

Escola Superior de Gestão e Tecnologia de Santarém

Matemática Discreta

Licenciatura em Informática

Exame – Época Normal

Duração: 2h

17 de Fevereiro de 2014

Todas as repostas deverão ser devidamente justificadas.

(1,25val.) 1. No desenvolvimento de $\left(\frac{\sqrt{x}}{3} + \frac{1}{x^2}\right)^6$, com $x > 0$, determine o termo em x^{-2} .

(1,25val.) 2. Uma professora estava a elaborar um teste de Matemática Discreta que constava de 2 problemas de Cálculo Combinatório, 2 de Lógica e 8 de Grafos, dispondo para isso de 8 problemas de Cálculo Combinatório, 10 de Lógica e de 15 de Grafos. Para evitar o problema da “cópia”, ela deseja fazer modelos de prova que difiram **na ordem ou no conteúdo** das questões. Quantos modelos de teste pode fazer?

(1,25val.) 3. Justifique a validade do seguinte argumento

$$p \Rightarrow q \wedge r$$

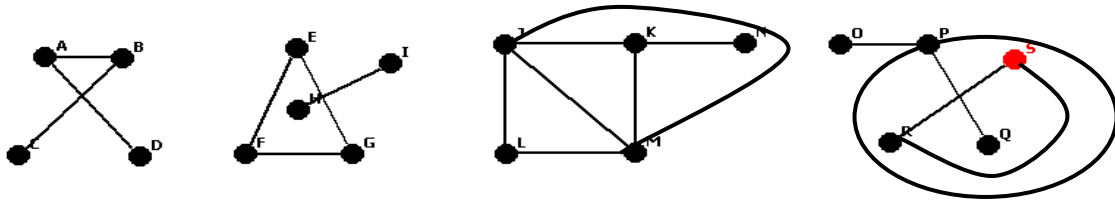
$$q \vee s \Rightarrow t$$

$$s \vee p$$

$$\therefore \sim q \Rightarrow (t \wedge s) \vee h$$

(1,25val.) 4. Seja G um grafo Planar com n vértices. Sabendo que 10 é o número de regiões da sua representação planar e que todos os vértices são de grau 4, quantos vértices tem G?

5. Considere os grafos, G_1 , G_2 , G_3 e G_4 , respectivamente:



(0.5val.)

5.1 Quais dos grafos são conexos? Indique o número de componentes conexas de cada um deles. Justifique.

(0.5val.)

5.2 Quais dos grafos são árvores? Justifique.

6. Considere a matriz:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(0.75val.)

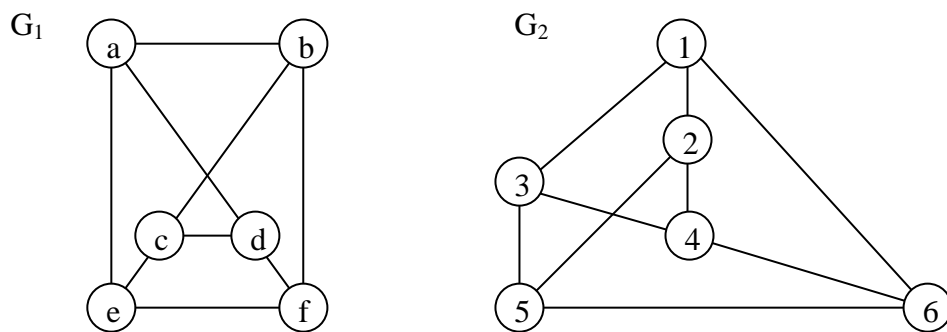
6.1 Represente o grafo G correspondente à matriz de adjacência A .

(1.0val.)

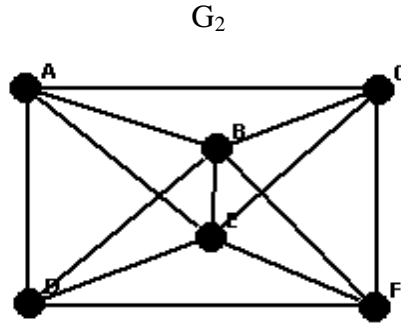
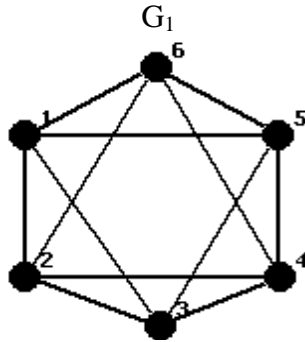
6.2 Indique, justificando, quantos 2-caminho existem entre os vértices v_2 e v_3 .

