《激光原理》 第二章 开放腔高斯光习题

2019112019 物理学（基地班）童旭东

2021 年 10 月 14 日

一、基本概念问题

1、回答激光器的基本知识:

传统激光器的主要构成部件;

光学谐振腔的主要分类;

按照腔内傍轴光线几何偏折损耗的大小，开放式光学谐振腔的分类。

答:

传统激光器的主要构成部件: 光学谐振腔、泵浦源、增益物质。

光学谐振腔的主要分类:

根据是否含有增益的工作物质将光学谐振腔分为有源腔和无源腔腔;

根据是否封闭可以分为封闭腔和开放腔。

开放式光学谐振腔的分类: 开放式光腔分为稳定腔、临界腔和非稳腔。

2、简述光学谐振腔的模式概念及其基本特征，并分析其与光子态的关系。

光腔的模式：光学谐振腔内可能存在的电磁场的本征态

从光子的角度看：激光模式就是腔内可能区分的光子的状态

模的基本特征:

(1) 每一个模的电磁场分布

(2) 模的谐振频率

(3) 每一个模在腔内往返一次的损耗

(4) 与每一个模式相对应的激光束的发散角

3、开放式谐振腔的振荡模式符号表现形式及其各个符号字母的含义？

开放式谐振腔的振荡模式符号表现形式（相长干涉):

$$\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda_q} \cdot 2L' = q \cdot 2\pi$$

$$\frac{2\pi\nu_q}{c} \cdot 2L' = q \cdot 2\pi$$

4、驻波腔的纵模规律及驻波腔额纵模间隔？

$$L' = q\frac{\lambda_q}{2}$$
$$\nu_q = \frac{qc}{2L'}$$
$$\Delta\nu_q = \frac{c}{2L'}$$

5、考虑到腔镜的不完全反射损耗及腔内损耗，光学谐振腔的总损耗的表达式？

不论损耗的起源如何，都可以引进“平均单程损耗因子” δ 来定量地加以描述。该因子的定义如下：如果初始光强为 I_0，在无源腔内往返一次后，光强衰减 I_1，则：

$$I_1 = I_0 e^{-2\delta}$$
$$\delta = \frac{1}{2}\ln\frac{I_0}{I_1} \qquad \text{其中：} \delta = \sum_i \delta_i$$

6、无源腔的品质因数普遍定义及其含义，并推导其与腔内损耗的关系。

设 t 时刻腔内光子数密度为 N，N 与光腔 I(t) 的关系为：$I(t) = Nh\nu v$，相应的，初始时刻有：$I_0 = N_0 h\nu v$

$$\text{光子在腔内的平均寿命关系：} I(t) = I_0(e^{-2\delta})^{\frac{t}{\frac{2L'}{c}}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau_c}} \tag{1}$$

$$\text{进而可得：} N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau_R}} \tag{2}$$

$$\text{无源腔品质因数：} Q = \frac{\omega}{\Delta\omega_{\frac{1}{2}}} = \frac{\nu}{\Delta\nu_{\frac{1}{2}}} = \omega\frac{E}{P} \tag{3}$$

式中，$E = Nh\nu V$ 是存在腔内的总能量；P 为单位时间内损耗的能量；ν 为腔内电磁场的振荡频率；$\omega = 2\pi\nu$ 为场的角频率。

$$\text{单位时间中光能的减少 (能量损耗)：} P = -\frac{\mathrm{d}E}{\mathrm{d}t} = -h\nu V\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

$$\text{品质因数：} Q = \omega\frac{E}{P} = \omega\left|\frac{Nh\nu V}{-h\nu V\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}}\right| = \left|\omega\frac{N}{\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t}}\right| = \omega\tau_c \tag{5}$$

7、复杂开腔的稳定性条件及共轴球面腔的稳定性条件？绘制共轴球面腔稳定性曲线，标出平行平面腔、共心腔、对称共焦腔、临界腔、稳定腔和非稳定腔的位置，并给出其满足的条件。

