**Das Drei-Körper-Problem**

**bei**

***\*Hier kommt ein Bild der Simulation hin\****

**Besondere Lernleistung**

**von**

**Toni Happe**

Gymnasium Martineum Halberstadt

Februar 2018 – Februar 2019

**Inhaltsverzeichnis**

1. **Einleitung**
   1. **Allgemeine Einleitung**
   2. **Beschreibung des Problems**
   3. **Über dieses Werk**
   4. **Ausgabe der numerischen Ergebnisse**
   5. **Darstellung der Ergebnisse**
2. **Kräfteberechnungen**
   1. **Anziehungskraft der Erde**
   2. **Anziehungskraft des Mondes**
   3. **Resultierende Kraft**

**Das Dreikörperproblem bei**

**1. Einleitung**

**1.1. Allgemeine Einleitung**

Eins plus eins ist gleich zwei.

Drei mal vier ist gleich zwölf.

Für Rechenaufgaben, auch „Probleme“, wie diese oder viele weitere gibt es immer eine eindeutig bestimmbare Lösung. Manch andere Probleme sind für uns jedoch nicht eindeutig bestimmbar. So zum Beispiel die Kreiszahl Pi oder die Berechnung von Flächen, der Integralrechnung. Doch auch für das Dreikörperproblem, hier in seinem Sonderfall, bei dem ein Körper eine vernachlässigbar kleine Masse hat gibt es keine absoluten Lösungen.

**1.2. Beschreibung des Problems**

Diese Arbeit befasst sich mit einer numerischen Simulation des Dreikörperproblems beiin der Programmiersprache Python. Ziel ist es, eine Vorhersage über den Bahnverlauf eines auf der Erde mit einer durch den Nutzer eingegebenen Geschwindigkeit startenden Raumschiffes zu treffen. Für dieses Problem gibt es keine eindeutige, absolute Lösung. Es kann also nur eine numerische Aussage über den Flugverlauf berechnet werden. Um dies so genau wie möglich zu gestalten habe ich mich für das Runge-Kutta-Verfahren der vierten Ordnung entschieden.

**1.3. Erklärung der Arbeit**

Im Laufe dieses Textes werden häufig Tabellen, welche Variablen und ihre jeweiligen Definitionen enthalten zu finden sein. In ihnen wird außerdem die Bezeichnung der Variablen angegeben, wie sie im Quellcode zu finden sind. Jeder Schritt für die Berechnung der numerischen Werte für die Flugbahn des Raumschiffes wird in Wortform und als Formel zu sehen sein.

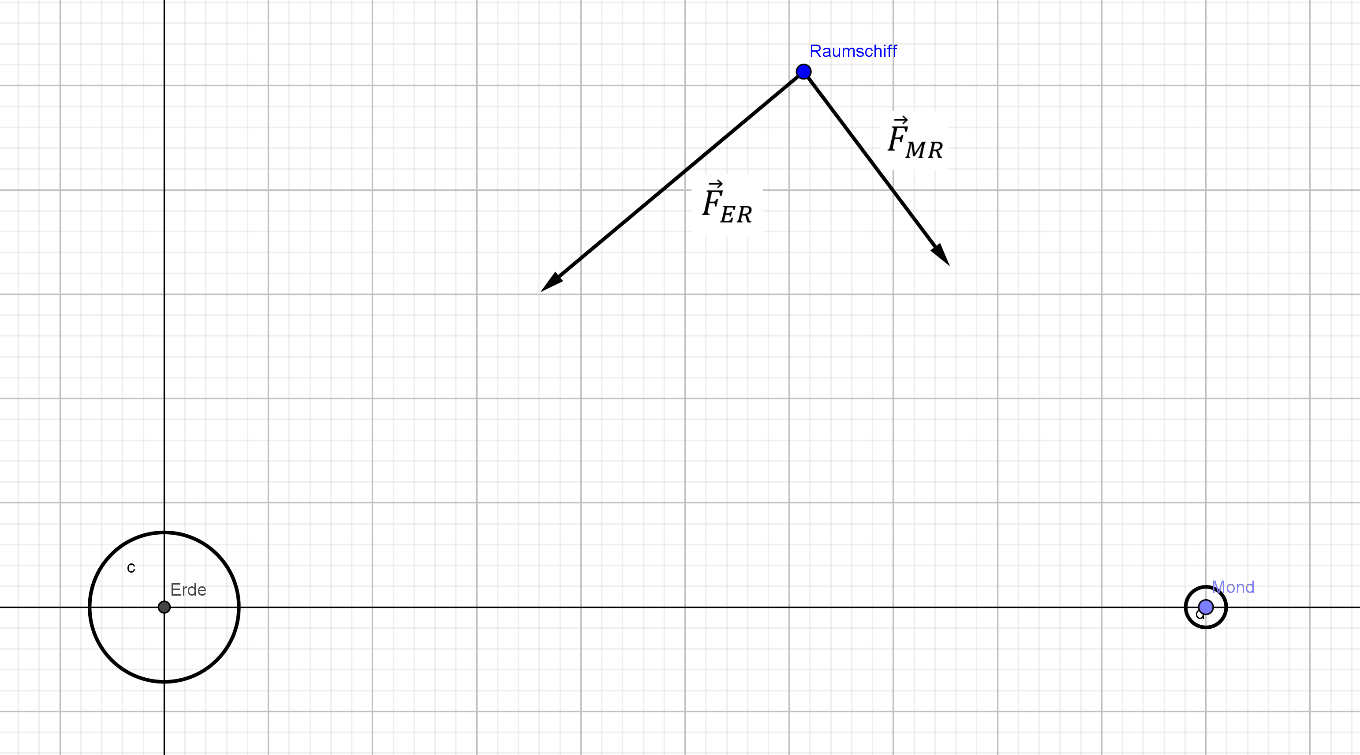
Das Programm wird nach dem Starten und eingeben der Anfangswerte automatisch eine Datei „Ausgabe.dat“ erstellen, in welche alle Werte des Raumschiffes während der jeweiligen Durchgänge in Blockform (s. **ABSCHNITT EINFÜGEN**) geschrieben werden. Diese können nun mit einem

