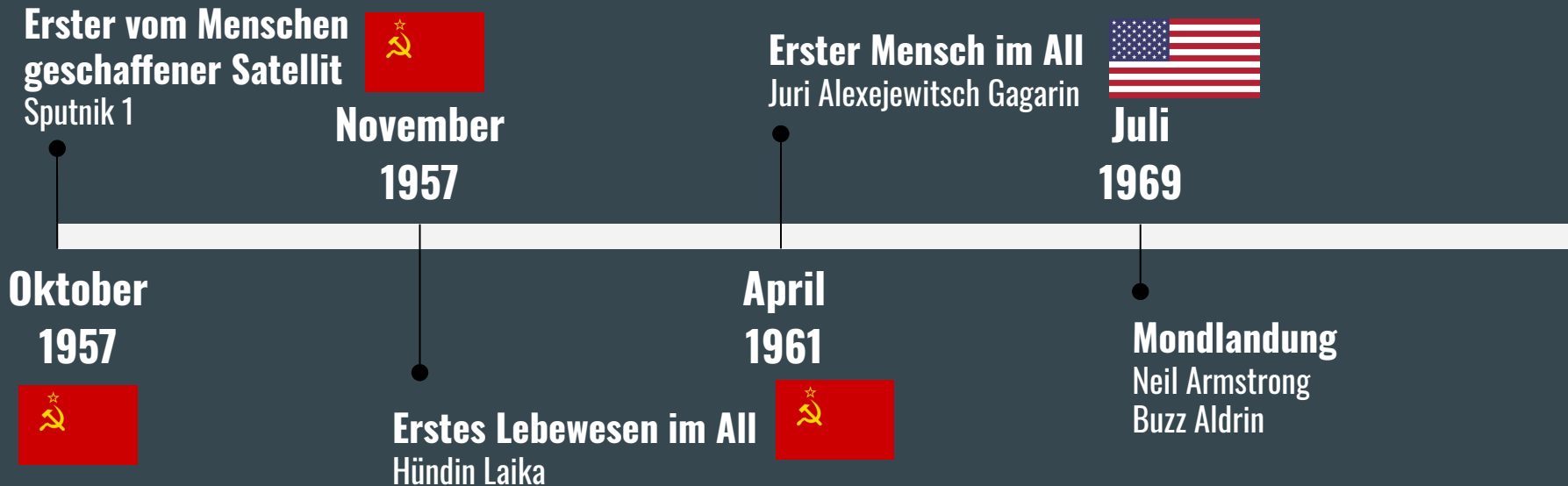


Numerische Simulation eines Mondflugs

...

Besondere Lernleistung
von
Toni Happe

Der Wettlauf ins All



*Maßstäbe vernachlässigt

**“That’s one small step for a human,
one giant leap for mankind”**

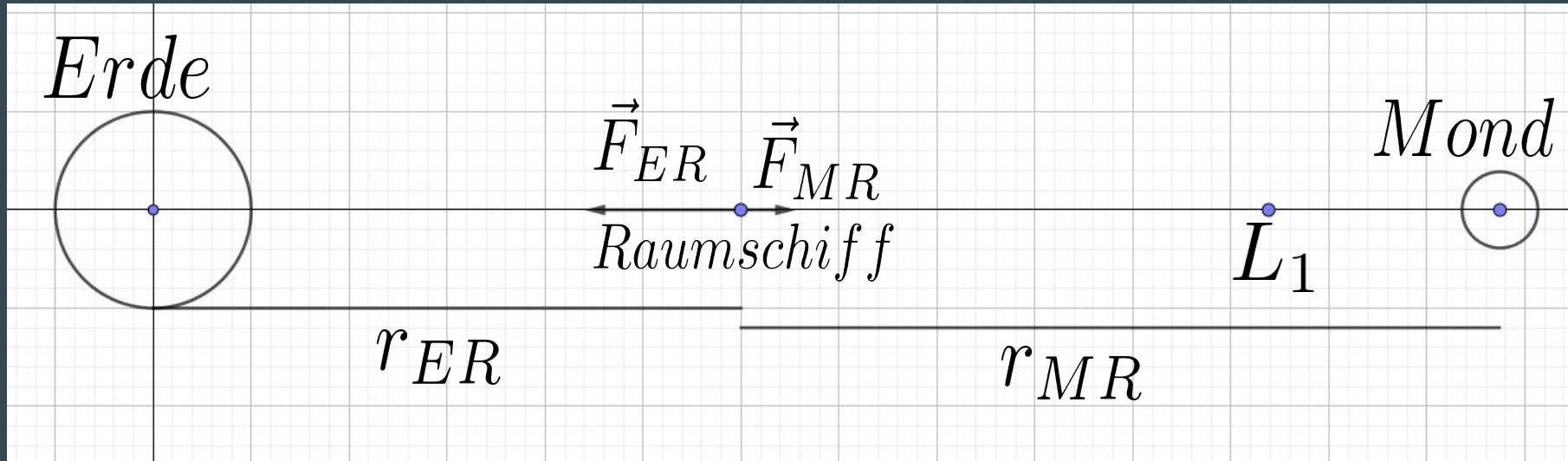
Neil Alden Armstrong, 1969

Gliederung

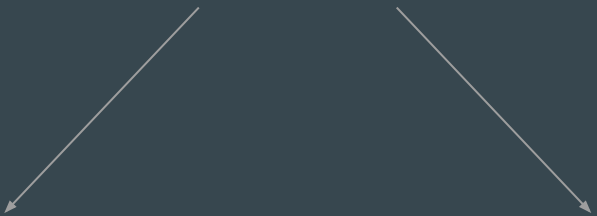
1. Grundlagen
 - 1.1. Physikalische
 - 1.2. Numerische
2. Implementierung
3. Ergebnisse
4. Quellen

