}$, $\|\overrightarrow{\Delta P_2}\| = m_2 \|\overrightarrow{\Delta V_2}\| = 0,3 \times 0,18 = 0,054\ Kg.m.s^{-1}$

On remarque que $\|\overrightarrow{\Delta P_2}\| = \|\overrightarrow{\Delta P_1}\|$

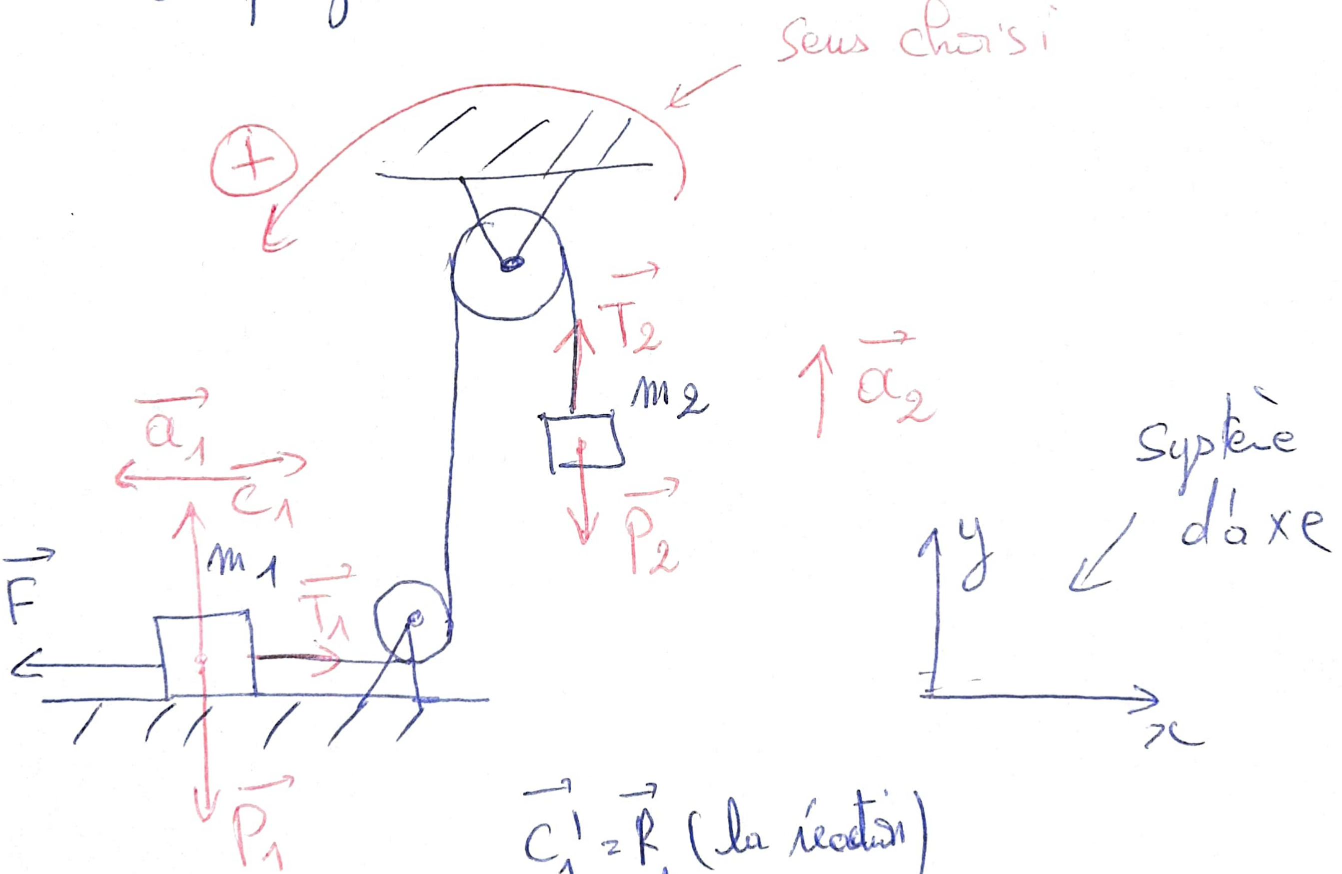
3) $\|\overrightarrow{\Delta P_2}\| = \|\overrightarrow{\Delta P_1}\| \Rightarrow m_2 \|\overrightarrow{\Delta V_2}\| = m_1 \|\overrightarrow{\Delta V_1}\| \Rightarrow \frac{m_2}{m_1} = \frac{\|\overrightarrow{\Delta V_1}\|}{\|\overrightarrow{\Delta V_2}\|}$

Exo 1

Exo 3

Rappel : Afin de calculer l'accélération d'un corps
Nous devons suivre les étapes suivantes :