(1,75val.)

7. Diga, justificando, se os grafos representados a seguir são isomorfos. E bipartidos?



8. Sejam os grafos:



(0,5val.)

8.1 Indique o grafo complementar a G_1 .

(1,5val.)

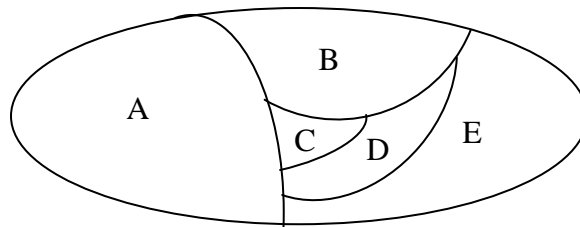
8.2 Verifique se os grafos anteriores são planares e, caso possível, desenhe uma representação planar desses grafos.

(1,5val.)

8.3 Verifique se G_1 é de Euler e, caso afirmativo, utilize o algoritmo respectivo.

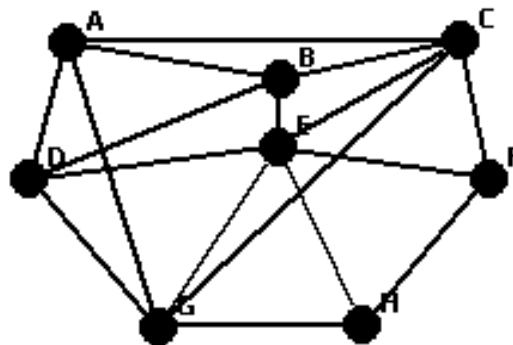
(1,5val.)

9. Construa o grafo dual do mapa abaixo:



Qual o número de cores necessário para colorir o mapa de modo que duas regiões adjacentes não tenham a mesma cor.

10. Considere o grafo G abaixo:



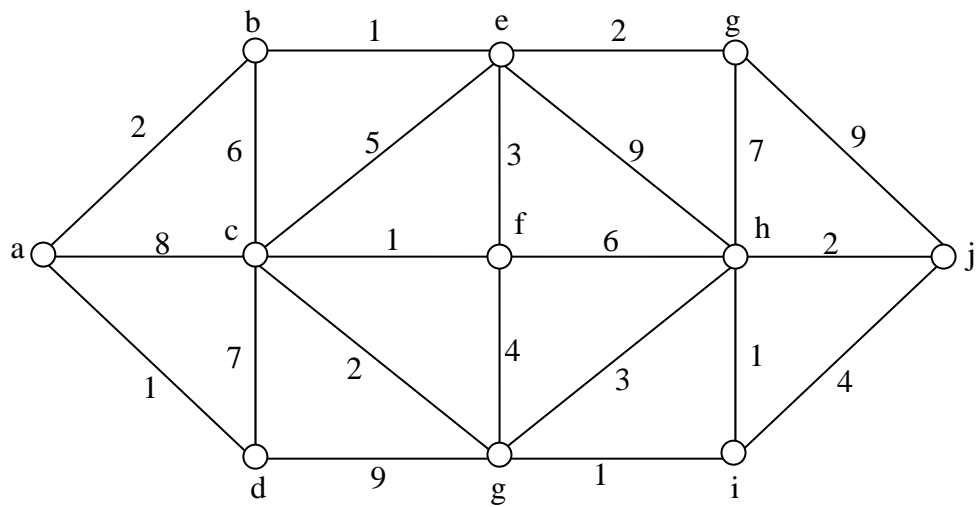
(1,25val.)

10.1 Utilize o Algoritmo para obter o seu número cromático.

(1,25val.)

10.2 Verifique se o grafo é de Hamilton e/ou se tem um caminho de Hamilton, em caso afirmativo, apresente esses caminhos.

11. Seja G , o grafo abaixo indicado:



(1,5val.)

11.1 Qual o caminho mais curto de “a” a “j”?

(1,5val.)

11.2 Indique a árvore geradora minimal do grafo G .