1.1. Physikalische Grundlagen

$$\vec{F}_G = \gamma \cdot \frac{M_1 \cdot m_2}{r^2}$$



1.1. Physikalische Grundlagen

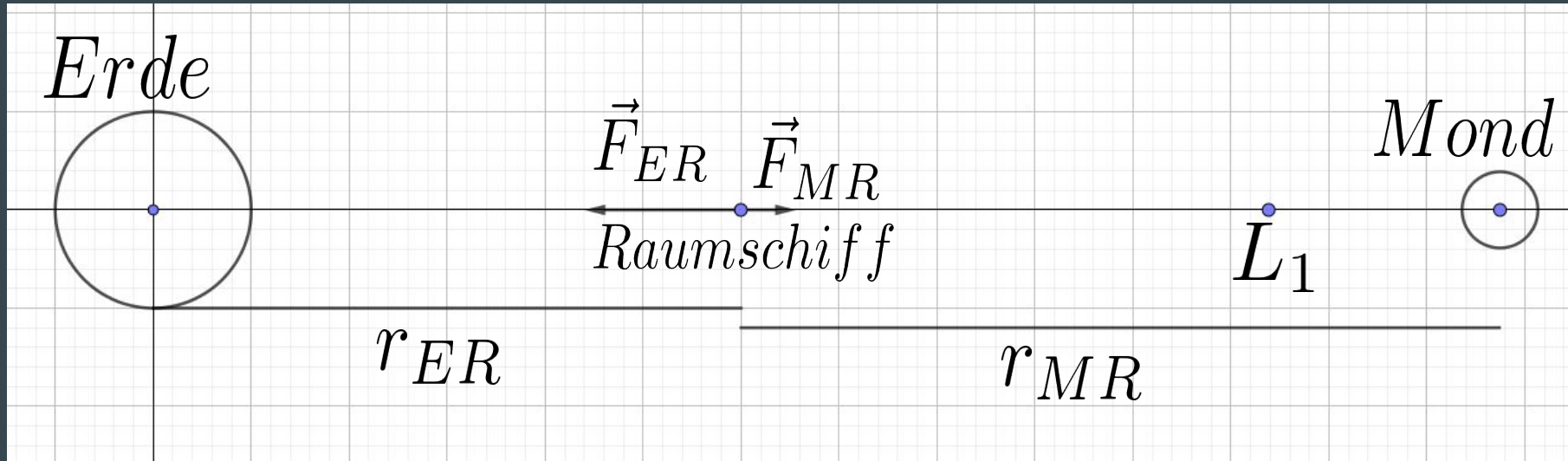
$$\vec{F}_G = \gamma \cdot \frac{M_1 \cdot m_2}{r^2}$$


$$\vec{F}_{ER} = \gamma \cdot \frac{M_E \cdot m_R}{r_{ER}^2}$$

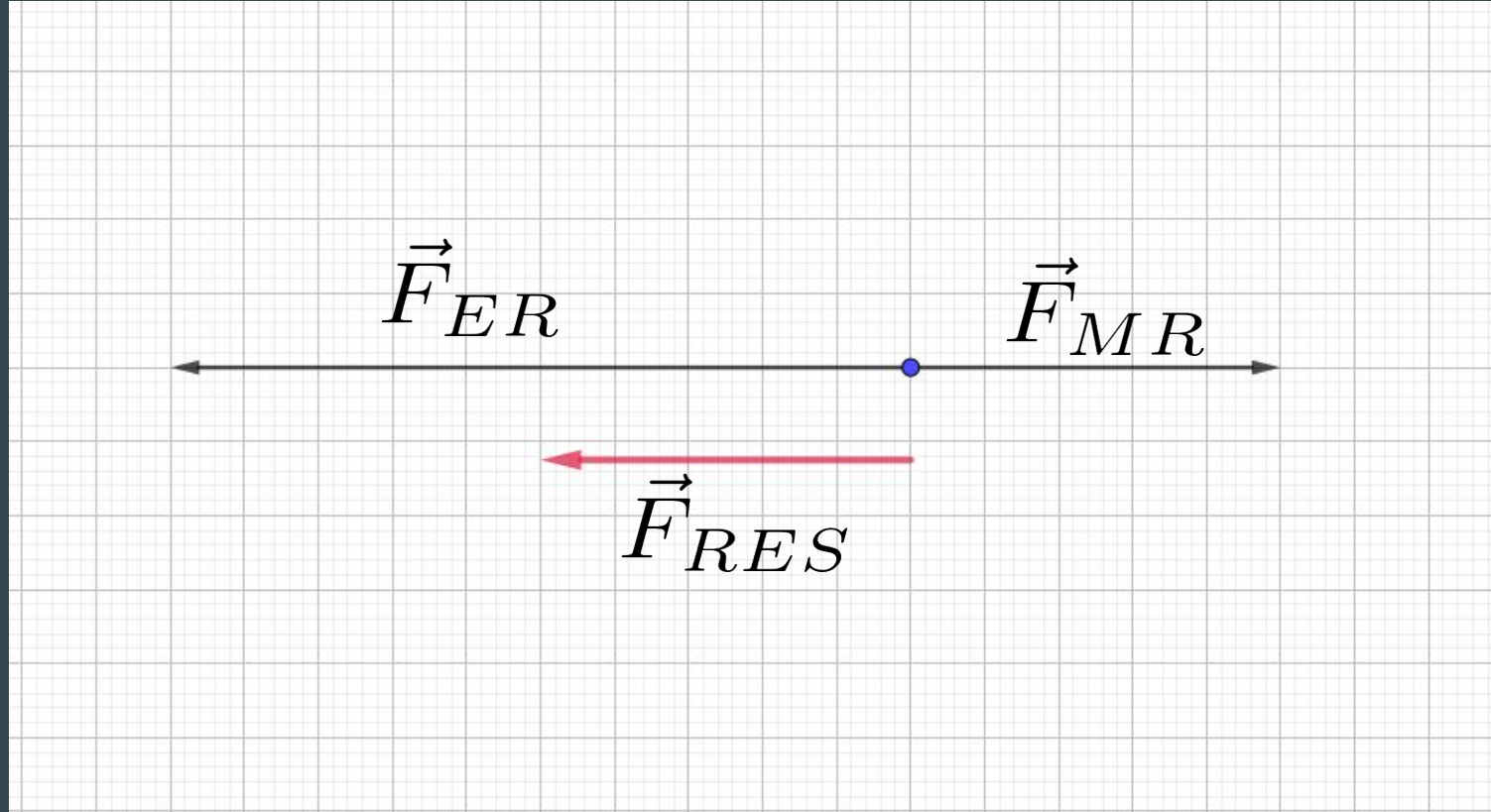
$$\vec{F}_{MR} = \gamma \cdot \frac{M_M \cdot m_R}{r_{MR}^2}$$

