

Exercici 1

1.

- Manel: $(C \vee P) \wedge \neg B$
- Carles: $(B \rightarrow C) \wedge (P \rightarrow B)$
- Blanca: $\neg B \wedge (M \rightarrow C)$
- Paula: $(\neg M \vee \neg C) \wedge (\neg P \vee \neg B)$
- Conjunt: $(C \vee P) \wedge (\neg P \vee B) \wedge \neg B \wedge (M \vee C \vee P) \wedge (\neg M \vee C) \wedge (M \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg M) \wedge (P \vee B)$

2.

- Manel: $(C \vee P) \wedge \neg B$

| | | | |
|----|-----|---|---|
| p | cnf | 3 | 2 |
| 1 | 3 | 0 | |
| -2 | 0 | | |

- Carles: $(\neg B \vee C) \wedge (\neg P \vee B)$

| | | | |
|----|-----|---|---|
| p | cnf | 3 | 2 |
| -1 | 2 | 0 | |
| -3 | 1 | 0 | |

- Blanca: $\neg B \wedge (M \vee C \vee P) \wedge (\neg M \vee C)$

| | | | |
|----|-----|---|---|
| p | cnf | 4 | 2 |
| -1 | 0 | | |
| -3 | 2 | 0 | |

- Paula: $(M \vee C) \wedge (\neg C \vee \neg M) \wedge (\neg B \vee P) \wedge (P \vee B)$

| | | | |
|----|-----|---|---|
| p | cnf | 4 | 2 |
| -3 | -2 | 0 | |
| -4 | -1 | 0 | |

- Conjunct: $(C \vee P) \wedge \neg B \wedge (\neg B \vee C) \wedge (\neg P \vee B) \wedge (\neg M \vee C) \wedge (\neg M \vee \neg C) \wedge (\neg P \vee \neg B)$

```
p cnf 4 7
2 4 0
-1 0
-1 2 0
-4 1 0
-3 2 0
-3 -2 0
-4 -1 0
```

3.

- Manuel

```
s SATISFIABLE
v 1 -2 3 0
s SATISFIABLE
v 1 -2 -3 0
s SATISFIABLE
v -1 -2 3 0
s SOLUTIONS 3
```

- Carles

```
s SATISFIABLE
v -1 2 -3 0
s SATISFIABLE
v -1 -2 -3 0
s SATISFIABLE
v 1 2 -3 0
s SATISFIABLE
v 1 2 3 0
s SOLUTIONS 4
```

- Blanca

s SATISFIABLE

v -1 2 -3 4 0

s SATISFIABLE

v -1 2 -3 -4 0

s SATISFIABLE

v -1 2 3 4 0

s SATISFIABLE

v -1 2 3 -4 0

s SATISFIABLE

v -1 -2 -3 4 0

s SOLUTIONS 5

- Paula

| |
|-----------------|
| s SATISFIABLE |
| v -1 -2 -3 -4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v -1 -2 -3 4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v -1 -2 3 -4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v -1 -2 3 4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v -1 2 -3 -4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v -1 2 -3 4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v 1 2 -3 -4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v 1 -2 -3 -4 0 |
| s SATISFIABLE |
| v 1 -2 3 -4 0 |
| s SOLUTIONS 9 |

- Conjunt

| |
|----------------|
| v -1 2 -3 -4 0 |
| s SOLUTIONS 1 |

- Podem afirmar que en Carles ha mentit ja que declara que la Blanca ha copiat si ell ha copiat, i la unica combinació possible per tal de satisfer l'expressió es que ell hagi copiat i tots els altres no.
- Podem afirmar que la Blanca es innocent, en Carles es culpable, en Manuel es innocent i la Paula es innocent, ja que la solucio del conjunt de totes les condicions es unicament una.
- Podem afirmar que Manel ha mentit ja que inculpa a en Carles o a la Paula i podem comprovar que no es cert
- En carles segueix sent culpable i els altres innocents.
- En carles segueix sent culpable i els altres innocents.

Exercici 2

Q = Q es traidor

1.