复杂开腔的稳定性条件：

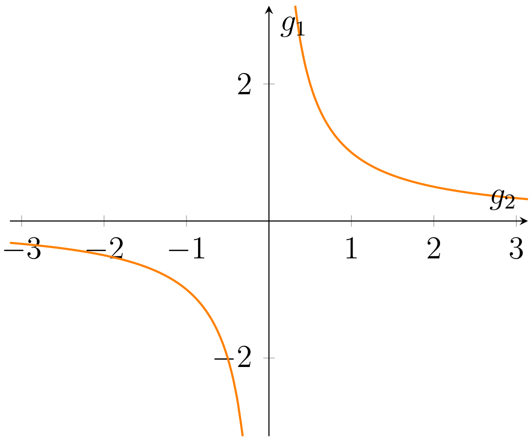


图 1.1

稳定腔：$0 < g_1g_2 < 1$，在双曲线之间；

临界腔：$g_1g_2 = 1$ 或 $g_1g_2 = 0$，在双曲线上；

非稳腔：$g_1g_2 < 0$ 或 $g_1g_2 > 1$ ，在双曲线外

8、开腔中自再现模满足的本征方程及其各物理量的含义。

$$v(x,y) = \frac{i\gamma}{L\lambda}\iint_{S'} v(x',y')e^{-ikr}\,dS'$$

$v(x,y)$ 式在镜面 S 和 S' 的场分布，$r = \sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2+(z-z')^2}$，$\gamma$ 为渡跃系数，为一个常数

9、方形/圆形球面镜对称共焦腔腔镜面上的自再现模遵从的精确解，近似解的表达形式及各物理量含义，腔内、腔外行波场的表达形式。

方形镜自在现模：

$$v_{mn}(x,y) = S_{om}\left(c,\frac{x}{a}\right)S_{on}\left(c,\frac{y}{a}\right) = C_{mn}H_m\left(\sqrt{\frac{2\pi}{L\lambda}}x\right)H_n\left(\sqrt{\frac{2\pi}{L\lambda}}y\right)e^{-\frac{x^2+y^2}{L\lambda/\pi}}$$

式中，$H(x)$ 是 Hermit 多项式

方形行波场：

$$E_{mn}(x,y,z) = A_{mn}E_0\frac{\omega_0}{\omega(z)}H_m\left[\frac{\sqrt{2}}{\omega(z)}x\right]H_n\left[\frac{\sqrt{2}}{\omega(z)}y\right]e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z)}}e^{-i\Phi(x,y,z)}$$

圆形镜自在现模：

$$v_{mn}(r,\varphi) = C_{mn}\left(\sqrt{2}\frac{r}{\omega_{0_s}}\right)L_n^m\left(2\frac{r^2}{\omega_{0_s}^2}\right)e^{-\frac{r^2}{\omega_{0s}^2}}\begin{cases}\cos m\phi\\ \sin m\phi\end{cases}$$

圆形行波场：

$$E_{mn}(r,\varphi,z) = A_{mn}E_0\frac{\omega_0}{\omega(z)}\left[\sqrt{2}\frac{r}{\omega(z)}\right]^m L_n^m\left[2\frac{r^2}{\omega^2(z)}\right]e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z)}}e^{-im\varphi}e^{-i\Phi(x,y,z)}$$

10、方形/圆形球面镜对称共焦腔腔镜面上中任何位置 z 处的基模光斑半径表达式。

$$\omega(z)=\sqrt{\frac{L\lambda}{2\pi}\left(1+\frac{z^2}{f^2}\right)}=\omega_{0_s}\sqrt{1+\frac{z^2}{f^2}}$$

