

# Linguagens Formais e Autômatos

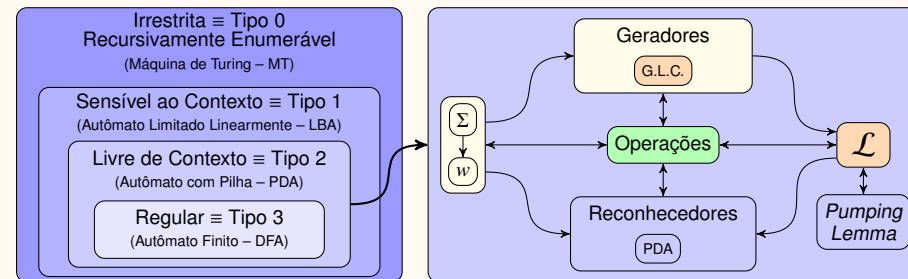
Humberto Longo

Instituto de Informática  
Universidade Federal de Goiás

Bacharelado em Ciência da Computação, 2021/1



## Roteiro



## Formas normais para GLC's

- ▶ Uma gramática é dita normalizada quando todas as suas regras de derivação seguem as restrições impostas por um certo padrão (formas normais).
- ▶ Forma Normal: restrições rígidas no formato das regras de derivação, sem reduzir o poder de geração da gramática.
- ▶ Aplicações:
  - ▶ Obtenção de gramáticas adequadas para análise sintática.
  - ▶ Obtenção de autômato de pilha para LLC.
- ▶ Formas Normais:
  1. ▶ Forma Normal de Chomsky.
  2. ▶ Forma Normal de Greibach.



## Forma normal de Chomsky

### Definição 1.87

- ▶ Uma *GLC*  $G = (V, \Sigma, P, S)$  está na **forma normal de Chomsky** se suas regras de derivação tem uma das seguintes formas:
  1.  $S \rightarrow \varepsilon$ ,
  2.  $A \rightarrow a$ ,
  3.  $A \rightarrow BC$ ,onde  $B, C \in V - \{S\}$  e  $a \in \Sigma$ .



## Forma normal de Chomsky

### Teorema 1.88

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma gramática livre de contexto, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V', \Sigma, P', S')$ , equivalente a  $G$ , na **forma normal de Chomsky**.

### Demonstração.

- ▶ Assuma que:
  1. O símbolo inicial  $S$  de  $G$  não é recursivo,
  2.  $G$  não contém outras  $\varepsilon$ -regras além da regra  $S \rightarrow \varepsilon$ ,
  3.  $G$  não contém derivações simples,
  4.  $G$  não contém símbolos inúteis.



## Forma normal de Chomsky

### Teorema 1.88

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma gramática livre de contexto, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V', \Sigma, P', S')$ , equivalente a  $G$ , na **forma normal de Chomsky**.

### Demonstração.

- ▶ Portanto, as regras de derivação em  $P$  são das formas:
  1.  $S \rightarrow \varepsilon$ ,
  2.  $A \rightarrow a$ ,
  3.  $A \rightarrow w$ , onde  $w \in ((V \cup \Sigma) - \{S\})^+$  e  $|w| > 1$ .
  - ▶ As regras 1 e 2 já estão na forma normal de Chomsky e são inseridas em  $P'$ .
- ▶ Considere que  $w = w_1A_1w_2A_2 \dots w_kA_kw_{k+1}$ .



## Forma normal de Chomsky

### Teorema 1.88

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma gramática livre de contexto, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V', \Sigma, P', S')$ , equivalente a  $G$ , na **forma normal de Chomsky**.

### Demonstração.

- ▶ A regra  $A \rightarrow w$  pode ser substituída pelas regras:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B_1A_1B_2A_2 \dots B_kA_kB_{k+1}, \\ B_1 &\rightarrow w_1, \\ B_2 &\rightarrow w_2, \\ &\vdots \\ B_{k+1} &\rightarrow w_{k+1}. \end{aligned}$$



## Forma normal de Chomsky

### Teorema 1.88

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma gramática livre de contexto, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V', \Sigma, P', S')$ , equivalente a  $G$ , na **forma normal de Chomsky**.

