**Numerische Simulation eines Mondflugs**

****

[1]

**Besondere Lernleistung**

**von**

**Toni Happe**

Gymnasium Martineum Halberstadt

Februar 2018 – Februar 2019

**Inhaltsverzeichnis**

1. **Einleitung**
   1. **Hinführung**
   2. **Physikalische Grundlagen**
   3. **Variablen, Konstanten und Werte**
2. **Ziel**
3. **Methoden**
   1. **Numerische Umsetzung**
4. **Ergebnisse**
5. **Zusammenfassung und Ausblick**

**Bildverzeichnis**

**Abb. 1**

**…**

**Numerische Simulation eines Mondfluges**

**1. Einleitung**

**1.1. Hinführung**

Seit dem Beginn der Menschheit zieht der Mond die Aufmerksamkeit Vieler auf sich. Am Anfang wurde er noch als ein religiöses Objekt betrachtet, doch sehr bald kam auch der Wunsch auf einen Fuß auf ihn zu setzen und somit „ein[en] riesige[n] Sprung für die Menschheit“ [2] zu machen und.

Als gegen Ende der 1940er Jahre der Kalte Krieg ausbrach, wurde immer mehr dafür gegeben das eigene Land als überlegen darzustellen, so unter anderem auch im „Wettlauf ins All.“ Diesen Entschied jedoch die Sowjetunion im Oktober 1957 mit dem ersten vom Menschen geschaffenen Satelliten „Sputnik 1“, dem ersten Lebewesen mit Hündin Laika, als auch dem ersten Menschen im All für sich und der Wettlauf ins All wurde zu einem Wettlauf zum Mond. Nachdem die Vereinigten Staaten die vorherigen „Disziplinen“ dieses Wettkampfes nicht für sich entscheiden konnten wurde der Druck auf die NASA als erstes einen Menschen zum Mond zu fliegen immer größer. Am 21. Juli 1969 um 3:56 Uhr mitteleuropäischer Zeit war es schließlich soweit. Neil Armstrong und Buzz Aldrin setzten ihren Fuß auf den Mond und entschieden damit den Wettlauf zum Mond für die Vereinigten Staaten.

Doch wie war dieser Mondflug möglich und was musste hierfür berechnet werden? Mit diesen Fragen wird sich, in vereinfachter Form, als eindimensionaler Flug von der Erde zum Mond, in dieser Arbeit auseinandergesetzt.

**1.2 Physikalische Grundlagen**

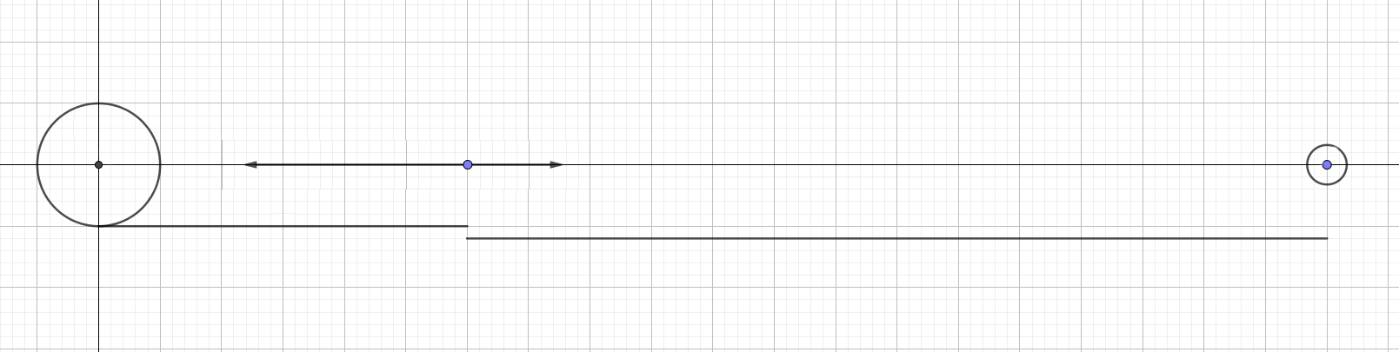
Möchte man ein Raumschiff von der Erde starten, so wirken hauptsächlich 2 Kräfte auf dieses ein. Die Gravitationskraft der Erde und die des Mondes, wobei beide Kräfte von der momentanen Position des Raumschiffes, beziehungsweise dem Abstand zu den jeweiligen Körpern, als auch von den Massen des Raumschiffes und der Erde oder des Mondes abhängig sind. Hierfür wird die newtonsche Gravitationskraft verwendet, dessen Formel wie folgt lautet:

*(die Bedeutung aller Variablen sind unter 1.3 Variablen, Konstanten und Werte in tabellarischer Form aufgelistet)*

Nun werden jeweils die Werte für Erde und Mondes eingesetzt und man erhält folgende Formeln, mit selbigen Einheiten wie bei der allgemeinen Formel:

Gravitationskraft der Erde:

Gravitationskraft des Mondes:



Skizze des Aufbaus mit Beschriftungen der Kräfte und Abstände (Skizzen sind nicht maßstabsgerecht)

Raumschiff

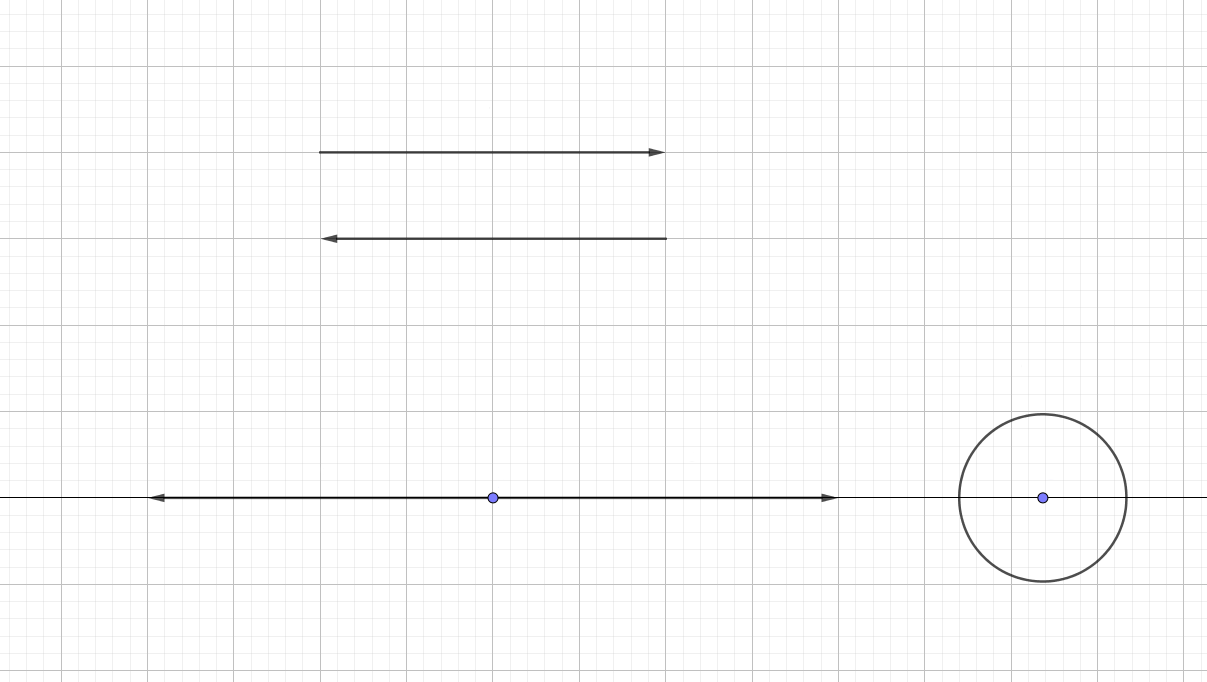
Erde

Mond

Um an die Entfernung des Raumschiffes zur Erde zu gelangen muss, da sich die Erde bei den Koordinaten befindet, lediglich der Punkt des Raumschiffes auf der x-Achse als Wert für die Entfernung angenommen werden. Für die des Mondes hingegen wird die Position dessen von der des Raumschiffes subtrahiert.

Kennt man nun die Werte beider Gravitationskräfte, kann die resultierende Kraft bestimmt werden, indem man beide Werte addiert, woraus anschließend auch die resultierende Beschleunigung auf das Raumschiff berechnet werden kann.