11、方形/圆形球面镜对称共焦腔行波场的等相位面分布是如何随着位置 z 发生变化的，试绘图进行说明。

12、共焦腔模式理论可以推广到一般两镜稳定球面腔，试证明之。

13、基膜高斯光束的场分布函数，光斑半径、等相位面曲率、共焦参数、远场发散角、q 参数及其变化规律，聚焦、准直和放大。

基膜高斯光束分布函数：

$$\psi_{00}\left(x,y,z\right)=\frac{c}{\omega(z)}e^{-\frac{r^2}{\omega^2(z)}}e^{-i\left[k\left(z+\frac{r^2}{2R}\right)-\arctan\frac{z}{f}\right]}$$

光斑半径：

$$\omega(z)=\omega_0\sqrt{1+\left(1+\frac{z}{f}\right)^2}=\omega_0\sqrt{1+\left(\frac{\lambda z}{\pi\omega_0^2}\right)^2}$$

等相位面曲率半径：

$$R(z)=z\left[1+\left(\frac{f}{z}\right)^2\right]=f\left(\frac{z}{f}+\frac{f}{z}\right)$$

共焦参数：

$$f=\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}$$

在基模高斯光束强度的 $\frac{1}{e}$ 处远场发散角为：

$$\theta_0=\lim_{z\to\infty}\frac{2\omega(z)}{z}=2\frac{\lambda}{\pi\omega_0}=2\sqrt{\frac{\lambda}{\pi f}}$$

q 参数：

$$\frac{1}{q(z)}=\frac{1}{R(z)}-i\frac{\lambda}{\pi\omega^2(z)}$$

q 参数 ABCD 公式：

$$q_2=\frac{Aq_1+B}{Cq_1+D}$$

聚焦：

$$\begin{cases}\omega_0'\approx\dfrac{\lambda}{\pi\omega_0}F, l'=F & \text{F 一定，}\omega_0'\text{ 随 l 变化的情况}\\ \omega_0'=\dfrac{\lambda}{\pi\omega_0}F & l>F\\ \omega_0'=\frac{\lambda}{\pi\omega_0}F & l'=F\end{cases}$$

准直：

$$M' = \frac{\theta_0"}{\theta_0}$$

14、高斯光束的自再现变换规律 (证明)

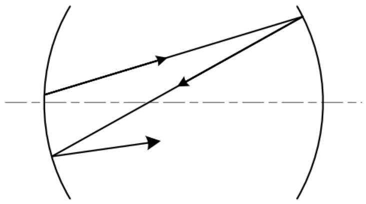
二、计算题

1、Consider a F-P interferometer made of a piece of glass with two plane-parallel surfaces coated for high reflectivity. If we asumme L=1cm and n_r=1.54, the free-spectral range for near normal incidence will be? If we take R1=R2=0.98, the interferometer finesse and the resolution (linewidth of the transmission peak) will be?

解:

$$\Delta\nu_{FSR} = \frac{c}{2n_r L} = \frac{3\times 10^8}{2\times 1.54\times 0.01} = 9.7\times 10^9\text{Hz}$$
$$\Delta\nu_{\frac{1}{2}} = \frac{c}{2\pi n_r L}\frac{1-(r_1 r_2)^{\frac{1}{2}}}{(r_1 r_2)^{\frac{1}{4}}} = 6.3\times 10^7\text{Hz}$$
$$F = \frac{\Delta_{FSR}}{\Delta\nu_{\frac{1}{2}}} = 154$$

2. 试利用往返矩阵证明共焦腔为稳定腔，即任意傍轴光线在其中可以往返无限多次，而且两次往返即自行闭合。



解:

稳定腔条件:

$$\left|\frac{A+D}{2}\right| < 1$$

对于共焦腔，有: $R_1 = R_2 = L$

对于一次往返，有:

$$T = \begin{bmatrix} 1-\dfrac{2L}{R_2} & 2L\left(1-\dfrac{L}{R_2}\right) \\ -\left[\dfrac{2}{R_1}+\dfrac{2}{R_2}\left(1-\dfrac{2L}{R_1}\right)\right] & -\left[\dfrac{2L}{R_1}-\left(1-\dfrac{2L}{R_1}\right)\left(1-\dfrac{2L}{R_2}\right)\right] \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} 1-\dfrac{2L}{L} & 2L\left(1-\dfrac{L}{L}\right) \\ -\left[\dfrac{2}{L}+\dfrac{2}{L}\left(1-\dfrac{2L}{L}\right)\right] & -\left[\dfrac{2L}{L}-\left(1-\dfrac{2L}{L}\right)\left(1-\dfrac{2L}{L}\right)\right] \end{bmatrix}$$
$$= \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

显然，共焦腔符合稳定腔条件 $\left(\left|\frac{A+D}{2}\right| = 0 < 1\right)$

两次往返：

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ \theta_1 \end{bmatrix} T^2 = \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_0 \\ \theta_0 \end{bmatrix}$$

3. 激光器的谐振腔由一面曲率半径为 1m 的凸面镜和曲率半径为 2m 的凹面镜组成，工作物质长 0.5m，其折射率为 1.52，求腔长 L 在什么范围内是稳定腔。

解：

设腔的光学长度为 $L' = L + 0.5 \times 0.52$

据题意，$R_1 = -1, R_2 = 2$

$$\frac{A+D}{2} = 1 - \frac{2L'}{R_1} - \frac{2L'}{R_2} + \frac{2L'^2}{R_1 R_2} = 1 + L' - L'^2 = -(L' - \frac{1}{4})^2 + \frac{5}{4} = -(L-0.1)^2 + \frac{5}{4}$$

解得：

$$L > 0.1 + \frac{\sqrt{7}}{2} \quad or \quad L < -0.1 - \frac{\sqrt{7}}{2}$$

4. 图 2.1 所示三镜环形腔，已知 l，试画出其等效透镜序列图，并求球面镜的曲率半径 R 在什么范围内该腔是稳定腔。图示环形腔为非共轴球面镜腔。在这种情况下，对于在由光轴组成的平面内传输的子午光线，式 (2.2.7) 中的 $f = (R\cos\theta)/2$，对于在与此垂直的平面内传输的弧矢光线，$f = R/(2\cos\theta)$，θ 为光轴与球面镜法线的夹角。

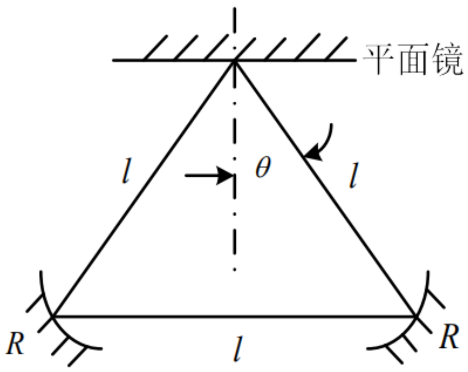


图 2.1

解：

由平面镜右侧光束起，先后经过平面镜反射、自由传播、左侧球面镜反射、自由传播、右侧球面镜反射、自由传播几个过程，即：

$$T = T_\infty T_F T_R T_F T_R T_F$$

其中，$T_{\infty}=E$，则，传输矩阵为：

$$
\begin{aligned}
T =&E\begin{bmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{f} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ -\dfrac{1}{f} & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & L\\ 0 & 1\end{bmatrix}\\
=&\begin{bmatrix}\left(1-\dfrac{L}{f}\right)^2-\dfrac{L}{f} & L\left[\left(1-\dfrac{L}{f}\right)^2-\dfrac{L}{f}\right]+\left[\left(1-f\right)L-\dfrac{1}{f}\right]\\ \left(1-\dfrac{L}{f}\right)\left(-\dfrac{1}{f}\right)+L & L\left[\left(1-\dfrac{L}{f}\right)\left(-\dfrac{1}{f}\right)\right]-\dfrac{L}{f}+1\end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

