

Domaine de définition

Exercice :

Déterminer le domaine de définition D_f des fonctions suivantes :

1. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \frac{x+1}{2x-1}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / f(x) \text{ existe}\}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 2x-1 \neq 0\}$$

$$2x-1 \neq 0 \Rightarrow x \neq \frac{1}{2}$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R} - \left\{ \frac{1}{2} \right\} = \left] -\infty, \frac{1}{2} \right[\cup \left] \frac{1}{2}, +\infty \right[$$

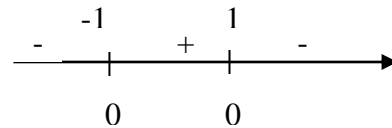
2. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 1-x^2 \geq 0\}$$

$$1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x \in [-1, 1] \text{ car le signe de } (1-x^2) \text{ est}$$

$$\text{Donc } D_f = [-1, 1]$$



3. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \frac{2-x}{\sqrt{1-3x}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 1-3x > 0\}$$

$$1-3x > 0 \Rightarrow -3x > -1$$

$$\Rightarrow x < \frac{1}{3}$$

$$\text{Donc } D_f = \left] -\infty, \frac{1}{3} \right[.$$

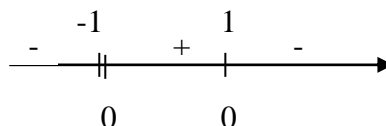
4. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \ln\left(\frac{1-x}{1+x}\right)$$

$$D_f = \left\{ x \in \mathbb{R} / 1+x \neq 0 \wedge \frac{1-x}{1+x} > 0 \right\}$$

$$1+x \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

$$\frac{1-x}{1+x} > 0 \Rightarrow x \in]-1, 1[\text{ car le signe de } \left(\frac{1-x}{1+x}\right) \text{ est le signe de } [(1-x)(1+x)]$$



Donc $D_f =]-1, 1[$.

5. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \frac{2e^x}{1+e^{-x}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / 1+e^{-x} \neq 0\}$$

$$1+e^{-x} = 0 \Rightarrow e^{-x} = -1 \text{ impossible car } \forall x \in \mathbb{R}, e^{-x} > 0.$$

$$\text{Donc } D_f = \mathbb{R}$$

6. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \rightarrow f(x) = \sqrt{-\sqrt{x}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0 \wedge -\sqrt{x} \geq 0\}$$

$$\text{On a } \forall x \in \mathbb{R}, \sqrt{x} \geq 0$$

$$\text{Donc : } -\sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x = 0$$

$$\text{Alors } D_f = \{0\}.$$

7. $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

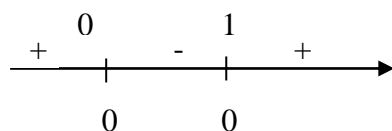
$$x \rightarrow f(x) = \sqrt{x-\sqrt{x}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \geq 0 \wedge x - \sqrt{x} \geq 0\}$$

$$x \geq 0 \wedge x - \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow x \geq 0 \wedge x \geq \sqrt{x}$$

$$\Rightarrow x \geq 0 \wedge x^2 \geq x$$

$$\Rightarrow x \geq 0 \wedge x^2 - x \geq 0$$



$$\text{Donc } D_f = [1, +\infty[\cup \{0\}.$$

8.

Soit $h(x) = (f(x))^{g(x)}$ définie sur $D_h = D_f \cap D_g \cap \{x \in D_f / f(x) > 0\}$

$$f(x) = (1+x)^{\frac{1}{x}}$$

$$D_f = \{x \in \mathbb{R} / x \neq 0 \wedge 1+x > 0\}$$

$$1+x > 0 \Rightarrow x > -1$$

$$D_f =]-1, 0[\cup]0, +\infty[$$

9. $f(x) = \left(\frac{x-1}{x+2}\right)^{x+3}$

$$D_f = \left\{x \in \mathbb{R} / x+2 \neq 0 \wedge \frac{1-x}{x+2} > 0\right\}$$

$$x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$$

$$\frac{1-x}{x+2} > 0 \quad ((1+x)(x+2) > 0)$$

$$D_f =]-\infty, -2[\cup]1, +\infty[$$