### Demonstração.

- ▶ A regra  $A \rightarrow B_1A_1B_2A_2 \dots B_kA_kB_{k+1}$  pode agora ser substituída pelas regras:

$$\begin{aligned} A &\rightarrow B_1T_1, \\ T_{2i-1} &\rightarrow A_iT_{2i}, \quad i = 1, \dots, k-1, \\ T_{2i-2} &\rightarrow B_iT_{2i-1}, \quad i = 2, \dots, k, \\ T_{2k-1} &\rightarrow A_kB_{k+1}. \end{aligned}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

- Transformar a gramática abaixo para a forma normal de Chomsky:

$$G : \begin{cases} S \rightarrow ASA \mid aB, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \mid \varepsilon \end{cases}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

1. Adicionar uma nova variável inicial:

$$\begin{cases} S \rightarrow ASA \mid aB, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \mid \varepsilon \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_0 \rightarrow S, \\ S \rightarrow ASA \mid aB, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \mid \varepsilon \end{cases}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

2. Eliminar regras  $B \rightarrow \varepsilon$  e  $A \rightarrow \varepsilon$ :

$$\dots \Rightarrow \begin{cases} S_0 \rightarrow S, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a, \\ A \rightarrow B \mid S \mid \varepsilon, \\ B \rightarrow b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_0 \rightarrow S, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS \mid S, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \end{cases}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

3. Eliminar regras  $S \rightarrow S$  e  $S_0 \rightarrow S$ :

$$\dots \Rightarrow \begin{cases} S_0 \rightarrow S, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A \rightarrow B \mid S, \\ B \rightarrow b \end{cases}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

4. Eliminar regras  $A \rightarrow B$  e  $A \rightarrow S$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A \rightarrow S \mid b, \\ B \rightarrow b \end{array} \right\} \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_0 \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ S \rightarrow ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A \rightarrow b \mid ASA \mid aB \mid a \mid SA \mid AS, \\ B \rightarrow b \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.89

5. Converter as demais regras:

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S_0 \rightarrow AA_1 \mid UB \mid a \mid SA \mid AS, \\ S \rightarrow AA_1 \mid UB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A \rightarrow b \mid AA_1 \mid UB \mid a \mid SA \mid AS, \\ A_1 \rightarrow SA, \\ U \rightarrow a, \\ B \rightarrow b \end{array} \right\}.$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.90

1. Transformar:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aABC \mid a, \\ A \rightarrow aAB \mid a, \\ B \rightarrow bcB \mid bc, \\ C \rightarrow cC \mid c \end{array} \right\}$$

2. Resultado:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A'T_1 \mid a, \\ A \rightarrow A'T_3 \mid a, \\ B \rightarrow B'T_4 \mid B'C', \\ C \rightarrow C'C \mid c, \\ T_1 \rightarrow AT_2, \\ T_2 \rightarrow BC, \\ T_3 \rightarrow AB, \\ T_4 \rightarrow C'B, \\ A' \rightarrow a, \\ B' \rightarrow b, \\ C' \rightarrow c \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.90

1. Transformar:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow aABC \mid a, \\ A \rightarrow aAB \mid a, \\ B \rightarrow bcB \mid bc, \\ C \rightarrow cC \mid c \end{array} \right\}$$

2. Resultado:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A'T_1 \mid a, \\ A \rightarrow A'T_3 \mid a, \\ B \rightarrow B'T_4 \mid B'C', \\ C \rightarrow C'C \mid c, \\ T_1 \rightarrow AT_2, \\ T_2 \rightarrow BC, \\ T_3 \rightarrow AB, \\ T_4 \rightarrow C'B, \\ A' \rightarrow a, \\ B' \rightarrow b, \\ C' \rightarrow c \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.91