$$\frac{A+D}{2}=\left(1-\frac{L}{f}\right)^2-\frac{L}{f}$$

$$1>\left(\frac{L}{f}\right)^2-3\frac{L}{f}+1>-1$$

解得：

$$\frac{L}{f}\in\{x|x<0,x>3\text{且}2>x>1\}$$

$$f\in\left(\frac{L}{3},\frac{L}{2}\right)\cup(L,+\infty)$$

5. 有一方形孔径的共焦腔氦氖激光器，$L=30\text{cm}$，$d=2a=0.12\text{cm}$，$\lambda=632.8\text{nm}$ ，镜的反射率为 $r_1=1,r_2=0.96$，其他的损耗以每程 0.003 估计。此激光器能否作单模运转？如果想在共焦镜面附近加一个方形小孔阑来选择 TEM_{00} 模，小孔的边长应为多大？试根据图 2.5.5 作一个大略的估计。
氦氖增益由公式计算。$e^{g^{0}l}=1+3\times10^{-4}\dfrac{l}{d}$
解：

$$\omega_{0_s}=\sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}}=2.46\times10^{-2}\text{cm}$$

6. 试分别用解析解法和数值迭代方法计算方形球面镜/圆形镜对称共焦腔镜面上基模、TEM_{10}、TEM_{20}、TEM_{21} 模式的场分布情况，并分别比较其误差。

方形球面镜：

$$\text{TEM}_{00}=C_{00}e^{-\frac{X^2+Y^2}{\omega_{0s}^2}}$$

$$\text{TEM}_{10}=C_{10}2Xe^{-\frac{X^2+Y^2}{\omega_{0s}^2}}$$

$$\text{TEM}_{20}=C_{20}\left(4X^2-2\right)e^{-\frac{X^2+Y^2}{\omega_{0s}^2}}$$

$$\text{TEM}_{21}=C_{20}\left(4X^2-2\right)2Ye^{-\frac{X^2+Y^2}{\omega_{0s}^2}}$$

圆形球面镜：

$$\mathrm{TEM}_{00} = C_{00} e^{-\frac{r^2}{\omega_{0_s}^2}}$$

$$\mathrm{TEM}_{10} = C'_{10} r e^{-\frac{r^2}{\omega_{0_s}^2}} \begin{cases} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{cases}$$

$$\mathrm{TEM}_{20} = C'_{20} r^2 e^{-\frac{r^2}{\omega_{0_s}^2}} \begin{cases} \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \end{cases}$$

$$\mathrm{TEM}_{21} = C'_{21} r^2 \left(3 - \frac{2r^2}{\omega_{0_s}^2}\right) e^{-\frac{r^2}{\omega_{0_s}^2}} \begin{cases} \cos 2\varphi \\ \sin 2\varphi \end{cases}$$

7. 试求出方形镜共焦腔面上 TEM_{30} 模的节线位置，这些节线是等距分布的吗？

解：

方形球面镜，傍轴条件，可用 Hermit-Gauss 函数表示镜面上场的函数

$$\nu_{30} = C_{30} H_3 \left(\sqrt{\frac{2\pi}{L\lambda}} x\right) H_0 \left(\sqrt{\frac{2\pi}{L\lambda}} y\right) e^{-\frac{x^2+y^2}{L\lambda/\pi}} = 0$$

$$8X^3 - 12X = 0$$

$$X_1 = 0, X_2 = -\sqrt{\frac{3}{2}}, X_3 = \sqrt{\frac{3}{2}}$$

是等距的

8. 试通过公式（2.8.6）积分计算腔长为 L 的激光器的模体积，并与公式（2.8.8）对比体积误差。

由 $\omega(z) = \omega_{0_s} \sqrt{1 + \frac{z^2}{f^2}}$

$$V = \int_{z_1}^{z_2} \pi \omega^2(z) \,\mathrm{d}z = \int_{z_1}^{z_2} \pi \omega_{0_s}^2 \left(1 + \frac{z^2}{f^2}\right) \mathrm{d}z = \pi \omega_{0_s}^2 \left[(z_2 - z_1) + \frac{z_2^3 - z_1^3}{3f^2}\right]$$