1) Choisir un sens arbitraire
2) Représenter les accélérations par rapport au sens choisi
3) Représenter les forces
4) Appliquer la loi fondamentale de la dynamique $\sum \vec{F} = m\vec{a}$ pour chaque corps. L.F.D
5) Choisir un système d'axe
6) Faire la projection de la L.F.D



$\vec{C_1} = \vec{R_1}$ (la réaction)

• Remarque : si on obtient $a < 0 \Rightarrow$ le sens réel est opposé au sens choisi

• $\boxed{a_1 = a_2 = a}$ (en module) , $\boxed{T_1 = T_2 = T}$

le corps m_1:

$\sum \vec{F} = m_1 \vec{a_1} \Rightarrow \vec{T_1} + \vec{F} + \vec{C_1} + \vec{P_1} = m_1 \vec{a_1}$

(Ox): $T_1 - F = m_1(-a_1) \Rightarrow T - F = -m_1 a$ ...

$\Rightarrow \boxed{T = F - m_1 a}$ --- (1)

. Le corps m_2: $\vec{T_2} + \vec{P_2} = m_2 \vec{a_2}$

(Oy): $T_2 - m_2 g = m_2(+a_2) \Rightarrow T - m_2 g = m_2 a$

$\Rightarrow T = m_2 a + m_2 g = \cancel{m_2(a}$ --- (2)

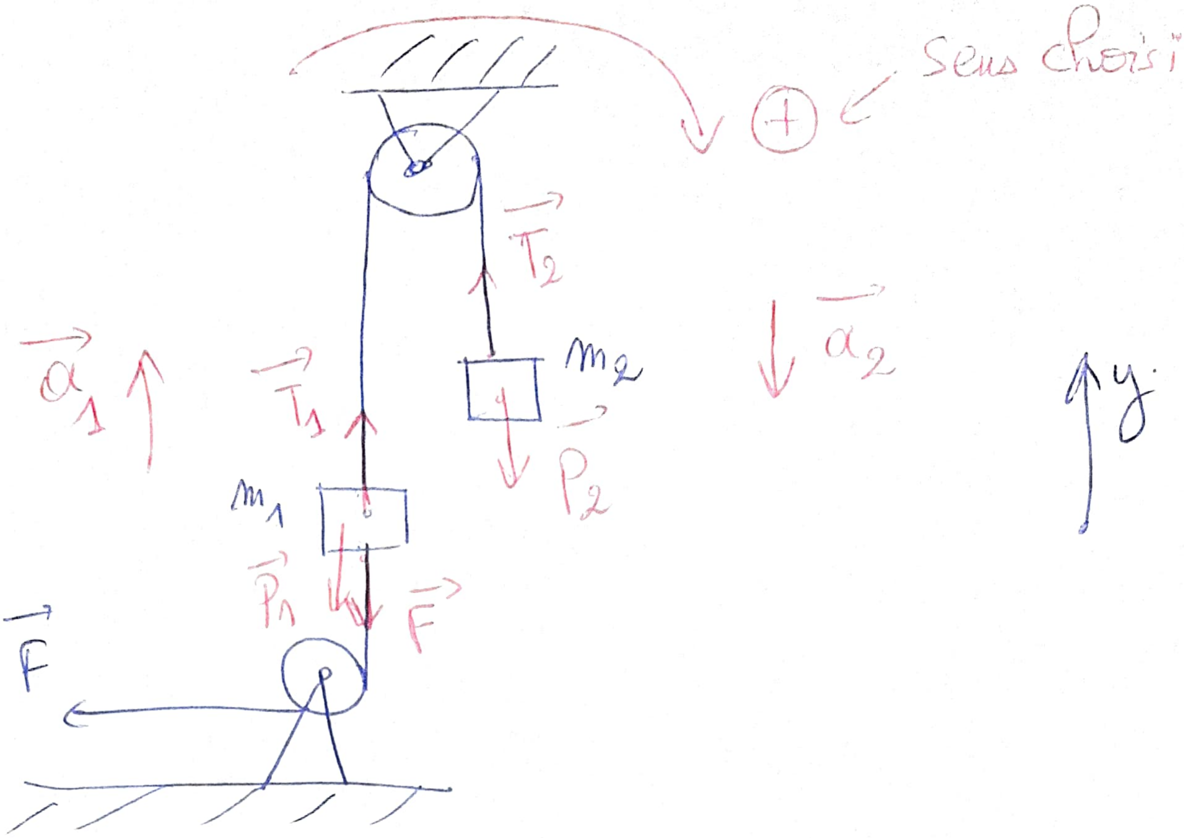
$(1) = (2) \Rightarrow F - m_1 a = m_2 a + m_2 g$

