# Parte1

DBL

Dicimebre 2016

1. Demuestre que :

$$i)\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}\binom{n}{r-1}$$

**Soluci**

$$\binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{n-r+1}(\frac{n!}{(n-r)!r!})$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{n-r+1}(\frac{n!}{(n-r)!r(r-1)!})$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}(\frac{n!}{(n-r+1)(n-r)!(r-1)!})$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}(\frac{n!}{(n-r+1)!(r-1)!})$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}(\frac{n!}{(n-(r-1))!(r-1)!})$$

$$\binom{n}{r} = \frac{n-r+1}{r}\binom{n}{r-1}$$

$$ii)(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}x^{n-r}y^r$$

**Soluci**
Se verifica para n=1

$$(x+y)^1 = \binom{1}{0}(x^1)(y^0) + \binom{1}{1}(x^0)(y^1)$$
$$(x+y)^1 = x + \ y$$

Supongamos

$$(x+y)^n = \sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} x^{n-r} y^r$$

Y probemos

$$(x+y)^{n+1} = \sum_{r=0}^{n+1} \binom{n+1}{r} x^{n+1-r} y^r$$

$$(x+y)^{n+1} = (x+y)(x+y)^n = (x+y)\sum_{r=0}^{n+1} \binom{n}{r} x^{n-r} y^r =$$

$$x\sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} x^{n-r} y^r + y\sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} x^{n-r} y^r =$$

$$\sum_{r=0}^{n} \binom{n}{r} x^{(n-1)-r} y^r + y\sum_{r=1}^{n+1} \binom{n}{r-1} x^{n-(r-1)} y^r =$$

$$\binom{n}{0} x^{n+1} y^0 + \sum_{r=1}^{n} \binom{n}{r} x^{(n+1)-r} y^r + \sum_{r=1}^{n} \binom{n}{r-1} x^{(n+1)-r} y^r + \binom{n}{n+r-1} x^{n-(r-1)} y^{n+1} =$$

$$x^{n+1} + \sum_{r=1}^{n} \binom{n}{r} x^{(n+1)-r} y^r + \sum_{r=1}^{n} \binom{n}{r-1} x^{n+1-r)} y^r + y^{n+1} =$$

$$x^{n+1} + \sum_{r=1}^{n}(\binom{n}{r} + \binom{n}{r-1})x^{(n+1)-r}y^r + y^{n+1} =$$

$$x^{n+1} + \sum_{r=1}^{n}\binom{n+1}{r}(x^{(n+1)-r}y^r) =$$

$$\sum_{r=0}^{n+1}\binom{n+1}{r}(x^{(n+1)-r}y^r)$$

Por lo tanto se cumple.

$$iii)\sum_{r=0}^{n} r\binom{n}{r} = n2^{n-1}$$

**Soluci**
Partimos de:

$$(1+x)^n = \sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}(1^{n-r}x^r) = \sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}x^r$$

Derivando:

$$n(1+x)^{n-1} = \sum_{r=1}^{n} r\binom{n}{r}x^{r-1}$$

Y con x=1:

$$n2^{n-1} = \sum_{r=1}^{n} r\binom{n}{r} + 0$$

$$\sum_{r=1}^{n} r\binom{n}{r} = n2^{n-1}$$

$$iv)\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}(a-1)^r = a^n$$

**Soluci**

$$a^n = (a+1-1)^n = [1+(a-1)]^n = \sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}(1^{n-r})(a-1)^r$$

$$\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}(a-1)^r = a^n$$

$$v)\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}^2 = \binom{2n}{n}$$

**Soluciea**

$$\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{r}^2 = \binom{2n}{n}$$

$$(1+x)^{2n} = (1+x)^n * (1+x)^n = \sum_{r=0}^{n}(\sum_{r=0}^{n}\binom{n}{j}\binom{n}{r-j}x^k)$$

$$(1+x)^{2n} = \sum_{k=0}^{2n}\binom{2n}{k}x^k$$

$$\binom{2n}{n} = \sum_{j=0}^{n}\binom{n}{j}\binom{n}{n-j} = \sum_{j=0}^{n}\binom{n}{j}^2$$

2. De cuantas maneras pueden formarse 5 personas para abordar un autobs, si dos de las personas se niegan a hacerlo una tras la otra?
**Soluci**
Todas las combinaciones:

$$Primerlugar = 5$$
$$Segundolugar = 4$$
$$Tercerlugar = 3$$
$$Cuartolugar = 2$$
$$Quintolugar = 1$$
$$Total = 120$$

Combinaciones A-B juntos:

$$Primerposicion = 4$$
$$Segundoposicion = 3$$
$$Tercerposicion = 2$$
$$Cuartoposicion = 1$$
$$Formas = 24$$

Combinaciones B-A juntos:

$$Primerposicion = 4$$
$$Segundoposicion = 3$$
$$Tercerposicion = 2$$
$$Cuartoposicion = 1$$
$$Formas = 24$$
$$Totalformas - "ABjuntos" = 120 - 24 - 24 = 72$$