直接计算：

$$V' = \frac{1}{2} \pi L \left(\frac{\omega_{s_1} + \omega_{s_2}}{2}\right)^2$$

9. 今有一球面腔，$R_1 = 1.5\mathrm{m}$，$R_2 = -1\mathrm{m}$，$L = 80\mathrm{cm}$。试证明该腔为稳定腔；求出它的等价共焦腔的参数；在图上画出等价共焦腔的具体位置。

证明：

$$g_1 g_2 = \left(1 - \frac{L}{R_1}\right)\left(1 - \frac{L}{R_2}\right) = \left(1 - \frac{8}{15}\right)\left(1 + \frac{8}{10}\right) = \frac{21}{25} < 1$$

稳定腔得证

$$
\begin{aligned}
z_1 &= \frac{L(R_2-L)}{(L-R_1)+(L-R_2)} = \frac{0.8(-1-0.8)}{2\times 0.8+1.5-1} = -0.6857142857142857 \\
z_2 &= \frac{-L(R_1-L)}{(L-R_1)+(L-R_2)} = \frac{0.8(1.5-0.8)}{2\times 0.8+0.5} = 0.2666666666666667 \\
f^2 &= \frac{L(R_1-L)(R_2-L)(R_1+R_2-R)}{[(L-R_1)+(L-R_2)]^2} = 0.06857142857142857
\end{aligned}
$$

10. 方形镜对称共焦腔焦参数 $f=0.4\text{m}$, 光波长 $\lambda=0.314\mu\text{m}$, 求腰斑半径、镜面处光斑半径与等相位面曲率半径。解:

$$
\begin{aligned}
\omega_0 =& \sqrt{\frac{L\lambda}{2\pi}} = \sqrt{\frac{f\lambda}{\pi}} = 0.04\mu\text{m} \\
\omega_{0_s} =& \sqrt{2}\omega_0 = 0.0565685424949238\mu\text{m} \\
R =& z+\frac{f^2}{z} = 2f = 0.8\text{m}
\end{aligned}
$$

11. 某高斯光束腰斑半径大小为 $\omega_0=1.14\text{mm}$，$\lambda=10.6\mu\text{m}$。求与束腰相距 30cm、10m、1000m 远处的光斑半径 ω 及波前曲率半径 R。

远处光斑半径：$\omega=\omega_0\sqrt{1+\frac{z^2}{f^2}}$，波前曲率半径：$R=z+\frac{f^2}{z}$

由腰斑半径关系 $\omega_0=\sqrt{\frac{L\lambda}{2\pi}}=\sqrt{\frac{f\lambda}{\pi}}$ ，$f=\frac{\pi\omega_0^2}{\lambda}=0.3849758490566038\text{m}$

30cm:

$$
\omega = 1.14\times\sqrt{1+\frac{0.3\times 0.3}{0.385\times 0.385}}
$$

12.(a) 计算腔长为 1m 的共焦腔基横模的远场发散角，设 $\lambda=6328$ Å ，10km 处的光斑面积多大。(b) 有一普通探照灯，设发散角为 2°，则 1km 远处的光斑面积多大？

(a) $\theta=\frac{\omega(z)}{z}=\frac{\sqrt{\frac{l\lambda}{2\pi}}\sqrt{1+\frac{z^2}{f^2}}}{z}=2\sqrt{\frac{\lambda}{\pi f}}$

$\omega=\omega_0\sqrt{1+\frac{z^2}{f^2}}$

(b)$(l\theta)^2\pi$

14. 已知波长 $\lambda=0.6328\mu\text{m}$ 的两高斯光束的束腰半径 ω_{10}、ω_{20} 分别为 0.2mm、50μm，试问此二光束的远场发散角分别为多少？后者是前者的几倍？