1.1. Physikalische Grundlagen

$$\vec{F}_G = \gamma \cdot \frac{M_1 \cdot m_2}{r^2}$$



1.1. Physikalische Grundlagen



1.2. Numerische Grundlagen

$$F_{RES} = m_R \cdot \ddot{x}$$

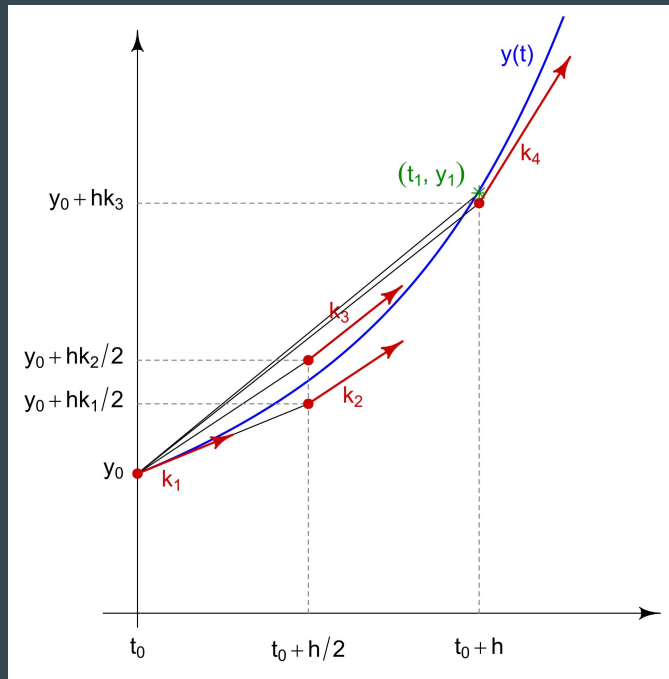


$$x(t+h) = x(t) + h \cdot v(t)$$

$$v(t+h) = v(t) + a_{Res}(t) \cdot h$$

1.2. Numerische Grundlagen

Runge Kutta 4. Ordnung



$k_{1...4}$ - Hilfssteigungen
 $y(t)$ - echte Lösung

y-Achse $\hat{=}$ P_R
x-Achse $\hat{=}$ t

$$k_1 = v[i - 1]$$

$$l_1 = \vec{a}_{Res}$$

$$k_3 = v[i - 1] + \frac{h}{2} \cdot l_2$$

$$l_3 = \vec{a}_{Res}$$

$$k_2 = v[i - 1] + \frac{h}{2} \cdot l_1$$

$$l_2 = \vec{a}_{Res}$$

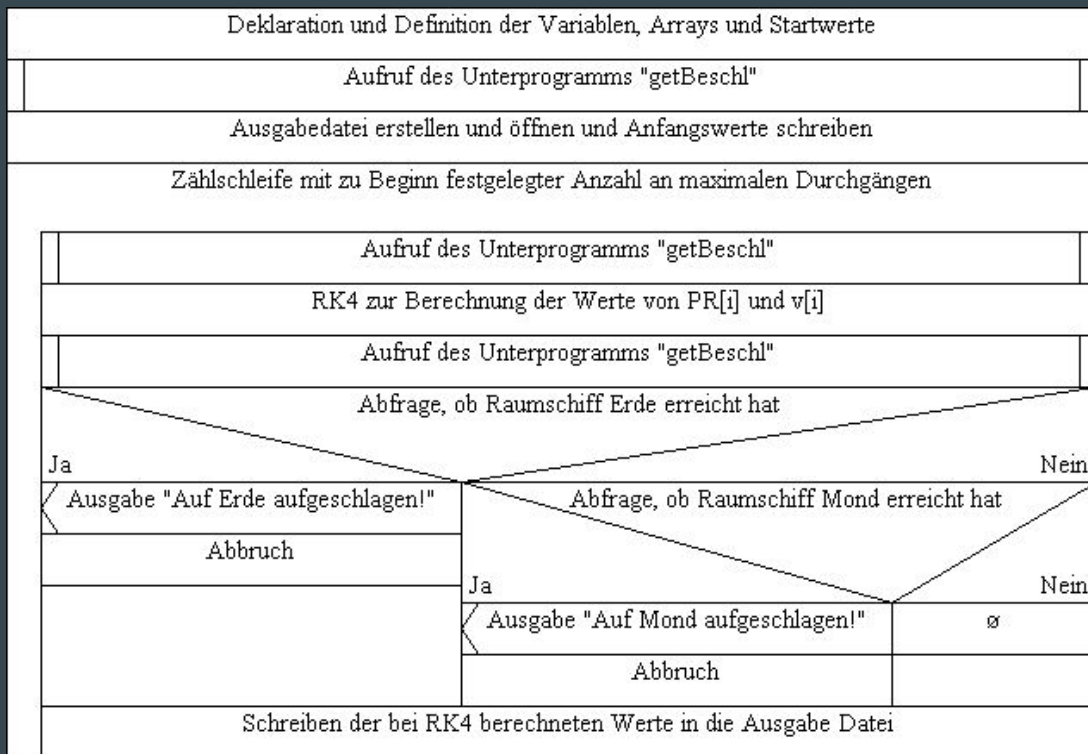
$$k_4 = v[i - 1] + \frac{h}{2} \cdot l_3$$

$$l_4 = \vec{a}_{Res}$$

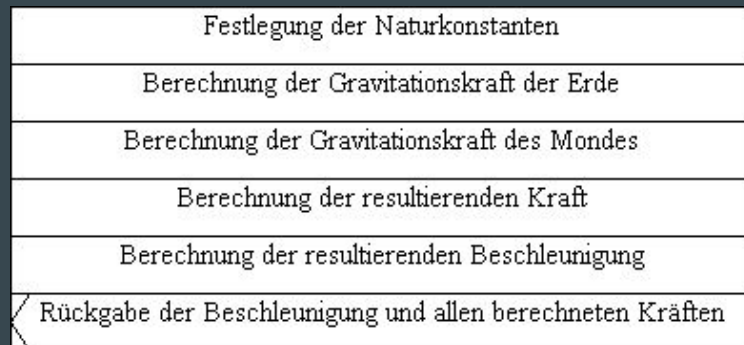
$$P_R[i] = P_R[i - 1] + \frac{h}{6} (k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$v[i] = v[i - 1] + \frac{h}{6} (l_1 + 2l_2 + 2l_3 + l_4)$$