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Variable** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Definition** |
|  | G |  |
|  | mR |  |
|  | mM |  |
|  | mE |  |
|  | V0 | Wird durch den Nutzer eingegeben |
|  | t | Fortlaufende Variable der Zeit |

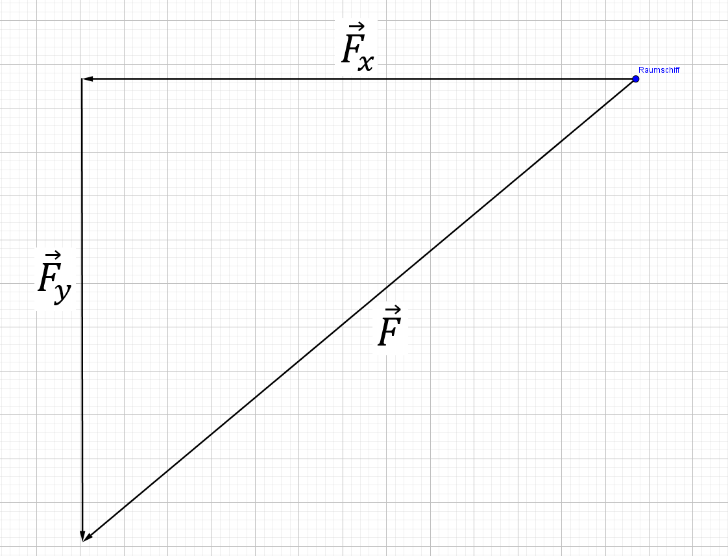
Gravitationskraft

Erde – Raumschiff

Mond – Raumschiff



Um die in x- bzw. y-Richtung wirkenden Kräfte zu trennen muss die Anziehungskraft der Erde und die des Mondes wie folgt zerlegt werden:



**Erde:**

Bei der Erde muss zu Beginn die Entfernung zwischen Raumschiff und Erde durch den Satz des Pythagoras berechnet. Anschließend wird um den Winkel zwischen Mond und Raumschiff über die Erde zu bestimmen der Winkel zwischen dem Raumschiff und benötigt.

wird nun zum zerlegen der Kraft der Erde genutzt.

