

Linguagens Formais e Autômatos

Humberto Longo

Instituto de Informática
Universidade Federal de Goiás

Bacharelado em Ciência da Computação, 2021/1



Linguagens contáveis

Teorema 1.50

- ▶ Dado o alfabeto Σ , o conjunto Σ^* é contavelmente infinito.

Demonstração.

- ▶ Existe um número finito de cadeias de cada comprimento.
- ▶ Listar cadeias por ordem alfabética e de tamanho: cadeias de tamanho 0, as de tamanho 1, as de tamanho 2, etc.
- ▶ Corresponder as cadeias da lista com os elementos de \mathbb{N} .

□

Exemplo 1.51

- ▶ Se $\Sigma = \{a, b, c\}$, uma enumeração é
 $\varepsilon, a, b, c, ab, ac, ba, bb, bc, ca, cb, cc, aaa, aab, \dots$

▶ Conjuntos finitos e não finitos



Linguagens contáveis

Teorema 1.52

- ▶ Qualquer linguagem é contável.

Demonstração.

Toda linguagem em Σ é um subconjunto de Σ^* .

□



Linguagens contáveis

Teorema 1.53

- ▶ A classe de todas as linguagens em um alfabeto Σ não é contavelmente infinita.

Demonstração.

- ▶ O conjunto \mathcal{B} de todas as sequências binárias infinitas não é contavelmente infinito.
 - ▶ Prova por diagonalização similar à prova do Teorema ??.
- ▶ $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ é o conjunto de todas as linguagens sobre o alfabeto Σ .
- ▶ Mostrar que existe uma correspondência entre $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ e \mathcal{B} .

□



Linguagens contáveis

Teorema 1.53

- ▶ A classe de todas as linguagens em um alfabeto Σ não é contavelmente infinita.

Demonstração.

- ▶ Cada $\mathcal{L} \in \mathcal{P}(\Sigma^*)$ corresponde a uma única sequência de \mathcal{B} .
- ▶ $\Sigma^* = \{s_1, s_2, s_3, \dots\}$.
- ▶ Sequência característica $\chi_{\mathcal{L}}$ de \mathcal{L} :

$$\chi_{\mathcal{L}_i} = \begin{cases} 1 & \text{se } s_i \in \mathcal{L}, \\ 0 & \text{se } s_i \notin \mathcal{L}. \end{cases}$$

□



Linguagens contáveis

Teorema 1.53

- ▶ A classe de todas as linguagens em um alfabeto Σ não é contavelmente infinita.

Demonstração.

- ▶ Exemplo:

$$\begin{aligned} \Sigma &= \{ a, b \} \\ \Sigma^* &= \{ \varepsilon, a, b, aa, ab, ba, bb, aaa, \dots \} \\ \mathcal{L} &= \{ a, aa, ab, aaa, \dots \} \\ \chi_{\mathcal{L}} &= \begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots \end{matrix} \end{aligned}$$

□



Linguagens contáveis

Teorema 1.53

- ▶ A classe de todas as linguagens em um alfabeto Σ não é contavelmente infinita.

Demonstração.

- ▶ Função $f: \mathcal{L} \rightarrow \mathcal{B}$ é bijetora.
 - ▶ $f(A)$ é a sequência característica de A .
- ▶ Como \mathcal{B} não é contavelmente infinito, então $\mathcal{P}(\Sigma^*)$ também não é contavelmente infinito.

□



Livros texto



R. P. Grimaldi
Discrete and Combinatorial Mathematics – An Applied Introduction.
Addison Wesley, 1994.



D. J. Velleman
How To Prove It – A Structured Approach.
Cambridge University Press, 1996.



J. E. Hopcroft; J. Ullman.
Introdução À Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação.
Ed. Campus.



T. A. Sudkamp.
Languages and Machines – An Introduction to the Theory of Computer Science.
Addison Wesley Longman, Inc. 1998.



J. Carroll; D. Long.
Theory of Finite Automata – With an Introduction to Formal Languages.
Prentice-Hall, 1989.



M. Sipser.
Introduction to the Theory of Computation.
PWS Publishing Company, 1997.



H. R. Lewis; C. H. Papadimitriou
Elementos de Teoria da Computação.
Bookman, 2000.