2. Implementierung

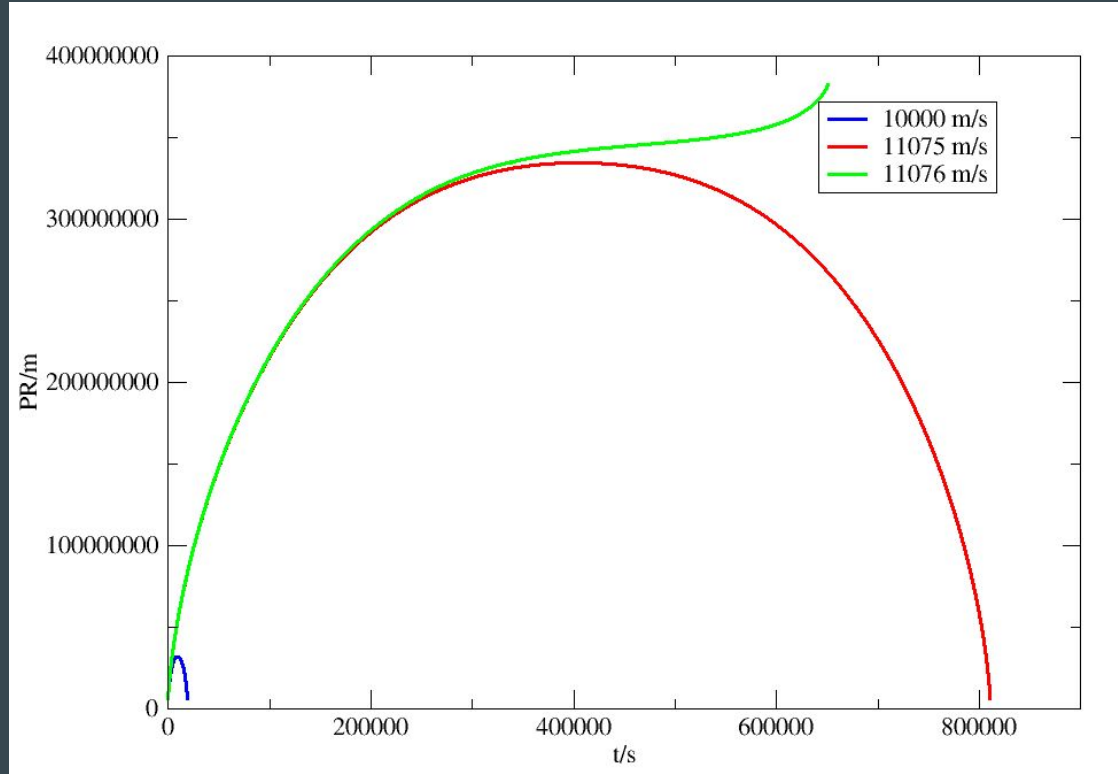


Struktogramm des Hauptprogramms



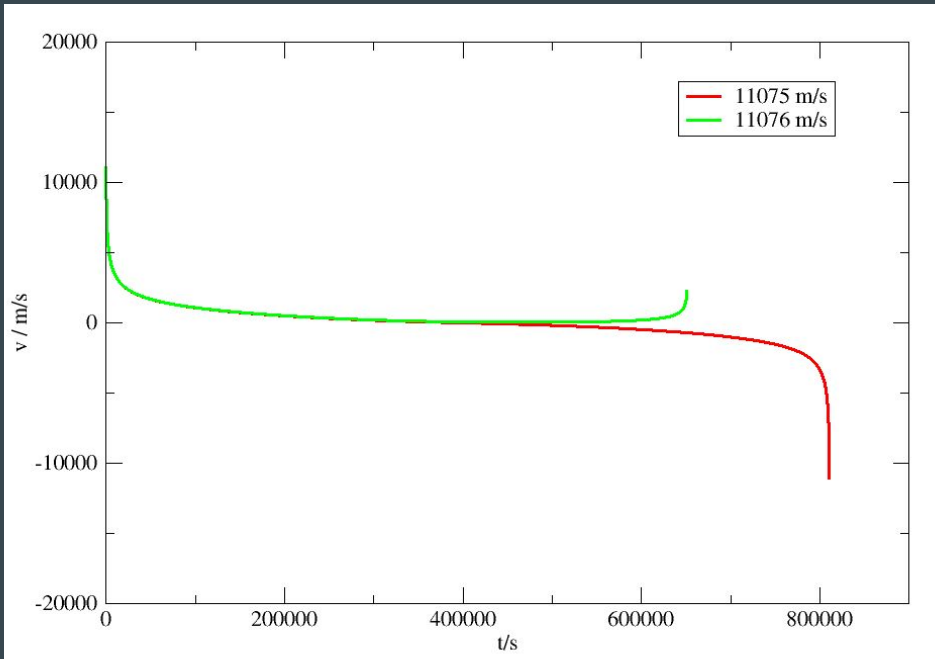
Struktogramm des Unterprogramms "getBeschl"

