

BÀI TẬP TUẦN 1

Giải các hệ phương trình sau

Lưu ý: Nếu vô số nghiệm \rightarrow đưa ra nghiệm tổng quát

Bài 1.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = -1 \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 5x_2 - 2x_3 = -1 \end{cases}$$

Bài 2.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 - x_3 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 + x_3 = 6 \\ 3x_1 - 5x_2 = 7 \\ x_1 + 5x_3 = 9 \end{cases}$$

Bài 3.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 2x_4 = 6 \\ 3x_1 + 5x_2 - x_3 + 6x_4 = 17 \\ 2x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 12 \\ 2x_1 - 7x_3 + 11x_4 = 7 \end{cases}$$

Bài 4.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 - x_3 = 1 \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 - 5x_2 - 3x_3 = 2 \end{cases}$$

Bài 5.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 3 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 1 \\ -x_1 + 5x_2 - 5x_3 = 5 \end{cases}$$

Bài 6.

$$\begin{cases} 2x_1 - 4x_2 + 6x_3 = 8 \\ x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 - 3x_2 + 4x_3 = 0 \end{cases}$$

Bài 7.

$$\begin{cases} 4x_1 - 2x_2 - 4x_3 + 2x_4 = 1 \\ 6x_1 - 3x_2 - 5x_4 = 3 \\ 8x_1 - 4x_2 + 28x_3 - 44x_4 = 11 \\ -8x_1 + 4x_2 - 4x_3 + 12x_4 = -5 \end{cases}$$

Bài 8.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = -3 \\ 2x_1 + 2x_2 = 0 \\ -3x_2 + 4x_3 = 1 \\ x_1 + x_3 = -1 \end{cases}$$

Bài 9.

$$\begin{cases} 3x_1 - 3x_2 + 3x_3 = -3 \\ -x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 4 \\ -4x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 - x_2 + 2x_3 = -4 \end{cases}$$

Bài 10.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 - 3x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 + 4x_3 - 2x_4 = 0 \end{cases}$$

Bài 11.

$$\begin{cases} 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 - x_4 = 0 \\ 6x_1 + x_2 - 8x_3 + 9x_4 = 0 \\ 2x_1 + 6x_2 + x_3 - x_4 = 0 \end{cases}$$

Bài 12.

$$\begin{cases} x_1 + 6x_2 + 4x_3 = 0 \\ 2x_1 + 4x_2 - x_3 = 0 \\ -x_1 + 2x_2 + 5x_3 = 0 \end{cases}$$

Câu 1. Cho:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{pmatrix}, C = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ -2 & 1 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} -2 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Kiểm tra xem các phép toán sau có thực hiện được không, nếu có thì cho biết kết quả:

$$AB, A(3B + C), ABC, B^T A, BC^T$$

Câu 2. Tìm ma trận nghịch đảo và định thức của ma trận:

a) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 3 & 7 & 3 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & 1 & 4 \end{pmatrix}$

Câu 3. Cho $\mathbf{x} = (1, 2, 3)$, $\mathbf{y} = (y_1, y_2, y_3)$ và $\mathbf{z} = (4, 2, 1)$. Tính $2\mathbf{x}$, $-3\mathbf{y}$, $\mathbf{x} + 2\mathbf{y} - 3\mathbf{z}$, (\mathbf{x}, \mathbf{z}) , $(\mathbf{x}, 2\mathbf{y} + \mathbf{z})$, $\|\mathbf{x}\|$, $\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|$.

Câu 4. Xác định xem các tập vector sau có tạo thành cơ sở của \mathbb{R}^3

a) $(1, 2, -1), (1, 0, 2), (2, 1, 1)$

b) $(-1, 3, 2), (-3, 1, 3), (2, 10, 2)$

c) $(67, 13, -47), (\pi, -7.84, 0), (3, 0, 0)$

Câu 5. Xác định xem 4 vector sau có tạo thành một cơ sở của \mathbb{R}^4

$$(1, 1, 0, 0), (1, 0, 1, 0), (0, 0, 1, 1), (0, 1, 0, 1)$$

Câu 6. Dùng thuật giải Gram-Schmidt phân rã QR các ma trận sau

a) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 \\ -2 & 4 & 1 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -2 & 2 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 1 \\ 1 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 5 \\ 1 & 3 & 7 \end{bmatrix}$

e) $\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 0 \\ 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

$$\text{f) } \begin{bmatrix} -2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{g) } \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

1) Tìm tất cả trị riêng và cơ sở cho không gian riêng của các ma trận sau (nếu có):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 5 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} -2 & -7 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$G = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$I = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$$

$$J = \begin{pmatrix} 9 & -8 & 6 & 3 \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 7 \end{pmatrix}$$

2) Tìm ma trận chéo hoá của các ma trận sau (nếu có):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 6 & -1 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} -14 & 12 \\ -20 & 17 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 2 & 0 & -2 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3) Tìm ma trận chéo hoá trực giao của các ma trận sau (nếu có):

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$B = \begin{pmatrix} 1 & -4 & 2 \\ -4 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & -2 \end{pmatrix}$$

$$C = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$D = \begin{pmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 2 & 4 & 2 \\ 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$$

$$E = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -1 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

$$F = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$