- Cas 1: $(P \vee Q \vee R \vee S) \wedge \neg Q \wedge (P \rightarrow ((R \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S))) \wedge (R \rightarrow ((P \wedge Q) \vee (P \wedge S) \vee (Q \wedge S)))$
- Cas 2: $(P \vee Q \vee R \vee S) \wedge Q \wedge (\neg P \vee (\neg R \wedge \neg S)) \wedge ((\neg P \vee \neg S) \rightarrow \neg R)$
- Cas 3: $(P \vee Q \vee R \vee S) \wedge Q \wedge (\neg P \rightarrow ((\neg Q \vee \neg R \vee \neg S) \wedge (Q \vee R) \wedge (R \vee S) \wedge (Q \vee S))) \wedge ((\neg P \vee \neg S) \rightarrow \neg R)$
- Cas 4: $(P \vee Q \vee R \vee S) \wedge \neg Q \wedge (\neg P \vee ((R \vee S) \wedge (\neg R \vee \neg S))) \wedge ((\neg P \vee \neg S) \rightarrow \neg R)$
- Cas 5: $S \wedge (P \vee Q \vee R) \wedge (R \leftrightarrow P) \wedge \neg Q$

2.

- Cas 1: $\neg Q \wedge (R \vee S) \wedge (P \vee R) \wedge (\neg P \vee \neg R \vee \neg S)$

| | | | |
|----|-----|----|---|
| p | cnf | 4 | 4 |
| -2 | 0 | | |
| 3 | 4 | 0 | |
| 1 | 3 | 0 | |
| -1 | -3 | -4 | 0 |

- Cas 2: $(\neg R \vee P) \wedge (R \vee Q) \wedge (Q \vee R)$

| | | | |
|----|-----|---|---|
| p | cnf | 3 | 3 |
| -3 | 1 | 0 | |
| 3 | 2 | 0 | |
| 2 | 3 | 0 | |

- Cas 3: $(Q \vee S) \wedge (P \vee Q) \wedge (P \vee \neg R) \wedge (P \vee R \vee S)$

| | | | |
|---|-----|---|---|
| p | cnf | 4 | 4 |
| 2 | 4 | 0 | |
| 1 | 2 | 0 | |
| 1 | -3 | 0 | |
| 1 | 3 | 4 | 0 |

- Cas 4: $(P \vee \neg R) \wedge (P \vee \neg Q) \wedge (Q \vee S)$

```
p cnf 4 3
1 -3 0
1 2 0
2 4 0
```

- Cas 5: $S \wedge (P \vee Q \vee R) \wedge (\neg R \vee P) \wedge (\neg P \vee R) \wedge \neg Q$

```
p cnf 4 5
4 0
1 2 3 0
-3 1 0
-1 3 0
-2 0
```

3.

- Cas 1: implica que els traidors son P i R o P i S o R i S o unicament R

```
s SATISFIABLE
v 1 -2 3 -4 0
s SATISFIABLE
v 1 -2 -3 4 0
s SATISFIABLE
v -1 -2 3 4 0
s SATISFIABLE
v -1 -2 3 -4 0
s SOLUTIONS 4
```

- Cas 2: implica que $P \vee Q \vee R$ o $P \vee Q$ o $P \vee R$ o únicament Q son traidors

s SATISFIABLE
v 1 2 3 0
s SATISFIABLE
v 1 2 -3 0
s SATISFIABLE
v 1 -2 3 0
s SATISFIABLE
v -1 2 -3 0
s SOLUTIONS 4

- Cas 3: implica que $P \vee Q \vee S$ o $P \vee Q$ o tots o $P \vee Q \vee R$ o $P \vee R \vee S$ o $P \vee S$ o $Q \vee S$ son traidors

s SATISFIABLE
v 1 2 -3 4 0
s SATISFIABLE
v 1 2 -3 -4 0
s SATISFIABLE
v 1 2 3 4 0
s SATISFIABLE
v 1 2 3 -4 0
s SATISFIABLE
v 1 -2 3 4 0
s SATISFIABLE
v 1 -2 -3 4 0
s SATISFIABLE
v -1 2 -3 4 0
s SOLUTIONS 7

- Cas 4: implica que P, Q i S o P i Q o tots o P, Q i R o P, R i S o P i S o Q i S o Q son traidors

s SATISFIABLE

v 1 2 -3 4 0

s SATISFIABLE

v 1 2 -3 -4 0

s SATISFIABLE

v 1 2 3 4 0

s SATISFIABLE

v 1 2 3 -4 0

s SATISFIABLE

v 1 -2 3 4 0

s SATISFIABLE

v 1 -2 -3 4 0

s SATISFIABLE

v -1 2 -3 4 0

s SATISFIABLE

v -1 2 -3 -4 0

s SOLUTIONS 8

- Cas 5: implica que només té una única solució i podem concloure que P, R i S son traidors

s SATISFIABLE

v 1 -2 3 4 0

s SOLUTIONS 1

Exercici 3

CR=centre roig

CB=centre blanc

CN=centre negre

AR=arestes rojes

AB=arestes blanques

AN=arestes negres

ER=exterior rojes

EB=exterior blanques

EN=exterior negres

1.