$\Rightarrow a(m_2 + m_1) = F - m_2 g \Rightarrow a = \dfrac{F - m_2 g}{m_1 + m_2}$

$$a = \frac{1 - 0{,}08 \times 10}{0{,}05 + 0{,}08} = 1{,}53 \ m.s^{-2}$$

$a > 0 \Rightarrow$ Le sens réel est le même que le sens choisi

Exo 3



$\boxed{a_1 = a_2 = a}$ Car (pendant un temps Δt les 2 corps parcourent la même distance : $\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow a_1 = a_2$)

$T_1 = T_2 = T$ (même fil)

• Corps m_1 : $\sum \vec{F} = m_1 \vec{a_1} \Rightarrow \vec{T_1} + \vec{P_1} + \vec{F} = m_1 \vec{a_1}$

(Oy) : $T_1 - P_1 - F = m_1(+a_1) \Rightarrow T - m_1 g - F = m_1 a$ — (1)

• Corps m_2 : $\vec{T_2} + \vec{P_2} = m_2 \vec{a_2} \Rightarrow T_2 - P_2 = m_2(-a_2) \Rightarrow T - m_2 g = -m_2 a$ — (2) —

(1) − (2) $\Rightarrow -m_1 g + m_2 g - F = m_1 a + m_2 a$

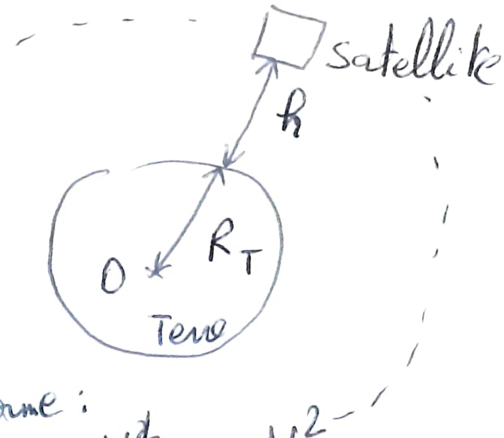
$\Rightarrow a(m_1 + m_2) = g(m_2 - m_1) - F \Rightarrow a = \dfrac{g(m_2 - m_1) - F}{m_1 + m_2}$

$a = \dfrac{10(0{,}08 - 0{,}05) - 1}{0{,}08 + 0{,}05} = -5{,}38 \ m.s^{-2}$

$a < 0 \Rightarrow$ le sens réel est opposé à celui choisi

Exo 3

Exercice 4



$T = 98\text{ mn} = 98\times60\text{ s} = 5880\text{ s}$

Le rayon de la terre $R_T = 6400$ Km

1) $m_T = ?$, h : l'altitude = 500 Km,

Le mouvement de satellite est circulaire uniforme :

$\Rightarrow V_s = \text{cste}$ donc $a_t = 0$ et $a = a_N = \frac{V^2}{\cancel{R}} = \frac{V^2}{r}$

r : distance entre le centre de la terre "O" et le satellite

$r = R_T + h = 6400 + 500 = 6900$ Km

$$F = \frac{G m_T \cancel{m_S}}{r^2} = m_S a = m_S a_N = \cancel{m_S}\frac{V^2}{r}$$

$$\Rightarrow m_T = \frac{V^2 \times r}{G} \quad , \quad V = \frac{2\pi r}{T}$$

$2\pi r$: périfirique du cercle (محيط الدائرة) parcouru par le satellite pendant T

$$\Rightarrow m_T = \frac{(2\pi r)^2}{T^2}\times\frac{r}{G} = \frac{4\pi^2 \times r^3}{G T^2} = \frac{4\times(3,14)^2\times(6900\times10^3)^3}{6,67\times10^{-11}(5880)^2}$$

$$\Rightarrow m_T = 5,58\times10^{24}\text{ Kg}$$

2) $g = \frac{G m_T}{r^2} = \frac{G m_T}{(R_T+h)^2} \Rightarrow (R_T+h) = \sqrt{\frac{G m_T}{g}}$

$$\Rightarrow h = \sqrt{\frac{G m_T}{g}} - R_T = \sqrt{\frac{6,67\times10^{-11}\times5,58\times10^{24}}{4,9}} - 6400\times10^3$$