3. Ergebnisse

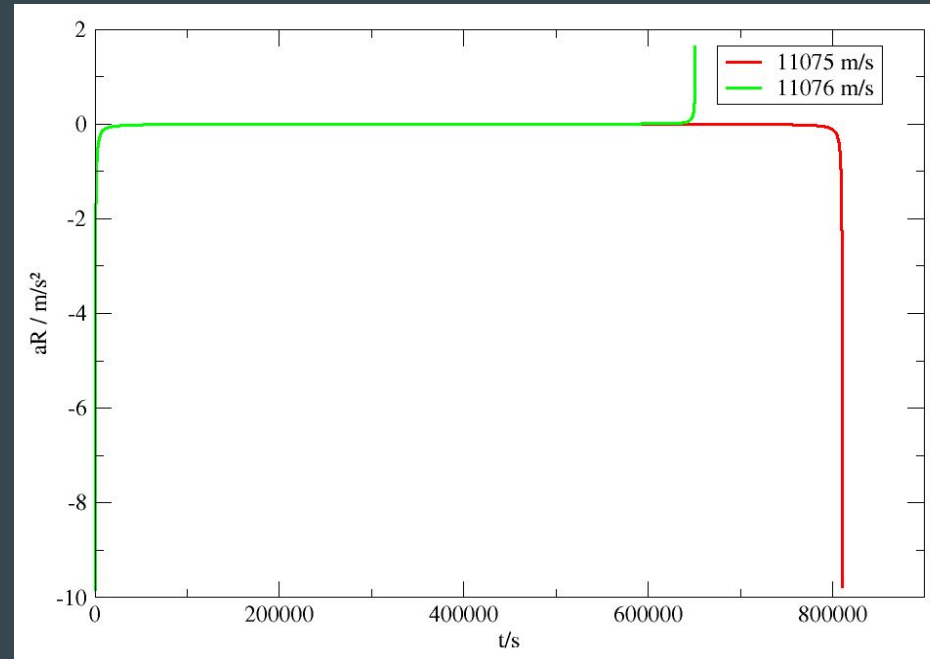


Position des Raumschiffes in Abhängigkeit von der Zeit

3. Ergebnisse

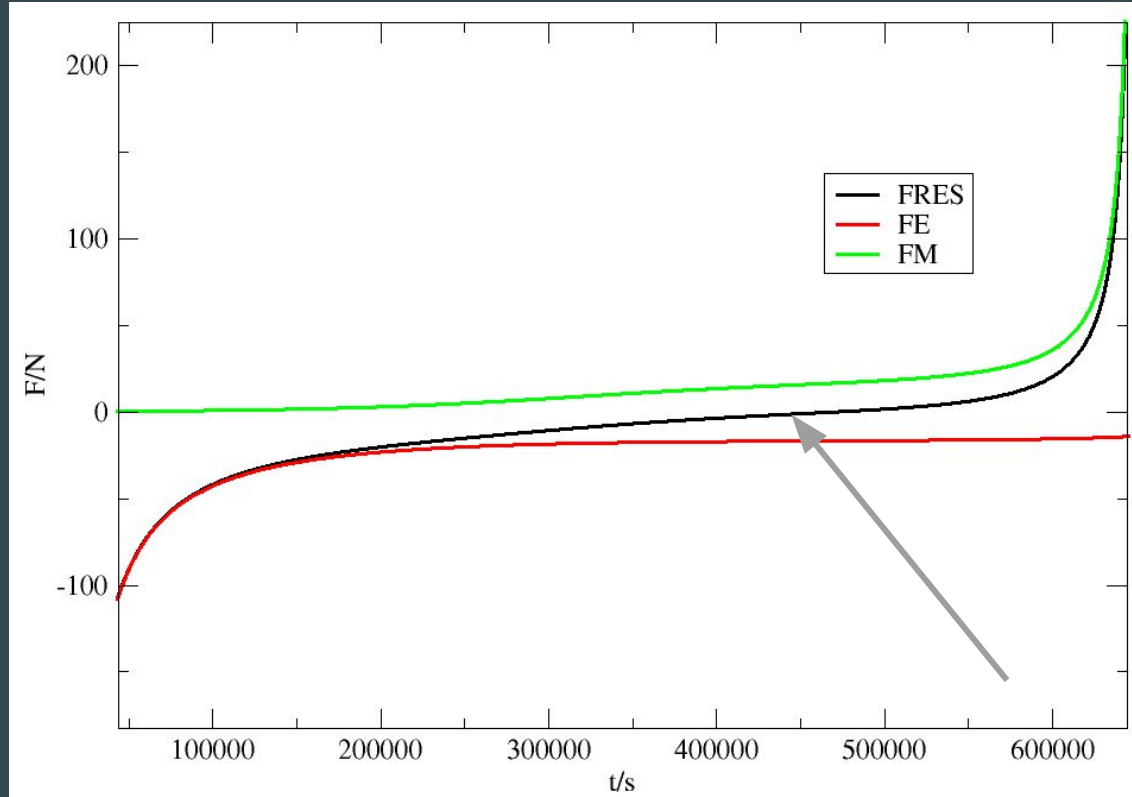


Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Zeit