- Especificacions:
 - color del centre diferent al de les arestes
 - color de les arestes diferent al de les caselles exteriors
 - 3 colors blanc negre i roig
 - per a cada grup de tres valors binaris només un podrà ser cert i els altres seran falsos
- Restriccions
 - $(CR \vee CB \vee CN) \wedge (CR \rightarrow (\neg CB \wedge \neg CN)) \wedge (CB \rightarrow (\neg CR \wedge \neg CN)) \wedge (CN \rightarrow (\neg CR \wedge \neg CB)) =$
 $(CR \vee CB \vee CN) \wedge (\neg CR \vee \neg CB) \wedge (\neg CR \vee \neg CN) \wedge (\neg CB \vee \neg CN)$
 - $(AR \vee AB \vee AN) \wedge (AR \rightarrow (\neg AB \wedge \neg AN)) \wedge (AB \rightarrow (\neg AR \wedge \neg AN)) \wedge (AN \rightarrow (\neg AR \wedge \neg AB)) =$
 $(AR \vee AB \vee AN) \wedge (\neg AR \vee \neg AB) \wedge (\neg AR \vee \neg AN) \wedge (\neg AB \vee \neg AN)$
 - $(ER \vee EB \vee EN) \wedge (ER \rightarrow (\neg EB \wedge \neg EN)) \wedge (EB \rightarrow (\neg ER \wedge \neg EN)) \wedge (EN \rightarrow (\neg ER \wedge \neg EB)) =$
 $(ER \vee EB \vee EN) \wedge (\neg ER \vee \neg EB) \wedge (\neg ER \vee \neg EN) \wedge (\neg EB \vee \neg EN)$
 - $(CR \rightarrow \neg AR) \wedge (CB \rightarrow \neg AB) \wedge (CN \rightarrow \neg AN) = (\neg CR \vee \neg AR) \wedge (\neg CB \vee \neg AB) \wedge (\neg CN \vee \neg AN)$
 - $(AR \rightarrow \neg ER) \wedge (AB \rightarrow \neg EB) \wedge (AN \rightarrow \neg EN) = (\neg AR \vee \neg ER) \wedge (\neg AB \vee \neg EB) \wedge (\neg AN \vee \neg EN)$
- Codificació
 $(CR \vee CB \vee CN) \wedge (\neg CR \vee \neg CB) \wedge (\neg CR \vee \neg CN) \wedge (\neg CB \vee \neg CN) \wedge (AR \vee AB \vee AN) \wedge (\neg AR \vee \neg AB) \wedge (\neg AR \vee \neg AN) \wedge (\neg AB \vee \neg AN) \wedge (ER \vee EB \vee EN) \wedge (\neg ER \vee \neg EB) \wedge (\neg ER \vee \neg EN) \wedge (\neg EB \vee \neg EN) \wedge (\neg CR \vee \neg AR) \wedge (\neg CB \vee \neg AB) \wedge (\neg CN \vee \neg AN) \wedge (\neg AR \vee \neg ER) \wedge (\neg AB \vee \neg EB) \wedge (\neg AN \vee \neg EN)$

2.

| | | | |
|----|------|------|------|
| c | CR=1 | CB=2 | CN=3 |
| c | AR=4 | AB=5 | AN=6 |
| c | ER=7 | EB=8 | EN=9 |
| p | cnf | 9 | 18 |
| 1 | 2 | 3 | 0 |
| -1 | -2 | 0 | |
| -1 | -3 | 0 | |
| -2 | -3 | 0 | |
| 4 | 5 | 6 | 0 |
| -4 | -5 | 0 | |
| -4 | -6 | 0 | |
| -5 | -6 | 0 | |
| 7 | 8 | 9 | 0 |
| -7 | -8 | 0 | |
| -7 | -9 | 0 | |
| -8 | -9 | 0 | |
| -1 | -4 | 0 | |
| -2 | -5 | 0 | |
| -3 | -6 | 0 | |
| -4 | -7 | 0 | |
| -5 | -8 | 0 | |
| -6 | -9 | 0 | |

3.

- a) 12 solucions possibles, perquè son 3 solucions per cada color diferent que podem posar al centre i 4 per la combinació dels altres colors en les altres 2 posicions, per tant $3 \cdot 4 = 12$
- b) 4,0 es insatisfactible perquè incumpleix les restriccions imposades per l'enunciat el centre no pot tenir el mateix color que les arestes, 0, es insatisfactible perquè incumpleix les restriccions imposades per l'enunciat les arestes no poden ser del mateix color que les caselles exteriors