HIER KOMMT NOCH EINE WEITERE SKIZZE

DIE DAS ALLES BESSER ZEIGT

**Mond**

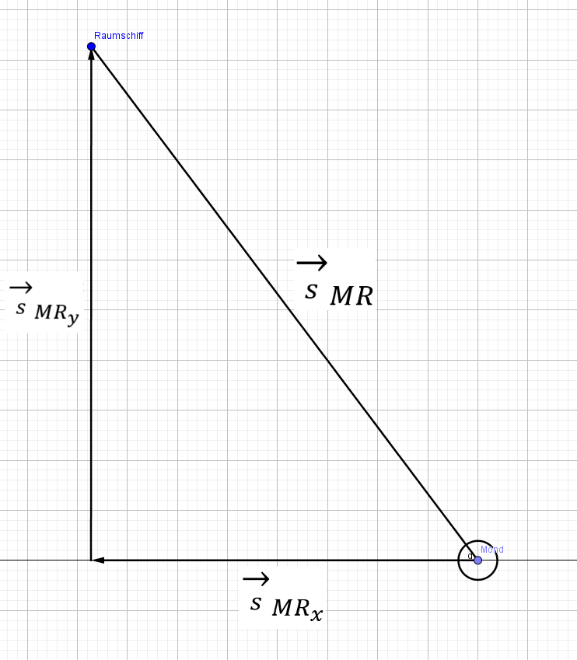
* Um die Kraft des Mondes auf das Raumschiff zu bestimmen muss vorher seine Position errechnet werden, wobei davon ausgegangen wird, dass der Mond eine exakt runde Erdumlaufbahn mit dem Radius bei einer Umlaufzeit von annimmt.

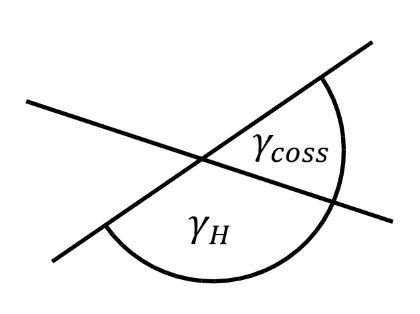
Berechnung der Position mithilfe der Winkelgeschwindigkeit

**(VORERST KONSTANTE POSITION)**

🡪

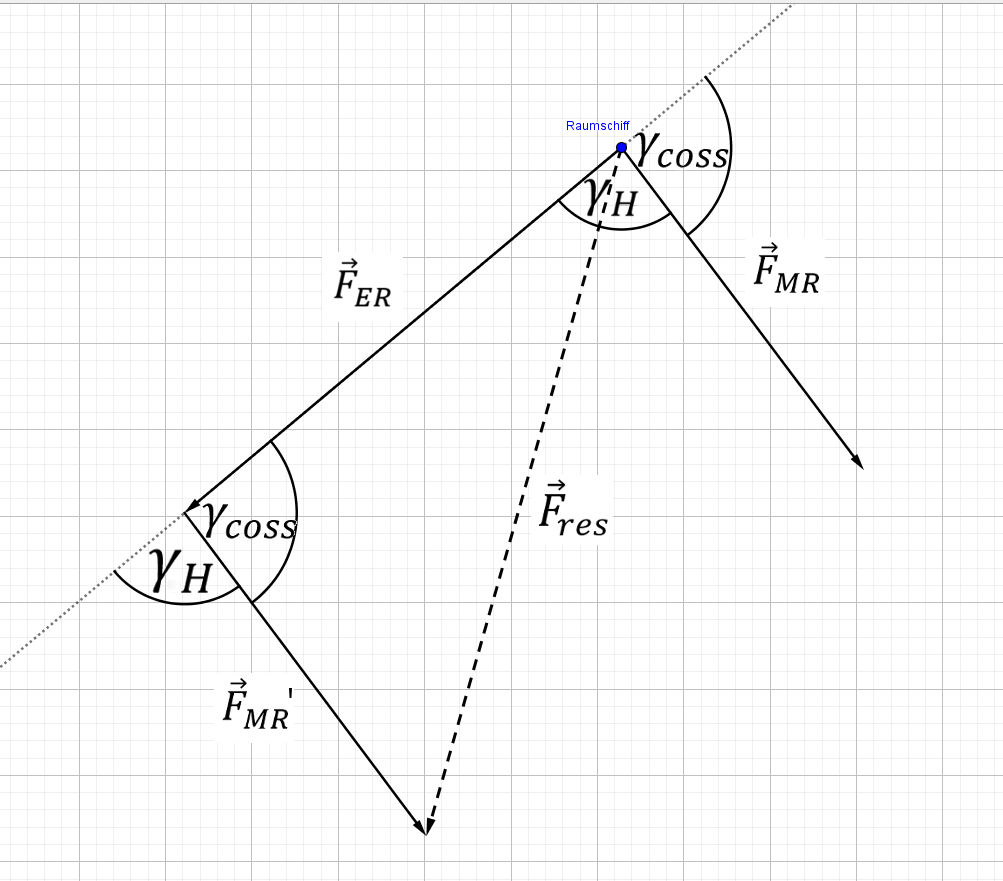
Da nun die Positionen des Mondes und des Raumschiffes bekannt sind wird die Entfernung der beiden zueinander, , mit der folgenden Formel berechnet. Anschließend wird mithilfe des Arkustangens der Winkel zwischen Mond und Erde am Raumschiff bestimmt, was eine Aufspaltung der Anziehungskraft des Mondes in x- bzw. y-Richtung zulässt.