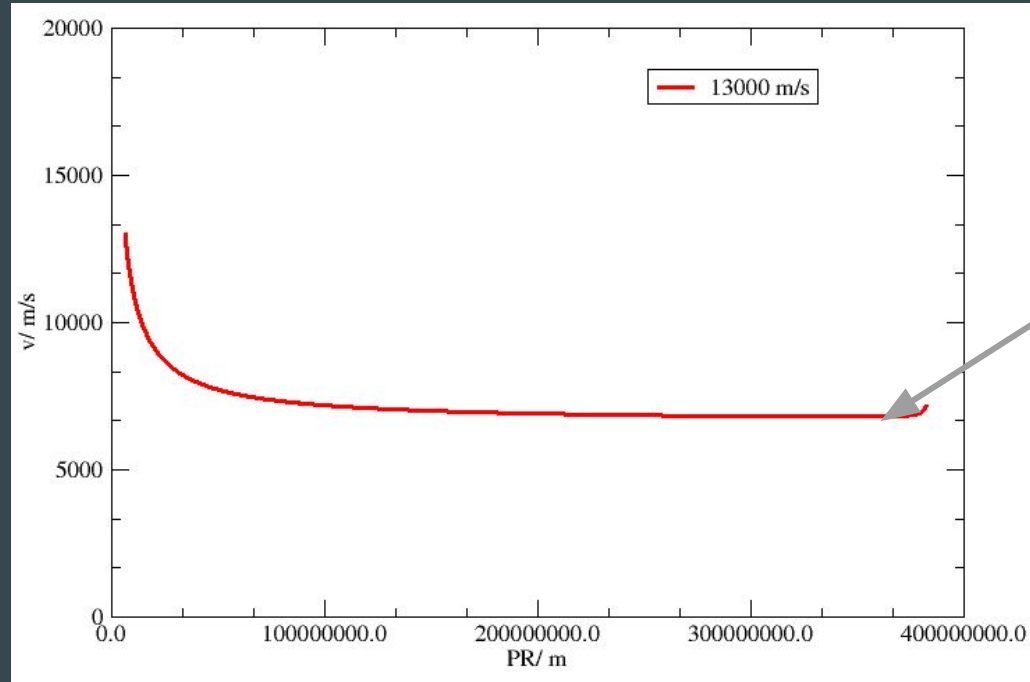
Resultierende Beschleunigung in Abhängigkeit von der Zeit

3. Ergebnisse



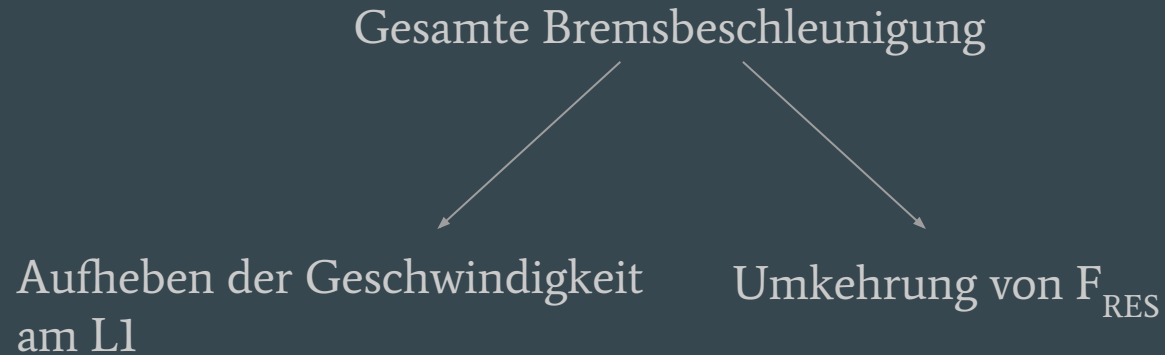
Kräfte bei $v_0 = 11076$ m/s in Abhängigkeit von der Zeit (vergrößert)