Die Flugbahn des Raumschiffs besteht prinzipiell aus zwei Abschnitten. Im ersten Abschnitt ist die Gravitationskraft der Erde größer als die des Mondes, weshalb auf die Raumkapsel eine Kraft entgegen ihrer Bewegungsrichtung wirkt und somit auch eine negative Beschleunigung auf sie einwirkt. Wurde eine ausreichend hohe Startgeschwindigkeit gewählt, so erreicht das Raumschiff einen Punkt, an welchem die Kraft der Erde, der des Mondes gleicht und auf dieses somit keine resultierende Beschleunigung wirkt. Dieser Punkt wird auch als innerer oder erster Lagrange Punkt bezeichnet. Ab dieser Stelle ist die Gravitationskraft des Mondes nun stärker als die der Erde, weshalb die Raumkapsel jetzt nicht mehr abgebremst, sondern beschleunigt wird, bis sie letztendlich auf die Oberfläche des Mondes trifft.



Raumschiff am Lagrange-Punkt

Skizze des Lagrange-Punktes mit Veranschaulichung des Kräftegleichnis

Mond

**1.3. Variablen, Konstanten und Werte**

In der folgenden Tabelle sind alle verwendeten Variablen, Naturkonstanten und Anfangswerte jeweils mit ihrer Schreibweise im Text und Programmcode und ihrer Definition aufgelistet.

Anfangswerte

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bezeichnung im Text** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Wert** | **Beschreibung** |
|  | v[0] | Wird durch den Nutzer eingegeben | Startgeschwindigkeit des Raumschiffes |
|  | t[0] |  | Startpunkt der Variable für die Zeit |
|  | PR[0] | (≙) | Startpunkt des Raumschiffes; entspricht dem Erdradius |

Naturkonstanten und weitere feste Werte

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bezeichnung im Text** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Wert** | **Beschreibung** |
|  | G |  | Gravitationskonstante |
|  | mR |  | Masse des Raumschiffs |
|  | mM |  | Masse des Mondes |
|  | mE |  | Masse der Erde |
|  | PE | 0 | Mitelpunkt der Erde |
|  | PM |  | Mittelpunkt des Mondes |
|  | rE |  | Erdradius |
|  | rM |  | Mondradius |
|  | rEM |  | Entfernung zwischen Erde und Mond |

Variablen

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **Bezeichnung im Text** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Beschreibung** |
|  | i | Fortlaufende (Hilfs)-Variable, erhöht sich um 1 bei jedem Durchgang |
|  | t[i] | Zeitpunkt bei Durchgang i |
|  | PR[i] | Punkt des Raumschiffes |
|  | FE | Gravitationskraft der Erde |
|  | FM | Gravitationskraft des Mondes |
|  | FRES | Resultierende Kraft |
| **Bezeichnung im Text** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Beschreibung** |
|  | aE | In Richtung der Erde wirkende Beschleunigung |
|  | aM | In Richtung des Mondes wirkende Beschleunigung |
|  | aR | Resultierende Beschleunigung |
|  | v[i] | Geschwindigkeit des Raumschiffs |

**1.4 Ziel**

Das Ziel dieser Arbeit ist es die grundlegenden physikalischen Vorgänge während eines Mondfluges und die dabei wirkenden Kräfte zu veranschaulichen. Dies erfolgt in Form einer numerischen Simulation in der Programmiersprache Python mithilfe des Runge-Kutta-Verfahren der vierten Ordnung (näheres unter **ABSCHNITT/SEITE EINFÜGEN**), bei welcher der Nutzer die Startgeschwindigkeit des Raumschiffes eingeben kann und auf dieser basierend eine Voraussage über die Flugbahn getroffen wird. Die berechneten Daten werden in einer tabellenförmig aufgebauten Textdatei („Ausgabe.dat“, wird im selben Verzeichnis wie das Programm erstellt) ausgegeben. Diese „Tabelle“ besteht aus sieben Spalten, welche jeweils durch ein Tabulator-Zeichen voneinander getrennt sind und in der hier dargestellten Reihenfolge gespeichert werden:

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Text** |  |  |  |  |  |  |  |
| **Programm** | t[i] | PR[i] | v[i] | aR | FRES | FE | FM |

Diese Datei kann nun mit einem beliebigen Programm zur Visualisierung von Blockdaten, wie zum Beispiel qtGrace (Windows) oder Grace (Linux) ausgelesen und in beliebigen Zusammenhängen und Abhängigkeiten dargestellt werden.