1. Transformar:

$$\left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A, \\ A \rightarrow A + T \mid T, \\ T \rightarrow b \mid (A) \end{array} \right\}$$

2. Remoção de derivações simples.

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow A + T \mid b \mid (A), \\ A \rightarrow A + T \mid b \mid (A), \\ T \rightarrow b \mid (A) \end{array} \right\}$$

► Formas normais para GLC's



## Forma normal de Chomsky

### Exemplo 1.91

3. Lado direito de cada regra com comprimento máximo dois.

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AY \mid b \mid LZ, \\ Z \rightarrow AR, \\ A \rightarrow AY \mid b \mid LZ, \\ T \rightarrow b \mid LZ, \\ Y \rightarrow PT, \\ P \rightarrow +, \\ L \rightarrow (, \\ R \rightarrow ) \end{array} \right\}.$$

$\left\{ \begin{array}{l} Y \text{ representa } + T \\ Z \text{ representa } A) \\ L \text{ representa } ( \\ R \text{ representa } ) \\ P \text{ representa } + \end{array} \right\}$

► Formas normais para GLC's



## Forma normal de Greibach

### Definição 1.92

► Uma GLC  $G = (V, \Sigma, P, S)$  está na **forma normal de Greibach** se todas as regras de derivação estão em um dos seguintes formatos:

1.  $S \rightarrow \varepsilon$ ,
2.  $A \rightarrow a$ ,
3.  $A \rightarrow aB_1B_2 \dots B_n$ ,

onde  $a \in \Sigma$ ,  $A \in V$  e  $B_i \in V$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .



## Forma normal de Greibach

### Lema 1.93

► Seja  $G = (V, \Sigma, P, S)$  uma GLC,  $A \rightarrow uBv$  uma regra de  $P$  e  $B \rightarrow w_1 \mid w_2 \mid \dots \mid w_n$  as regras de derivação de  $B$ . A gramática  $G' = (V, \Sigma, P', S)$  é equivalente a  $G$ , onde:

$$P' = (P - \{A \rightarrow uBv\}) \cup \{A \rightarrow uw_1v \mid uw_2v \mid \dots \mid uw_nv\}.$$

### Demonstração.

1.  $\mathcal{L}(G') \subseteq \mathcal{L}(G)$

► Como cada  $A \rightarrow uw_iv$  é derivável em  $G$ , a inclusão é garantida pelo Lema 1.46.

□



## Forma normal de Greibach

### Lema 1.93

- Seja  $G = (V, \Sigma, P, S)$  uma GLC,  $A \rightarrow uBv$  uma regra de  $P$  e  $B \rightarrow w_1 \mid w_2 \mid \dots \mid w_n$  as regras de derivação de  $B$ . A gramática  $G' = (V, \Sigma, P', S)$  é equivalente a  $G$ , onde:

$$P' = (P - \{A \rightarrow uBv\} \cup \{A \rightarrow uw_1v \mid uw_2v \mid \dots \mid uw_nv\}).$$

### Demonstração.

#### 2. $\mathcal{L}(G) \subseteq \mathcal{L}(G')$

- Toda cadeia de terminais derivável em  $G$ , usando a regra  $A \rightarrow uBv$ , também é derivável em  $G'$ .

$$G : S \xRightarrow{*} pAq \xRightarrow{*} puBvq \xRightarrow{*} puw_ivq \xRightarrow{*} w,$$

$$G' : S \xRightarrow{*} pAq \xRightarrow{*} puw_ivq \xRightarrow{*} w, \text{ usando a regra } A \rightarrow uw_iv.$$

□



## Forma normal de Greibach

- Conversão da forma formal de Chomsky para a forma normal de Greibach:

1. Transformar regras de derivação segundo o Lema 1.93,
2. Eliminar recursão direta à esquerda.
3. Atribuição de número de ordem às variáveis da gramática:
  - Variável inicial é a número 1.
  - Demais variáveis numeradas em qualquer ordem.