3. Ergebnisse

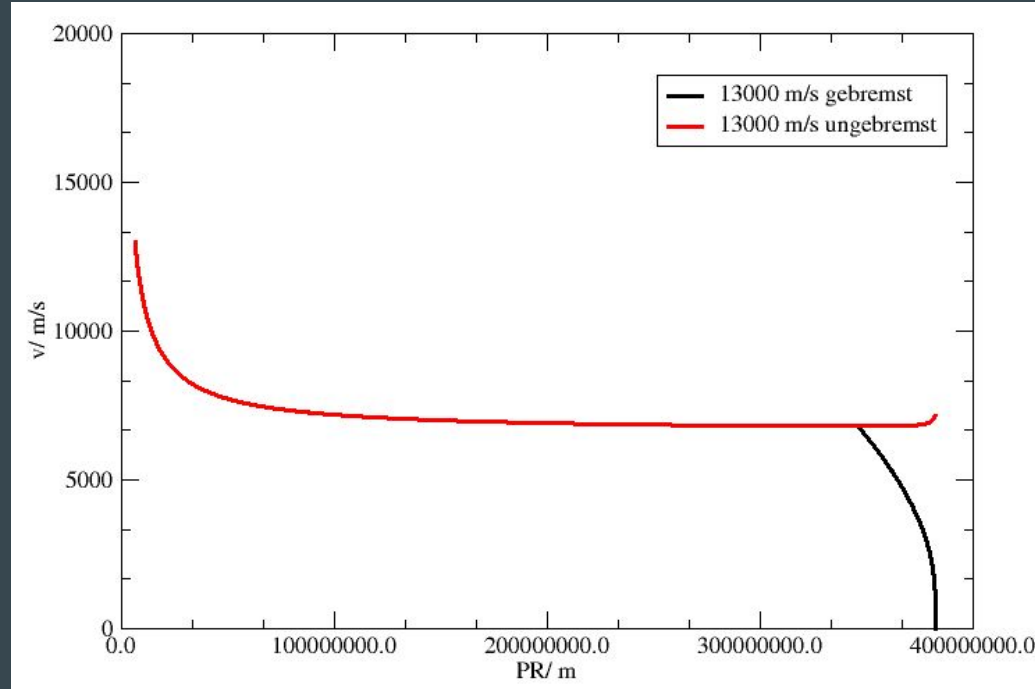


Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Position des Raumschiffes

Exkurs: Bremsvorgang

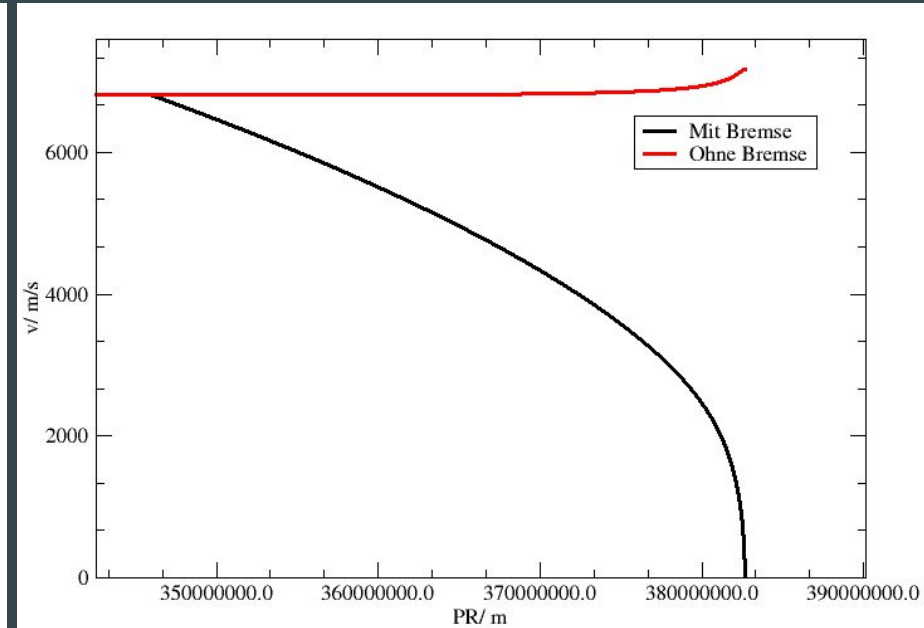
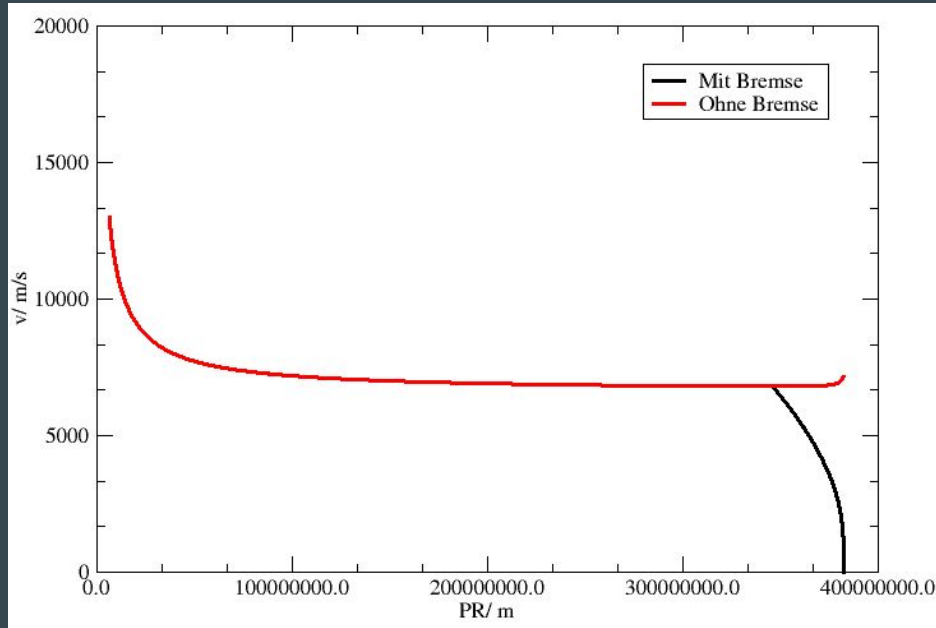