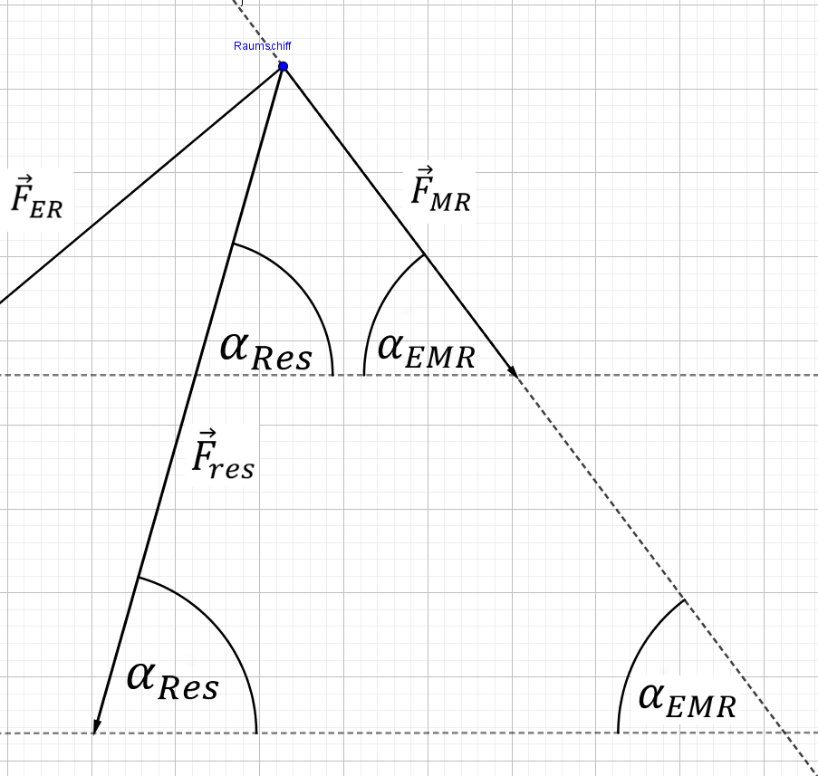


Um den Betrag der resultierenden Kraft zu bestimmen wird mithilfe des Skalarproduktes der Winkel zwischen den Vektoren der Erd- bzw. der Mondanziehungskraft auf das Raumschiff berechnet. Der nun bekannte Winkel wird nun von 180° abgezogen um auf zweiten Schnittwinkel zu kommen, welcher zu sehen wäre, wenn die Vektoren als Lineare Funktion dargestellt würden.

-----

Mit kann nun durch Zuhilfenahme des Kosinussatzes der Betrag der Resultierenden Kraft berechnet werden.



Da die resultierende Kraft in der x-Komponente und in der y-Komponente benötigt wird muss diese zerlegt werden. Hierfür wird der Winkel mit dem die resultierende Kraft zur Abszissenachse wirkt, mithilfe des Sinussatzes berechnet, welcher die Zerlegung ermöglicht.

Werte in der Ausgabe-Datei (in richtiger Reihenfolge)

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Spalte | Variable | Definition |
| 1 | t | Zeit |
| 2 | PRx | Position des Raumschiffes (x-Wert) |
| 3 | PRy | Position des Raumschiffes (y-Wert) |
| 4 | vx | Geschwindigkeit des Raumschiffes (in x-Richtung) |
| 5 | vy | Geschwindigkeit des Raumschiffes (in y-Richtung) |
| 6 | ax | Beschleunigung des Raumschiffes (in x-Richtung) |
| 7 | ay | Beschleunigung des Raumschiffes (in y-Richtung) |

<http://www.nld.ds.mpg.de/~jan/phdthesis_jannagler.pdf>