1. Com o Lema 1.93 as regras de derivação são da forma:

$$1.1 \ S \rightarrow \varepsilon,$$

$$1.2 \ A \rightarrow aw,$$

$$1.3 \ A \rightarrow Bw,$$

onde  $w \in V^*$  e ordem de  $B$  é maior que a ordem de  $A$ .



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

►  $G : \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow AB \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow AB \mid b, \\ C \rightarrow AC \mid c \end{array} \right\}$

►  $\mathcal{L}(G) = ???$

Variável	Ordem
$S$	1
$A$	2
$B$	3
$C$	4

►



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Eliminar recursão direta à esquerda na regra  $A \rightarrow AB$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow CBR_1 \mid aR_1 \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow AB \mid b, \\ C \rightarrow AC \mid c, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Ordem de  $A$  é menor do que ordem de  $B$ !
- Na regra de  $B \rightarrow AB$ , substituir  $A$  por suas regras:

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow CBR_1 \mid aR_1 \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow CBR_1B \mid aR_1B \mid CBB \mid aB \mid b, \\ C \rightarrow AC \mid c, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Ordem de  $A$  é menor do que ordem de  $C$ !
- Na regra de  $C \rightarrow AB$ , substituir  $A$  por suas regras:

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow CBR_1 \mid aR_1 \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow CBR_1B \mid aR_1B \mid CBB \mid aB \mid b, \\ C \rightarrow CBR_1C \mid aR_1C \mid CBC \mid aC \mid c, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Eliminar recursão direta à esquerda nas regras  $C \rightarrow CBR_1C$  e  $C \rightarrow CBC$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow CBR_1 \mid aR_1 \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow CBR_1B \mid aR_1B \mid CBB \mid aB \mid b, \\ C \rightarrow aR_1C \mid aC \mid c \mid aR_1CR_2 \mid aCR_2 \mid cR_2, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B, \\ R_2 \rightarrow BR_1CR_2 \mid BCR_2 \mid BR_1C \mid BC \end{array} \right\}$$

- Lado direito de todas as regras de derivação de  $C$  (variável de maior ordem) agora começam com um símbolo terminal!



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Nas regras de derivação de  $B$ , substituir  $C$ 's iniciais por suas regras insere um terminal no lado direito das regras de  $B$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon, \\ A \rightarrow CBR_1 \mid aR_1 \mid CB \mid a, \\ B \rightarrow aR_1B \mid aB \mid b \mid \\ \quad aR_1CBR_1B \mid aCBR_1B \mid cBR_1B \mid aR_1CR_2BR_1B \mid aCR_2BR_1B \mid cR_2BR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ C \rightarrow aR_1C \mid aC \mid c \mid aR_1CR_2 \mid aCR_2 \mid cR_2, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B, \\ R_2 \rightarrow BR_1CR_2 \mid BCR_2 \mid BR_1C \mid BC \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Nas regras de derivação de  $A$ , substituir  $C$ 's iniciais por suas regras insere um terminal no lado direito das regras de  $A$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow AB \mid \varepsilon \\ A \rightarrow aR_1 \mid a \mid \\ \quad aR_1CBBR_1 \mid aCBBR_1 \mid cBBR_1 \mid aR_1CR_2BBR_1 \mid aCR_2BBR_1 \mid cR_2BBR_1 \mid \\ \quad aR_1CB \mid aCB \mid cB \mid aR_1CR_2B \mid aCR_2B \mid cR_2B, \\ B \rightarrow aR_1B \mid aB \mid b \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ C \rightarrow aR_1C \mid aC \mid c \mid aR_1CR_2 \mid aCR_2 \mid cR_2, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B, \\ R_2 \rightarrow BR_1CR_2 \mid BCR_2 \mid BR_1C \mid BC \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Na regra de derivação de  $S \rightarrow AB$ , substituir  $A$  por suas regras insere um terminal no lado direito das regras de  $S$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \varepsilon \mid \\ \quad aR_1B \mid aB \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ A \rightarrow aR_1 \mid a \mid \\ \quad aR_1CBBR_1 \mid aCBBR_1 \mid cBBR_1 \mid aR_1CR_2BBR_1 \mid aCR_2BBR_1 \mid cR_2BBR_1 \mid \\ \quad aR_1CB \mid aCB \mid cB \mid aR_1CR_2B \mid aCR_2B \mid cR_2B, \\ B \rightarrow aR_1B \mid aB \mid b \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ C \rightarrow aR_1C \mid aC \mid c \mid aR_1CR_2 \mid aCR_2 \mid cR_2, \\ R_1 \rightarrow BR_1 \mid B, \\ R_2 \rightarrow BR_1CR_2 \mid BCR_2 \mid BR_1C \mid BC \end{array} \right\}$$