$\theta=2\sqrt{\frac{\lambda}{\pi f}}=\frac{2\lambda}{\pi\omega_0}$

15. 激光的远场发散角 θ (半角) 还受到衍射效应的限制。它不能小于激光通过输出孔时的衍射极限角 $\theta_{衍}$ (半角) = 1.22λ/d。在实际应用中远场发散角常用爱里斑衍射极限角来近似。试计算腔长为 30cm 的氦氖激光器，所发波长 λ = 6328Å 的远场发散角和以放电管直径 d = 2mm 为输出孔的衍射极限角。

$$\theta = 2\sqrt{\frac{\lambda}{\pi f}}$$

16. 一共焦腔（对称）$L = 0.40\text{m}$，$\lambda = 0.6328\mu\text{m}$，束腰半径 $\omega_0 = 0.2\text{mm}$，求离腰 56cm 处的光束有效截面半径。

$$\omega = \omega_0\sqrt{1 + \frac{z^2}{f^2}}$$

17. 试讨论非共焦腔谐振频率的简并性、纵模间隔及横模间隔，并与共焦腔进行比较。mn 简并

18. 考虑一用于氩离子激光器的稳定球面腔，波长 $\lambda\,0.5145\mu\text{m}$，腔长 L = 1m，腔镜曲率半径 $R_1 = 1.5\text{m}$，$R_2 = 4\text{m}$。试计算光腰尺寸和位置，两镜面上的光斑尺寸，并画出等效共焦腔的位置。

$$z_1 = \frac{L(R_2 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)}$$
$$z_2 = \frac{-L(R_1 - L)}{(L - R_1) + (L - R_2)}$$
$$f^2 = \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - R)}{[(L - R_1) + (L - R_2)]^2}$$

19. 欲设计一对称光学谐振腔，波长 $\lambda = 10.6\mu\text{m}$，两反射镜间距 L = 2m，如选择凹面镜曲率半径 R=L，试求镜面上光斑尺寸。若保持 L 不变，选择 $R \gg L$，并使镜面上的光斑尺寸 w_s = 0.3cm，问此时镜的曲率半径和腔中心光斑尺寸多大？

(1)$R = L$，对称共焦腔

$$\omega_{0_s} = \sqrt{\frac{L\lambda}{\pi}} = 2.6\text{mm}$$

(2)

$$\omega_s = \omega_{0_s}\left[\frac{g_1}{g_1(1 - g_1 g_2}\right]^{\frac{1}{4}}$$
$$f^2 = \frac{L(R_1 - L)(R_2 - L)(R_1 + R_2 - R)}{[(L - R_1) + (L - R_2)]^2}$$
$$\omega = \sqrt{\frac{f\lambda}{\pi}}$$

20. 若已知某高斯光束之 $\omega_0=0.3\text{mm}$，$\lambda=632.8\text{nm}$。求束腰处的 q 参数值，与束腰相距 30cm 处的 q 参数值，以及在与束腰相距无限远处的 q 值。

$$q_2=q_1+(z_2-z_1)=q_1+L$$

$z=0$ 束腰：$q_{z=0}=-i\dfrac{\pi\omega^2}{\lambda}$

$z=30$ 束腰：$q_{z=30}=q_{z=0}+(30-0)$

21. 某高斯光束 $\omega_0=1.2\text{mm}$，$\lambda=10.6\text{μm}$。今用 F=2cm 的锗透镜来聚焦，当束腰与透镜的距离为 10m、1m、10cm、0 时，求焦斑的大小和位置，并分析所得的结果。

由 $\omega_0'^2=\dfrac{F^2\omega_0^2}{(F-l)^2+\left(\dfrac{\pi\omega_0^2}{\lambda}\right)^2}$