l'altitude $\boxed{h = 2315,3\text{ Km}}$

Exo 4

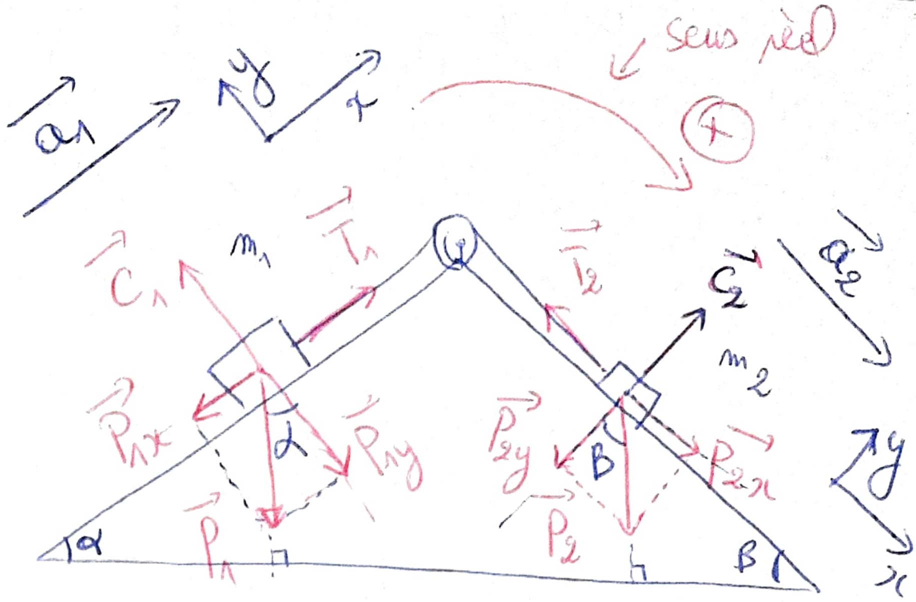
Exo 5

$m_1 = 200g = 0{,}2\,Kg$

$m_2 = 0{,}18\,Kg$

$\alpha = 30°$

$\beta = 60°$



1) pas de frottements $\Rightarrow$ $\vec{C} = \vec{R}$ (la réaction)

Remarque : Afin de déterminer le sens réel il suffit de comparer les quantités : P_{1x} et P_{2x} : $P_{1x} = m_1 g \sin\alpha = 0{,}2 \times 10 \times \sin 30°$

$= 1\,N$

$P_{2x} = m_2 g \sin\beta = 0{,}18 \times 10 \times \sin 60°$.

$= 1{,}55\,N$

$P_{2x} > P_{1x} \Rightarrow$ Le sens réel du M^{vt} est de m_1 vers m_2 (vers la droite)

$T_1 = T_2 = T$ (même fil)

$a_1 = a_2 = a$

- On choisit (on peut choisir) le sens réel :
- Corps 1 : $\sum \vec{F} = m_1 \vec{a_1} \Rightarrow \vec{T_1} + \vec{C_1} + \vec{P_1} = m_1 \vec{a_1}$

$\vec{T_1} + \vec{C_1} + \underbrace{\vec{P_{1x}} + \vec{P_{1y}}}_{\vec{P_1}} = m_1 \vec{a_1}$

(Oy) : $C_1 - P_{1y} = 0$ ($\vec{a_1}$ est suivant (Ox))

(Ox) : $T_1 - P_{1x} = m_1(+a_1) \Rightarrow T - P_{1x} = m_1 a$ —— (1)

Corps 2 :

$$\vec{T_2} + \vec{P_2} + \vec{C_2} = m_2 \vec{a_2} \Rightarrow \vec{T_2} + \vec{P_{2y}} + \vec{P_{2x}} + \vec{C_2} = m_2 \vec{a_2}$$

(Oy) : $C_2 - P_{2y} = 0$ ($\vec{a_2}$ est suivant (Ox))

(Ox) : $P_{2x} - T_2 = m_2(+a_2) \Rightarrow P_{2x} - T = m_2 a$ ——— (2)

(1) + (2) $\Rightarrow P_{2x} - P_{1x} = (m_1 + m_2) a \Rightarrow a = \dfrac{P_{2x} - P_{1x}}{m_1 + m_2}$