**3. Methoden**

**3.1 Numerische Umsetzung**

Wie bereits im Voraus beschrieben wirken auf das Raumschiff zeitgleich zwei Gravitationskräfte ein. Da die einzige exakt bekannte Position der Startpunkt des Raumschiffes ist, handelt es sich hierbei um ein Anfangswertproblem, die folgenden Positionen können also nur näherungsweise über die wirkende Beschleunigung vorhergesagt werden. Um diese Berechnung so genau wie möglich zu gestalten, wurde hier das Runge-Kutta-Verfahren der vierten Ordnung (auch „klassisches Runge-Kutta-Verfahren“ oder „RK4“) zur Hilfe genommen.

Dieses Verfahren unterscheidet sich von anderen Verfahren, wie zum Beispiel dem Euler-Verfahren. Beim Euler-Verfahren wird die Steigung am Anfang eines Intervalls bestimmt, mithilfe dessen am Ende des Intervalls ein neuer Punkt zu Anstiegsberechnung berechnet werden kann. Im RK4 hingegen wird die

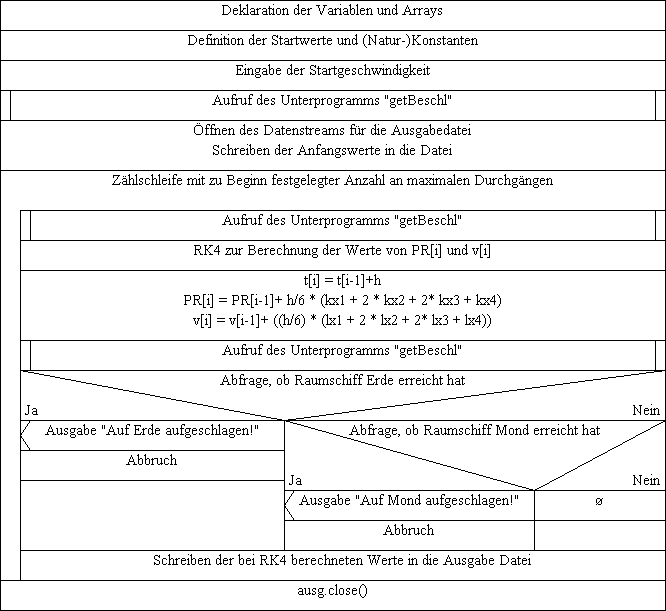
die Schrittweite in vier einzelne Zwischenschritte unterteilt, bei welchen jeweils die wirkende Beschleunigung an der Stelle 0, und berech

**3.2 Zusätzliche Variablen**

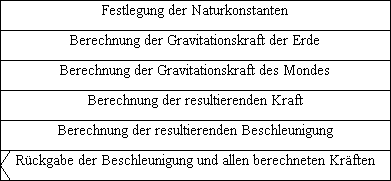
Um die zu Beginn erläuterten Berechnungen im Programm realisieren zu können müssen noch einige weitere Variablen festgelegt

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Bezeichnung im Text** | **Bezeichnung im Programmcode** | **Wert** | **Beschreibung** |
| - | n | 1000000 | Im Programm festgelegte Anzahl an maximalen Durchgängen |
|  | i | - | Fortlaufende (Hilfs)-Variable, erhöht sich um 1 bei jedem Durchgang |
|  | h | 1 | Schrittweite |

**3.3 Struktogramm**



Struktogramm des Hauptprogramms

****

Struktogramm des Unterprogramms „getBeschl“

**4. Auswertung**

**4.1 Allgemein**

**Quellen**

[1] Langzeitaufnahme eines SpaceX Falcon 9 Starts:

<https://www.spacex.com/media-gallery/detail/149416/9246>

[2] Neil Alden Armstrong, als er als erster Mensch 1969 den Mond betrat (Übersetzt)