- Variável  $A$  tornou-se inútil!



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Nas regras de derivação de  $R_1$ , substituir  $B$ 's iniciais por suas regras insere um terminal no lado direito das regras de  $R_1$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} S \rightarrow \varepsilon \mid \\ \quad aR_1B \mid aB \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ B \rightarrow aR_1B \mid aB \mid b \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ C \rightarrow aR_1C \mid aC \mid c \mid aR_1CR_2 \mid aCR_2 \mid cR_2, \\ R_1 \rightarrow aR_1BR_1 \mid aBR_1 \mid bR_1 \mid \\ \quad aR_1CBBR_1BR_1 \mid aCBBR_1BR_1 \mid cBBR_1BR_1 \mid aR_1CR_2BBR_1BR_1 \mid aCR_2BBR_1BR_1 \mid cR_2BBR_1BR_1 \mid \\ \quad aR_1CBBR_1 \mid aCBBR_1 \mid cBBR_1 \mid aR_1CR_2BBR_1 \mid aCR_2BBR_1 \mid cR_2BBR_1 \mid \\ \quad aR_1B \mid aB \mid b \mid \\ \quad aR_1CBBR_1B \mid aCBBR_1B \mid cBBR_1B \mid aR_1CR_2BBR_1B \mid aCR_2BBR_1B \mid cR_2BBR_1B \mid \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB, \\ R_2 \rightarrow BR_1CR_2 \mid BCR_2 \mid BR_1C \mid BC \end{array} \right\}$$



## Forma normal de Chomsky para forma normal de Greibach

### Exemplo 1.94

- Nas regras de derivação de  $R_2$ , substituir  $B$ 's iniciais por suas regras insere um terminal no lado direito das regras de  $R_2$ :

$$\dots \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} R_2 \rightarrow aR_1BR_1CR_2 \mid aBR_1CR_2 \mid bR_1CR_2 \mid \\ \quad aR_1CBBR_1BR_1CR_2 \mid aCBBR_1BR_1CR_2 \mid cBBR_1BR_1CR_2 \mid \\ \quad aR_1CR_2BBR_1BR_1CR_2 \mid aCR_2BBR_1BR_1CR_2 \mid cR_2BBR_1BR_1CR_2 \mid \\ \\ \quad aR_1CBBR_1CR_2 \mid aCBBR_1CR_2 \mid cBBR_1CR_2 \mid aR_1CR_2BBR_1CR_2 \mid aCR_2BBR_1CR_2 \mid cR_2BBR_1CR_2 \mid \\ \quad aR_1BCR_2 \mid aB \mid bCR_2 \mid \\ \quad aR_1CBBR_1BCR_2 \mid aCBBR_1BCR_2 \mid cBBR_1BCR_2 \mid aR_1CR_2BBR_1BCR_2 \mid aCR_2BBR_1BCR_2 \mid cR_2BBR_1BCR_2 \mid \\ \quad aR_1CBBR_2 \mid aCBBR_2 \mid cBBR_2 \mid aR_1CR_2BBR_2 \mid aCR_2BBR_2 \mid cR_2BBR_2 \mid \\ \\ \quad aR_1BR_1C \mid aBR_1C \mid bR_1C \mid \\ \quad aR_1CBBR_1BR_1C \mid aCBBR_1BR_1C \mid cBBR_1BR_1C \mid aR_1CR_2BBR_1BR_1C \mid aCR_2BBR_1BR_1C \mid cR_2BBR_1BR_1C \mid \\ \quad aR_1CBBR_1C \mid aCBBR_1C \mid cBBR_1C \mid aR_1CR_2BBR_1C \mid aCR_2BBR_1C \mid cR_2BBR_1C \mid \\ \\ \quad aR_1BC \mid aBC \mid bC \mid \\ \quad aR_1CBBR_1BC \mid aCBBR_1BC \mid cBBR_1BC \mid aR_1CR_2BBR_1BC \mid aCR_2BBR_1BC \mid cR_2BBR_1BC \mid \\ \\ \quad aR_1CBB \mid aCBB \mid cBB \mid aR_1CR_2BB \mid aCR_2BB \mid cR_2BB \end{array} \right\}$$