3. Dos focos se mantienen encendidos hasta que se funden. Suponer que ninguno dura me 1600 horas. Definir un espacio muestral adecuado para este experimento, donde se describen los siguientes eventos:

i)Ambos focos duran menos de 1000 horas
**Soluci**

$$A = \{x, y|0 \leq x, y < 1000\}$$

ii)Ningn foco se funde antes de 1000 horas
**Soluci**

$$B = \{x, y|1000 < x, y \leq 1600\}$$

iii) El menor tiempo de duracie los dos) es de 1000 horas
**Soluci**

$$C = \{x, y|1000 \leq x + y \leq 1600\}$$

4. Se inscriben Alejandro, Pedrito y Carlos en una carrera. Cus la probabilidad de que Alejandro termine antes que Carlos, si todos tienen la misma habilidad y no hay empates?
**Soluci**

$$P(\Omega) = 3! = 6$$
$$|\Omega| = (A, B, C), (B, A, C), (A, C, B), (B, C, A), (C, A, B), (C, B, A)$$
$$|A > C| = (A, B, C), (A, C, B), (B, A, C)$$
$$P(A > C) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2} = 50\%$$

5. En un aterminado para elecciones nacionales deben elegirse gobernadores para 20 estados. Si se supone que en cada estado hay 2 candidatos (PT y Alianza Zapatista), cus la probabilidad de que el mismo partido gane en todos los estados?
**Soluci**

$$P(PT \cup AZ) = P(PT) + P(AZ)$$
$$P(PT \cup AZ) = \frac{1}{2^{20}} + \frac{1}{2^{20}} = \frac{2}{2^{20}} = .001907\%$$

6. Se somete a un alumno a un examen de tipo Verdadero - Falso que contiene 10 preguntas; para que apruebe, debe responder correctamente a 8 preguntas o m Si el estudiante estivinando, cus la probabilidad de que apruebe el examen?
   **Soluci**

$$P|8| = \binom{10}{8}(\frac{1}{2})^8(\frac{1}{2})^2 = \frac{45}{1024}$$
$$P|9| = \binom{10}{9}(\frac{1}{2})^9(\frac{1}{2})^1 = \frac{10}{1024}$$
$$P|9| = \binom{10}{10}(\frac{1}{2})^{10}(\frac{1}{2})^0 = \frac{1}{1024}$$
$$P(8 \cup 9 \cup 10) = \frac{56}{1024} = 5.46\%$$

7. En el curso de Plastilina II se distribuye un examen con 10 preguntas de opciltiple. Para aprobarlo, se requiere responder correctamente a 7 o me las preguntas. Si se supone que estivinando la respuesta en cada pregunta, Cus la probabilidad de aprobar el examen si las primeras 5 preguntas tienen 3 respuestas ocionales y las ltimas 5 preguntas tienen 4 respuestas opcionales?
   **Soluci**
   7p:

$$5p2p = \binom{5}{5}(\frac{1}{3})^5(\frac{2}{3})^0 + \binom{5}{2}(\frac{1}{4})^2(\frac{3}{4})^3$$
$$4p3p = \binom{5}{4}(\frac{1}{3})^4(\frac{2}{3})^1 + \binom{5}{3}(\frac{1}{4})^3(\frac{3}{4})^2$$
$$3p4p = \binom{5}{3}(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^2 + \binom{5}{4}(\frac{1}{4})^4(\frac{3}{4})^1$$
$$2p5p = \binom{5}{2}(\frac{1}{3})^2(\frac{2}{3})^3 + \binom{5}{5}(\frac{1}{4})^5(\frac{3}{4})^0$$

   8p:

$$5p3p = \binom{5}{5}(\frac{1}{3})^5(\frac{2}{3})^0 + \binom{3}{5}(\frac{1}{4})^3(\frac{3}{4})^2$$
$$4p4p = \binom{5}{4}(\frac{1}{3})^4(\frac{2}{3})^1 + \binom{4}{5}(\frac{1}{4})^4(\frac{3}{4})^1$$
$$3p5p = \binom{5}{3}(\frac{1}{3})^3(\frac{2}{3})^2 + \binom{5}{5}(\frac{1}{4})^5(\frac{3}{4})^0$$

9p:

$$5p4p = \binom{5}{5}(\frac{1}{3})^5(\frac{2}{3})^0 + \binom{5}{4}(\frac{1}{4})^4(\frac{3}{4})^1$$
$$4p5p = \binom{5}{4}(\frac{1}{3})^4(\frac{2}{3})^1 + \binom{5}{5}(\frac{1}{4})^5(\frac{3}{4})^0$$

10p:

$$5p5p = \binom{5}{5}(\frac{1}{3})^5(\frac{2}{3})^0 + \binom{5}{5}(\frac{1}{4})^5(\frac{3}{4})^0$$

$$P(x \leq 7) = \frac{23}{31104} = 7.39x10^{-4}4$$

10. En Chilpancingo, la incopatibilidad se da como la razotivo legal en el 70% de todos los casos de divorcio. Obtenga la probabilidad de que 5 de los 6 siguientes divorcios archivados de esta ciudad argumentan incopatibilidad como motivo principal.
**Soluci**
La variable es binomial

$$n = 6$$
$$p = .70$$
$$q = .30$$
$$P(5) = \binom{6}{5}(.7)^5(.3)^1 = .30252635\%$$