3. Ergebnisse



Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Position des Raumschiffes

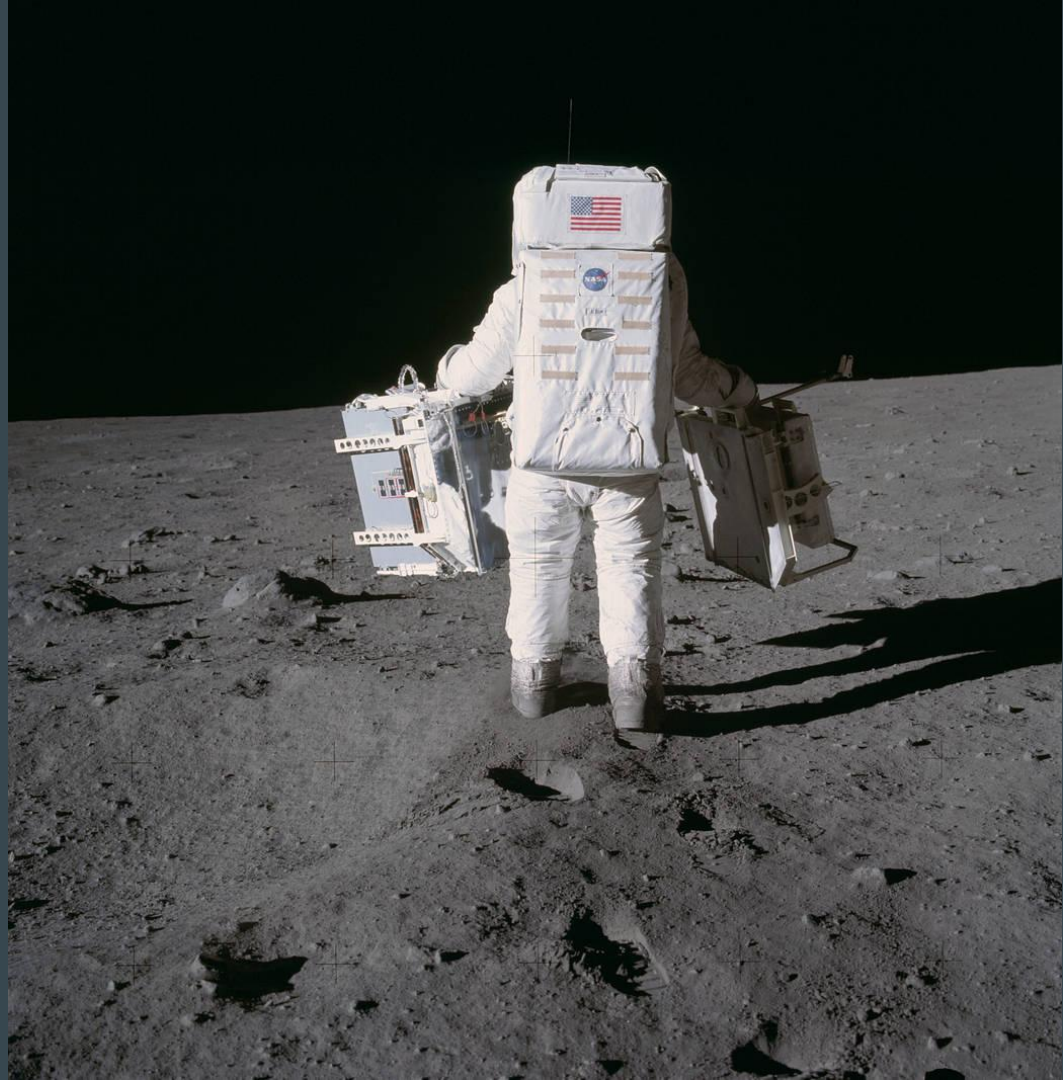
3. Ergebnisse



Geschwindigkeit in Abhängigkeit von der Position mit und ohne Bremse

Links: unvergrößert

Rechts: Vergrößerter Ausschnitt



4. Quellen

Repetitorium der Numerischen Mathematik (Binomi Verlag, 1. November 2001, Seite 186 ff., ISBN: 978-3923923069)

https://www.brainyquote.com/quotes/neil_armstrong_101137 (13.05.2019, 14:35 Uhr)

https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/7/7e/Runge-Kutta_slopes.svg (05.02.2019, 16:45 Uhr)

https://www.nasa.gov/sites/default/files/apollo11_0.jpg (19.05.2019, 13:05 Uhr)

Formeldarstellung durch <http://latex2png.com/>