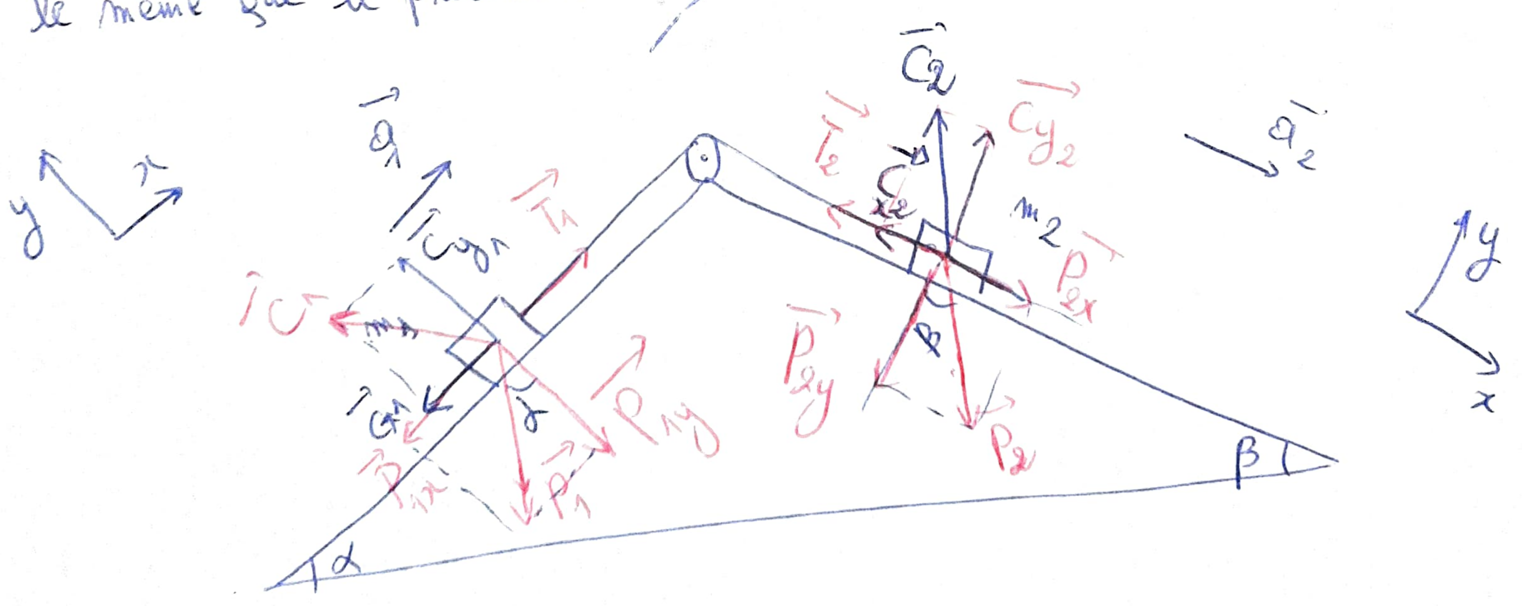
$$a = \frac{1{,}55 - 1}{0{,}2 + 0{,}18} = 1{,}44 \ m.s^{-2}$$

(2) Les frottements existent $\Rightarrow \vec{C} = \vec{R} + \vec{f_r}$ (f_r : frottements)

$\vec{C} = \vec{C_y} + \vec{C_x}$ (C_x : frottements)

$\vec{R} = \vec{C_y}$ et $\vec{f_r} = \vec{C_x}$

Les frottement s'oppose au sens du M^{vt}, donc par rapport au 1er cas on s'attend à ce que l'accélération diminue et le sens du M^{vt} reste le même que le précédent.



EXO 5

$\frac{C_x}{C_y} = K$, $C_{x_1} = K_1 C_{y_1}$, $C_{x_2} = K_2 C_{y_2}$

• Corps 1 : $\vec{T_1} + \vec{C_1} + \vec{P_1} = m_1 \vec{a_1}$

$\vec{T_1} + \vec{C_{x_1}} + \vec{C_{y_1}} + \vec{P_{1x}} + \vec{P_{1y}} = m_1 \vec{a_1}$

(Oy) : $C_{y_1} - P_{1y} = 0 \Rightarrow \boxed{C_{y_1} = P_{1y} = m_1 g \cos\alpha}$

(Ox) : $T_1 - C_{1x} - P_{1x} = m_1 a_1 \Rightarrow T - K_1 C_{y_1} - P_{1x} = m_1 a$

$\Rightarrow T - K_1 m_1 g \cos\alpha - P_{1x} = m_1 a$ — (1)

• Corps (2) : $\vec{T_2} + \vec{C_2} + \vec{P_2} = m_2 \vec{a_2} \Rightarrow \vec{T_2} + \vec{C_{x_2}} + \vec{C_{y_2}} + \vec{P_{2x}} + \vec{P_{2y}} = m_2 \vec{a_2}$

(Oy) : $C_{y_2} - P_{2y} = 0 \Rightarrow \boxed{C_{y_2} = m_2 g \cos\beta}$

(Ox) $P_{2x} - C_{2x} - T_2 = m_2 a_2 \Rightarrow P_{2x} - K_2 C_{y_2} - T = m_2 a$.

$\Rightarrow P_{2x} - K_2 m_2 g \cos\beta - T = m_2 a$ — (2)

(1) + (2) $\Rightarrow a(m_1 + m_2) = -K_1 m_1 g \cos\alpha - K_2 m_2 g \cos\beta + P_{2x} - P_{1x}$

$$\Rightarrow a = \frac{-g(K_1 m_1 \cos\alpha + K_2 m_2 \cos\beta) + P_{2x} - P_{1x}}{m_1 + m_2}$$

$$a = \frac{-10(0{,}2 \times 0{,}2 \times \cos 30^\circ + 0{,}3 \times 0{,}18 \cos 60^\circ) + 1{,}55 - 1}{m_1 + m_2}$$