## Forma normal de Greibach

### Teorema 1.95

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma GLC, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V, \Sigma, P', S)$ , equivalente a  $G$ , na forma normal de Greibach.

### Demonstração.

- ▶ Mostrar que as regras de derivação de  $G$  podem ser convertidas para uma das formas:

1.  $A_k \rightarrow A_j w$  com  $k < j$ ,
2.  $A_k \rightarrow aw$ ,

onde  $j$  e  $k$  representam a ordem das variáveis.

□

▶ Formas normais para GLC's



## Forma normal de Greibach

### Teorema 1.95

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma GLC, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V, \Sigma, P', S)$ , equivalente a  $G$ , na forma normal de Greibach.

### Demonstração.

- ▶ Indução na ordem das variáveis.

1. Base:  
 $S$  é de ordem 1 e como  $S$  não é recursiva, a condição é satisfeita.
2. Hipótese:  
Suponha que todas as variáveis até a de ordem  $k$  satisfaçam a condição.

□

▶ Formas normais para GLC's



## Forma normal de Greibach

### Teorema 1.95

- ▶ Se  $G = (V, \Sigma, P, S)$  é uma GLC, então existe um algoritmo para construir uma gramática  $G' = (V, \Sigma, P', S)$ , equivalente a  $G$ , na forma normal de Greibach.

### Demonstração.

#### 3. Passo Indutivo:








- ▶ Se  $A_k \rightarrow A_i w$  com  $i < k$ , substituir  $A_i$  e gerar um conjunto de regras da forma  $A_k \rightarrow A_j w$ , onde  $j > i$ .
  - ▶ Por H.I.  $A_i$  satisfaz a condição.
- ▶ Este processo pode ser repetido  $k - i$  vezes.
- ▶ Todas as recursões diretas à esquerda podem ser eliminadas usando o Lema 1.82.

□

▶ Formas normais para GLC's



## Livros texto

-  **R. P. Grimaldi**  
*Discrete and Combinatorial Mathematics – An Applied Introduction.*  
Addison Wesley, 1994.
-  **D. J. Velleman**  
*How To Prove It – A Structured Approach.*  
Cambridge University Press, 1996.
-  **J. E. Hopcroft; J. Ullman.**  
*Introdução À Teoria de Autômatos, Linguagens e Computação.*  
Ed. Campus.
-  **T. A. Sudkamp.**  
*Languages and Machines – An Introduction to the Theory of Computer Science.*  
Addison Wesley Longman, Inc. 1998.
-  **J. Carroll; D. Long.**  
*Theory of Finite Automata – With an Introduction to Formal Languages.*  
Prentice-Hall, 1989.
-  **M. Sipser.**  
*Introduction to the Theory of Computation.*  
PWS Publishing Company, 1997.
-  **H. R. Lewis; C. H. Papadimitriou**  
*Elementos de Teoria da Computação.*  
Bookman, 2000.

