Linguagens regulares:

$\mathcal{L}_1 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \geqslant 4$ e o segundo e o penúltimo símbolos de w são, ambos, $1\}$.

Base : $0110, 0111, 1110, 1111 \in \mathcal{L}_1$.
Recursão : Se $u = a1v1b \in \mathcal{L}_1$, com $a, b \in \Sigma$ e $v \in \Sigma^*$, então $a10v1b, a11v1b \in \mathcal{L}_1$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_1$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_2 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é par e w contém pelo menos um símbolo $0\}$.

Base : $00, 01, 10 \in \mathcal{L}_2$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_2$, então $0u0, 0u1, 1u0, 1u1 \in \mathcal{L}_2$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_2$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_3 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não termina com a subcadeia $0011\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_3$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_3$, então $u0 \in \mathcal{L}_3$. Se $u \neq v001$, $v \in \Sigma^*$, então $u1 \in \mathcal{L}_3$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_3$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_4 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ termina com 101 e contém $100\}$.

$\mathcal{L}_5 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| \neq 2\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_5$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_5$. Se $|u| = 1$, então $u00, u01, u10, 11 \in \mathcal{L}_5$; caso contrário, $u0, u1 \in \mathcal{L}_5$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_5$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_6 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não começa com 000 e não termina com $111\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_6$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_6$. Se (i) $u = 00v$, $v \in \Sigma^*$, então $1u \in \mathcal{L}_6$; (ii) $u = v11$, $v \in \Sigma^*$, então $u0 \in \mathcal{L}_6$; (iii) caso contrário, $0u, u0, 1u, u1 \in \mathcal{L}_6$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_6$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_7 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w| > 0$ e o primeiro e o penúltimo símbolos de w são idênticos$\}$.

Base : $00, 01, 10, 11 \in \mathcal{L}_7$.
Recursão : Se $u = avab \in \mathcal{L}_7$, com $a, b \in \Sigma$ e $v \in \Sigma^*$, então $au \in \mathcal{L}_7$ e (i) se $a = b$, então $ua \in \mathcal{L}_7$; (ii) se $a \neq b$, então $bua \in \mathcal{L}_7$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_7$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_8 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é ímpar e w começa com 0 e termina com $1\}$.

Base : $001, 011 \in \mathcal{L}_8$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_8$, então $00u, 01u, 0u1, u01, u11 \in \mathcal{L}_8$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_8$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_9 = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém no máximo 4 ocorrências do símbolo $0\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_9$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_9$. Se $|u|_0 = 4$, então $1u, u1 \in \mathcal{L}_9$; caso contrário, $0u, u0, 1u, u1 \in \mathcal{L}_9$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_9$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{10} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ começa com 0 e contém quantidade ímpar de 1's$\}$.

Base: $01 \in \mathcal{L}$.
Recursão: Se $u \in \mathcal{L}$, então $0u, u0, 011u, 01u1, u11 \in \mathcal{L}$.
Fecho: Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{10}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{11} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid$ todo símbolo 0 em w é seguido de pelo menos dois 1's consecutivos, exceto a última ocorrência de 0 em $w\}$.

$\mathcal{L}_{12} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ começa com 0, não contém 10 e termina com 1$\}$.

Base : $01 \in \mathcal{L}_{12}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{12}$, então $0u, u1 \in \mathcal{L}_{12}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{12}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{13} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = xyz$ e $|x| = 2\}$.

$\mathcal{L}_{14} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é ímpar e w termina com 1$\}$.

Base : $1 \in \mathcal{L}_{14}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{14}$, então $00u, 01u, 10u, 11u \in \mathcal{L}_{14}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{14}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{15} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ contém quantidade par de 0's ou ímpar de 1's (ou ambos)$\}$.

Base : $\varepsilon, 1, 01, 10 \in \mathcal{L}_{15}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{15}$, então $u00, u11 \in \mathcal{L}_{15}$. Se $|u|$ é par, então $u01, u10 \in \mathcal{L}_{15}$. Se $|u|$ é ímpar, então $u0, u1 \in \mathcal{L}_{15}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{15}$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{16} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ termina com um 0 seguido de uma quantidade ímpar de 1's$\}$.