$a = -0{,}17 \ m.s^{-2}$

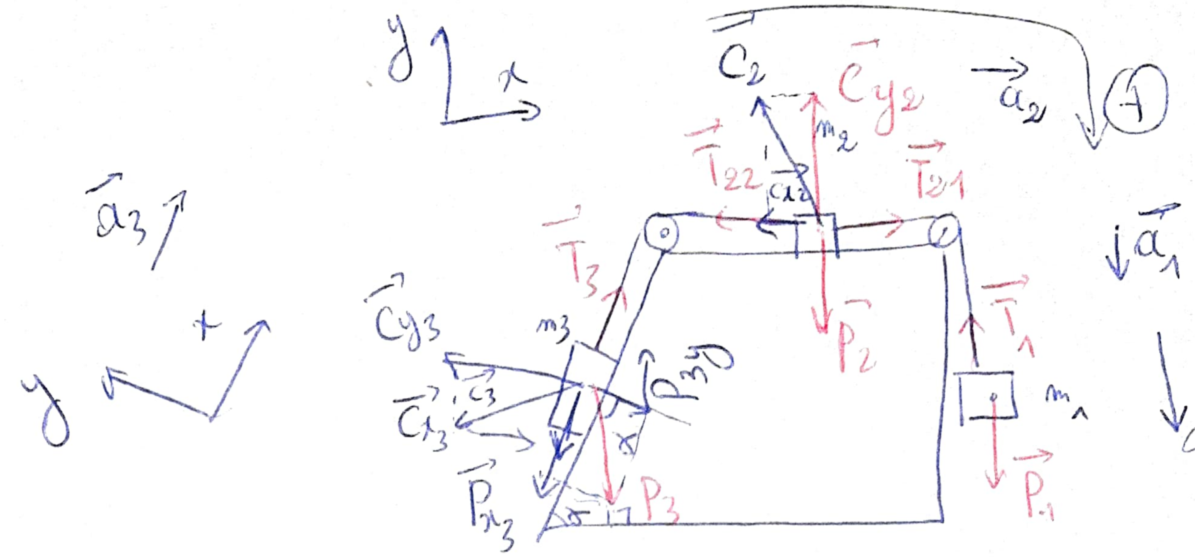
$\boxed{a = \cancel{955 \ m.s^{-2}}}$ $a < 0$ (impossible car il s'agit du sens réel)

Conclusion : le système ne bouge pas (Immobile)

Exo5 (3) EXO 5

Exo 6

a)



a) On étudie le système juste avant la rupture, c.à.d à l'équilibre maximal.

. À l'équilibre maximale les frottements $C_x = \mu_S C_y$
↑ coef. statique

et $\sum \vec{F} = \vec{0}$

Corps m_1 : $\vec{T}_1 + \vec{P}_1 = \vec{0} \Rightarrow P_1 - T_1 = 0$.

$\Rightarrow \boxed{T_1 = m_1 g}$

$T_1 = T_{21}$ (en module)

$T_3 = T_{22}$

. Corps m_2 : $\vec{P}_2 + \vec{C}_{x_2} + \vec{C}_{y_2} + \vec{T}_{21} + \vec{T}_{22} = \vec{0}$

(Oy) : $C_{y_2} - P_2 = 0 \Rightarrow \boxed{C_{y_2} = m_2 g}$

(Ox) : $T_{21} - T_{22} - C_{x_2} = 0 \Rightarrow T_1 - T_{22} - \mu_S C_{y_2} = 0$

$\Rightarrow T_{22} = T_1 - \mu_S C_{y_2} = \boxed{m_1 g - \mu_S m_2 g = T_{22}} = T_3$

Corps m_3 : $\vec{C_{y_3}} + \vec{C_{x_3}} + \vec{T_3} + \vec{P_3} = \vec{0}$

(Oy) : $C_{y_3} - P_{3y} = 0 \Rightarrow \boxed{C_{y_3} = m_3 g \cos\alpha}$

$C_{x_3} = K_s C_{y_3} \Rightarrow \boxed{C_{x_3} = m_3 K_s g \cos\alpha}$

(Ox) : $T_3 - P_{x_3} - C_{x_3} = 0 \Rightarrow T_3 - m_3 g \sin\alpha - m_3 K_s g \cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \underbrace{m_1 g - \mu_s m_2 g}_{T_3 = T_{22}} - m_3 g \sin\alpha - m_3 K_s g \cos\alpha = 0$

$\Rightarrow \boxed{m_1 = \mu_s m_2 + m_3 \sin\alpha + m_3 K_s \cos\alpha}$

$m_1 = 0,4 \times 1 + 2 \times \sin 30° + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{3} \times \cos 30°$

$= 0,4 + 1 + 1 = \boxed{2,4 \text{ Kg} = m_1}$

C'est la masse minimale pour que le syst se met en M^{vt}

b) $m_1 = m_1' = 2,5$ Kg $> 2,4$ Kg donc le syst se met en M^{vt}

Cette fois-ci $\boxed{C_x = \mu_d \times C_y}$
coef de frottements dynamique.

