

实验一:傅里叶级数的可视化

概述

在第三节课中，我们已经学习了三角形式的傅里叶级数: 对于周期为 T_1 的函数 $f(t)$ ，它的傅里叶级数展开可以写为

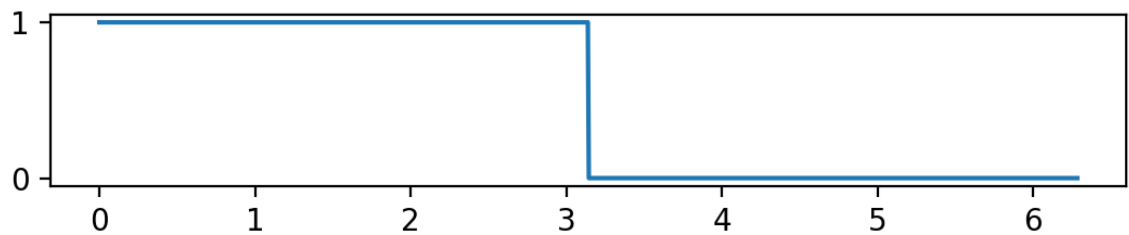
$$f(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega_1 t + b_n \sin n\omega_1 t)$$

其中， a_0, a_n, b_n 已经在课堂练习中求解。

在此次实验中，我们将对信号的傅里叶级数做可视化，以理解傅里叶级数是如何近似周期函数的，具体的可视化流程将在下面详细介绍。

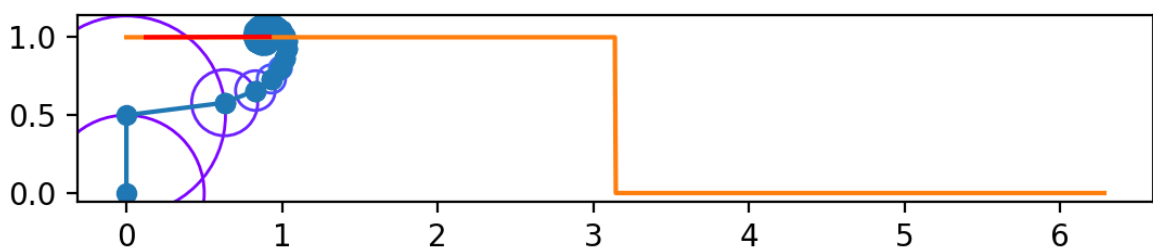
任务一: 可视化方波信号

我们将对周期为 2π 的方波信号 $f(t) = 0.5\text{sgn}(\sin(t)) + 0.5$ 做傅里叶级数可视化。方波信号的图像如下:



因为方波的周期为 2π ，此处我们令 $\omega_1 = 1$ 。

方波的傅里叶级数展开 $g(t) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nt + b_n \sin nt)$ 如下图构造为多个在圆上运动的点 m_i 纵坐标的叠加，每个点 m_i 有固定的转动角频率 n_i (注: 在下图中，由于 $f(t)$ 近似等于 $g(t)$ ，红线总是近似地与x轴平行的。



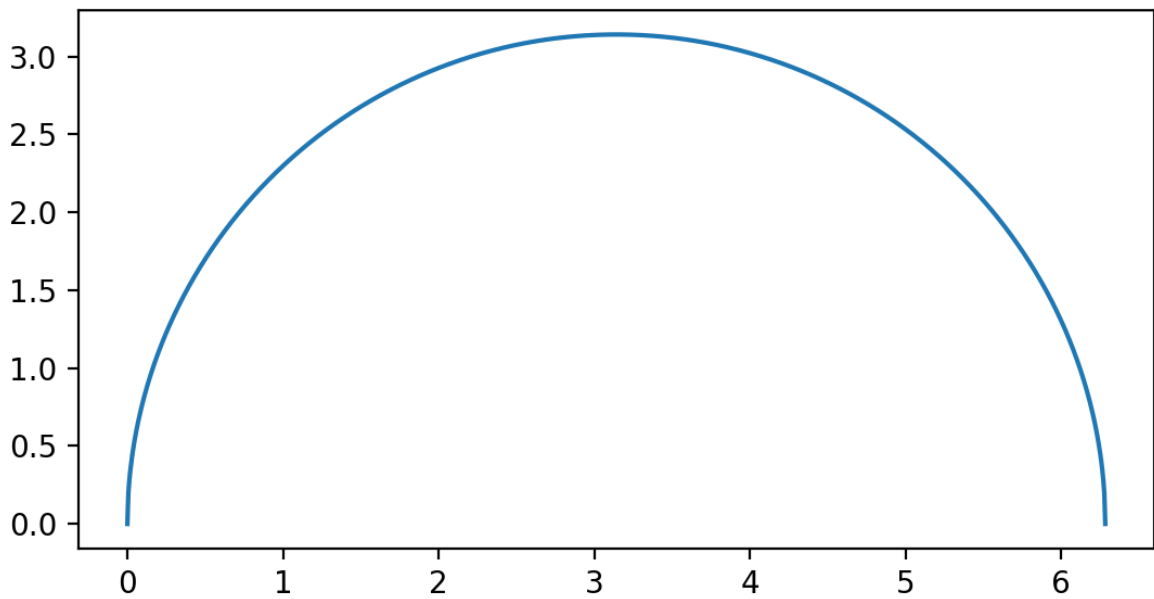
我们将在实验中可视化这一过程: 我们将画出圆上每一点的运动轨迹, 并验证这些点纵坐标叠加后的值就近似地等于方波的函数值 $f(t)$ 。

请补全exp1.py, 运行exp1.py将得到可视化视频, 请提交n=2, 4, 8, 16, 32, 64, 128时的可视化结果, 以及实验报告(200-300字即可)。将完整的代码与实验结果打包到压缩包中, 提交到网络学堂。(代码中已经实现了可视化部分, 同学们需要按注释实现方波信号及其傅里叶级数的求解)

任务二: 可视化半圆波信号(选做)

对周期为 2π 的半圆波信号用类似任务一的方法做可视化, 半圆波信号 $f(t) = \sqrt{\pi^2 - (t - \pi)^2}, t \in [0, 2\pi]$ 如下图所示。

$$f(t) = f(t - 2\pi), t \notin [0, 2\pi]$$



在exp1.py实现半圆波的傅里叶级数可视化，提交n=2, 4, 8, 16, 32, 64, 128时的可视化结果

注：由于半圆波的傅里叶级数求解较为复杂，可以使用数值法求解

实验环境

- python3.6+matplotlib+imageio+numpy
- python=3.8 matplotlib=3.5.3 imageio-ffmpeg=0.4.9 imageio=2.10.5 numpy