$\mathcal{L}_{17} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0$ é par e todos os 0's antecedem todos os 1's$\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_{17}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{17}$, então $00u, u1 \in \mathcal{L}_{17}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{17}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{18} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém quantidade par de 01's e ímpar de 0's$\}$.

Base : $0 \in \mathcal{L}_{18}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{18}$, então $u00, 00u, 0u0, u0101, 0101u, 01u01 \in \mathcal{L}_{18}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{18}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{19} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ começa com 0 e contém 00$\}$.

Base : $00 \in \mathcal{L}_{19}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{19}$, então $u0, u1 \in \mathcal{L}_{19}$. Se $u = 0v00w$, com $v, w \in \Sigma^*$, então $0v000w, 0v100w \in \mathcal{L}_{19}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{19}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{20} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém 01 como prefixo$\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_{20}$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_{20}$. Se $u = 0$, então $u0 \in \mathcal{L}_{20}$; caso contrário, $u0, u1 \in \mathcal{L}_{20}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{20}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{21} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_1$ é par e w não contém a subcadeia 11$\}$.

$\mathcal{L}_{22} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém três símbolos idênticos consecutivos$\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_{22}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{22}$. Se $u = 00v$, $v \in \Sigma^*$, então $1u \in \mathcal{L}_{22}$; se $u = 11v$, $v \in \Sigma^*$, então $0u \in \mathcal{L}_{22}$; caso contrário, $0u, 1u \in \mathcal{L}_{22}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{22}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{23} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém o mesmo símbolo em todas as posições pares$\}$.

Base : $0, 1, 00, 01, 10, 11 \in \mathcal{L}_{23}$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_{23}$. Se $|u|$ é ímpar: se $u = 0v$, $v \in \Sigma^*$, então $u00, u10 \in \mathcal{L}_{23}$; senão $u01, u11 \in \mathcal{L}_{23}$. Se $|u|$ é par: se $u = 0v$, $v \in \Sigma^*$, então $u00, u01 \in \mathcal{L}_{23}$; senão $u10, u11 \in \mathcal{L}_{23}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{23}$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{24} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_{01} = |w|_{10}\}$.

$\mathcal{L}_{25} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é múltiplo de 3$\}$.

Base : $\varepsilon \in \mathcal{L}_{25}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{25}$, então $000u, 001u, 010u, 011u, 100u, 101u, 110u, 111u \in \mathcal{L}_{25}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{25}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{26} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é uma sequência de subcadeias 01 ou 10$\}$.

$\mathcal{L}_{27} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é ímpar e w contém pelo menos uma ocorrência do símbolo 1$\}$.

Base : $1 \in \mathcal{L}_{27}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{27}$, então $0u0, 0u1, 1u0, 1u1 \in \mathcal{L}_{27}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{27}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{28} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém 00 e não contém 11$\}$.

Base : $00 \in \mathcal{L}_{28}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{28}$, então $0u, u0 \in \mathcal{L}_{28}$; se $u = 0v, v \in \Sigma^+$, então $1u \in \mathcal{L}_{28}$; e se $u = v0, v \in \Sigma^+$, então $u1 \in \mathcal{L}_{28}$.

Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{28}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{29} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém pelo menos um 0 e contém quantidade par de 1's$\}$.

Base : $0 \in \mathcal{L}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}$, então $0u, u0, 11u, u11, 1u1 \in \mathcal{L}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{29}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{30} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é múltiplo de 3 e w termina com $11\}$.

Base : $011, 111 \in \mathcal{L}_{30}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{30}$, então $000u, 001u, 010u, 011u, 100u, 101u, 110u, 111u \in \mathcal{L}_{30}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{30}$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{31} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ não contém a subcadeia 00 ou a subcadeia $11\}$.

$\mathcal{L}_{32} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid$ todo par de 0's adjacentes ocorre antes de qualquer par de 1's adjacentes$\}$.