. Corps m_1 : $\vec{P_1} + \vec{T_1} = m_1 \vec{a_1}$

(Oy) : $P_1 - T_1 = m_1 a_1 \Rightarrow P_1 - T_1 = m_1 a \Rightarrow \boxed{T_1 = m_1 g - m_1 a} = T_{21}$

EXO 6

• Corps 2 : $\vec{P_2} + \vec{C_{x_2}} + \vec{C_{y_2}} + \vec{T_{21}} + \vec{T_{22}} = m_2 \vec{a_2}$

(Oy) : $C_{y_2} - P_2 = 0 \Rightarrow C_{y_2} = m_2 g$, $C_{x_2} = \mu_d C_{y_2} = \mu_d m_2 g$

(Ox) : $T_{21} - T_{22} - C_{x_2} = m_2 a_2 \Rightarrow T_{21} - T_{22} - \mu_d C_{y_2} = m_2 a$

$\Rightarrow \boxed{m_1 g - m_1 a - \mu_d m_2 g - m_2 a = T_{22}} = T_3$

• Corps 3 : $\vec{P_3} + \vec{C_{y_3}} + \vec{C_{x_3}} + \vec{T_3} = m_3 \vec{a_3}$

(Oy) : $C_{y_3} - P_{3y} = 0 \Rightarrow C_{y_3} = m_3 g \cos\alpha$, $\boxed{C_{x_3} = K_d m_3 g \cos\alpha}$

(Ox) : $T_3 - P_{x_3} - C_{x_3} = m_3 a_3$

$$\Rightarrow \underbrace{(m_1 g - m_1 a - \mu_d m_2 g - m_2 a)}_{T_3 = T_{22}} - m_3 g \sin\alpha - K_d m_3 g \cos\alpha = m_3 a$$

$$a(m_3 + m_1 + m_2) = m_1 g - \mu_d m_2 g - m_3 g \sin\alpha - K_d m_3 g \cos\alpha$$

$$a = g \frac{m_1 - \mu_d m_2 - m_3 \sin\alpha - K_d m_3 \cos\alpha}{m_1 + m_2 + m_3} = \frac{2{,}5 - 0{,}2 \times 1 - 2 \times \sin 30 - \frac{\sqrt{3}}{4} \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{2{,}5 + 1 + 2}$$

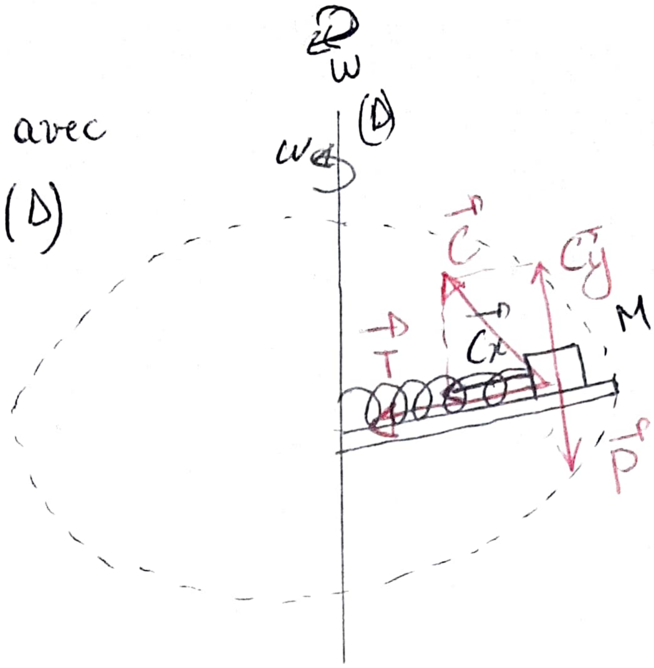
$$= \frac{2{,}5 - 0{,}2 - 1 - 3/4}{5{,}5} = \frac{1{,}3 - \frac{3}{4}}{5{,}5} = \frac{2{,}2}{22} = 0{,}1 \ m.s^{-2}$$

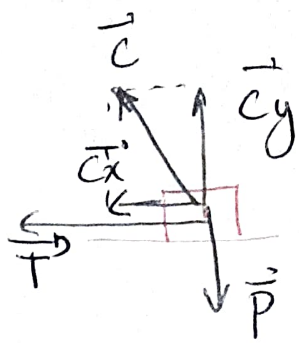
Exo 6

Ex07

ω : vitesse angulaire avec laquelle tourne l'axe (Δ)

$\omega = cste$





$\sum \vec{F} = m\vec{a}$

$\vec{T} + \vec{C_x} + \vec{C_y} + \vec{P} = m\vec{a}$

ω est fixe, $\frac{d\theta}{dt} = \omega = cste$

La vitesse $\vec{V} = V_r \cdot \vec{U_r} + V_\theta \cdot \vec{U_\theta}$

$V_r = \dot{r} = 0$ (Mouvement circulaire ; $r = R$: rayon du cercle)

$V_\theta = r\dot{\theta} = R\omega = cste$

$V = \sqrt{V_r^2 + V_\theta^2} = V_\theta = R\omega = cste$, $a_t = \frac{d\vec{V}}{dt} = 0$

$\vec{a} = \cancel{\vec{a_t}}_{0} + \vec{a_N}$ $\Rightarrow$ $a = a_N = \frac{V^2}{R}$

$\cancel{\vec{T}} + \vec{C_x}$

1) $\omega = \omega_0$ juste avant que le ressort commence à s'étirer.