22. 一高斯光束束腰半径 $\omega_0=0.2\text{mm}$，$\lambda=0.6328\text{μm}$，今用一焦距 f 为 3cm 的短焦距透镜聚焦，已知腰粗 ω_0 离透镜的距离为 60cm，在几何光学近似下求聚焦后光束腰粗。

23. CO_2 激光器输出光 $\lambda=10.6\text{μm}$，$\omega_0=3\text{mm}$，用一 F=2cm 的凸透镜距角，求欲得到 $\omega=20\text{μm}$ 及 2.5μm 时透镜应放在什么位置。

24. 入射光 $\lambda=10.6\text{μm}$，求 ω_0''及l_3。

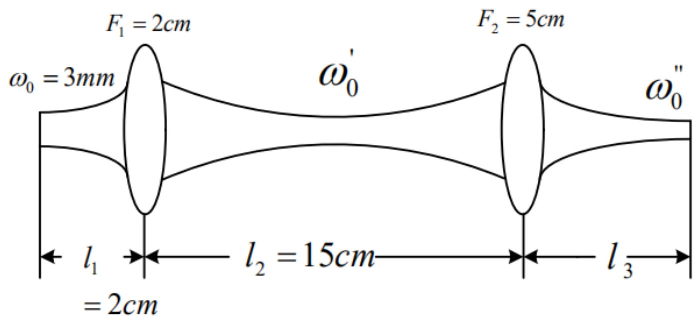


图 2.2

25. 某高斯光束 $\omega_0=1.2\text{mm}$，$\lambda=10.6\text{μm}$。今用一望远镜将其准直。主镜用镀金反射镜 R=1m，口径为 20cm；副镜为一锗透镜，F_1=2.5cm，口径为 1.5cm；高斯束腰与透镜相距 l=1m，如图 2.3 所示。求该望远系统对高斯光束的准直倍率。

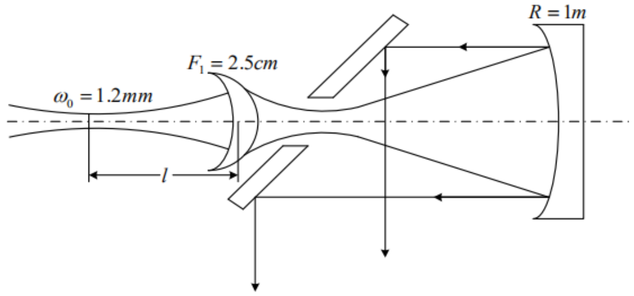


图 2.3

26. 用如图 (4 -33) 所示的倒置望远镜系统改善由对称共焦腔输出的光束方向性。已知二透镜的焦距分别为 $f_1=2.5$cm，$f_2=20$cm，$\omega_0=0.28$mm，$l_1\gg f_1$(L_1 紧靠腔的输出镜面)，求该望远镜系统光束发散角的压缩比。

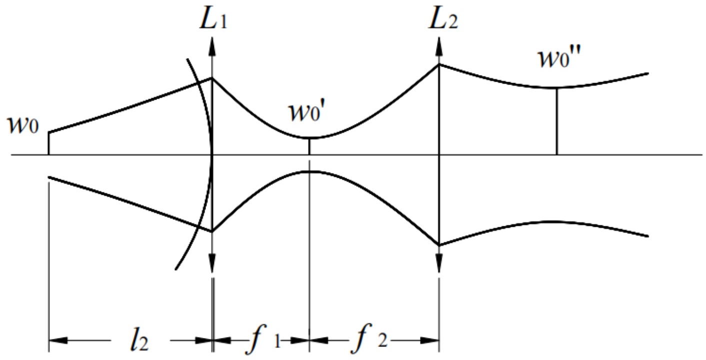


图 (4-33)

27. 激光器的谐振腔有两个相同的凹面镜组成，它出射波长为 λ 的基模高斯光束，今给定功率计，卷尺以及半径为 a 的小孔光阑，试叙述测量该高斯光束公焦参数 f 的实验原理及步骤。