$\mathcal{L}_{33} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não começa com 00 e não termina com $11\}$.

$\mathcal{L}_{34} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ não contém pares de 1's consecutivos$\}$.

Base : $\varepsilon, 1 \in \mathcal{L}_{34}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{34}$, então $u0, u01 \in \mathcal{L}_{34}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{34}$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{35} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ termina com 0 ou com $11\}$.

Base: $0, 11 \in \mathcal{L}_{35}$.
Recursão: Se $u \in \mathcal{L}_{35}$, então $0u, 1u \in \mathcal{L}_{35}$.
Fecho: Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{35}$ se pode ser obtida a partir das cadeias básicas, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{36} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém quantidade par de 0's seguida de quantidade ímpar de 1's$\}$.

$\mathcal{L}_{37} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ começa com 0, contém exatamente dois 1's e termina com $00\}$.

$\mathcal{L}_{38} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 0u1$ ou $w = 1u0$, com $u \in \Sigma^*\}$.

$\mathcal{L}_{39} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ contém um número ímpar de ocorrências de $01\}$.

Base : $01 \in \mathcal{L}_{39}$.
Recursão : Seja $u \in \mathcal{L}_{39}$. Se $u = 0v$, $v \in \Sigma^+$, $0u, 1u \in \mathcal{L}_{39}$; se $u = 1v$, $v \in \Sigma^+$, $1u, 0u01, 010u \in \mathcal{L}_{39}$; se $u = v0$, $v \in \Sigma^+$, $u0, 01u1, u101 \in \mathcal{L}_{39}$; se $u = v1$, $v \in \Sigma^+$, $u0, u1 \in \mathcal{L}_{39}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{39}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{40} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid 0^n,\ n \in \mathbb{N}$, e n é múltiplo de 2 ou de $3\}$.

$\mathcal{L}_{41} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ é um número binário maior que zero e múltiplo de $3\}$.

Base : $11, 1001 \in \mathcal{L}_{41}$.

Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{41}$, então $u0, u11, u1001 \in \mathcal{L}_{41}$. Se $u = v01$, $v \in \Sigma^+$, $v101, v0001 \in \mathcal{L}_{41}$; se $u = v11$, $v \in \Sigma^+$, $v011 \in \mathcal{L}_{41}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{41}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação das regras recursivas um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{42} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ é número binário, não negativo, divisível por 4 (sem 0's iniciais redundantes)$\}$.

$\mathcal{L}_{43} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid$ toda subcadeia de w de comprimento 4 contém exatamente um $1\}$.

$\mathcal{L}_{44} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0$ é par e $|w|_1$ é par.

$\mathcal{L}_{45} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0$ é par e $|w|_1$ é ímpar.

$\mathcal{L}_{46} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|_0$ é par e $|w|_1$ é divisível por $3\}$.

$\mathcal{L}_{47} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid |w|$ é ímpar e w começa com 1s.

Base : $1 \in \mathcal{L}_{47}$.
Recursão : Se $u \in \mathcal{L}_{47}$, então $u00, u01, u10, u11 \in \mathcal{L}_{47}$.
Fecho : Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{47}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação da regra recursiva um número finito de vezes.

$\mathcal{L}_{48} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 0u$ e $|w|$ é ímpar ou $w = 1u$ e $|w|$ é par, com $u \in \Sigma^*\}$.

$\mathcal{L}_{49} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w$ termina com 010 e contém $011\}$.

$\mathcal{L}_{50} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 1u1$, com $u \in \Sigma^*$, e w não contém 11 e $000\}$.

$\mathcal{L}_{51} = \{w \in \Sigma^* = \{0,1\}^* \mid w = 0^{3n+5},\ n \geqslant 0\}$.

Base: $00000 \in \mathcal{L}$.
Recursão: Se $u \in \mathcal{L}_{51}$, então $000u \in \mathcal{L}_{51}$.
Fecho: Dada uma cadeia $u \in \Sigma^*$, $u \in \mathcal{L}_{51}$ se pode ser obtida a partir da cadeia básica, com a aplicação da regra recursiva um número finito de vezes.