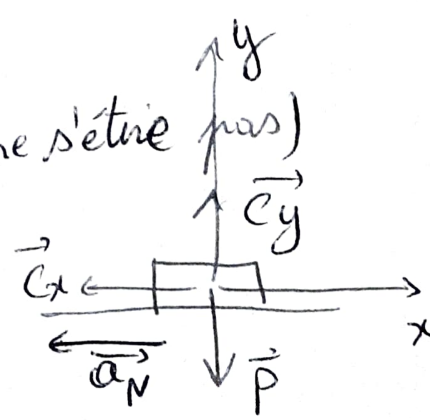
À l'équilibre maximal : $\sum \vec{F} = m\vec{a_N}$

Le corps M tourne mais le ressort est libre (ne s'étire pas)

$\Rightarrow \vec{T} = \vec{0}$ $\Rightarrow$ $C_x + \vec{C_y} + \vec{P} = \vec{0}$

$\Rightarrow C_y - P = 0 \Rightarrow C_y = mg$.

$C_x = \mu_s C_y = \mu_s mg$



(Ox) : $-C_x = -a\,m = -m\,a_N$

$\Rightarrow C_x = m\dfrac{V^2}{R} \Rightarrow \mu_s \cancel{m} g = \dfrac{\cancel{m}(R\omega_0)^2}{R}$

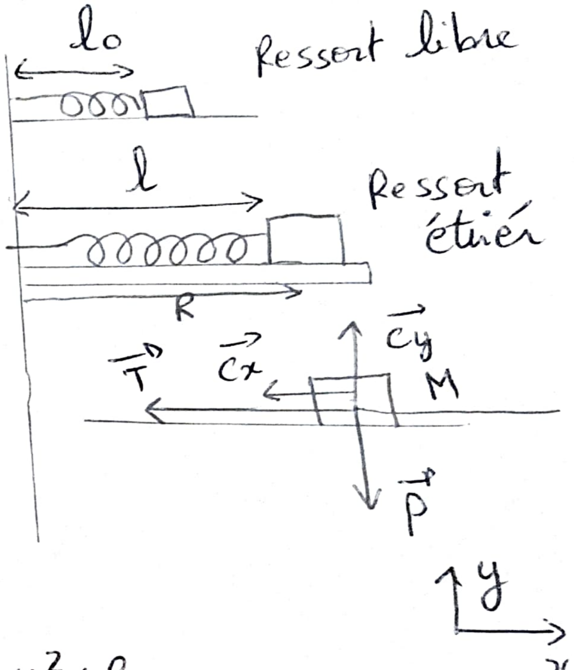
$\Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_s g}{R}} = \sqrt{\dfrac{0,4\times 10}{0,4}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = 3,16 \text{ rd/s}}$

$R = L_0 = 40\text{ cm} = 0,4\text{ m}$

2) $\omega = 4$ rd/s , $\omega > \omega_0 \Rightarrow$ le ressort s'étire $(\vec{T} \neq \vec{0})$

- L'élongation du ressort : $\Delta l = l - l_0$

$\|\vec{T}\| = K\Delta l = K(l - l_0)$



(Oy) : $C_y - mg = 0 \Rightarrow C_y = mg$, $\boxed{C_x = \mu_d\, mg}$

(Ox) : $-C_x - T = -m\,a_N$

$\mu_d mg + K\Delta l = m\dfrac{V^2}{R} = m\dfrac{(\omega.R)^2}{R}$

$\mu_d mg + K\Delta l = m\,\omega^2 R$

$R = l_0 + \Delta l \Rightarrow \mu_d mg + K\Delta l = m\omega^2 l_0 + m\omega^2\Delta l$

$\Rightarrow \Delta l(m\omega^2 - K) = m(\mu_d g - \omega^2 l_0)$

$\Delta l = \dfrac{m(\mu_d g - \omega^2 l_0)}{m\omega^2 - K} = \dfrac{0,1(0,3\times 10 - 4^2\times 0,4)}{0,1\times 4^2 - 6,4}$

$\boxed{\Delta l = 0,07\text{ m} = 7\text{ cm}}$

Exo 7